

15. *Santra Bikash & Ghosh Udit & Mukherjee Dipti*. Graph-based Modelling of Superpixels for Automatic Identification of Empty Shelves in Supermarkets, *Pattern Recognition*, 2022, 127(2): 108627. 10.1016/j.patcog.2022.108627.
16. *Liu Song & Li Wanqing & Davis Stephen & Ritz Christian & Tian Hongda*. Planogram Compliance Checking Based on Detection of Recurring Patterns, *IEEE MultiMedia*, 2016, Vol. 23, pp. 54-63. 10.1109/MMUL.2016.19.
17. *Barkalov S.A., Karpovich M.A., Moiseev S.I.* Metod analiza ierarkhiy: podkhod, osnovanny na teorii latentnykh peremennykh [Hierarchy analysis method: an approach based on latent variable theory], *Vestnik YuUrGU. Seriya: Komp'yuternye tekhnologii, upravlenie, radioelektronika* [Bulletin of SUSU. Series: Computer Technologies, Control, Radio Electronics], 2022, No. 2.
18. *Matai Rajesh & Singh Surya & Mittal M.L.* Traveling Salesman Problem: an Overview of Applications, Formulations, and Solution Approaches, 2010. 10.5772/12909.
19. *Cal Murat & Ekici Ali*. Solving a Modified TSP Problem by a Greedy Heuristic for Cost Minimization, *International Journal of Modeling and Optimization*, 2018, 8, pp. 138-144. 10.7763/IJMO.2018.V8.638.
20. *Nedvigina A.R., Sinetskiy R.M.* Primenenie algoritmov obrabotki izobrazheniy svertochnykh neyronnykh setey v kachestve osnovy dlya razrabotki sistemy podderzhki priyatiya resheniya [Application of image processing algorithms of convolutional neural networks as a basis for developing a decision support system], *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Seriya: Tekhnicheskie nauki* [Bulletin of Higher Educational Institutions. North Caucasus Region. Technical Sciences], 2025, No. 1.
21. *Nedvigina A.R., Sinetskiy R.M.* Svidetel'stvo o gosudarstvennoy registratsii programmy dlya EVM № 2025664496 Rossiyskaya Federatsiya. Kompleksnaya otsenka dostupnosti tovarov s ispol'zovaniem tekhnologii komp'yuternogo zreniya Riteyl-Diagnost. Servernaya chast'. Versiya 1.0 [Certificate of State Registration of a Computer Program No. 2025664496, Russian Federation. Comprehensive Assessment of Product Availability Using Computer Vision Technologies – Retail-Diagnost. Server Side. Version 1.0]; Filed on: 15.05.2025; Registered on: 04.06.2025.

Недвигин Артем Романович – Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, e-mail: artemnedvigin@mail.ru; г. Новочеркасск, Россия; тел: 89185573541; кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники»; аспирант.

Синецкий Роман Михайлович – Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, e-mail: rmsin@srsru.ru; г. Новочеркасск, Россия; тел: 89289601848; кафедра «Программное обеспечение вычислительной техники»; к.т.н.; доцент.

Nedvigina Artem Romanovich – Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI); e-mail: artemnedvigin@mail.ru; Novocherkassk, Russia; phone: +79185573541; the Department of Computer Software; graduate student.

Sinetskiy Roman Mikhailovich – Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI); e-mail: rmsin@srsru.ru; Novocherkassk, Russia; phone: +79289601848; the Department of Computer Software; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 681.327

DOI 10.18522/2311-3103-2026-1-33-42

П.О. Никашина

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕЧЕТКОГО МНОЖЕСТВА СИЛЬНОЙ СВЯЗНОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКОГО НЕЧЕТКОГО ГРАФА

Рассматривается метод определения сильной связности периодического нечеткого графа (PFG), который может быть применен для анализа динамических систем с учетом неопределенности и изменений во времени. Вводится понятие нечеткого множества сильной связности, которое позволяет оценить степень достижимости между вершинами графа за определенное количество тактов времени. Основное внимание уделяется разработке алгоритма для нахождения данного множества, что является важным инструментом для анализа связности в сложных системах. Статья начинается с обзора существующих подходов к анализу связности в нечетких графах, подчеркивая необходимость учета временных и нечетких параметров. Основная часть работы посвящена описанию ключевых понятий и определений, связанных с периодическими не-

четкими графами. Вводятся понятия нечеткого пути, времени и степени достижимости, а также нечеткого множества достижимости. Предлагается алгоритм для нахождения нечеткого множества достижимости, основанный на волновом методе, который позволяет определить степень и время достижимости между вершинами графа. Далее вводится понятие нечеткого множества сильной связности PFG и предлагается алгоритм для его определения. В качестве примера рассматривается конкретный PFG, для которого вычисляется нечеткое множество сильной связности. Предложенный метод может быть полезен для анализа и оптимизации процессов в динамических системах, где модель взаимодействий представлена периодическим нечетким графом. В будущем планируется исследовать вопросы, связанные с нахождением дискретного времени достижимости между вершинами при заданной степени достижимости, что расширит возможности применения данного подхода в различных областях.

Периодический нечеткий граф; множество достижимости; нечеткое множество сильной связности.

