

Василенко Роман Павлович – Институт проблем морских технологий им. академика М.Д. Агеева Дальневосточного отделения Российской академии наук; e-mail: vrp261200@mail.ru; г. Владивосток, Россия; тел.: +79020644321; м.н.с.

Панчук Максим Олегович – Институт проблем морских технологий им. академика М.Д. Агеева Дальневосточного отделения Российской академии наук; e-mail: my_panchuk@mail.ru; г. Владивосток, Россия; тел.: +79996170369; м.н.с.

Konoplin Aleksandr Yurievich – Academician M.D. Ageev Institute of Marine Technology Problems, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences; e-mail: kayur-prim@mail.ru; Vladivostok, Russia; phone: +79244298396; director; dr. of eng. sc.

Yurmanov Aleksandr Pavlovich – Academician M.D. Ageev Institute of Marine Technology Problems, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences; e-mail: yurmanov_a@mail.ru; Vladivostok, Russia; phone: +79146786060; research scientist.

Rodionov Aleksandr Yurievich – Academician M.D. Ageev Institute of Marine Technology Problems, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences; e-mail: deodar1618@yandex.ru; Vladivostok, Russia; phone: +79243331618; dr. of eng. sc.

Vasilenko Roman Pavlovich – Academician M.D. Ageev Institute of Marine Technology Problems, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences; e-mail: vrp261200@mail.ru; Vladivostok, Russia; phone: +79020644321; junior research scientist.

Panchuk Maksim Olegovich – Academician M.D. Ageev Institute of Marine Technology Problems, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences; e-mail: my_panchuk@mail.ru; Vladivostok, Russia; phone: +79996170369; junior research scientist.

УДК 007.52:629.3.05

DOI 10.18522/2311-3103-2026-2-135-150

В.А. Костюков

МЕТОД ПЛАНИРОВАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ РОБОТОВ В СЛОЖНЫХ КОНФЛИКТНЫХ СРЕДАХ С ПОЛИГОНАЛЬНЫМИ ПРЕПЯТСТВИЯМИ

При разработке алгоритмов планирования путей роботов в режиме реального времени возникает проблема ограничения быстродействия соответствующих классических алгоритмов. В настоящей работе рассматривается метод планирования перемещений робота в двумерной сложной конфликтной среде. В отношении планирования в сложных средах предложен гибридный алгоритм планирования, базирующийся на сочетании и синтезе классического алгоритма клеточной декомпозиции и недавно предложенного алгоритма на базе характеристического графа видимости. Этот алгоритм подразумевает предварительный анализ степени сложности сцены с препятствиями, по результатам которого выбирается один из двух указанных частных алгоритмов. Показывается, что таким образом удастся в значительной степени преодолеть ограничения обоих этих алгоритмов. В компактном виде описан метод уклонения от источников возмущения, основанный на аппарате характеристических вероятностных функций, и показана его взаимосвязь с методами планирования в сложных средах при решении соответствующих задач глобальной оптимизации вероятности успешного прохождения целевой траектории. В рамках развиваемого подхода рассмотрен вопрос о взаимосвязи вероятности успешного прохождения пути в поле источников и соответствующей функции риска. Для решения задач глобального планирования перемещений роботов в сложной конфликтной среде на первом этапе предлагается использовать указанный гибридный алгоритм - для построения семейства начальных кривых в соответствующих допустимых коридорах движения без учета источников. Затем решается семейство задач локальной оптимизации в пределах допустимых коридоров движения с учетом источников. Далее выбирается траектория с максимальным значением вероятности успешного прохождения либо нормированной функции безопасного движения. Приводятся примеры численной реализации предлагаемого метода, подтверждающие его эффективность.

Планирование пути; метод клеточной декомпозиции; характеристический граф видимости; вычислительная сложность алгоритма; задача уклонения от источников; характеристическая вероятностная функция; целевой вероятностный функционал.

V.A. Kostyukov

A METHOD FOR PLANNING ROBOTIC MOVEMENTS IN COMPLEX CONFLICT ENVIRONMENTS WITH POLYGONAL OBSTACLES

When developing algorithms for real-time robot path planning, the problem of performance limitations of the corresponding classical algorithms arises. This paper considers a method for planning robot movements in a two-dimensional complex conflict environment. For planning in complex environments, a hybrid planning algorithm is proposed, based on a combination and synthesis of the classical cellular decomposition algorithm and a recently proposed algorithm based on the characteristic visibility graph. This algorithm involves a preliminary analysis of the complexity of the obstacle scene, based on the results of which one of the two specified particular algorithms is selected. It is shown that this approach can significantly overcome the limitations of both of these algorithms. A disturbance avoidance method based on the apparatus of characteristic probability functions is described in a compact form, and its relationship with planning methods in complex environments is demonstrated when solving corresponding problems of global optimization of the probability of successful completion of a target trajectory. The developed approach examines the relationship between the probability of successful path completion in a source field and the corresponding risk function. To solve global robot motion planning problems in complex conflict environments, the proposed hybrid algorithm is first proposed for constructing a family of initial curves within the appropriate feasible motion corridors, ignoring sources. A family of local optimization problems is then solved within the feasible motion corridors, taking sources into account. Next, the trajectory with the maximum probability of successful completion or the normalized safe motion function is selected.

Path planning; cellular decomposition method; characteristic visibility graph; algorithm computational complexity; source avoidance problem; characteristic probability function; probability objective functional.

Введение. Актуальность исследований в области планирования перемещений роботов обусловлена возрастающими областями применения автономных подвижных платформ и их групп, включая конфликтные среды с препятствиями и источниками возмущений разной природы. Такими источниками могут быть области радиационного или химического заражения, тепловые поля и пр. Расширение сферы применения подвижных объектов требует совершенствования методов планирования движений, предназначенных для указанных сред.

Целесообразно рассматривать две взаимосвязанные проблемы: построение эффективных алгоритмов планирования в средах со сложными препятствиями, и алгоритмов уклонения от источников возмущений в конфликтных средах.

Практически востребованными и одновременно наиболее сложными являются те режимы и миссии функционирования роботов и их групп, которые подразумевают движение в фиксированных коридорах и требуют решения задачи уклонения в них от источников. В этом случае целесообразно спланировать предварительную траекторию движения в этом коридоре с учетом обычных препятствий, после чего произвести уклонение в сторону более безопасной траектории с учетом источников.

При решении задачи планирования движения в сложных средах наиболее распространены методы на базе клеточной декомпозиции [1–3]. Однако алгоритмы оптимального планирования, такие как алгоритм *Deijkstra*, обладают высокой вычислительной сложностью. Эвристические алгоритмы, например, A^* , D^* [2, 3], уменьшают вычислительную сложность, однако, могут приводить к неоптимальным траекториям.

Основной проблемой этих методов является квадратичный по числу полигонов рост сложности, что существенно ограничивает область их практического применения для решения задач планирования в условиях препятствий сложных форм.

В то же время для анализа движения в конфликтных областях также используется, как правило, метод декомпозиции свободной области движения на ячейки, причем вес каждой из них определяется эвристически по параметрам источников.

В работе [4] представлен метод планирования скрытой от наблюдателей траектории в стационарной среде. Предложенный метод вычисляет для каждой ячейки среды ее вес, учитывающий расстояние до объекта, наличие препятствий и риск быть обнаруженным

наблюдателями. Однако, метод [4] базируется на эвристических понятиях риска и скрытности пути, которые не позволяют судить, например, о вероятности достижения целевой точки без обнаружения наблюдателями.

В работе [5] в среде выделяются области с повышенным риском столкновения с препятствиями. Для учета таких областей в функцию стоимости вводится дополнительная компонента, учитывающая вероятность коллизии. Данный прием применяется как для статических областей, так и динамических препятствий. Как и в работе [4], в результате риск столкновения пересчитывается в стоимость движения через ячейку.

