

19. Romanic D., Taszarek M., Brooks H. Convective environments leading to microburst, macroburst and downburst events across the United States, *Weather and Climate Extremes*, 2022, Vol. 37, pp. 100474.
20. Atkins N.T., Wakimoto R.M. Wet microburst activity over the southeastern United States: Implications for forecasting, *Weather and Forecasting*, 1991, Vol. 6, No. 4, pp. 470-482. DOI: 10.1175/1520-0434(1991)006<0470: WMAOTS>2.0.CO;2.
21. Williams I.N., Fieweger G.N. Mechanisms of projected changes in thunderstorm downburst environments across the United States, *Geophysical Research Letters*, 2026, Vol. 53, No. 1, pp. e2025GL117925.
22. Púčik T., Groenemeijer P., Rýva D., Kolář M. Proximity soundings of severe and nonsevere thunderstorms in Central Europe, *Monthly Weather Review*, 2015, Vol. 143, No. 12, pp. 4805-4821. DOI: 10.1175/MWR-D-15-0008.1.

Эндреев Эльяс Маликович – Высокогорный геофизический институт; e-mail: eem507@bk.ru; г. Нальчик, Россия; тел.: 89287064453; аспирант.

Шаповалов Виталий Александрович – Высокогорный геофизический институт; e-mail: vet555_83@mail.ru; г. Нальчик, Россия; тел.: 89280758034; с.н.с.; д.ф.-м.н.

Аджиева Аида Анатольевна – Кабардино-Балкарский государственный аграрный университет имени В.М. Кокова; e-mail: aida-adzhieva@mail.ru; тел.: 89604279686; г. Нальчик, Россия; кафедра высшей математики и информатики; д.ф.-м.н.; профессор.

Куповых Геннадий Владимирович – Южный федеральный университет; e-mail: kupovykh@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +78634371636; кафедра физико-математических основ инженерного образования; зав. кафедрой; д.ф.-м.н.; профессор.

Гривцов Владимир Владиславович – Южный федеральный университет; e-mail: gvv@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +78634371794; кафедра инженерной графики и компьютерного дизайна; к.т.н.; доцент.

Andreyev Elias Malikovich – Vysokogorny Geophysical Institute; e-mail: eem507@bk.ru; Nalchik, Russia; phone: +79287064453; postgraduate student.

Shapovalov Vitaly Aleksandrovich – Vysokogorny Geophysical Institute; e-mail: vet555_83@mail.ru; Nalchik, Russia; phone: +79280758034; dr. of phis. and math. sc.; senior researcher.

Adzhieva Aida Anatolyevna – V.M. Kokov Kabardino-Balkarian State Agrarian University, Nalchik, KBR, Russia; e-mail: aida-adzhieva@mail.ru; phone: +79604279686; the Department of Higher Mathematics and Computer Science; dr. of phis. and math. sc.; professor.

Kupovkh Gennady Vladimirovich – Southern Federal University; e-mail: kupovykh@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371636; the Department of Physical and Mathematical Foundations of Engineering Education; head of department; dr. of phis. and math. sc.; professor.

Grivtsov Vladimir Vladislavovich – Southern Federal University; e-mail: gvv@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371794; the Department of Engineering Graphics and Computer Design; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 004.021

DOI 10.18522/2311-3103-2026-4-272-282

А.В. Боженюк, И.А. Дубчак, О.В. Косенко

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКОГО МЕТОДА TOPSIS ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИНТАКСИЧЕСКИ НЕЗАВИСИМЫХ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Неопределенные и неточные данные типичны для многокритериальных задач, поэтому теория нечетких множеств является адекватным инструментом для их решения. Цель данной работы – применить метод TOPSIS в нечеткой среде с использованием синтаксически независимых лингвистических переменных. Из-за частого появления нечетких понятий в данных для принятия решений, четких значений недостаточно для моделирования реальных ситуаций. В предлагаемом подходе оценка каждой альтернативы и вес каждого критерия выражаются синтаксически независимыми лингвистическими переменными, произвольные значения которых определяются через

семантику базовых терминов. Рассматривается подход к вычислению произвольных (не базовых) значений лингвистических переменных, используемых экспертом. Базовые значения используемых синтаксически независимых лингвистических переменных задаются треугольными нечеткими числами. Предлагаемый подход хорошо подходит для решения задачи группового принятия решений в нечеткой среде, когда эксперт или группа экспертов не связана ограниченным количеством нечетких оценок. Здесь в качестве весовых коэффициентов важности критериев и оценки качественных критериев рассматриваются нечеткие переменные, которые являются значениями синтаксически независимых лингвистических переменных «важность критерия» и «оценка по критерию». В работе предлагается использовать метод центра тяжести для вычисления расстояния между двумя треугольными нечеткими числами. В соответствии с концепцией нечеткого TOPSIS определяется коэффициент близости для определения порядка ранжирования всех альтернатив путем вычисления расстояний до нечеткого положительного идеального решения (PIS) и до нечеткого отрицательного идеального решения (NIS). В работе также приводится пример для иллюстрации предлагаемого подхода.

Многокритериальное принятие решений; нечеткое множество; нечеткое число; лингвистическая переменная; треугольное нечеткое число; нечеткий метод TOPSIS; положительное идеальное решение (PIS); отрицательное идеальное решение (NIS).

A.V. Bozhenyuk, I.A. Dubchak, O.V. Kosenko

APPLICATION OF TOPSIS FUZZY METHOD FOR DECISION MAKING USING SYNTACTICALLY INDEPENDENT LINGUISTIC VARIABLES

Uncertain and imprecise data are typical for multicriteria problems, making fuzzy set theory an adequate tool for their solution. The objective of this paper is to apply the TOPSIS method in a fuzzy environment using syntactically independent linguistic variables. Due to the frequent occurrence of fuzzy concepts in decision-making data, crisp values are insufficient for modelling real-world situations. In the proposed approach, the evaluation of each alternative and the weight of each criterion are expressed by syntactically independent linguistic variables, whose arbitrary values are determined through the semantics of the base terms. An approach to calculating arbitrary (non-base) values of linguistic variables used by an expert is considered. The base values of the syntactically independent linguistic variables used are specified by triangular fuzzy numbers. The proposed approach is well suited for solving group decision-making problems in a fuzzy environment, where an expert or group of experts is not constrained by a limited number of fuzzy assessments. Here, fuzzy variables representing the values of the syntactically independent linguistic variables "criterion importance" and "criterion score" are considered as weighting coefficients for criterion importance and evaluation of qualitative criteria. The paper proposes using the centre of gravity method to calculate the distance between two triangular fuzzy numbers. In accordance with the fuzzy TOPSIS concept, a proximity coefficient is defined to determine the ranking order of all alternatives by calculating the distances to the fuzzy positive ideal solution (PIS) and the fuzzy negative ideal solution (NIS). An example is provided to illustrate the proposed approach.