P.O. Nikashina

ALGORITHM FOR DETERMINING A STRONGLY CONNECTED FUZZY SET OF A PERIODIC FUZZY GRAPH

The article discusses a method for determining the strong connectivity of a periodic fuzzy graph (PFG), which can be used to make decisions in emergency situations such as evacuation. The concept of a fuzzy set of strong connectivity is introduced. The main attention is paid to the development of a method for finding a fuzzy set of strong connectivity, which makes it possible to determine the degree of reachability between the vertices of a graph in a certain number of time cycles. The paper begins with a review of existing approaches to connectivity analysis in fuzzy graphs, emphasizing the need to consider time and fuzzy parameters. The main part of the paper is devoted to the description of key concepts and definitions related to periodic fuzzy graphs. The concepts of fuzzy path, time and degree of reachability, as well as fuzzy set of reachability are introduced. An algorithm for finding a fuzzy set of reachability based on the wave method is proposed, which allows determining the degree and time of reachability between graph vertices. Next, the concept of fuzzy set of strong connectivity PFG is introduced and an algorithm for its determination is proposed. As an example, a specific PFG is considered for which the fuzzy set of strong connectivity is calculated. The proposed method can be useful for choosing a movement strategy during evacuation, especially in conditions where the territory model is represented by a periodic fuzzy graph. In the future, it is planned to explore issues related to finding a discrete-time reachability between vertices with a given degree of reachability.

Periodic fuzzy graph; reachability set; strongly connected fuzzy set.

Введение. В современном мире, где динамические системы и сложные сети играют ключевую роль в различных областях, таких как транспортные системы, логистика, управление потоками данных и даже социальные сети, возникает необходимость в разработке методов, способных учитывать неопределенность и временные изменения. Одним из таких инструментов являются периодические нечеткие графы (PFG), которые позволяют моделировать системы с изменяющимися во времени параметрами и нечеткими связями между элементами [1, 2].

Периодические нечеткие графы представляют собой мощный математический аппарат для анализа и оптимизации процессов, где важно учитывать не только структуру связей, но и их динамику. В таких графах вершины могут представлять различные объекты (например, узлы транспортной сети, точки сбора данных или элементы инфраструктуры), а ребра – связи между ними, которые могут изменяться во времени и иметь различную степень "силы" или "надежности". Это делает PFG особенно полезными для задач, где требуется учитывать не только текущее состояние системы, но и ее эволюцию во времени.

В данной статье рассматривается метод определения сильной связности периодического нечеткого графа, который может быть применен для анализа и оптимизации различных процессов, связанных с перемещением или передачей данных в динамических системах. Основное внимание уделяется разработке алгоритма, позволяющего определить степень достижимости между вершинами графа за определенное количество тактов

времени. Этот метод может быть полезен для решения задач, где требуется оценить, насколько эффективно можно перемещаться между различными точками системы в условиях неопределенности и изменяющихся условий.

Предложенный подход может быть применен в различных областях, таких как:

- ◆ Транспортные системы. Оптимизация маршрутов в условиях изменяющейся загрузки дорог или других факторов, влияющих на пропускную способность. В работе [3] представлены различные методы и инструменты для поддержки эффективного планирования, однако отсутствует общая модель, которая могла бы учитывать все необходимые параметры.

- ◆ Логистика. Планирование перемещения грузов в условиях неопределенности, например, при изменении доступности транспортных узлов или маршрутов. В [4] рассмотрены этапы планирования, но отсутствует метод оценки общей информации о ситуации, что затрудняет принятие решений.

- ◆ Управление потоками данных. Анализ и оптимизация передачи информации в сетях, где связи между узлами могут изменяться во времени. Исследования, проведенные в [5], определили ключевые задачи для разработки планов, включая определение прогнозируемых параметров и сценариев, а также оптимизацию стратегий.

- ◆ Социальные сети. Изучение динамики взаимодействия между пользователями, где связи могут быть нечеткими и изменяться в зависимости от времени. В [6] представлена программа моделирования, которая может быть адаптирована для анализа таких систем.

В статье вводится понятие нечеткого множества сильной связности, которое позволяет определить, насколько устойчивы связи между элементами системы в условиях неопределенности и временных изменений. Предложенный алгоритм, основанный на волновом методе, позволяет эффективно вычислять степень достижимости между вершинами графа, что делает его полезным инструментом для анализа и оптимизации сложных динамических систем.

Таким образом, данный метод может быть использован не только для решения задач, связанных с чрезвычайными ситуациями, как например, в некоторых работах можно увидеть предложенные методы и инструменты для моделирования эвакуации, которые можно разделить на два типа: модели, ориентированные на конкретные бедствия [7, 8], и модели поддержки эвакуации [9–11]. Но и для широкого спектра приложений, где требуется учитывать неопределенность и динамику изменений в системах. В будущем планируется исследовать вопросы, связанные с нахождением дискретного времени достижимости между вершинами при заданной степени достижимости, что позволит еще более точно моделировать и оптимизировать процессы в динамических системах.

1. Основные понятия и определения периодического нечеткого графа. Приведем некоторые понятия и определения периодического нечеткого графа (PFG): нечеткий путь, время и степень достижимости, нечеткое множество достижимости [12, 13].