В работах [6–8] для оценки риска возникновения коллизии используются функции, базирующиеся на потенциальных полях. В работе [6] с помощью данной функции формируется область коллизии движущегося автомобильного транспорта, имеющая максимум в окрестности расположения препятствия, и быстро убывающая за его пределами. Данная функция используется для запуска алгоритма выполнения таких маневров, как перестроение из полосы в полосу, обгон. В статье [7], как и в [6], движущиеся автомобили определяют область риска коллизий, которая формирует соответствующее потенциальное поле. Каждому автомобилю ставятся в соответствие четыре точечных источника потенциальных полей, что позволяет повысить безопасность выполнения маневров по сравнению с более простыми аппроксимациями формы автомобиля. В работе [8] препятствия также представляются в виде отталкивающих потенциальных полей риска. С учетом этих полей разрабатывается модифицированный алгоритм A^* , который учитывает в эвристических оценках стоимостей ячеек указанные поля.

Основным недостатком общепринятых методов планирования в конфликтных областях является отсутствие корректной, адекватной количественной оценки степени безопасности той или иной траектории, проходящей в области действия источников возмущений. Обычно оптимизируемые функционалы строятся на основе функций риска. Однако связь этих функций с вероятностью успешной реализации движения по соответствующей траектории, как правило, не рассматривается, или рассматривается не в полной мере.

Кроме того, из вышеприведенных примеров видно, что рассматриваемые области действия источников обычно ограничиваются простыми формами (круги, эллипсы, прямоугольники, кардиоиды). Однако встречающиеся на практике источники возмущений могут иметь области действия со сложными границами, например, за счет «мертвых» зон от препятствия, а также эффектов искусственного или естественного гашения или/затенения их поля. Препятствия также могут быть сложными по форме, аппроксимируемыми невыпуклыми полигонами.

В связи со сказанным разработка методов и алгоритмов планирования перемещений подвижных объектов в конфликтных средах с источниками возмущения, имеющими произвольные полигональные области действия, и произвольными полигональными препятствиями, является актуальной.

Метод характеристического графа видимости. В работах [9, 10] дается новый метод к построению траекторий перемещения подвижных объектов в двумерной сложной среде на основе подхода построения свободной области движения и соответствующего графа видимости. Основная проблема, которая решена в этих работах, заключалась в существенном снижении размерности этого графа по сравнению с классическими версиями [11, 12], а также исключении ряда эвристических допущений, касающихся прохождения целевых траекторий внутри кластеров свободной области [13, 14]. Для этого был разработан геометризованный аналитический метод построения кривой минимальной длины в двумерной среде с полигональными препятствиями на классе кусочно-ломаных траекторий.

Этот алгоритм осуществляет итерационное построение специального графа видимости, объединяющего некоторые характерные точки каждого из препятствий. Ребра этого графа строятся на основе локального алгоритма обхода каждого препятствия, находящегося на отрезке прямой видимости, проведенном между текущим положением движущегося объекта и целевой точкой. В результате получается так называемый характе-

ристический граф видимости, который для широкого класса препятствий сложных форм имеет мощность, существенно меньшую, – на один, два и более порядков, – соответствующей мощности классического графа видимости. Этим фактом обуславливается повышенное быстродействие разработанного алгоритма в поиске оптимального пути по сравнению с аналогами для большого класса сцен, содержащих сложные по форме препятствия. Блок-схема соответствующего оптимального алгоритма приведена на рис. 1.



Рис. 1. Обобщенная блок-схема точного алгоритма планирования по методу характеристического графа видимости

Предложенный в работах [9, 10] алгоритм является, в определенном смысле, обобщением известного локального алгоритма планирования, часто используемого на практике при обходе локальных препятствий наземными роботами [15, 16]. Это обобщение становится возможным, однако, только за счет построения указанного характеристического графа видимости и обоснования того факта, что оптимальный путь принадлежит всем возможным путям на этом графе.

Когда препятствия имеют сложную полигональную форму, быстродействие разработанного обобщенного алгоритма может вырасти на 1-2 порядка и более по сравнению с алгоритмами клеточной декомпозиции. С ростом сложности формы полигональных препятствий эта сравнительная эффективность значительно возрастает, поскольку в этом случае резко растет число ячеек свободной области движения n , необходимое для обеспечения аппроксимации свободной области в МКД.

На рис. 2 представлен пример построения множества $\{GTr(A, B)\}$ глобальных путей (показаны красными кривыми) на конечной стадии алгоритма планирования по методу характеристического графа видимости для сцены со сложными полигональными препятствиями разных удлинений. Результирующая кратчайшая кусочно-ломаная выделена зеленым цветом.

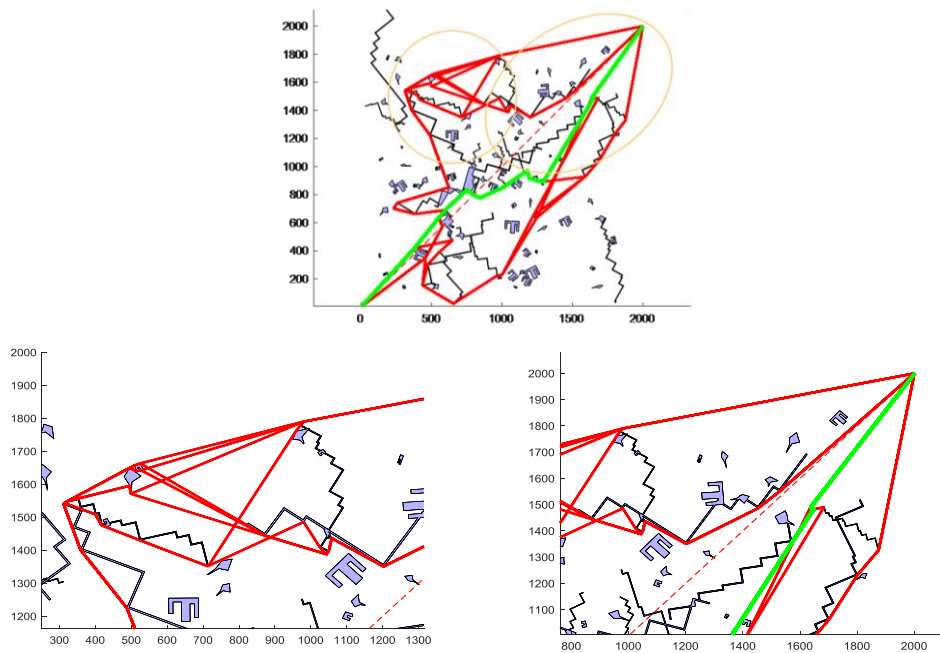


Рис. 2. Пример построения пути с помощью МХГВ

Гибридный алгоритм планирования в 2d-средах. В работе [10] показано, что если при сравнении рассматриваемого алгоритма с алгоритмами клеточной декомпозиции выполнено условие:

$$N2^N \ll n \log(n) + m, \quad (1)$$

тогда рассматриваемый алгоритм обладает неоспоримым относительным преимуществом. Здесь n есть число ячеек свободной области движения, построенных по МКД, m – число всех ребер соответствующего графа, N – число препятствий.

Это условие выполнено всегда для достаточно сложных сцен. Например, для сцены, приведенной на рис. 3,а, левая часть в (1) меньше правой более чем на два порядка.