Multicriteria decision making, fuzzy set, fuzzy number, triangular fuzzy number, linguistic variable, fuzzy TOPSIS method, positive ideal solution (PIS), negative ideal solution (NIS).

Введение. Принятие решений – это процесс поиска наилучшего варианта из всех возможных альтернатив. Практически во всех таких задачах повсеместно присутствует множество критериев для оценки альтернатив. То есть, для многих таких задач лицо, принимающее решения (ЛПР), хочет решить задачу многокритериального принятия решений (МКПР). Задача МКПР может быть кратко выражена в матричном виде как:

$$D = \begin{matrix} & Cr_1 & Cr_2 & \dots & Cr_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_n].$$

Здесь $A_1, A_2, \dots, A_m$ – возможные альтернативы, из которых ЛПР, должен выбрать, $Cr_1, Cr_2, \dots, Cr_n$ – критерии, по которым измеряется эффективность альтернатив, x_{ij} – оценка альтернативы A_i относительно критерия Cr_j ; w_j – вес критерия Cr_j .

В классических методах МКПР оценки и веса критериев известны точно [1–3]. Один из известных классических методов решения является метод TOPSIS [2]. Данный метод опирается на идею, согласно которой наилучшая альтернатива должна характеризоваться минимальным удалением от положительного идеального решения (PIS) и максимальным удалением от отрицательного идеального решения (NIS). В классической версии TOPSIS показатели эффективности и весовые коэффициенты критериев представляются в виде точных числовых значений. Однако во многих практических ситуациях использование четких данных оказывается недостаточным для адекватного описания реальных условий. Поскольку человеческие суждения, в том числе предпочтения, по своей природе нечетки, и люди не всегда могут выразить свои предпочтения точным числом, более обоснованным с практической точки зрения является применение лингвистических оценок вместо числовых значений. Иными словами, предполагается, что оценки альтернатив и веса критериев в задаче задаются с помощью лингвистических переменных [4–7]. В работах [8–10] концепция TOPSIS была расширена для разработки методологии МКПР в нечеткой среде. Учитывая нечеткость данных решения, ЛПР использует значения лингвистических переменных для оценки весов всех критериев и оценок каждой альтернативы относительно каждого критерия. В результате получается нечеткая матрица решений и далее – взвешенная нормализованная нечеткая матрица. При этом ЛПР использует ограниченное, заранее определенное множество значений лингвистических переменных. Согласно логике метода TOPSIS, сначала формируются нечеткое положительное идеальное решение (FPIS) и нечеткое отрицательное идеальное решение (FNIS). Далее в настоящей работе предлагается использовать метод вершин для расчета расстояния между двумя треугольными нечеткими оценками. После этого для каждой альтернативы вычисляются расстояния до FPIS и FNIS, а также коэффициент близости, на основе которого производится ранжирование всех альтернатив. Чем выше значение коэффициента близости, тем ближе альтернатива к FPIS и дальше от FNIS одновременно.

В данной работе для оценки весов всех критериев и оценок каждой альтернативы относительно каждого критерия предлагается использовать синтаксически независимые лингвистические переменные, что позволяет более адекватно описывать нечеткость экспертных параметров.

Для разработки метода TOPSIS на основе синтаксически независимых лингвистических переменных данная статья организована следующим образом. Во втором разделе представлены основные определения и обозначения нечеткого числа и лингвистической переменной. В разделе 3 представлен метод TOPSIS в контексте синтаксически независимых лингвистических переменных. Затем предложенный метод иллюстрируется примером. В заключение приводятся некоторые выводы.

1. Основные понятия и определения. Рассмотрим основные определения нечетких множеств согласно [5, 6, 11–14], которые будут использоваться в данной статье.

Определение 1. Нечеткое множество $\tilde{A}$ в универсальном множестве X характеризуется функцией принадлежности $\mu_{\tilde{A}}(x)$, которая сопоставляет каждому элементу $x \in X$ действительное число из интервала $[0, 1]$. Значение функции $\mu_{\tilde{A}}(x)$ называется степенью принадлежности x к $\tilde{A}$ [13].

Определение 2. Нечеткое множество $\tilde{A}$ универсального множества X является *выпуклым* тогда и только тогда, когда для всех $x_1, x_2 \in X$ выполняется:

$$\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)),$$

где параметр $\lambda \in [0, 1]$.

Определение 3. Нечеткое множество $\tilde{A}$ универсального множества X называется *нормальным* нечетким множеством, если $(\exists x \in X)[\mu_{\tilde{A}}(x) = 1]$.

Определение 4. *Нечеткое число* – это нечеткое подмножество на универсальном множестве X , которое является одновременно выпуклым и нормальным.

Определение 5. Треугольное нечеткое число $\tilde{n}$ есть тройка $\tilde{n} = (a_{\tilde{n}}, b_{\tilde{n}}, c_{\tilde{n}})$, функция принадлежности $\mu_{\tilde{n}}(x)$ которой определяется как [11]:

$$\mu_{\tilde{n}}(x) = \begin{cases} 0, & x < a_{\tilde{n}}, \\ \frac{x - a_{\tilde{n}}}{b_{\tilde{n}} - a_{\tilde{n}}}, & a_{\tilde{n}} \leq x \leq b_{\tilde{n}}, \\ \frac{x - c_{\tilde{n}}}{b_{\tilde{n}} - c_{\tilde{n}}}, & b_{\tilde{n}} \leq x \leq c_{\tilde{n}}, \\ 0, & x > c_{\tilde{n}}. \end{cases}$$

Определение 6. Трапецевидное нечеткое число $\tilde{m}$ может быть определено четверкой $\tilde{m} = (a_{\tilde{m}}, b_{\tilde{m}}, c_{\tilde{m}}, d_{\tilde{m}})$, определяемая функцией принадлежности:

$$\mu_{\tilde{m}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a_{\tilde{m}}, \\ \frac{x - a_{\tilde{m}}}{b_{\tilde{m}} - a_{\tilde{m}}} & \text{if } a_{\tilde{m}} \leq x \leq b_{\tilde{m}}, \\ \frac{d_{\tilde{m}} - x}{d_{\tilde{m}} - c_{\tilde{m}}} & \text{if } c_{\tilde{m}} \leq x \leq d_{\tilde{m}}, \\ 0 & \text{if } x > d_{\tilde{m}}. \end{cases}$$

Здесь $a_{\tilde{m}} \leq b_{\tilde{m}} \leq c_{\tilde{m}} \leq d_{\tilde{m}}$.