Периодическим нечетким графом называется нечеткий темпоральный граф $\tilde{G} = (V, \tilde{U}_t, T)$, где V – множество вершин графа с числом вершин n ; $T = \{1, 2, \dots, N\}$ – множество натуральных чисел, определяющих дискретное время (horizon); $\tilde{U}_t = \{ \langle \mu_t(x_i, x_j) / (x_i, x_j) \rangle \}$ – нечеткое множество ребер, где $x_i, x_j \in V$, $\mu_t(x_i, x_j) \in [0, 1]$ – значение функции принадлежности μ_t для ребра (x_i, x_j) в момент времени $t \in T$, у которого дискретное время обладает свойством цикличности.

Иными словами, в PFG после момента времени N опять наступает момент «1».

Переход от одного момента времени (t) в следующий момент ($t+1$) назовем *одним тактом*.

Вершина x_j называется *нечетко смежной* вершине x_i если справедливо $(\exists t \in T) \mu_t(x_i, x_j) > 0$.

Нечетким путем $\tilde{L}(x_i, x_j)$ PFG \tilde{G} называется последовательность нечетких дуг, ведущих из вершины x_i в вершину x_j , в которой конечная вершина всякой дуги (кроме последней), является начальной вершиной следующей дуги: $\tilde{L}(x_i, x_j) = \langle \mu_{t_1}(x_i, x_1) /$

$(x_i, x_1) \rangle, \dots, \langle \mu_{t_j}(x_{j-1}, x_j)/(x_{j-1}, x_j) \rangle$, для которой выполняются условия $\mu_{t_1}(x_i, x_1) > 0$, $\mu_{t_2}(x_2, x_3) > 0, \dots, \mu_{t_k}(x_{k-1}, x_k) > 0$. Причем, эта последовательность не зависит от моментов времени $t_1, t_2, \dots, t_k \in T$.

Вершину x_j является *нечетко достижимой* из вершины x_i в PFG \tilde{G} если существует ориентированный нечеткий путь $\tilde{L}(x_i, x_j)$.

Время достижимости $\tau(x_i, x_j)$ есть число тактов, которое необходимо затратить, чтобы из вершины x_i достичь вершину x_j по пути $\tilde{L}(x_i, x_j)$.

Степень достижимости $\mu_L(x_i, x_j)$ из вершины x_i в вершину x_j по пути $\tilde{L}(x_i, x_j)$ есть наименьшее значение функции принадлежности дуги, входящей в этот путь:

$$\mu_L(x_i, x_j) = \mu_{t_1}(x_i, x_1) \& \mu_{t_2}(x_1, x_2) \& \dots \& \mu_{t_j}(x_{j-1}, x_j).$$

Пусть μ_τ – наибольшая степень достижимости вершины x_f из вершины x_s за число тактов τ .

Нечеткое множество достижимости есть множество:

$$\tilde{\tau}(x_s, x_f) = \{ \langle \mu_\tau, \tau \rangle, \mu_\tau \in [0, 1], \tau \in 1, 2, \dots, N \times (n - 1) \}.$$

Для нахождения нечеткого множества достижимости предлагается использовать алгоритм, основанный на идее волнового алгоритма, предназначенного для нахождения кратчайших путей в четких графах:

1°. Вершине x_s присваиваем нечеткое множество времени достижимости в виде пары $\tilde{\tau}_s = \{ \langle 1, (0, 0) \rangle \}$. Здесь 1 – степень достижимости самой вершины x_s в циклическое время (0,0). Всем остальным вершинам присваиваем $\tilde{\tau}_j = \{ \langle 0, (N \times (n - 1), N) \rangle \}$.

2°. Каждой вершине x_i смежной с вершиной x_s по степеням $\mu_1(x_s, x_i), \mu_2(x_s, x_i), \dots, \mu_N(x_s, x_i)$ присваиваем нечеткое множество времени достижимости $\{ \langle \mu_{i1}, (0, 1) \rangle, \langle \mu_{i2}, (0, 2) \rangle, \dots, \langle \mu_{iN}, (0, N) \rangle \}$. Здесь $(\forall j = \overline{1, N}) [\mu_{ij} = \mu_j(x_s, x_i)]$. Полученное множество дописываем в $\tilde{\tau}_i$.

3°. Вершине x_{i+1} смежной с вершиной x_i по степеням $\mu_1(x_i, x_{i+1}), \mu_2(x_i, x_{i+1}), \dots, \mu_N(x_i, x_{i+1})$ вычисляем нечеткое множество времени достижимости

$$\{ \langle \mu_{i1} \& \mu_2(x_i, x_{i+1}), (0, 2) \rangle, \langle \mu_{i2} \& \mu_3(x_i, x_{i+1}), (0, 3) \rangle, \dots, \langle \mu_{iN-1} \& \mu_N(x_i, x_{i+1}), (0, N) \rangle, \langle \mu_{i1} \& \mu_1(x_i, x_{i+1}), (1, 1) \rangle, \dots, \langle \mu_{iN} \& \mu_N(x_i, x_{i+1}), (1, N) \rangle \}.$$

Полученное множество также дописываем в $\tilde{\tau}_{i+1}$.