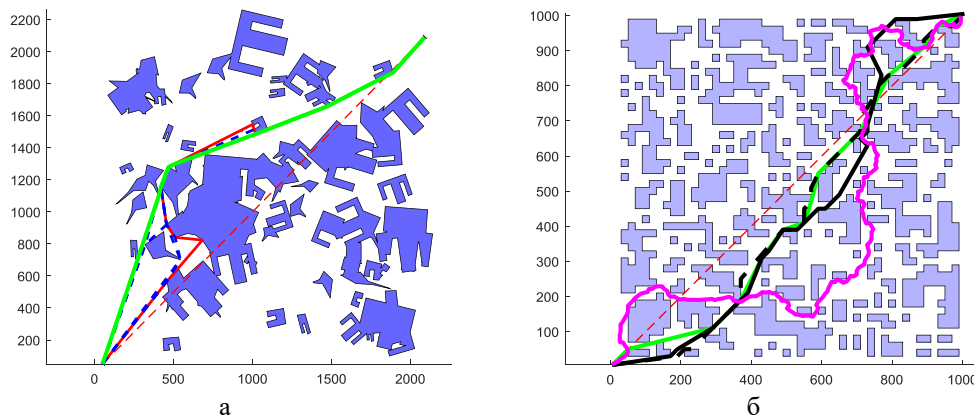


Рис. 3. К пояснению областей применения синтезируемых подходов: а – сложная сцена, требующая для планирования МХГВ; б – сцена с достаточно большим числом гомогенных несложных препятствий, подходящая для МКД

Однако существуют сцены, когда алгоритмы МКД начинают превосходить алгоритм характеристического графа видимости. Для этого сцена должна содержать достаточно большое число относительно простых препятствий. Ярким примером этого являются лабиринты прямоугольного типа, частный случай которых приведен на рис. 2,б. Однако для лабиринта рис. 3,а выполняется приближенное равенство:

$$N2^N \approx n \log(n) + m. \quad (2)$$

По мере масштабирования этого лабиринта при некотором числе препятствий (30-50 шт.), правая часть в (2) начнет значительно превосходить левую.

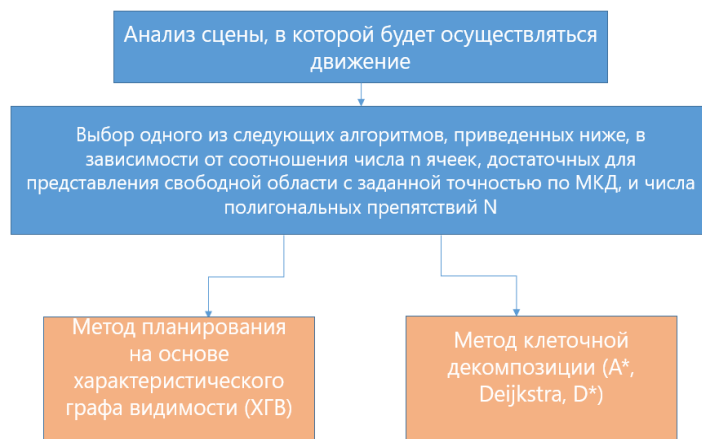


Рис. 4. Общее правило работы гибридного алгоритма планирования в сложных двумерных средах

На основании проведенного анализа разных типов сцен можно сделать вывод: для получения равномерной эффективности планирования в отношении быстродействия алгоритмов для разных типов сцен необходимо переключение между обоими рассмотренными алгоритмами. Таким образом приходим к идее гибридного алгоритма; на первом этапе его работы производится анализ сцены с препятствиями, а далее, путем проверки условий (1), (2) производится выбор одного из алгоритмов – МХГВ или МКД, например, алгоритма Дейкстры, (см. рис. 4) на основании результатов этой проверки.

Необходимо отметить, что такой гибридный алгоритм охватывает практически все встречающиеся на практике типы сцен, которые различаются разными соотношениями между числом препятствий N и необходимым числом ячеек по методу клеточной декомпозиции при условии обеспечения заданной точности представления препятствий.

Метод планирования пути в конфликтных средах. Пусть роботу необходимо двигаться в сложной среде с источниками возмущений. Такими источниками могут быть области радиационного или химического заражения, тепловые поля, источники радиолокационного обнаружения, огневое поражение.

В допустимой/требуемой области движения каким-либо алгоритмом планирования построена предварительная траектория движения робота. Требуется произвести корректировку этой исходной траектории так, чтобы результирующая траектория была безопасна в некотором точном смысле, подлежащем количественной оценке. А именно, поставим в соответствие этой траектории вероятность ее успешного прохождения, когда источники не достигают цели своего воздействия.

На рис. 5 исходная траектория показана пунктиром, а целевая траектория, получаемая после проведения указанной корректировки, есть сплошная зеленая кривая. Для простоты показан один источник с областью действия в виде кругового сектора.

Вначале рассмотрим следующую, вспомогательную, функцию риска:

$$R_{0S}(d, \alpha) = \varepsilon(v) \exp[-(d/d_m)^{2p} - \xi_\alpha |\alpha/\alpha_m|^{2q}], \quad (3)$$

выражающую количественно степень возможных потерь от нахождения объекта в точке M с полярными координатами d, α , где действует по предположению центрально-симметричное поле источника, причем начало системы берется в центре источника; величина $\varepsilon(v)$ есть эффективная частота источника, зависящая от скорости движения v аппарата. В частности, $\varepsilon(v)$ соответствует учету фактора влияния v на вероятность обнаружения подвижного объекта для источников с доплеровскими измерителями. В работе [17], например, предлагается учитывать этот фактор как целую степень скорости V в интегральной формуле введенного в [17] риска.

Параметры p, q, d_m, α_m описывают характер неравномерности функции риска по расстоянию и азимутальному углу. Параметр ξ_α равен 1 при неравномерном азимутальном распределении в функции риска, иначе равен нулю.

Далее введем характеристическую вероятностную функцию (ХВФ) этого источника как экспоненциальную функцию от риска $R_{0S}(d, \alpha)$ в (3):

$$q_{0S}(d, \tau, \alpha) = \exp[\tau \cdot R_{0S}(d, \alpha)], \quad (4)$$

где τ – время нахождения подвижного аппарата в некоторой в окрестности точки $M(d, \alpha)$, причем τ и эта окрестность должны быть настолько малы, чтобы изменениями функции риска $R_{0S}(d, \alpha)$ на этом интервале времени можно было пренебречь. ХВФ дает вероятность успешного прохождения участка траектории, находящегося в указанной малой окрестности, в течение времени τ .

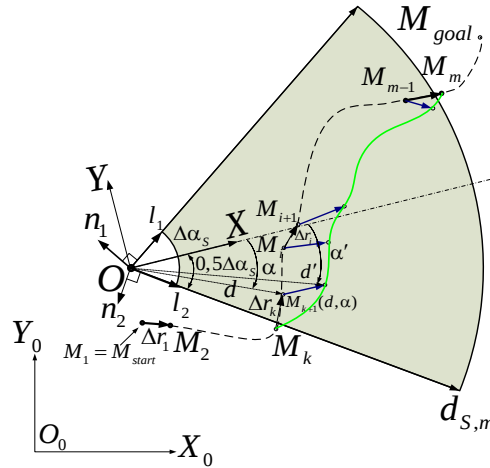


Рис. 5. К постановке задачи об уклонении на примере источника с круговой областью действия

На основании понятия ХВФ можно выразить и вероятность успешного прохождения целиком некоторой траектории Tr в поле действия системы из K источников. В наиболее простом замкнутом виде это делается в классе кусочно-ломаных траекторий [18]:

$$q_S(Tr) = \exp[-\sum_{k=1}^K \varepsilon^{(k)} \cdot I^{(k)}], \quad (5)$$

$$I^{(k)} \cong \frac{\sqrt{\pi} d_m^{(k)}}{2v} \sum_{l=1}^{N-1} \tilde{\eta}_l^{(k)}(A_l, A_{l+1}) \left\{ \exp \left[- \left(\frac{d_l^{(k)} \sin \varphi_l^{(k)}}{d_m^{(k)}} \right)^2 \right] \left[\operatorname{sgn}(\tilde{\rho}_{2,l}^{(k)}) \operatorname{erf}(|\tilde{\rho}_{2,l}^{(k)}|) - \operatorname{sgn}(\tilde{\rho}_{1,l}^{(k)}) \operatorname{erf}(|\tilde{\rho}_{1,l}^{(k)}|) \right] \right\}, \quad (6)$$

$$\tilde{\rho}_{1,l}^{(k)} = \frac{d_l^{(k)} \cos \varphi_l^{(k)}}{d_m^{(k)}}, \tilde{\rho}_{2,l}^{(k)} = \tilde{\rho}_{1,l}^{(k)} + \frac{|A_l A_{l+1}|}{d_m^{(k)}}. \quad (7)$$

Здесь траектория Tr задана совокупностью прямолинейных отрезков $A_l A_{l+1}$, $l=1,2,\dots,N-1$; параметры $\varepsilon^{(k)}$ и $d_m^{(k)}$ – характерные частота и расстояние k -го источника; $d_l^{(k)}(\rho)$ – расстояние от центра k -го источника до точки интегрирования на линейном отрезке A_l, A_{l+1} . Движение аппарата вдоль Tr предполагается с постоянной скоростью V . Функция $\tilde{\eta}_l^{(k)}(A_l, A_{l+1})$ равна единице только в тех случаях, когда одна из точек A_l, A_{l+1} принадлежит области действия k -го источника, в противном случае – равна нулю.