Очевидно, что треугольные нечеткие числа являются частными случаями трапецевидных нечетких чисел, у которых $b_{\tilde{m}} = c_{\tilde{m}}$.

Определение 7. Матрица $\tilde{D}$ называется *нечеткой матрицей*, если хотя бы один элемент в $\tilde{D}$ является нечетким числом [10].

Определение 8. Нечеткой переменной [5] называется тройка $\langle \alpha, X, \tilde{C}_\alpha \rangle$. Здесь α – наименование нечеткой переменной; X – область ее определения; $\tilde{C}_\alpha = \{ \langle \mu_{\tilde{C}}(x)/x \rangle \}$ – нечеткое множество с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{C}}$ на X , описывающее ограничения на возможные значения нечеткой переменной α .

Определение 9. Лингвистическая переменная – это переменная, значения которой являются лингвистическими терминами [6]. Формально лингвистической переменной называется пятерка $\langle \beta, T, X, G, M \rangle$. Здесь β – наименование лингвистической переменной; T – множество ее значений (терм-множество), представляющих собой наименования нечетких переменных. Множество T называется базовым терм-множеством лингвистической переменной; G – синтаксическая процедура (грамматика), позволяющая генерировать новые термы. Множество $T^* = T \cup G(T)$ называется расширенным терм-множеством лингвистической переменной; M – семантическая процедура, позволяющая превратить каждое новое значение лингвистической переменной, образуемое процедурой G , в нечеткую переменную, иными словами, приписать ему семантику путем формирования соответствующего нечеткого множества.

Лингвистические переменные, у которых процедура образования новых значений G определяется указанным выше способом, были названы *синтаксически зависимыми* [15]. Наряду с ними существует класс лингвистических переменных, у которых процедура образования новых значений зависит не от множества базовых значений T , а от области определения X , т. е. $G = G(X)$. Такие лингвистические переменные в работе [15] были названы *синтаксически независимыми*.

2. Определение значений синтаксически независимой лингвистической переменной. Пусть на числовой оси X заданы базовые значения синтаксически независимой лингвистической переменной β , у которой базовое терм-множество T есть семейство положительных нечетких треугольных чисел. Обозначим через $\tilde{m}$ – «примерно m » и $\tilde{n}$ – «примерно n » – два *соседних* треугольных нечетких числа из терм-множества T , соответственно $\tilde{m} = (a_{\tilde{m}}, b_{\tilde{m}}, c_{\tilde{m}})$ и $\tilde{n} = (a_{\tilde{n}}, b_{\tilde{n}}, c_{\tilde{n}})$ таких, что $b_{\tilde{m}} < b_{\tilde{n}}$.

Обозначим через $l_{\tilde{m}}^L = b_{\tilde{m}} - a_{\tilde{m}}$, $l_{\tilde{m}}^R = c_{\tilde{m}} - b_{\tilde{m}}$, $l_{\tilde{n}}^L = b_{\tilde{n}} - a_{\tilde{n}}$, $l_{\tilde{n}}^R = c_{\tilde{n}} - b_{\tilde{n}}$ их левые и правые разбросы.

Пусть «примерно k » – произвольное (не входящее в T) значение лингвистической переменной β , с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{k}}(x)$ в виде нечеткого треугольного числа $\tilde{k} = (a_{\tilde{k}}, b_{\tilde{k}}, c_{\tilde{k}})$. При этом выполняется $a_{\tilde{k}} \leq b_{\tilde{k}} \leq c_{\tilde{k}}$. Обозначим через $l_{\tilde{k}}^L = b_{\tilde{k}} - a_{\tilde{k}}$,

$l_k^R = c_k - b_k$. Для определения значений a_k и c_k в работе [15] был предложен подход, согласно которому чем ближе значение b_k к $b_{\tilde{m}}$ и дальше от $b_{\tilde{n}}$, тем значения l_k^L и l_k^R ближе к значениям $l_{\tilde{m}}^L$ и $l_{\tilde{m}}^R$ и дальше от значений $l_{\tilde{n}}^L$ и $l_{\tilde{n}}^R$ соответственно:

$$l_k^L = \frac{b_{\tilde{n}} - b_k}{b_{\tilde{n}} - b_{\tilde{m}}} \times l_{\tilde{m}}^L + (1 - \frac{b_{\tilde{n}} - b_k}{b_{\tilde{n}} - b_{\tilde{m}}}) \times l_{\tilde{n}}^L; \quad l_k^R = \frac{b_{\tilde{n}} - b_k}{b_{\tilde{n}} - b_{\tilde{m}}} \times l_{\tilde{m}}^R + (1 - \frac{b_{\tilde{n}} - b_k}{b_{\tilde{n}} - b_{\tilde{m}}}) \times l_{\tilde{n}}^R. \quad (1)$$

Тогда $a_k = b_k - l_k^L$ и $c_k = b_k + l_k^R$. Это схематично показано на рис. 1:

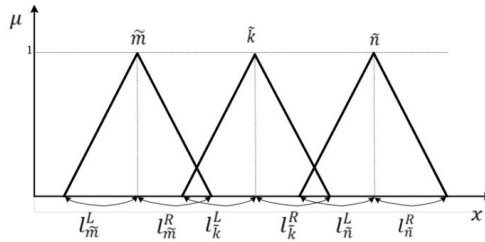


Рис. 1. Определение треугольной функции принадлежности $\mu_k(x)$

Эта же методика используется и для вычисления левой и правой границ нечетких трапециевидных чисел:

Пусть $\tilde{m} = (a_{\tilde{m}}, b_{\tilde{m}}, c_{\tilde{m}}, d_{\tilde{m}})$, $\tilde{n} = (a_{\tilde{n}}, b_{\tilde{n}}, c_{\tilde{n}}, d_{\tilde{n}})$ – два неотрицательных трапециевидных нечетких числа, являющиеся соседними базовыми значениями синтаксически независимой лингвистической переменной β . Обозначим через $l_{\tilde{m}}^L = b_{\tilde{m}} - a_{\tilde{m}}$, $l_{\tilde{m}}^R = d_{\tilde{m}} - c_{\tilde{m}}$, $l_{\tilde{n}}^L = b_{\tilde{n}} - a_{\tilde{n}}$, $l_{\tilde{n}}^R = d_{\tilde{n}} - c_{\tilde{n}}$.