Внутри вычисленных множеств $\tilde{\tau}_i$ уберем те пары $\langle \text{степень}, \text{время} \rangle$, у которых время «не меньше», а степень «не больше» чем у некоторой оставшейся во множестве пары. Для этого воспользуемся правилом поглощения:

$$\mu_1 \geq \mu_2 \& t_1 \leq t_2 \rightarrow \langle \mu_1, t_1 \rangle \& \langle \mu_2, t_2 \rangle = \langle \mu_1, t_1 \rangle. \quad (1)$$

Например:

$$\langle 0.4, (0, 4) \rangle \& \langle 0.6, (0, 2) \rangle = \langle 0.6, (0, 2) \rangle;$$

$$\langle 0.8, (1, 3) \rangle \& \langle 0.8, (3, 3) \rangle = \langle 0.8, (1, 3) \rangle.$$

4°. Вычисленное нечеткое множество $\tilde{\tau}_f$ определит время и степень достижимости вершины x_f из вершины x_s . Согласно выражению (1) определяем $\tilde{\tau}(x_s, x_f)$.

Пример 4. Рассмотрим пример нахождения достижимости вершины x_5 из вершины x_1 в PFG \tilde{G} , приведенном на рис. 1.

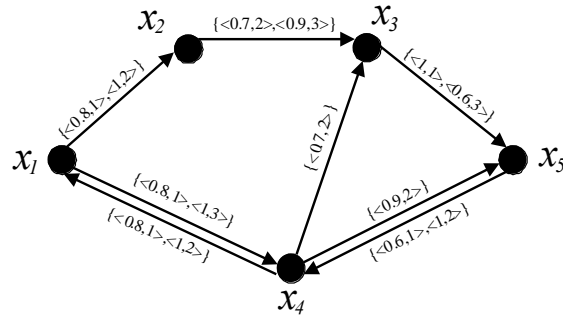


Рис. 1. Пример нечеткого периодического графа

Согласно алгоритму:

- ♦ вершине x_1 присваиваем $\tilde{\tau}_1 = \{ \langle 1, (0,0) \rangle \}$, остальным вершинам присваиваем $\tilde{\tau}_i = \{ \langle 0, (12,3) \rangle \}$, $i = \overline{2,5}$. Здесь $N \times (n - 1) = 3 \times (5 - 1) = 12$;

- ♦ вершинам x_2 и x_4 после поглощения пары $\langle 0, (12,3) \rangle$ приписываются множества $\tilde{\tau}_2 = \{ \langle 0.8, (0,1) \rangle, \langle 1, (0,2) \rangle \}$ и $\tilde{\tau}_4 = \{ \langle 0.8, (0,1) \rangle, \langle 1, (0,2) \rangle \}$;

- ♦ вершине x_3 присваивается $\tilde{\tau}_3 = \{ \langle 0.7, (0,2) \rangle, \langle 0.8, (0,3) \rangle, \langle 0.9, (0,3) \rangle \}$. После поглощения, согласно правилу (2), остается $\tilde{\tau}_3 = \{ \langle 0.7, (0,2) \rangle, \langle 0.9, (0,3) \rangle \}$.

- ♦ вершине x_5 присваивается $\tilde{\tau}_5 = \{ \langle 0.6, (0,3) \rangle, \langle 0.7, (1,2) \rangle, \langle 0.9, (1,3) \rangle, \langle 0.8, (0,2) \rangle, \langle 0.9, (1,2) \rangle \}$. После поглощения, согласно правилу (2), остается $\tilde{\tau}_5 = \{ \langle 0.8, (0,2) \rangle, \langle 0.9, (1,2) \rangle \}$.

Таким образом, нечеткое множество достижимости равно $\tilde{\tau}(x_1, x_5) = \{ \langle 0.8, 2 \rangle, \langle 0.9, 5 \rangle \}$. Иначе говоря, вершина x_5 достижима из вершины x_1 за наименьшее количество тактов 2 со степенью 0.8 и достижима с наибольшей степенью 0.9 за число тактов 5.

Таким образом были исследованы основные принципы периодических нечётких графов: их формальное описание, построение и свойства. Разобраны структурные элементы – вершины, рёбра с нечёткими весами и временные циклы, необходимые для работы с динамическими системами.

Введены понятия нечёткого пути и метрик достижимости, включая степень достижимости вершин и время перехода. Ключевым инструментом выступает нечёткое множество достижимости, определяющее эффективность перемещений в графе за фиксированное число шагов.

Предложенный алгоритм нахождения множества достижимости основан на волновом методе, который позволяет определить минимальное время и степень достижимости для каждой вершины. Этот метод может быть использован в различных задачах, связанных с эвакуацией, транспортными потоками, анализом сетевых структур и принятием решений в условиях неопределенности.

Связь с другими концепциями показывает, что PFG является логическим продолжением и развитием классических теорий темпоральных и нечетких графов. В отличие от статических моделей, PFG учитывает временную эволюцию и неопределенность, что делает его мощным инструментом для моделирования сложных систем.

2. Нечеткое множество сильной связности PFG

Определение 1. PFG \tilde{G} назовем *нечетко сильно связным*, если между любыми двумя вершинами графа существует путь со степенью достижимости $\neq 0$ за некоторое число тактов $t \in [1, \dots, N \times (n - 1)]$. В противном случае PFG \tilde{G} не обладает сильной связностью.

Произвольный PFG \tilde{G} может быть не сильно связным, а также быть сильно связным с разной степенью за различное число t . В связи в этом для анализа PFG \tilde{G} возникают следующие задачи:

1. Определить, является ли PFG \tilde{G} сильно связным.
2. Если да, то:
 - 2.1. Определить степень сильной связности и соответствующее время достижимости;

2.2. Определить наибольшую степень сильной связности за наименьшее возможное для этого время достижимости.