Основным ограничением задачи оптимизации функционала (5) является, как правило, требование нахождения целевой траектории в заданном коридоре движения.

Заметим, что функционал (5) в силу наличия выражений вида $\tilde{\eta}_l^{(k)}$, зависящих от функций принадлежности областей источников, является, вообще говоря, разрывным на границах этих областей. Это обстоятельство усложняет применение эффективных методов численной оптимизации, типа наискорейшего спуска, к решению задачи уклонения.

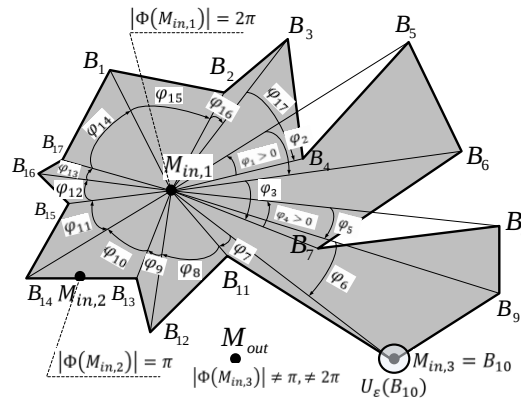


Рис. 6. К нахождению функции принадлежности полигональной области действия источника

С использованием известного метода R-функций Рвачева В.Л. [19], развит обобщенный подход построения аппроксимирующих R-функций для многопозиционных конъюнкции и дизъюнкции как сопровождающих функций, с точностью до так называемого интервала неопределенности [20]:

$$F_{K,n,a}(z) \stackrel{\text{def}}{=} (\bigwedge_{i=1}^n z_i)_R \cong \chi_a \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \chi_a(z_i) - 1 + \varepsilon_K(a, n, 0_\varepsilon, 1_\varepsilon) \right), \quad (8)$$

$$F_{D,n,a}(z) \stackrel{\text{def}}{=} (\bigvee_{i=1}^n z_i)_R \cong \chi_a \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \chi_a(z_i) - \varepsilon_D(a, n, 0_\varepsilon, 1_\varepsilon) \right), \quad (9)$$

где использовано обозначение $(\circ)_R$ для взятия одной из возможных R-функций, относящихся к ветви, индуцируемой данной сопровождающей логической функцией, а функция χ_a есть гладкая аппроксимация функции Хевисайда:

$$\chi_a(t) = \frac{1}{1 + \exp(-2at)}. \quad (10)$$

Величины ε_K и ε_D являются положительными параметрами, удовлетворяющими ограничениям:

$$\begin{aligned} \frac{\ln\left(\frac{1_\varepsilon}{1-1_\varepsilon}\right)}{2a} + 1 - 1_\varepsilon &\leq \varepsilon_K \leq \frac{\ln\left(\frac{0_\varepsilon}{1-0_\varepsilon}\right)}{2a} + \frac{1-0_\varepsilon}{n}, \\ 0_\varepsilon - \frac{\ln\left(\frac{0_\varepsilon}{1-0_\varepsilon}\right)}{2a} &\leq \varepsilon_D \leq \frac{1_\varepsilon}{n} - \frac{\ln\left(\frac{1_\varepsilon}{1-1_\varepsilon}\right)}{2a}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $0_\varepsilon > 0$ – достаточно малое значение функции χ_a , которое можно считать нулем; $1_\varepsilon < 1$ – значение функции χ_a , которое можно считать единицей.

Принадлежность некоторой точки $M(x, y)$ полигональной области действия источника возмущений, рассматриваемого как виртуальный источник, определяется по значению взвешенной суммы углов (см. рис. 6), образованных точкой M и каждой парой соседних вершин границы полигона ($B_{N+1} \equiv B_1$):

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \varphi_i = \sum_{i=1}^N \left\{ \operatorname{sgn}[(x_i - x)(y_{i+1} - y) - (x_{i+1} - x)(y_i - y)] \arccos \left[\frac{(MB_i, MB_{i+1})}{|B_i M| |B_{i+1} M|} \right] \right\}. \quad (12)$$

Если M принадлежит внутренности многоугольника, то $|\Phi| = 2\pi$; если M лежит на одном из ребер, но не принадлежит ни одной из вершин, тогда $|\Phi| = \pi$; случай же совпадения M с одной из вершин требуется проверять отдельно.

Функция принадлежности $\eta_{U_{ohs}}(X)$, фигурирующая в функционале вероятности (5), с точностью до соответствующих ε – окрестностей всех граничных точек полигона может быть представлена с помощью аппроксимирующих сопровождающих функций (8), (9) и определения Φ в (12) в следующем виде:

$$\eta_{poly, 2d}(X) \cong \chi_a \left\{ \frac{1}{3} \left\{ \chi_a \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \chi_a \left(1 - \frac{|MB_i|}{\varepsilon} \right) - \varepsilon_{D1} \right] + \chi_a \left[1 - \left(\frac{\Phi^2 - 4\pi^2}{\varepsilon^2} \right)^2 \right] + \chi_a \left[1 - \left(\frac{\Phi^2 - \pi^2}{\varepsilon^2} \right)^2 \right] \right\} - \varepsilon_{D2} \right\}. \quad (13)$$

В работе [20] введено понятие виртуального источника возмущений, которое прежде всего означает возможность представления самих препятствий в виде некоторой системы источников, каждый из которых описывается некоторой эффективной ХВФ, определяющейся по формуле (4). Такое нововведение можно назвать *униформизацией* понятия источника возмущений.

С использованием предложенного подхода для построения характеристических функций областей действия источников и препятствий и указанной униформизации, в [20] развит дифференциальный метод оптимизации соответствующего вероятностного функционала (18) на множестве траекторий, находящихся в некотором допустимом коридоре относительно исходной кривой:

$$q_s(Tr) \rightarrow \max, \quad (14)$$

при условиях не пересечения препятствий и $\operatorname{dist}(Tr, Tr_0) \leq R_{\max}$, где $\operatorname{dist}(Tr, Tr_0)$ есть расстояние между целевой траекторией Tr и начальной траекторией Tr_0 в некоторой метрике; $R_{\max}$ – заданное положительное число.

Заметим, что при решении целого ряда практических задач уклонения достаточно достигнуть заданного порогового значения $q_s = q_{pr}$.

Получено выражение для нормированного градиента функционала (5) при оценке величин типа $\tilde{\eta}_l^{(k)}$ с помощью (13):

$$\begin{aligned} gr^{(u)} &\equiv \operatorname{grad}_n[q(Tr^{(u)})] = \tilde{gr}^{(u)} / |\tilde{gr}^{(u)}|, \\ \tilde{gr}^{(u)} &= \operatorname{grad}[q(Tr^{(u)})] = -q(Tr^{(u)}) \sum_{k=1}^K [\varepsilon^{(k)} gr I_u^{(k)}], \end{aligned}$$

где компоненты $gr I_u^{(k)} \equiv \operatorname{grad}(I_u^{(k)})$ есть производные $I^{(k)}$ в (6) по переменным типа $\xi_q \in \{x_q, y_q\}$, $1 < q < N$, т.е. по координатам узлов кусочно-ломаной траектории.

Предложен итерационный метод оптимизации, сходный с методом Ньютона-Рафсона и максимизирующий вероятность q в (5) на каждом шаге процедуры градиентного спуска:

$$\lambda_{opt}^{(u)} = \operatorname{argmax}_{\lambda \in [0,1]} \left\{ q \left[Tr^{(u)} + \left(\Delta d_{gr, \min} + \lambda (\Delta d_{gr, \max}^{(u)} - \Delta d_{gr, \min}) \right) gr^{(u)} \right] \right\},$$

где $d_{gr, \min}$ – минимально допустимая длина вектора смещения вдоль градиента в пространстве $\mathbb{R}^{2(N-2)}$ координат всех подвижных узлов. Величина $\Delta d_{gr, \max}^{(u)}$ ограничивается сверху величиной $1/L$, где L – коэффициент Липшица: $\| \operatorname{grad} f(y) - \operatorname{grad} f(x) \|_2 \leq L \|y - x\|_2$.