Пусть $\tilde{k} = (a_{\tilde{k}}, b_{\tilde{k}}, c_{\tilde{k}}, d_{\tilde{k}})$ – произвольное значение лингвистической переменной β , с функцией принадлежности $\mu_k(x)$, и при этом выполняются неравенства: $b_{\tilde{m}} \leq b_{\tilde{k}} \leq b_{\tilde{n}}$ и $c_{\tilde{m}} \leq c_{\tilde{k}} \leq c_{\tilde{n}}$. Тогда значения $l_k^L = b_{\tilde{k}} - a_{\tilde{k}}$ и $l_k^R = d_{\tilde{k}} - c_{\tilde{k}}$ вычисляются аналогично, как и для треугольных нечетких чисел:

$$l_k^L = \frac{b_{\tilde{n}} - b_k}{b_{\tilde{n}} - b_{\tilde{m}}} \times l_{\tilde{m}}^L + (1 - \frac{b_{\tilde{n}} - b_k}{b_{\tilde{n}} - b_{\tilde{m}}}) \times l_{\tilde{n}}^L; \quad l_k^R = \frac{c_{\tilde{n}} - c_k}{c_{\tilde{n}} - c_{\tilde{m}}} \times l_{\tilde{m}}^R + (1 - \frac{c_{\tilde{n}} - c_k}{c_{\tilde{n}} - c_{\tilde{m}}}) \times l_{\tilde{n}}^R.$$

3. Определение расстояний между нечеткими числами. Существует множество функций измерения расстояния между нечеткими числами [16]. Рассмотрим метод измерения расстояния на основе центра тяжести [17, 18]. Центр тяжести COG трапециевидного нечеткого числа $\tilde{m} = (a_{\tilde{m}}, b_{\tilde{m}}, c_{\tilde{m}}, d_{\tilde{m}})$ определится следующим образом [19]:

$$COG(\tilde{m}) = (\alpha_{\tilde{m}}, \beta_{\tilde{m}}), \quad (2)$$

где

$$\alpha_{\tilde{m}} = \frac{1}{3} \left[a_{\tilde{m}} + b_{\tilde{m}} + c_{\tilde{m}} + d_{\tilde{m}} - \frac{d_{\tilde{m}} \cdot c_{\tilde{m}} - a_{\tilde{m}} \cdot b_{\tilde{m}}}{(d_{\tilde{m}} + c_{\tilde{m}}) - (a_{\tilde{m}} + b_{\tilde{m}})} \right], \quad (3)$$

$$\beta_{\tilde{m}} = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{c_{\tilde{m}} - b_{\tilde{m}}}{(d_{\tilde{m}} + c_{\tilde{m}}) - (a_{\tilde{m}} + b_{\tilde{m}})} \right]. \quad (4)$$

Следствие 1. Для любого треугольного нечеткого числа $\tilde{n} = (a_{\tilde{n}}, b_{\tilde{n}}, c_{\tilde{n}})$ как частный случай трапециевидного нечеткого числа, у которого $b_{\tilde{m}} = c_{\tilde{m}}$ его центр тяжести можно определить как:

$$\alpha_{\tilde{n}} = \frac{1}{3} [a_{\tilde{n}} + b_{\tilde{n}} + c_{\tilde{n}}], \quad (5)$$

$$\beta_{\tilde{n}} = \frac{1}{3}. \quad (6)$$

Пусть $\tilde{m} = (a_{\tilde{m}}, b_{\tilde{m}}, c_{\tilde{m}}, d_{\tilde{m}})$, $\tilde{n} = (a_{\tilde{n}}, b_{\tilde{n}}, c_{\tilde{n}}, d_{\tilde{n}})$ – два трапециевидных нечетких числа. Обозначим через $(l_{\tilde{m}}^L, l_{\tilde{m}}^R)$, $(l_{\tilde{n}}^L, l_{\tilde{n}}^R)$ – их левые и правые разбросы, через $(\alpha_{\tilde{m}}, \beta_{\tilde{m}})$, $(\alpha_{\tilde{n}}, \beta_{\tilde{n}})$ – их центры тяжести. Тогда мера расстояния между двумя указанными трапециевидными нечеткими числами определяется как [17]:

$$d(\tilde{m}, \tilde{n}) = \max\{|\alpha_{\tilde{m}} - \alpha_{\tilde{n}}|, |\beta_{\tilde{m}} - \beta_{\tilde{n}}|, |l_{\tilde{m}}^L - l_{\tilde{n}}^L|, |l_{\tilde{m}}^R - l_{\tilde{n}}^R|\}. \quad (7)$$

Следствие 2. Пусть $\tilde{m} = (a_{\tilde{m}}, b_{\tilde{m}}, c_{\tilde{m}})$ и $\tilde{n} = (a_{\tilde{n}}, b_{\tilde{n}}, c_{\tilde{n}})$ – два треугольных нечетких числа, тогда

$$d(\tilde{m}, \tilde{n}) = \max\{|\alpha_{\tilde{m}} - \alpha_{\tilde{n}}|, |l_{\tilde{m}}^L - l_{\tilde{n}}^L|, |l_{\tilde{m}}^R - l_{\tilde{n}}^R|\}. \quad (8)$$

4. Предложенный подход. В этом разделе предлагается подход к расширению нечеткого метода TOPSIS с использованием синтаксически независимых лингвистических переменных. Этот подход хорошо подходит для решения задачи группового принятия решений в нечеткой среде, когда эксперт или группа экспертов не связана ограниченным количеством нечетких оценок. Здесь в качестве весовых коэффициентов важности критериев и оценки качественных критериев рассматриваются нечеткие переменные, которые являются значениями синтаксически независимых лингвистических переменных β_1 – «важность критерия» и β_2 – «оценка по критерию».

Весовые коэффициенты важности каждого критерия можно получить либо путем прямого присвоения, либо косвенно с помощью попарных сравнений [20]. Здесь предлагается, чтобы лица, принимающие решения, использовали лингвистические переменные (показанные в табл. 1 и 2) для оценки важности критериев и рейтингов альтернатив относительно различных критериев.

Лицам, принимающим решения, часто бывает сложно присвоить точную оценку альтернативе по рассматриваемым критериям. В этой ситуации задача *нечеткого* многокритериального принятия решений может быть выражена в матричном виде следующим образом:

$$\tilde{D} = \begin{matrix} & Cr_1 & Cr_2 & \dots & Cr_n \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{x}_{m1} & \tilde{x}_{m2} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix},$$

$$\tilde{W} = [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n].$$

Здесь $\tilde{x}_{ij}$ и $\tilde{w}_j$ – произвольные значения (базовые и/или не базовые) лингвистических переменных, вычисляемые рассмотренным выше способом. В дальнейшем будем считать, что они описываются треугольными нечеткими числами: $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ и $\tilde{w}_j = (w_{j1}, w_{j2}, w_{j3})$.