Пусть $\mu_t(x_i, x_j)$ – наибольшая степень достижимости вершины x_j из вершины x_i за число тактов $\tau \leq t$.

Обозначим через $\mu_G(t) = \min_{\forall x_i, x_j \in V} \{\mu_t(x_i, x_j)\}$ степень сильной связности PFG \tilde{G} за время t .

Определение 2. Нечетким множеством сильной связности PFG \tilde{G} назовем множество

$$S(\tilde{G}) = \{ \langle \mu_G(t)/t \rangle \mid t \in [1, N \times (n - 1)] \}.$$

Справедливо следующее свойство:

- $t_1 < t_2 \rightarrow \mu_G(t_1) \leq \mu_G(t_2)$.

Нечеткое множество сильной связности позволяет решить указанные выше задачи:

- ◆ Если $S(\tilde{G}) = \emptyset$, то PFG \tilde{G} не является нечетко сильно связным;
- ◆ Если $S(\tilde{G}) \neq \emptyset$, то:

а) наименьшее значение t_{min} в $S(\tilde{G})$ определит наименьшее время, при котором PFG \tilde{G} обладает сильной связностью со степенью $\mu_G(t_{min})$, то есть для числа тактов $\tau < t_{min}$ в графе существует хотя бы одна пара вершин, между которыми нет нечеткого пути.

б) величина $\mu^0 = \max_t \{\mu_G(t)\}$ определит наибольшую степень сильной связности, а величина $t^0 = \min_t \{t \mid \mu_G(t) = \mu^0\}$ определит наименьшее время достижимости, при котором PFG \tilde{G} обладает этой наибольшей степенью сильной связности μ^0 .

Для определения нечеткого множества сильной связности предлагается следующий алгоритм:

1⁰. $t := 1$.

2⁰. Определяем значение $\mu_t = \min_{\forall x_i, x_j \in V} \{r_{ij}\}$, $i, j \in \overline{1, n}$. Здесь r_{ij} – элементы матрицы нечеткой достижимости $R = ||r_{ij}||$.

3⁰. Если $\mu_t \neq 0$, или $t \neq 1 \& \mu_t \neq \mu_{t-1}$ то пара $\langle \mu_t/t \rangle$ включается в $S(\tilde{G})$.

4⁰. $t := t + 1$.

5⁰. Если $t \leq N \times (n - 1)$ или $\mu_k^0 = 1$ то 2⁰, иначе 6⁰.

6⁰. Конец.

Таким образом было введено и формализовано понятие нечеткого множества сильной связности для периодического нечеткого графа (PFG). Рассмотрены ключевые характеристики сильной связности в условиях нечеткости и периодичности временных изменений, что позволяет анализировать устойчивость структуры графа и его применимость в задачах эвакуации, транспортных систем и сетевого анализа.

Было показано, что нечеткая сильная связность определяется не только наличием путей между вершинами, но и степенью достижимости за определенное число тактов. Введено определение степени сильной связности и разработан алгоритм вычисления нечеткого множества сильной связности, который позволяет:

- ◆ определить, является ли PFG сильно связным;
- ◆ найти минимальное время и соответствующую степень связности;
- ◆ выявить наибольшую степень сильной связности за наименьшее возможное время.

Рассмотренный алгоритм, основанный на анализе матрицы нечеткой достижимости, позволяет эффективно решать задачи оценки связности графа и поиска оптимальных стратегий перемещения в динамических системах.

Результаты примера демонстрируют, что степень сильной связности PFG может изменяться в зависимости от числа тактов, а ее максимальное значение достигается не всегда за минимальное время. Это подтверждает, что учет временного аспекта играет важную роль при анализе структуры графа.

3. Практическое применение алгоритма. Рассмотрим первый пример определения нечеткого множества сильной связности для PFG, представленного на рис. 1.

Элементы матрицы $R = ||r_{ij}||$ степеней достижимости $\tilde{r}(x_i, x_j)$, $i, j = \overline{1, 5}$ между вершинами графа приведены в табл. 1:

Таблица 1

Степени достижимости $\tilde{\tau}$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	<1,0>	<0.8,1>, <1,2>	<0.7,2>, <0.9,3>	<0.8,1>, <1,3>	<0.8,2>, <0.9,5>
x_2	<0.8,7>, <0.9,8>	<1,0>	<0.7,2>, <0.9,3>	<0.9,5>	<0.6,3>, <0.9,4>
x_3	<0.8,4>, <1,5>	<0.8,5>, <1,6>	<1,0>	<1,2>	<1,1>
x_4	<1,2>	<0.8,2>, <1,5>	<0.7,2>, <0.8,3>, <0.9,6>	<1,0>	<0.9,2>
x_5	<0.6,2>, <0.8,4>, <1,5>	<0.6,4>, <0.8,7>, <1,8>	<0.6,3>, <0.7,5>, <0.9,9>	<0.6,1>, <1,2>	<1,0>

Согласно алгоритма для $t=1,2,\dots,6$ определяем величины: $\mu_t = 0$; $\mu_7 = 0.7$, $\mu_8 = 0.7$, $\mu_9 = \mu_{10} = \dots = 0.9$. Откуда получаем, что:

$$S(\tilde{G}) = \{< 0.7/7 >, < 0.9/9 >\}.$$

Таким образом, PFG \tilde{G} имеет степень сильной связности 0.7 за наименьшее число тактов 7 и наибольшую степень связности 0.9 за число тактов 9.