Итерация в предложенном методе описывается выражением:

$$Tr^{(u+1)} = Tr^{(u)} + \left(\Delta d_{gr,min} + \lambda_{opt}^{(u)} \left(d \Delta_{gr,max}^{(u)} - \Delta d_{gr,min} \right) \right) gr^{(u)}. \quad (15)$$

Показано, что при определенных ограничениях сверху на расстояние между соседними узлами и достаточно малом значении параметра d в аппроксимации функции Хевисайда (10) удастся достигнуть приемлемой скорости сходимости метода градиентного спуска при решении рассматриваемой задачи уклонения (14).

Интерпретация исходного функционала q в качестве индикатора безопасного движения для источников, описываемых накапливающейся во времени физической величиной. Покажем, каким образом можно использовать развитый выше подход на базе характеристических вероятностных функций для решения важной практической задачи – оптимальной, безопасной эвакуации из мест опасных техногенных факторов, в частности, мест с очагами возгорания. Подобная задача рассмотрена в работе [21], где путь оптимальной эвакуации был найден с использованием МКД и сторонней программы анализа тепловых процессов.

Известно, что для оценки степени поражения человека от теплового воздействия очага возгорания используется величина индекса дозы излучения [21]:

$$I = q^{4/3} \Delta t, \quad (16)$$

где q (кВт/м²) – величина теплового потока; Δt (с) – время нахождения в тепловом поле заданной интенсивности. Также известно [22], что предельная пороговая доза теплового облучения, после которой резко увеличивается вероятность летального исхода, определя-

ется величиной $I_{lim} = 450 \text{ с} \cdot \left(\frac{\text{кВт}}{\text{м}^2} \right)^{4/3}$. Поэтому для возможности использования развитого в настоящей статье метода источников при решении задачи эвакуации из зоны с возгораниями указанного вида зададим нормировочные предельные удаление от источника d_n и интервал времени T_n нахождения в поле этого источника на расстоянии d_n , когда человек получает предельную дозу I_{lim} . Пусть источник возгорания S_F имеет интенсивность, соответствующую $\hat{T} = 1\text{с}$, $\hat{d} = 100\text{м}$. Это соответствует случаю, когда человек покоится на расстоянии $\hat{d}$ от центра возгорания в течении времени $\hat{T}$, или движется по дуге окружности на удалении $\hat{d}$ от этого центра в течение того же времени.

Пусть дана область возгорания U_{S_F} со сложным полигональным периметром, и примем, что поле теплового излучения в пределах этой области с достаточной степенью точности аппроксимируется некоторой центрально-симметричной функцией расстояния от центра эквивалентного точечного источника.

Рассмотрим величину $q(d, T; \varepsilon, d_m)$, аналогичную по форме характеристической вероятностной функции источника (4) с центрально-симметричным полем в приближении $\xi_a = 0$, зависящую от текущего положения человека относительно области U_{S_F} действия источника и времени T нахождения его в этом положении или в малой его окрестности (малой, в сравнении с расстоянием до источника):

$$q(d, \varphi, T; \varepsilon, d_m) = \eta_{U_{S_F}}(d, \varphi) \exp\{-\varepsilon T \exp[-(d/d_m)^2]\}. \quad (17)$$

Эта функция имеет в качестве параметров: ε – характерную частоту воздействия и d_m – характерный радиус воздействия (который тем больше, чем больше интенсивность источника на данном фиксированном удалении от центра). Величину $q(d, T; \varepsilon, d_m)$ будем называть *нормированной функцией безопасного движения* для одиночного источника возгорания. В формуле (17) $\eta_{U_{S_F}}(d, \varphi)$ есть характеристическая функция области U_{S_F} , зависящая от радиуса-вектора длины d , проведенного из центра источника в некоторой полярной системе координат до точки, где находится человек, под некоторым азимутальным углом φ ; эта функция определяется формой границы указанной области и находится по формуле (13). Вводя предельно допустимую величину

$$q_{lim} = \exp\{-\varepsilon \hat{T} \exp[-(\hat{d}/d_m)^2]\}, \quad (18)$$

видим следующее. Если выполнено условие а) $d \leq \hat{d}$ и $T \geq \hat{T}$, тогда будет выполнено $q \leq q_{lim}$, и, наоборот, если выполнено противоположное условие, то имеет место неравенство $q > q_{lim}$, означающее, что соответствующее нахождение в течении времени T в состоянии покоя или движения на расстоянии d от источника возгорания относительно безопасно в указанном смысле. Если бы были возможны только эти два варианта, то величина q_{lim} была бы идеальным индикатором получения/неполучения предельной дозы I_{lim} теплового излучения. Однако также возможны случаи промежуточные: ($d \leq \hat{d}$ и $T < \hat{T}$) и ($d > \hat{d}$ и $T \geq \hat{T}$) при которых имеется более сложное взаимодействие факторов удаленности от центра и времени нахождения в поле источника. Поэтому в общем случае только корректная идентификация параметров ε , d_m и a в соответствующем приближении центрально-симметричного источника S_F с заданной областью действия U_{S_F} позволит определить адекватную модель данного возгорания и, прежде всего, корректный учет накопления дозы излучения с учетом предельного порога I_{lim} .

Заметим, что чем больше параметр a в (10), тем более точно χ_a аппроксимирует функцию χ единичного скачка, но, одновременно, тем большие ограничения накладываются на возможность применения дифференциальных методов оптимизации функционала (5), рассмотренных в предыдущем разделе.

Каким образом можно распространить случай одного источника возгорания на случай нескольких? Для этого необходимо потребовать, чтобы все эти K источников давали одно и то же значение q_{lim} :

$$q_{lim} = \exp \left\{ -\varepsilon^{(k)} \hat{T}^{(k)} \exp \left[-(\hat{d}^{(k)} / d_m^{(k)})^2 \right] \right\} = const, \quad \text{для } k = 1, 2, \dots, K. \quad (19)$$

Действительно, параметрам $\hat{d}^{(k)}$ и $\hat{T}^{(k)}$ для каждого k -го источника соответствует, согласно предыдущему, одна и та же предельная доза излучения I_{lim} , а она, в свою очередь, должна однозначно порождать соответствующую нормированную функцию безопасного движения.

Таким образом, в рамках рассматриваемой упрощенной модели источников возгорания, количественные свойства каждого из них определяются функцией типа (17) и величинами $\hat{d}^{(k)}$ и $\hat{T}^{(k)}$, а корректная идентификация полного набора параметров $\varepsilon^{(k)}$, $d_m^{(k)}$, $a^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, K$ для системы из K источников производится с учетом условия (19). После этого становится возможным – с точностью до рассматриваемой упрощенной модели центрально-симметричного источника возгорания и произвольной полигональной областью действия решать задачу оптимизации типа (14). Получившийся указанным образом функционал этой задачи будет рассчитываться по формуле, аналогичной (5), его назовем *целевой функцией безопасного движения*.

Однако для практики часто необходимо рассматривать более общую задачу оптимизации, сводящуюся к решению совокупности задач типа (14) для целого ряда начальных кривых. Действительно, при решении, например, задачи эвакуации, целесообразно спланировать предварительно некоторое множество потенциально допустимых траекторий, которые могли бы быть реализованы без учета возгораний. Ограничением на отбор таких траекторий может выступать критерий длины, коррелирующей с максимальной возможным допустимым временем безопасной эвакуации с учетом вероятного разрастания зоны возгорания и возможностями взрывов горючих веществ. После этого надо произвести локальные оптимизации всех таких кривых по критерию максимума вероятности с учетом действия всех источников возгорания, каждый из которых описывается своей нормированной функцией безопасного движения типа (17).