Применим линейное масштабирование для преобразования различных шкал критериев в сопоставимую шкалу. Таким образом получаем *нормализованную нечеткую матрицу решений*:

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}. \quad (9)$$

В работах [8, 10] элементы матрицы $\tilde{R}$ предложено определять следующим образом. Пусть B и C – это подмножества критериев *выгоды* и критериев *затрат* соответственно, тогда:

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^*}, \frac{b_{ij}}{c_j^*}, \frac{c_{ij}}{c_j^*} \right), \quad Cr_j \in B; \quad (10)$$

$$\tilde{r}_{ij} = \left(\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{a_j^-}{b_{ij}}, \frac{a_j^-}{a_{ij}} \right), \quad Cr_j \in C; \quad (11)$$

Здесь $c_j^* = \max_i c_{ij}$ если $Cr_j \in B$, а $a_j^- = \min_i a_{ij}$ если $Cr_j \in C$.

Учитывая различную важность каждого критерия, строится взвешенная нормализованная нечеткая матрица решений следующим образом:

$$\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}, \quad \tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_j, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (12)$$

Здесь операция $\times$ для треугольных нечетких чисел $\tilde{x} = (x_1, x_2, x_3)$ и $\tilde{y} = (y_1, y_2, y_3)$ определяется как [9]: $\tilde{x} \times \tilde{y} = (x_1 \times y_1, x_2 \times y_2, x_3 \times y_3)$.

Согласно взвешенной нормализованной нечеткой матрице решений, элементы $\tilde{v}_{ij}$ являются нормализованными треугольными нечеткими числами. Тогда можно определить нечеткое положительно-идеальное решение A^* и нечеткое отрицательно-идеальное решение A^- как:

$$A^* = (\tilde{v}_1^*, \tilde{v}_2^*, \dots, \tilde{v}_n^*), A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-), \quad (13)$$

где согласно [8, 9] величины $\tilde{v}_j^* = \max_{i=\overline{1,n}} v_{ij}$ и $\tilde{v}_j^- = \min_{i=\overline{1,n}} v_{ij}$, $j=1, 2, \dots, n$,

Расстояние каждой альтернативы от A^* и A^- рассчитывается как:

$$d_i^* = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^*), \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (14)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-), \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (15)$$

Для определения порядка ранжирования всех альтернатив после вычисления d_i^* и d_i^- каждой альтернативы A_i ($i=1, 2, \dots, m$) определяется коэффициент близости каждой альтернативы:

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^* + d_i^-}, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (17)$$

В итоге алгоритм нечеткого многокритериального принятия решений методом TOPSIS с использованием синтаксически независимых лингвистических переменных будет иметь вид:

Шаг 1: Определяются базовые значений синтаксически независимых лингвистических переменных критериев оценки.

Шаг 2: Задается семантика базовых значений синтаксически независимых лингвистических переменных для весовых коэффициентов важности критериев и лингвистических оценок альтернатив относительно критериев.

Шаг 3: Задаются нечеткие веса $\{\tilde{w}_j\}$ критериев $\{Cr_j\}$ и нечеткие оценки $\{\tilde{x}_{ij}\}$ альтернатив по соответствующим критериям ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$); вычисляются семантики используемых (не базовых) значений $\{\tilde{w}_j\}$ и $\{\tilde{x}_{ij}\}$.

Шаг 4: Строится нечеткая матрица решений.

Шаг 5: Строится нормализованная нечеткая матрица решений.

Шаг 6: Строится взвешенная нормализованная нечеткая матрица решений.

Шаг 7: Определяется нечеткое положительно-идеальное решение A^* и нечеткое отрицательно-идеальное решение A^- .

Шаг 8: Вычисляется расстояние каждой альтернативы от A^* и A^- соответственно.

Шаг 9: Вычисляется коэффициент близости каждой альтернативы.

Шаг 10: Все альтернативы ранжируются в порядке уменьшения коэффициента близости.

5. Числовой пример: выбор перевозчика для транспортно-логистической компании. Торговая компания (заказчик) проводит тендер на выбор логистического оператора (перевозчика) для доставки товаров по стране на следующий год. Здесь альтернативами (A_i) и критериями выбора (Cr_j) являются соответственно:

A_1 – Перевозчик №1;

A_2 – Перевозчик №2;

A_3 – Перевозчик №3.

Cr_1 – тариф (стоимость перевозки);

Cr_2 – время доставки (скорость);

Cr_3 – финансовая стабильность;

Cr_4 – качество сервиса (сохранность груза, информирование).

На шаге 1 были определены базовые значения переменных β_1 – «важность критерия» и β_2 – «оценка по критерию», задаваемые на множествах $X_1 = [0,1]$ и $X_2 = [0,10]$ соответственно. В качестве базовых значений переменной β_1 были выбраны значения «малая», «средняя», «большая» – $\{\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}\}$; а переменной β_2 – «плохая», «удовлетворительная», «хорошая», «отличная» – $\{\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}, \alpha_{24}\}$.

На шаге 2 была определена семантика (значения треугольных нечетких чисел) базовых значений переменных β_1 и β_2 , приведенная в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Семантика базовых значений переменной β_1

α_{1i}	значение
α_{11} – «малая»	$\tilde{0} = (-0.3, 0, 0.3)$
α_{12} – «средняя»	$\tilde{0.5} = (0.2, 0.5, 0.8)$
α_{13} – «большая»	$\tilde{1} = (0.6, 1.0, 1.4)$

Таблица 2

Семантика базовых значений переменной β_2

α_{2i}	значение
α_{21} – «плохая»	$\tilde{0} = (-1, 0, 1)$
α_{22} – «удовлетворительная»	$\tilde{3} = (0, 3, 6)$
α_{23} – «хорошая»	$\tilde{7} = (5, 7, 9)$
α_{24} – «отличная»	$\tilde{10} = (9, 10, 11)$

Здесь соответствующие параметры крайних базовых значений ($\tilde{0}, \tilde{1}, \tilde{0}, \tilde{10}$) выходят за пределы областей определения $X_1 = [0, 1]$ и $X_2 = [0, 10]$. Это сделано искусственно для того, чтобы в дальнейшем корректно вычислялись параметры произвольных значений β_1 и β_2 .