Заключение. В данной статье представлена разработка метода определения сильной связности для периодического нечеткого графа (PFG), который может быть применен для анализа динамических систем с учетом неопределенности и изменений во времени. Рассмотрены основные понятия, связанные с периодическими нечеткими графами, такие как нечеткий путь, степень достижимости и методы их вычисления, а также предложен алгоритм нахождения нечеткого множества сильной связности, который является основой предложенной методики.

В работе изложен теоретический аппарат для анализа периодических нечетких графов, включая формализацию ключевых определений, таких как нечеткий путь, время достижимости и нечеткое множество достижимости. Эти понятия играют важную роль в создании математических моделей, способных учитывать изменения в графах с течением времени и неопределенность данных. Одним из ключевых аспектов исследования стало введение понятия нечеткого множества сильной связности для периодического нечеткого графа, что расширяет возможности анализа связности в динамических и нечетких условиях.

Предложенный алгоритм для нахождения нечеткого множества сильной связности основан на методах волнового поиска, адаптированных для работы с нечеткими величинами и цикличностью во времени. Алгоритм детально описан и проиллюстрирован на примере, что позволяет наглядно продемонстрировать процесс вычисления степени сильной связности и ее зависимость от времени.

Метод нахождения нечеткого множества сильной связности обладает широким потенциалом для применения в различных областях. Он может быть использован для анализа и оптимизации сетевых структур, моделирования транспортных потоков в условиях неопределенности, анализа устойчивости инфраструктур, а также для решения задач, связанных с динамическими системами, где требуется учитывать временные изменения и нечеткость данных. Например, предложенный подход может быть полезен в логистике для планирования маршрутов, в телекоммуникациях для анализа устойчивости сетей, в энергетике для управления распределенными системами, а также в социальных и экономических исследованиях для моделирования взаимодействий в сложных системах.

В дальнейшем планируется исследовать вопросы, связанные с оптимизацией алгоритма и его применением для решения задач, требующих учета дискретного времени достижимости при заданной степени связности. Это позволит расширить область применения метода и повысить его эффективность в практических задачах.

Подтверждения. Работа выполнена при поддержке Министерства транспорта Российской Федерации в рамках проекта № 103-00001-26-00 «Разработка и исследование методологии интеллектуального геоинформационного моделирования транспортных процессов в условиях неполноты информации».

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Никашина П.О.* Определение максимального потока в нечетком периодическом графе // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2024. – № 4 (240). – С. 31-40.
2. *Никашина П.О., Боженьюк А.В.* Оптимизация транспортного потока на основе периодических нечетких графов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2023. – № 4 (234). – С. 97-108.
3. *Shaw D., Albores P., Anson S., Kailiponi P., Nagarajan M., Tissington P., and Hart T.* Evacuation Responsiveness by Government Organisations (ERGO) // Evacuation Preparedness Assessment Workbook. Technical report. Aston CRISIS Center, 2011.
4. *Lumbroso D., and Vinet F.* Tools to Improve the Production of Emergency Plans for Floods: Are They Being Used by the People that Need Them? // Journal of Contingencies and Crisis Management. – 2012. – Vol. 20. – P. 149-165.
5. *Hissel M., François H., and Xiao J.J.* Support for Preventive Mass Evacuation Planning in Urban Areas // IET Conference Publications. – 2011. – 582. – P. 159-165.
6. *Chiu Y., and Liu H.X.* Emergency Evacuation, Dynamique Transportation Model, Spring Street, NY 10013, USA: Springer Science Buisness Media, LLC, 2008.
7. *Bayram V.* Optimization models for large scale network evacuation planning and management: A literature review // Surveys in Operations Research and Management Science. – 2016. – Vol. 21 (2). – P. 63-84.
8. *Gao Z., Qu Y., Li X., Long J., and Huang H.-J.* Simulating the dynamic escape process in large public places // Operations Research. – 2014. – Vol. 62 (6). – P. 1344-1357.
9. *Lazo J.K., Waldman D.M., Morrow B.H., and Thacher J.A.* Household evacuation decision making and the benefits of improved hurricane forecasting: Developing a framework for assessment // Weather and Forecasting. – 2010. – Vol. 25 (1). – P. 207-219.
10. *Simonovic S.P., and Ahmad S.* Computer-based model for flood evacuation emergency planning // Natural hazards. – 2005. – Vol. 34 (1). – P. 25-51.
11. *Dash N., and Gladwin H.* Evacuation decision making and behavioral responses: Individual and household // Natural Hazards Review. – 2007. – Vol. 8 (3). – P. 69-77.
12. *Bozhenyuk A., Gorbachev S., and Knyazeva M.* Finding Fuzzy Sets of Bases and Antibases of Periodic Fuzzy Graph // Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS). – 2024. – Vol. 1089 (2). – P. 767-774.
13. *Bozhenyuk A., Knyazeva M., Kosenko O., and Rozenberg I.* Strong Connectivity Definition of Periodic Fuzzy Graph // Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS). – 2023. – Vol. 758. – P. 168-174.
14. *Lessan J., and Kim A.M.* Planning evacuation orders under evacuee compliance uncertainty // Safety Science. – 2022. – 156, 105894.
15. *Stepanov A., and Smith M.J.* Multi-objective evacuation routing in transportation networks // European Journal of Operational Research. – 2009. – Vol. 198 (2). – P. 435-446.
16. *Lindell M., and Prater C.* Critical behavioral assumptions in evacuation time estimate analysis for private vehicles: Examples from hurricane research and planning // Journal of Urban Planning and Development. – 2007. – Vol. 133 (1). – P. 18-29.
17. *Bretschneider S.* Mathematical models for evacuation planning in urban areas // Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. – Vol. 659. Verlag Berlin Heidelberg, Springer, 2012.
18. *Hissel F.* Methodology for the implementation of mass evacuation plans, CEMEF, France, Compiègne, 2011.
19. *Kailiponi P.* Analyzing evacuation decision using Multi-Attribute Utility Theory (MAUT) // Procedia Engineering. – 2010. – Vol. 3. – P. 163-174.
20. *Regnier E.* Public evacuation decision and hurricane track uncertainty // Management Science. – 2008. – Vol. 54 (1). – P. 16-28.
21. *Agumya A., and Hunter G.J.* Responding to the consequences of uncertainty in geographical data // International Journal of Geographical Information Science. – 2002. – Vol. 16 (5). – P. 405-417.
22. *Kunz M., Gret-Regamey A., and Hurni L.* Visualization of uncertainty in natural hazards assessments using an interactive cartographic information system // Natural Hazards. – 2011. – Vol. 59 (3). – P. 1735-1751.
23. *Kacprzyk J., Zadrozny S., Nurmi H., and Bozhenyuk A.* Towards Innovation Focused Fuzzy Decision Making by Consensus // In: Proceedings of IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems. – 2021. – P. 256-268.