Численный расчет. Рассмотрим пример моделирования уклонения от центрально-симметричных источников возмущений с областями действия в виде круговых секторов. На рис. 7 представлены четыре сцены с такого типа источниками, исходная, предварительно спланированная кривая показана синим пунктиром, а траектория, полученная после процедуры уклонения – сплошной линией зеленого цвета. Для каждой сцены указаны начальная q_0 и конечная q_{fin} вероятности успешного прохождения, а также число итераций численной процедуры градиентного спуска.

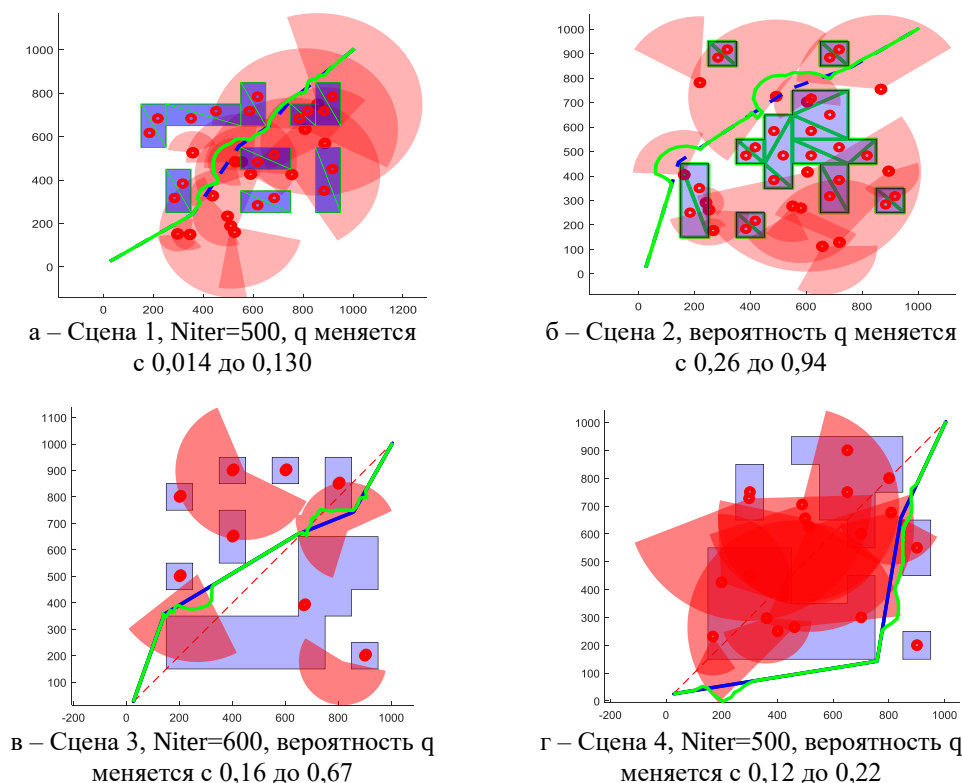


Рис. 7. Результаты моделирования уклонения от системы центрально-симметричных источников с круговыми областями действия

Значение начальной вероятности q_0 определяется параметрами ХВФ источников, их областями действия, а также исходной траекторией. Значение конечной вероятности q_{fin} дополнительно зависит от числа итераций и системы препятствий. Последнее объясняется тем, что в рассматриваемом методе препятствия представляются как виртуальные источники возмущений, поэтому процесс уклонения в окрестностях препятствий существенно зависит от их границ. Для демонстрации идеи униформизации источников для первых двух сцен показано разбиение полигонов препятствий с помощью триангуляции Делоне, при этом каждому полученному треугольнику ставится в соответствие виртуальный источник [20].

На рис. 8 показан пример моделирования поиска безопасного пути эвакуации из зон возгорания.

Рассмотрена среда, включающая несколько стационарных препятствий и источников возгорания. Также присутствует источник химического заражения с областью распространения, которая описывается круговым сектором. Интенсивность этого источника априори неизвестна и при начальной стадии пожара необходимо осуществлять эвакуацию вне детектированной области химического заражения.

Необходимо найти путь эвакуации из указанной зоны в одно из безопасных мест – аварийных выходных коридоров. Ограничением является не превышение временем эвакуации значения, при котором пожар полностью перекрывает пути эвакуации. Задача сводится к нахождению кривой, оптимальной в смысле максимума функции (5), на множестве всех локально оптимизированных кусочно-ломаных. При этом каждая из таких кривых получена на основе одной из исходно заданных траекторий в результате применения оптимизации по (14) с учетом интерпретации функционала q согласно предыдущему разделу. Таким образом, в этом примере для возможности применения разработанного метода оптимизации характеристические вероятностные функции источников (4)

заменяются на нормированные функции безопасного движения согласно (17). Используемый в этом расчете планировщик базируется на методе характеристического графа видимости, рассмотренном в первом разделе выше.

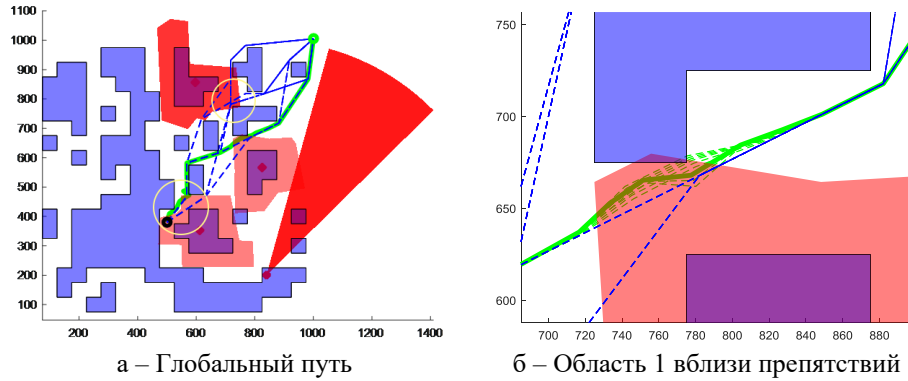


Рис. 8. Нахождение оптимального пути эвакуации из зоны возгорания для первой системы источников

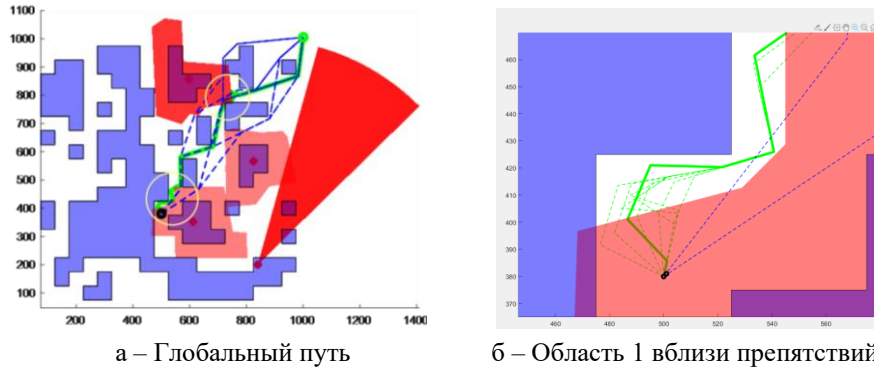


Рис. 9. Нахождение оптимального пути эвакуации из зоны возгорания для второй системы источников

На рис. 8 показан случай, когда имеются три источника возгорания с параметрами: $\varepsilon^{(1)} = 7,5\text{с}^{-1}$, $d_m^{(1)} = 80\text{ м}$, $\varepsilon^{(2)} = 1,825\text{с}^{-1}$, $d_m^{(2)} = 70\text{ м}$, $\varepsilon^{(3)} = 1,01\text{с}^{-1}$, $d_m^{(3)} = 70\text{ м}$. При этом предельная доза теплового излучения I_{lim} достигается в поле действия каждого из источников по отдельности для следующих величин $\hat{T}$ и $\hat{d}$: $\hat{T}^{(1)} = 3\text{ с}$ и $\hat{d}^{(1)} = 120\text{ м}$, $\hat{T}^{(2)} = 10\text{ с}$ и $\hat{d}^{(2)} = 100\text{ м}$, $\hat{T}^{(3)} = 10\text{ с}$ и $\hat{d}^{(3)} = 84\text{ м}$, что соответствует $q_{lim} = 0,0933$. Каждый из источников и препятствий разбивается на систему соответствующих виртуальных источников, с использованием декомпозиции невыпуклых полигонов на выпуклые и триангуляции Делоне. На рис. 8 синим цветом выделены статические препятствия. Красным и розовым цветами выделены области возгорания. Красным конусом обозначена область химического заражения.