На шаге 3 была определена матрица $\tilde{D}$ нечетких оценок и вектор весов $\tilde{W}$ критериев $\{Cr_j\}$:

$$\tilde{D} = \begin{matrix} & Cr_1 & Cr_2 & Cr_3 & Cr_4 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} \tilde{8} & \tilde{5} & \tilde{3} & \tilde{4} \\ \tilde{7} & \tilde{7} & \tilde{10} & \tilde{8} \\ \tilde{9} & \tilde{9} & \tilde{3} & \tilde{5} \end{matrix} \right| \end{matrix}, \quad \tilde{W} = [\tilde{0.7}, \tilde{0.8}, \tilde{0.2}, \tilde{1.0}].$$

Вычисляем семантику используемых не базовых значений переменных β_1 и β_2 :

Так для нечеткого числа $\tilde{0.7}$ определяем левый и правый разбросы:

$$l_{0.7}^L = \frac{b_1 - b_{0.7}}{b_1 - b_{0.5}} \times l_{0.5}^L + \left(1 - \frac{b_1 - b_{0.7}}{b_1 - b_{0.5}}\right) \times l_1^L = \frac{1 - 0.7}{1 - 0.5} \times 0.3 + \left(1 - \frac{0.3}{0.5}\right) \times 0.4 = 0.34; \quad l_{0.7}^R = l_{0.7}^L = 0.34.$$

Получаем: $\tilde{0.7} = (0.36, 0.7, 1.04)$.

Аналогично находим параметры для остальных нечетких треугольных чисел: $\tilde{0.8} = (0.44, 0.8, 1.16)$, $\tilde{0.2} = (-0.1, 0.2, 0.5)$, $\tilde{8} = (6.33, 8, 9.66)$, $\tilde{9} = (7.67, 9, 10.33)$, $\tilde{5} = (2.5, 5, 7.5)$, $\tilde{4} = (1.25, 4, 6.25)$.

На шаге 4 матрица $\tilde{D}$ и вектор весов $\tilde{W}$ примут вид:

$$\tilde{D}' = \begin{matrix} & Cr_1 & Cr_2 & Cr_3 & Cr_4 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} (6.33, 8, 9.66) & (2.50, 5, 7.50) & (0.0, 3, 6.0) & (1.25, 4, 6.75) \\ (5.0, 7, 9.00) & (5.0, 7, 9.0) & (9.0, 10, 11) & (6.33, 8, 9.66) \\ (7.67, 9, 10.33) & (7.67, 9, 10.33) & (0.0, 3, 6.0) & (2.5, 5, 7.5) \end{matrix} \right| \end{matrix},$$

$$\tilde{W}' = [(0.32, 0.7, 1.04), (0.44, 0.8, 1.16), (-0.1, 0.2, 0.5), (0.6, 1, 1.4)].$$

Учитывая, что критерии Cr_1 и Cr_2 являются критериями затрат, а критерии Cr_3 и Cr_4 – критериями выгоды, на шаге 5 определяем значения $a_1^- = 5.0$, $a_2^- = 2.5$, $c_3^* = 11$, $c_4^* = 9.66$.

Нормализованная нечеткая матрица решений примет вид:

$$\tilde{R} = \begin{matrix} & Cr_1 & Cr_2 & Cr_3 & Cr_4 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} (0.52, 0.63, 0.79) & (0.33, 0.50, 1.00) & (0.0, 0.27, 0.55) & (0.13, 0.41, 0.70) \\ (0.56, 0.71, 1.00) & (0.28, 0.38, 0.50) & (0.82, 0.91, 1.0) & (0.66, 0.83, 1.0) \\ (0.48, 0.65, 0.65) & (0.24, 0.28, 0.33) & (0.0, 0.27, 0.55) & (0.26, 0.52, 0.78) \end{matrix} \right| \end{matrix}.$$

На шаге 6 определяем взвешенную нормализованную нечеткую матрицу решений:

$$\tilde{V} = \begin{matrix} & Cr_1 & Cr_2 & Cr_3 & Cr_4 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \left| \begin{matrix} (0.16, 0.44, 0.80) & (0.15, 0.40, 1.16) & (0.0, 0.05, 0.28) & (0.08, 0.41, 0.98) \\ (0.18, 0.50, 1.04) & (0.12, 0.29, 0.53) & (-0.08, 0.18, 0.5) & (0.40, 0.83, 1.4) \\ (0.15, 0.39, 0.68) & (0.11, 0.22, 0.38) & (0.0, 0.05, 0.28) & (0.16, 0.52, 1.01) \end{matrix} \right| \end{matrix}.$$

На шаге 7 определяем нечеткое положительно-идеальное решение A^* и нечеткое отрицательно-идеальное решение A^- :

$$A^* = ((0.18, 0.50, 1.04), (0.15, 0.40, 1.16), (-0.08, 0.18, 0.5), (0.40, 0.83, 1.4)),$$

$$A^- = ((0.15, 0.39, 0.68), (0.11, 0.22, 0.38), (0.0, 0.05, 0.28), (0.08, 0.41, 0.98)).$$

На шаге 8 вычисляем расстояние каждой альтернативы от A^* и A^- соответственно. Используя выражение (8), получаем:

$$d_{11}^* = |v_{11} - v_1^*| = \max \left\{ \frac{1}{3}(1.72 - 1.40), |0.32 - 0.28|, |0.54 - 0.36| \right\} = \max \{0.11, 0.04, 0.18\} = 0.18;$$

$$d_{11}^- = |v_{11} - v_1^-| = \max \left\{ \frac{1}{3}(1.22 - 1.40), |0.24 - 0.28|, |0.29 - 0.36| \right\} = \max \{0.06, 0.04, 0.07\} = 0.07;$$

$$d_{12}^* = |v_{12} - v_2^*| = 0.0; d_{12}^- = |v_{12} - v_2^-| = 0.59;$$

$$d_{13}^* = |v_{13} - v_3^*| = 0.21; d_{13}^- = |v_{11} - v_3^-| = 0.0;$$

$$d_{14}^* = |v_{11} - v_4^*| = 0.39; d_{14}^- = |v_{11} - v_1^-| = 0.0;$$

$$d_{21}^* = |v_{21} - v_1^*| = 0.0; d_{21}^- = |v_{21} - v_1^-| = 0.17;$$

$$d_{22}^* = |v_{22} - v_2^*| = 0.52; d_{22}^- = |v_{22} - v_2^-| = 0.08;$$

$$d_{23}^* = |v_{23} - v_3^*| = 0.0; d_{23}^- = |v_{23} - v_3^-| = 0.21;$$

$$d_{24}^* = |v_{24} - v_4^*| = 0.0; d_{24}^- = |v_{24} - v_4^-| = 0.39;$$

$$d_{31}^* = |v_{31} - v_1^*| = 0.25; d_{31}^- = |v_{31} - v_1^-| = 0.0;$$

$$d_{32}^* = |v_{32} - v_2^*| = 0.60; d_{32}^- = |v_{32} - v_2^-| = 0.0;$$

$$d_{33}^* = |v_{33} - v_3^*| = 0.21; d_{33}^- = |v_{33} - v_3^-| = 0.0;$$

$$d_{34}^* = |v_{34} - v_4^*| = 0.31; d_{34}^- = |v_{34} - v_4^-| = 0.08.$$

На шаге 9 вычисляем коэффициент близости каждой альтернативы:

$$d_1^* = \sum_{j=1}^4 d_{1j}^* = 0.78; d_1^- = \sum_{j=1}^4 d_{1j}^- = 0.66; d_2^* = \sum_{j=1}^4 d_{2j}^* = 0.52; d_2^- = \sum_{j=1}^4 d_{2j}^- = 0.85; d_3^* = \sum_{j=1}^4 d_{3j}^* = 1.37; d_3^- = \sum_{j=1}^4 d_{3j}^- = 0.08.$$

Откуда, коэффициент близости каждой альтернативы будет равен:

$$CC_1 = \frac{d_1^-}{d_1^* + d_1^-} = \frac{0.66}{0.78 + 0.66} \approx 0.46;$$

$$CC_2 = \frac{d_2^-}{d_2^* + d_2^-} = \frac{0.85}{0.52 + 0.85} \approx 0.62;$$

$$CC_3 = \frac{d_3^-}{d_3^* + d_3^-} = \frac{0.08}{1.37 + 0.08} \approx 0.056.$$

На шаге 10 согласно коэффициенту близости, порядок ранжирования трех вариантов следующий: $A_2 > A_3 > A_1$. Очевидно, что лучшим выбором является вариант A_2 . Вариант A_2 лучше, чем A_3 , но оба значительно лучше варианта A_1 .

Закключение. Неопределенные и неточные данные характерны для многокритериальных задач, и поэтому теория нечетких множеств является адекватным инструментом для их решения. В данной работе предложен подход использования синтаксически независимых лингвистических переменных в процедуре TOPSIS для решения задачи многокритериального принятия решений в нечеткой среде.

Хотя предложенный в данной статье метод иллюстрируется на примере задачи выбора перевозчика для транспортно-логистической компании, он также может быть применен к таким задачам, как выбор информационных проектов, персонального отбора, выбор наилучшего пути и многим другим областям принятия управленческих решений [21].

Подтверждения. Работа выполнена при поддержке Министерства транспорта Российской Федерации в рамках проекта № 103-00001-26-00 «Разработка и исследование методологии интеллектуального геоинформационного моделирования транспортных процессов в условиях неполноты информации».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Dyer J.S., Fishburn P.C., Steuer R.E., Zionts S., Deb K. Multiple Criteria Decision Making, Multiattribute Utility Theory: Recent Accomplishments and What Lies Ahead // *Management Science*. – 2008. Vol. 54 (7). – P. 1336-1349. DOI: 10.1287/mnsc.1070.0838.
2. Hwang C.L., Yoon K. Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications. – Springer, Berlin Heidelberg, 1981. – DOI: 10.1007/978-3-642-48318-9.
3. Teghem J., Delhaye C., Kunsch P.L. An interactive decision support system (IDSS) for multicriteria decision aid // *Mathematical and Computer Modeling*. – 1989. – Vol. 12 (10-11). – P.1311-1320. DOI: 10.1016/0895-7177(89)90370-1.
4. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision-making in a fuzzy environment // *Management Science*. – 1970. – Vol. 17 (4). – P. 141-164. DOI: 10.1287/mnsc.17.4.B141.
5. Борисов А.Н., Алексеев А.В., Крумберг О.А., Меркурьева Г.В., Попов В.А. Модели принятия решений на основе лингвистической переменной. – Рига: Зинатне, 1982. – 256 с.
6. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I // *Information Sciences*. – 1970. – Vol. 8 (3). – P. 199-249. – DOI: 10.1016/0020-0255(75)90036-5.
7. Herrera F., Herrera-Viedma E., Verdegay J.L. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1996. – Vol. 78. – P. 73-87. – DOI: 10.1016/0165-0114(95)00107-7.
8. Nădăban S., Dzitac S., Dzitac I. Fuzzy TOPSIS: A General View // *Procedia Computer Science*. – 2016. – Vol. 91. – P. 823-831. – DOI: 10.1016/j.procs.2016.07.088.
9. Yang T., Hung C.C. Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. – 2007. – Vol. 23, No. 1. – P. 126-137. – DOI: 10.1016/j.rcim.2005.12.002.
10. Chen C.T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2000. – Vol. 114, No. 1. – P. 1-9. – DOI: 10.1016/S0165-0114(97)00377-1.
11. Kaufmann A., Gupta M.M. Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. – New York: Van Nostrand Reinhold, 1985. – 361 p.
12. Kaufmann A. Introduction to the theory of fuzzy subsets. – New York: Academic Press. – 1975. – 416 p.
13. Zimmermann H.J. Fuzzy Set Theory and its Applications. – Kluwer Academic Publishers. Boston Dordrecht London. – 1991. – 525 p. DOI: 10.1007/978-94-015-7949-0.
14. Buckley J.J. Fuzzy hierarchical analysis // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1985. – Vol. 17 (3). – P. 233-247. – DOI: 10.1016/0165-0114(85)90090-9.
15. Малышев Н.Г., Берштейн Л.С., Боженюк А.В. Нечеткие модели для экспертных систем в САПР. – М.: Энергоатомиздат. – 1991. – 136 с.
16. Zwick R., Carlstein E., Budescu D.V. Measures of similarity among fuzzy concepts: A comparative analysis // *International Journal of Approximate Reasoning*. – 1987. – Vol. 1, No. 2. – P. 221-242. – DOI: 10.1016/0888-613X(87)90015-6.
17. Ebadi M.J., AhmadianHosseini A., Salahshour S., Suleiman M., Ismail F., Shahryari B. A New Distance Measure for Trapezoidal Fuzzy Numbers // *Mathematical Problems in Engineering*. – 2013. – DOI: 10.1155/2013/424186.
18. Liu G., Wang X. A Trapezoidal Fuzzy Number-Based VIKOR Method with Completely Unknown Weight Information // *Symmetry*. – 2023. – Vol. 15, No. 2. – 559. – DOI: 10.3390/sym15020559.
19. Wang Y.G., Yang J.B., Xu D.L., Chin K.S. On the centroids of fuzzy numbers // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2006. – Vol. 157 (7). – P. 919-926. – DOI: 10.1016/j.fss.2005.11.006.
20. Hsu H.M., Chen C.T. Aggregation of fuzzy opinions under group decision making // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1996. – Vol. 79 (13). – P. 279-285. – DOI: 10.1016/0165-0114(95)00185-9.
21. Anbarkhan S.H. A Fuzzy-TOPSIS-Based Approach to Assessing Sustainability in Software Engineering: An Industry 5.0 Perspective // *Sustainability*. – 2023. – Vol. 15 (18). – 13844. – DOI: 10.3390/su151813844.