24. Bozhenyuk A., Gorbachev S., and Knyazeva M. Finding Fuzzy Sets of Bases and Antibases of Periodic Fuzzy Graph // *Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS)*. – 2024. – Vol. 1089 (2). – P. 767-774.
25. Bozhenyuk A., Knyazeva M., Kosenko O., and Rozenberg I. Strong Connectivity Definition of Periodic Fuzzy Graph // *Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS)*. – 2023. – Vol. 758. – P. 168-174.

REFERENCES

1. Nikashina P.O. Opredelenie maksimal'nogo potoka v nechetkom periodicheskom grafe [Determining the maximum flow in a fuzzy periodic graph], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2024, No. 4 (240), pp. 31-40.
2. Nikashina P.O., Bozhenyuk A.V. Optimizatsiya transportnogo potoka na osnove periodicheskikh nechetkikh grafov [Optimization of traffic flow based on periodic fuzzy graphs], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2023, No. 4 (234), pp. 97-108.
3. Shaw D., Albores P., Anson S., Kailiponi P., Nagarajan M., Tissington P., and Hart T. Evacuation Responsiveness by Government Organisations (ERGO), Evacuation Preparedness Assessment Workbook. Technical report. Aston CRISIS Center, 2011.
4. Lumbroso D., and Vinet F. Tools to Improve the Production of Emergency Plans for Floods: Are They Being Used by the People that Need Them?, *Journal of Contingencies and Crisis Management*, 2012, Vol. 20, pp. 149-165.
5. Hissel M., François H., and Xiao J.J. Support for Preventive Mass Evacuation Planning in Urban Areas, *IET Conference Publications*, 2011, 582, pp. 159-165.
6. Chiu Y., and Liu H.X. Emergency Evacuation, Dynamique Transportation Model, Spring Street, NY 10013, USA: Springer Science Buisiness Media, LLC, 2008.
7. Bayram V. Optimization models for large scale network evacuation planning and management: A literature review, *Surveys in Operations Research and Management Science*, 2016, Vol. 21 (2), pp. 63-84.
8. Gao Z., Qu Y., Li X., Long J., and Huang H.-J. Simulating the dynamic escape process in large public places, *Operations Research*, 2014, Vol. 62 (6), pp. 1344-1357.
9. Lazo J.K., Waldman D.M., Morrow B.H., and Thacher J.A. Household evacuation decision making and the benefits of improved hurricane forecasting: Developing a framework for assessment, *Weather and Forecasting*, 2010, Vol. 25 (1), pp. 207-219.
10. Simonovic S.P., and Ahmad S. Computer-based model for flood evacuation emergency planning, *Natural hazards*, 2005, Vol. 34 (1), pp. 25-51.
11. Dash N., and Gladwin H. Evacuation decision making and behavioral responses: Individual and household, *Natural Hazards Review*, 2007, Vol. 8 (3), pp. 69-77.
12. Bozhenyuk A., Gorbachev S., and Knyazeva M. Finding Fuzzy Sets of Bases and Antibases of Periodic Fuzzy Graph, *Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS)*, 2024, Vol. 1089 (2), pp. 767-774.
13. Bozhenyuk A., Knyazeva M., Kosenko O., and Rozenberg I. Strong Connectivity Definition of Periodic Fuzzy Graph, *Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS)*, 2023, Vol. 758, pp. 168-174.
14. Lessan J., and Kim A.M. Planning evacuation orders under evacuee compliance uncertainty, *Safety Science*, 2022, 156, 105894.
15. Stepanov A., and Smith M.J. Multi-objective evacuation routing in transportation networks, *European Journal of Operational Research*, 2009, Vol. 198 (2), pp. 435-446.
16. Lindell M., and Prater C. Critical behavioral assumptions in evacuation time estimate analysis for private vehicles: Examples from hurricane research and planning, *Journal of Urban Planning and Development*, 2007, Vol. 133 (1), pp. 18-29.
17. Bretschneider S. Mathematical models for evacuation planning in urban areas, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 659. Verlag Berlin Heidelberg, Springer, 2012.
18. Hissel F. Methodology for the implementation of mass evacuation plans, CEMEF, France, Compiègne, 2011.
19. Kailiponi P. Analyzing evacuation decision using Multi-Attribute Utility Theory (MAUT), *Procedia Engineering*, 2010, Vol. 3, pp. 163-174.
20. Regnier E. Public evacuation decision and hurricane track uncertainty, *Management Science*, 2008, Vol. 54 (1), pp. 16-28.
21. Agumya A., and Hunter G.J. Responding to the consequences of uncertainty in geographical data, *International Journal of Geographical Information Science*, 2002, Vol. 16 (5), pp. 405-417.
22. Kunz M., Gret-Regamey A., and Hurni L. Visualization of uncertainty in natural hazards assessments using an interactive cartographic information system, *Natural Hazards*, 2011, Vol. 59 (3), pp. 1735-1751.
23. Kacprzyk J., Zadrozny S., Nurmi H., and Bozhenyuk A. Towards Innovation Focused Fuzzy Decision Making by Consensus, In: *Proceedings of IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems*, 2021, pp. 256-268.