Для обеспечения наиболее безопасной эвакуации проложен маршрут, проходящий вблизи второго и третьего источников возгорания и характеризующийся нормированной функцией риска, рассчитываемой по (17) и равной 0,0305. При этом, выполнено неравенство $q \leq q_{lim}$, т.е. оптимальная траектория для системы источников-возгораний, соответствующих случаю рис. 8, не обеспечивает безопасной эвакуации.

На рис. 9 рассмотрен случай, когда интенсивность первого источника уменьшена, $\hat{T}^{(1)} = 8\text{ с}$ и $\hat{d}^{(1)} = 70\text{ м}$. Интервалы времени допустимого нахождения второго и третьего источников снижены до $\hat{T}^{(2)} = \hat{T}^{(3)} = 5\text{ с}$. Параметры источников равны $\varepsilon^{(1)} = 0,6376\text{с}^{-1}$, $\varepsilon^{(2)} = 3,65\text{с}^{-1}$, $\varepsilon^{(3)} = 2,02\text{с}^{-1}$. В этом случае значение $q_{lim} = 0,0933$,

как и в предыдущем случае. При указанных параметрах безопасная траектория существует и проходит в окрестности первого источника, так как теперь выполнено $q = 0,273 > q_{lim} = 0,0933$.

Полученные результаты моделирования позволяют заключить о высокой эффективности разработанного метода решения задач уклонения и построения безопасных траекторий в поле действия источников возмущения.

Преимущества предложенного метода обусловлены, во-первых, учетом накопления соответствующих величин, описывающих воздействие источников разной природы с течением времени на движущийся в их окрестности объект, и, во-вторых, возможностью останова процесса моделирования, как только нужный порог безопасного функционирования q_{pr} будет достигнут. В-третьих, данный метод позволяет работать с источниками и препятствиями, у которых области действия могут иметь достаточно сложные формы.

Заключение. В настоящей статье рассмотрена важная задача планирования движения группы роботов в условиях препятствий и источников возмущений разной природы.

Обоснован новый гибридный алгоритм планирования в сложных средах, базирующийся на сочетании алгоритма клеточной декомпозиции и ранее предложенного алгоритма характеристического графа видимости. Этот алгоритм подразумевает предварительный анализ степени сложности сцены с препятствиями, по результатам которого выбирается один из двух указанных частных алгоритмов, обеспечивающий для данной сцены наибольшую вычислительную эффективность.

Для решения задач локального/глобального планирования перемещений роботов в сложной конфликтной среде на первом этапе может быть использован гибридный алгоритм, рассмотренный в первом разделе, - для построения семейства начальных кривых в соответствующих допустимых коридорах движения в указанной среде *без учета источников*. Далее, на втором этапе, решается семейство задач локальной оптимизации в пределах соответствующих допустимых коридоров движения *с учетом источников*. После чего выбирается траектория с максимальным значением вероятности успешного прохождения либо нормированной функции безопасного движения. В другом случае достаточно выбрать одну из траекторий, на которой уже достигнут заданный порог безопасного функционирования q_{pr} .

Проведено компактное изложение известных результатов по методу ХВФ и соответствующей оптимизации, однако понятие характеристической вероятностной функции здесь введено на основе соответствующей функции риска и показана недостаточность этой последней для введения количественной меры безопасности движения по заданной траектории.

Эффективность развитого подхода подтверждается соответствующими численными расчетами.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-61-00017, <https://rscf.ru/project/25-61-00017/>.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Sleumer N.H., Tschichold-Gurman N. Exact cell decomposition of arrangements used for path planning in robotics // Zurich: Inst. of Theoretical Computer Science. – 1999. – DOI: 10.3929/ethz-a-006653440.
2. Koenig S., Likhachev M., Furcy D. Lifelong planning A* // Artificial Intelligence. – 2004. – Vol. 155, No. 1-2. – P. 93-146. – DOI: 10.1016/j.artint.2003.12.001.
3. Ferguson D., Stentz A. Using interpolation to improve path planning: The field D* algorithm // J. of Field Robotics. – 2006. – Vol. 23, No. 2. – P. 79-101. – DOI: 10.1002/rob.20109.
4. Mohamed S. Marzouqi and Ray A. Jarvis. New visibility-based path-planning approach for covert robotic navigation // Robotica. – 2006. – Vol. 24, No. 6. – P. 759-773. – doi: 10.1017/S0263574706002931.
5. Petereit J., Emter T. and Frey C. W. Safe mobile robot motion planning for waypoint sequences in a dynamic environment // Proc. 2013 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT). Cape Town, South Africa, 2013. –P. 181-186. – doi: 10.1109/ICIT.2013.6505669.

6. Wang S., Li Z., Wang B. and Li M. Collision Avoidance Motion Planning for Connected and Automated Vehicle Platoon Merging and Splitting With a Hybrid Automaton Architecture // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. – Feb. 2024. – Vol. 25, No. 2. – P. 1445-1464. – doi: 10.1109/TITS.2023.3315063.
7. Guangliang Liao, Chunyun Fu, Yinghong Yu, Kexue Lai, Beihao Xia, and Jingkan Xia. Decoupling Objectives for Segmented Path Planning: A Subtask-Oriented Trajectory Planning Approach // IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems. – 2025. – Vol. 26, No. 3. – P. 3960-3975.
8. Zhong W., Zheng S., Huang J., Zhou Z., Wu M. and Yu R. Integrating Global Path Information With Advanced Risk Assessment: An Enhanced Potential Field Method for Intelligent Connected Vehicles Local Path Planning // IEEE Sensors Journal. – June, 2025. – Vol. 25, No. 11. – P. 20309-20322. – doi: 10.1109/JSEN.2025.3553534.
9. Костюков В.А., Медведев М.Ю., Пишихонов В.Х. Алгоритм планирования траекторий в двумерной среде с препятствиями на классе кусочно-ломанных траекторий // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2023. – № 5 (235). – С. 34-48.
10. Kostyukov Vladimir, Medvedev Mikhail, Pshikhov Viacheslav. Global Path Planning Algorithm in a Two-Dimensional Environment with Polygonal Obstacles on the Class of Piecewise Polygonal Trajectories // Unmanned Systems. – 2025. – DOI: 10.1142/S2301385025500438.
11. Han-Pang Huang, Shu-Yun Chung. Dynamic visibility graph for path planning // IEEE-RSJ intern. conf. on intelligent robots and systems: IROS 2004 (Sendai, Japan, Sept. 28 - Oct. 2, 2004): Proc. – N.Y.: IEEE, 2004. – Vol. 3. – P. 2813-2818. – DOI: 10.1109/IROS.2004.1389835.
12. Janet J.A., Luo R.C., Kay M.G. The essential visibility graph: An approach to global motion planning for autonomous mobile robots // IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nagoya, Japan, 1995. – 2. – P. 1958-1963.
13. Zhaoying Li, Zhao Zhang, Hao Liu, Liang Yang. A new path planning method based on concave polygon convex decomposition and artificial bee colony algorithm // International Journal of Advanced Robotic Systems. – 2020. – P. 1-15.
14. Habib M.K., Asama H. Efficient method to generate collision free paths for an autonomous mobile robot based on new free space structuring approach // IEEE/RISJ intern. workshop on intelligent robots and systems: IROS'91 (Osaka, Japan, November 3-5, 1991): Proc. Vol. 2. – N.Y.: IEEE, 1991. – P. 563-567. – DOI: 10.1109/IROS.1991.174534.
15. Yufka A., Parlaktuna O. Performance comparison of the BUG's algorithms for mobile robots // Proc. of International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications, Trabzon, Turkey, 2009. – P. 416-421.
16. Ng J., Braunl T. Performance comparison of bug navigation algorithms // Journal of Intelligent and Robotic Systems. – 2007. – 50 (1). – P. 73-84.
17. Корепанов В.О., Новиков Д.А. Задача о диффузной бомбе // Проблемы управления. – 2011. – Т. 5. – С. 66-73.
18. Костюков В.А., Медведев М.Ю., Пишихонов В.Х. Процедура оптимизации траектории мобильного робота в поле источников-репеллеров // Тр. СПИИРАН. – 2021. – Т. 20 (3). – С. 690-726 (Scopus, Web of Science Core Collection).
19. Рвачёв В.Л. Теория R-функций и её приложения. – Киев: Наукова Думка, 1982. – 552 с.
20. Kostyukov V., Medvedev M., Pshikhov V. A Probabilistic Functional-Based Trajectory Planning Method in an Environment with Obstacles and Hazardous Areas // Unmanned Systems. – 2025. – Vol. 12(3). – P. 1-22. – DOI: <https://doi.org/10.1142/S230138502750049X> (Scopus, WoS, Q1).
21. Chou G. et al. Emergency evacuation paths for tank farm fires based on bi-objective dynamic planning // Rep. – 2025. – 15 8887. – <https://doi.org/10.1038/s41598-025-93567-4>.
22. Fire Protection Association. Fire Safety and Risk Management: for the NEBOSH National Certificate in Fire Safety and Risk Management. – 1st ed. – Routledge, 2014. – <https://doi.org/10.4324/9781315858715>.