REFERENCES

1. Dyer J.S., Fishburn P.C., Steuer R.E., Zionts S., Deb K. Multiple Criteria Decision Making, Multiattribute Utility Theory: Recent Accomplishments and What Lies Ahead, *Management Science*, 2008, Vol. 54, No. 7, pp. 1336-1349. DOI: 10.1287/mnsc.1070.0838.
2. Hwang C.L., Yoon K. Multiple Attributes Decision Making Methods and Applications. Springer, Berlin Heidelberg, 1981. DOI: 10.1007/978-3-642-48318-9.

3. Teghem J., Delhaye C., Kunsch P.L. An interactive decision support system (IDSS) for multicriteria decision aid, *Mathematical and Computer Modeling*, 1989, Vol. 12, No. 10-11, pp. 1311-1320. DOI: 10.1016/0895-7177(89)90370-1.
4. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision-making in a fuzzy environment, *Management Science*, 1970, Vol. 17, No. 4, pp. 141-164. DOI: 10.1287/mnsc.17.4.B141.
5. Borisov A.N., Alekseev A.V., Krumberg O.A., Merkuryeva G.V., Popov V.A. Modeli prinyatiya resheniy na osnove lingvisticheskoy peremennoy [Models of decision-making based on a linguistic variable]. Riga: Zinatne, 1982, 256 p.
6. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning–I, *Information Sciences*, 1970, Vol. 8, No. 3, pp. 199-249. DOI: 10.1016/0020-0255(75)90036-5.
7. Herrera F., Herrera-Viedma E., Verdegay J.L. A model of consensus in group decision making under linguistic assessments, *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, Vol. 78, pp. 73-87. DOI: 10.1016/0165-0114(95)00107-7.
8. Nădăban S., Dzitac S., Dzitac I. Fuzzy TOPSIS: A General View, *Procedia Computer Science*, 2016, Vol. 91, pp. 823-831. DOI: 10.1016/j.procs.2016.07.088.
9. Yang T., Hung C.C. Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2007, Vol. 23, No. 1, pp. 126-137. DOI: 10.1016/j.rcim.2005.12.002.
10. Chen C.T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment, *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, Vol. 114, No. 1, pp. 1-9. DOI: 10.1016/S0165-0114(97)00377-1.
11. Kaufmann A., Gupta M.M. Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications. New York: Van Nostrand Reinhold, 1985.
12. Kaufmann A. Introduction to the theory of fuzzy subsets. New York: Academic Press, 1975.
13. Zimmermann H.J. Fuzzy Set Theory and its Applications. Kluwer Academic Publishers, Boston Dordrecht London, 1991. DOI: 10.1007/978-94-015-7949-0.
14. Buckley J.J. Fuzzy hierarchical analysis, *Fuzzy Sets and Systems*, 1985, Vol. 17, No. 3, pp. 233-247. DOI: 10.1016/0165-0114(85)90090-9.
15. Malyshev N.G., Bershtein L.S., Bozhenyuk A.V. Nechetkie modeli dlya expertnykh system v SAPR [Fuzzy models for expert systems in CAD]. Moscow, Energoatomizdat, 1991, 136 p.
16. Zwick R., Carlstein E., Budesu D.V. Measures of similarity among fuzzy concepts: A comparative analysis, *International Journal of Approximate Reasoning*, 1987, Vol. 1, No. 2, pp. 221-242. DOI: 10.1016/0888-613X(87)90015-6.
17. Ebadi M.J., AhmadianHosseini A., Salahshour S., Suleiman M., Ismail F., Shahryari B. A New Distance Measure for Trapezoidal Fuzzy Numbers, *Mathematical Problems in Engineering*, 2013. DOI: 10.1155/2013/424186.
18. Liu G., Wang X. A Trapezoidal Fuzzy Number-Based VIKOR Method with Completely Unknown Weight Information, *Symmetry*, 2023, Vol. 15, No. 2, 559. DOI: 10.3390/sym15020559.
19. Wang Y.G., Yang J.B., Xu D.L., Chin K.S. On the centroids of fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems*, 2006, Vol. 157, No. 7, pp. 919-926. DOI: 10.1016/j.fss.2005.11.006.
20. Hsu H.M., Chen C.T. Aggregation of fuzzy opinions under group decision making, *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, Vol. 79, No. 13, pp. 279-285. DOI: 10.1016/0165-0114(95)00185-9.
21. Anbarkhan S.H. A Fuzzy-TOPSIS-Based Approach to Assessing Sustainability in Software Engineering: An Industry 5.0 Perspective, *Sustainability*, 2023, Vol. 15, No. 18, 13844. DOI: 10.3390/su151813844.

Боженюк Александр Витальевич – Южный федеральный университет; e-mail: avbozhenyuk@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79198799621; кафедра информационно-аналитических систем безопасности имени профессора Берштейна Леонида Самойловича; профессор.

Дубчак Ирина Александровна – Российский университет транспорта; e-mail: iri-dubchak@yandex.ru; тел.: +79166652310; зам. директора.

Косенко Олеся Валентиновна – Южный федеральный университет; e-mail: ovkosenko@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79287740818; кафедра систем автоматического управления; доцент.

Bozhenyuk Alexander Vitalievich – Southern Federal University; e-mail: avbozhenyuk@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79198799621; the Department of Information and Analytical Security Systems named after Professor Bershtein Leonid Samoylovich; professor.

Dubchak Irina Alexandrovna – Russian University of Transport (MIIT); e-mail: iri-dubchak@yandex.ru; Moscow, Russia; phone: +79166652310; deputy director.

Kosenko Olesia Valentinovna – Southern Federal University; e-mail: ovkosenko@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79287740818; the Department of Automatic Control Systems; associate professor.