24. Bozhenyuk A., Gorbachev S., and Knyazeva M. Finding Fuzzy Sets of Bases and Antibases of Periodic Fuzzy Graph, *Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS)*, 2024, Vol. 1089 (2), pp. 767-774.
25. Bozhenyuk A., Knyazeva M., Kosenko O., and Rozenberg I. Strong Connectivity Definition of Periodic Fuzzy Graph, *Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS)*, 2023, Vol. 758, pp. 168-174.

Никашина Полина Олеговна – Южный федеральный университет; e-mail: nikashina@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79381453823; кафедра информационно-аналитических систем безопасности имени профессора Берштейна Леонида Самойловича; аспирант.

Nikashina Polina Olegovna – Southern Federal University; e-mail: nikashina@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79381453823; the Department of Information and Analytical Security Systems named after Professor Bershtein Leonid Samoylovich; graduate student.

УДК 004.023

DOI 10.18522/2311-3103-2026-1-42-52

М.В. Пикалов

ВЛИЯНИЕ МЕТОДА ВЫБОРКИ НА ОЦЕНКУ ХАРАКТЕРИСТИК В АНАЛИЗЕ ЛАНДШАФТА ПОИСКА

Методы анализа ландшафта поиска (ELA) оценивают ландшафт приспособленности задачи в виде числовых дескрипторов, часто используемых для рекомендации оптимальных параметров алгоритма. Данное исследование изучает влияние методов и объёма выборки на аппроксимацию признаков ELA и последующую производительность моделей машинного обучения. Исследование демонстрирует, что эти аппроксимированные признаки не являются абсолютными характеристиками ландшафта, а существенно зависят от метода, использованного для генерации точек выборки. Хотя увеличение объёма выборки снижает дисперсию оценок признаков, сам выбор метода семплирования вносит значительное смещение, приводя к статистически различным значениям признаков для таких методов, как вихрь Мерсенна, латинский гиперкуб (LHS) и последовательности Фауре. Ключевой эксперимент включал предсказание параметров настраиваемой задачи W-model с использованием регрессионных моделей, обученных на признаках ELA. Результаты показали, что модели, обученные и протестированные на данных, полученных одним и тем же методом выборки, показали наилучшие результаты, что подчеркивает отсутствие совместимости между различными методами выборки. Примечательно, что квазислучайные последовательности Фауре давали наименьшую ошибку регрессии, превосходя распространенные методы, такие как равномерное случайное распределение и LHS. Более того, перекрёстная проверка выявила, что модели, особенно обученные на последовательностях Фауре, демонстрировали значительное падение производительности при тестировании на данных, полученных любым другим методом, что подтверждает: стратегия выборки накладывает специфический «отпечаток» на данные признаков. Полученные результаты ставят под сомнение стандартное использование распространенных методов выборки в ELA. Точность моделей машинного обучения для выбора и настройки алгоритмов сильно зависит от метода выборки, используемой для извлечения признаков. Следовательно, для обеспечения точности критически важно соблюдать согласованность между методами выборки, используемыми на этапах обучения модели и её практического применения. Высокая производительность последовательностей Фауре указывает на то, что подобные последовательности являются перспективным направлением для будущих исследований в области создания более надёжных и точных моделей на основе ELA.

Эволюционные алгоритмы; настройка параметров; анализ ландшафта поиска.

M.V. Pikalov

IMPACT OF SAMPLING TECHNIQUES ON EXPLORATORY LANDSCAPE ANALYSIS

Exploratory Landscape Analysis (ELA) features are numerical descriptors of a problem's fitness landscape, often used to recommend optimal algorithm parameters. This study investigates the critical impact of sampling methods and sample size on the approximation of ELA features and the subsequent performance of machine learning models. The research demonstrates that these feature approximations are not absolute characteristics of the landscape but are significantly influenced by the method used to