REFERENCES

1. Sleumer N.H., Tschichold-Gurman N. Exact cell decomposition of arrangements used for path planning in robotics, Zurich: Inst. of Theoretical Computer Science, 1999. DOI: 10.3929/ethz-a-006653440.
2. Koenig S., Likhachev M., Furcy D. Lifelong planning A*, Artificial Intelligence, 2004, Vol. 155, No. 1-2, pp. 93-146. DOI: 10.1016/j.artint.2003.12.001.
3. Ferguson D., Stentz A. Using interpolation to improve path planning: The field D* algorithm, J. of Field Robotics, 2006, Vol. 23, No. 2, pp. 79-101. DOI: 10.1002/rob.20109.
4. Mohamed S. Marzouqi and Ray A. Jarvis. New visibility-based path-planning approach for covert robotic navigation, Robotica, 2006, Vol. 24, No. 6, pp. 759-773. doi: 10.1017/S0263574706002931.

5. Petereit J., Emter T. and Frey C. W. Safe mobile robot motion planning for waypoint sequences in a dynamic environment, *Proc. 2013 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*. Cape Town, South Africa, 2013, pp. 181-186. doi: 10.1109/ICIT.2013.6505669.
6. Wang S., Li Z., Wang B. and Li M. Collision Avoidance Motion Planning for Connected and Automated Vehicle Platoon Merging and Splitting With a Hybrid Automaton Architecture, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Feb. 2024, Vol. 25, No. 2, pp. 1445-1464. doi: 10.1109/TITS.2023.3315063.
7. Guangliang Liao, Chunyun Fu, Yinghong Yu, Kexue Lai, Beihao Xia, and Jingkang Xia. Decoupling Objectives for Segmented Path Planning: A Subtask-Oriented Trajectory Planning Approach, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2025, Vol. 26, No. 3, pp. 3960-3975.
8. Zhong W., Zheng S., Huang J., Zhou Z., Wu M. and Yu R. Integrating Global Path Information With Advanced Risk Assessment: An Enhanced Potential Field Method for Intelligent Connected Vehicles Local Path Planning, *IEEE Sensors Journal*, June, 2025, Vol. 25, No. 11, pp. 20309-20322. doi: 10.1109/JSEN.2025.3553534.
9. Kostyukov V.A., Medvedev M.Yu., Pshikhov V.Kh. Algoritmi planirovaniya traektoriy v dvumernoy srede s prepyatstviyami na klasse kusochno-lomanykh traektoriy [Algorithm for planning trajectories in a two-dimensional environment with obstacles on the class of piecewise-broken trajectories], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2023, No. 5 (235), pp. 34-48.
10. Kostyukov Vladimir, Medvedev Mikhail, Pshikhov Viacheslav. Global Path Planning Algorithm in a Two-Dimensional Environment with Polygonal Obstacles on the Class of Piecewise Polygonal Trajectories, *Unmanned Systems*, 2025. DOI: 10.1142/S2301385025500438.
11. Han-Pang Huang, Shu-Yun Chung. Dynamic visibility graph for path planning, *IEEE-RSJ intern. conf. on intelligent robots and systems: IROS 2004 (Sendai, Japan, Sept. 28 - Oct. 2, 2004): Proc.* N.Y.: IEEE, 2004, Vol. 3, pp. 2813-2818. DOI: 10.1109/IROS.2004.1389835.
12. Janet J.A., Luo R.C., Kay M.G. The essential visibility graph: An approach to global motion planning for autonomous mobile robots, *IEEE International Conference on Robotics and Automation. Nagoya, Japan, 1995*, 2, pp. 1958-1963.
13. Zhaoying Li, Zhao Zhang, Hao Liu, Liang Yang. A new path planning method based on concave polygon convex decomposition and artificial bee colony algorithm, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2020, pp. 1-15.
14. Habib M.K., Asama H. Efficient method to generate collision free paths for an autonomous mobile robot based on new free space structuring approach, *IEEE/RSJ intern. workshop on intelligent robots and systems: IROS'91 (Osaka, Japan, November 3-5, 1991): Proc.* Vol. 2. N.Y.: IEEE, 1991, pp. 563-567. DOI: 10.1109/IROS.1991.174534.
15. Yufka A., Parlaktuna O. Performance comparison of the BUG's algorithms for mobile robots, *Proc. of International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications, Trabzon, Turkey, 2009*, pp. 416-421.
16. Ng J., Brauml T. Performance comparison of bug navigation algorithms, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2007, 50(1), pp. 73-84.
17. Korepanov V.O., Novikov D.A. Zadacha o diffuznoy bombe [The problem of a diffuse bomb], *Problemy upravleniya* [Problems of Control], 2011, Vol. 5, pp. 66-73.
18. Kostyukov V.A., Medvedev M.Yu., Pshikhov V.Kh. Protsedura optimizatsii traektorii mobil'nogo robota v pole istochnikov-repellerov [Procedure for optimizing the trajectory of a mobile robot in a field of source-repellers], *Tr. SPIIRAN* [Proceedings of SPIIRAS], 2021, Vol. 20(3), pp. 690-726 (Scopus, Web of Science Core Collection).
19. Rvachev V.L. Teoriya R-funktsiy i ee prilozheniya [Theory of R-functions and its applications]. Kiev: Naukova Dumka, 1982, 552 p.
20. Kostyukov V., Medvedev M., Pshikhov V. A Probabilistic Functional-Based Trajectory Planning Method in an Environment with Obstacles and Hazardous Areas, *Unmanned Systems*, 2025, Vol. 12(3), pp. 1-22. DOI: <https://doi.org/10.1142/S230138502750049X> (Scopus, WoS, Q1).
21. Chou G. et al. Emergency evacuation paths for tank farm fires based on bi-objective dynamic planning, *Rep.*, 2025, 15 8887. Available at: <https://doi.org/10.1038/s41598-025-93567-4>.
22. Fire Protection Association. Fire Safety and Risk Management: for the NEBOSH National Certificate in Fire Safety and Risk Management. 1st ed. Routledge, 2014. Available at: <https://doi.org/10.4324/9781315858715>.

Костюков Владимир Александрович – НИИ Робототехники и процессов управления Южного федерального университета; e-mail: wkost-einheit@yandex.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: 88634371694; к.т.н.; с.н.с.

Kostyukov Vladimir Aleksandrovich – Research and Development Institute of Robotics and Control System of Southern Federal University; e-mail: wkost-einheit@yandex.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371694; cand. of eng. sc.; senior researcher.