

Раздел II. Электроника, нанотехнологии и приборостроение

УДК 629.7.02(083.3)

DOI 10.18522/2311-3103-2024-2-142-152

И.И. Дементьев, А.О. Костина

ОБ АНАЛИТИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ КОМПОНЕНТ ТЕНЗОРА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ СВЯЗИ ДЛЯ ПЛЕНОЧНЫХ ПОЛИМЕРНЫХ ПЬЕЗОМАТЕРИАЛОВ

В настоящее время пьезоэлектрические материалы на основе пленок, например, из поливинилиденфторидов, нашли широкое применение в разных отраслях промышленности. Интерес к этим материалам обоснован, прежде всего, выгодными, по сравнению с материалами на основе пьезокерамических составов, величинами плотности пленочного материала, а также величинами эффективных пьезоэлектрических коэффициентов, что позволяет реализовать в изделиях новые принципы нагружения с целью преобразования механической энергии в электрическую энергию. Кроме того, меньшая жесткость пленочных полимерных материалов, по сравнению с жесткостью чувствительных элементов электроакустических преобразователей на основе пьезокерамических составов, обеспечивает возможность создания конструкций преобразователей большой площади или собранных из этих преобразователей апертур антенн, повторяющих обводы корпусов носителей. В статье описаны перспективы внедрения пленочных полимерных пьезоматериалов в изделия гидроакустической и электрогенераторной техники. Очевидно, что внедрение новых материалов в гидроакустическую и пьезогенераторную технику требует переосмысления методик расчетов характеристик изделий на основе пленочных пьезоактивных материалов. Одной из основных характеристик электроакустических преобразователей, применяющихся, как в гидроакустической технике, так и в изделиях генерации электрической энергии за счет использования волнения поверхности моря или океана, является энергетический коэффициент электромеханической связи. Указанный коэффициент является тензорной физической величиной, а, соответственно, для анизотропных материалов, которыми являются пьезоактивные пленки, например, из поливинилиденфторидов, необходим математический аппарат, который позволял бы определять компоненты тензора энергетического коэффициента электромеханической связи в ходе проектирования изделий гидроакустической и пьезогенераторной техники. Попытка разработки такого математического аппарата предпринята авторами статьи, но в ходе выполненных работ установлена аналитическая неопределенность компонент тензора энергетического коэффициента электромеханической связи. В статье представлено научное обоснование выявленной аналитической неопределенности компонент тензора энергетического коэффициента электромеханической связи из уравнений, устанавливающих зависимости указанных компонент от коэффициентов, характеризующих механические и пьезоэлектрические свойства пленочных материалов с учетом их анизотропии.

Гидроакустическая и электрогенераторная техника; пленочный полимерный пьезоэлектрический материал; анизотропия физико-механических и пьезоэлектрических свойств; компоненты тензора энергетических коэффициентов электромеханической связи; аналитическая неопределенность.

I.I. Dementev, A.O. Kostina

ABOUT ANALYTICAL UNCERTAINTY THE COMPONENT OF THE TENSOR OF POWER ELECTROMECHANICAL FORCE FACTORS FOR FILM POLYMERIC PIEZO MATERIAL

Currently, piezoelectric materials based on films, for example, polyvinylidene fluorides, have found wide application in various industries. The interest in these materials is justified, first of all, by the advantageous, in comparison with materials based on piezoceramic compositions, values of the density of the film material, as well as the values of the effective piezoelectric coefficients, which makes it possible to

implement new principles of loading in products in order to convert mechanical energy into electrical energy. In addition, the lower rigidity of film polymer materials, compared to the rigidity of sensitive elements of electroacoustic transducers based on piezoceramic compositions, makes it possible to create designs of large-area transducers or antenna apertures assembled from these transducers, repeating the contours of carrier housings. The article describes the prospects for the introduction of film polymer piezomaterials into hydroacoustic and electric generating equipment products. Obviously, the introduction of new materials into hydroacoustic and piezoelectric generator technology requires a rethinking of methods for calculating the characteristics of products based on film piezoactive materials. One of the main characteristics of electroacoustic transducers, used both in hydroacoustic technology and in products for generating electrical energy through the use of sea or ocean surface waves, is the energy coefficient of electromechanical coupling. The specified coefficient is a tensor physical quantity, and, accordingly, for anisotropic materials, which are piezoactive films, for example, from polyvinylidene fluorides, a mathematical apparatus is needed that would allow determining the components of the tensor of the energy coefficient of electromechanical coupling during the design of hydroacoustic and piezoelectric generator products. An attempt to develop such a mathematical apparatus was made by the authors of the article, but in the course of the work performed, the analytical uncertainty of the components of the tensor of the energy coefficient of electromechanical coupling was established. The article presents a scientific substantiation of the identified analytical uncertainty of the components of the tensor of the energy coefficient of electromechanical coupling from equations that establish the dependence of these components on coefficients characterizing the mechanical and piezoelectric properties of film materials, taking into account their anisotropy.

Hydroacoustic and electrogenerating equipment; film polymeric piezoelectric material; anisotropy of physicomachanical and piezoelectric properties; components of the tensor of power electromechanical force factors; analytical uncertainty.

Введение. На сегодняшний день пленочные полимерные материалы находят широкое применение в медицинской [1, 2], нефтехимической [3, 4], приборостроительной [5, 6], оборонной [7, 8] и других отраслях промышленности [9, 10].

Исследования свойств пленочных полимеров, проведенные японскими учеными, привели к открытию в 1969 году [11] пьезоэлектрического эффекта в пленках из поливинилиденфторида (ПВДФ), применявшегося в мире с начала 60-х годов для изготовления упаковочных материалов и защитных покрытий. Открытие пьезоэффекта в ПВДФ положило начало многочисленным работам в России и за рубежом по созданию чувствительных элементов на основе пьезоактивных пленок для приборов в интересах разных отраслей промышленности.

Выгодные, по сравнению с материалами на основе пьезокерамических составов, величины плотности пленок из ПВДФ заинтересовали разработчиков гидроакустической техники [7] и электрогенераторных устройств [12], принцип работы которых основан на использовании явления прямого пьезоэффекта. Указанное обстоятельство связано, прежде всего, с возможностью разрешения противоречия, заключающегося в необходимости, с одной стороны, создания средств с гибкими сплошными апертурами больших площадей и необходимости, с другой стороны, конструкторско-технологического обеспечения допустимых пороговых уровней по массе проектируемых средств. Технология сплошного заполнения крупногабаритных апертур чувствительными элементами позволит, применительно к гидроакустической антенной технике, повысить устойчивость к гидродинамическим помехам и, применительно к электрогенераторным устройствам, повысить их коэффициент полезного действия.

Внедрение преобразователей энергии на основе пленочных полимерных пьезоматериалов в конструкции гидроакустической и электрогенераторной техники требует переосмысления процессов ее проектирования. В работе [13] приведены методики и методы определения характеристик чувствительных элементов из пьезокерамики на основе химических составов, традиционно использующихся в отечественной гидроакустической технике, а также характеристик средств, в которых применены такие чувствительные элементы. Из указанных работ известно, что применяющиеся методики и методы адекватны для дискретных апертур гидроакустических средств. Таким образом, существует необходимость в разработке математического аппарата для расчетов характеристик пре-

образователей энергии, составляющих непрерывные нелинейные крупногабаритные апертуры, и характеристик изделий с указанными апертурами. Известны работы в области математического моделирования объектов на основе полимерных материалов, например, труды [6, 7, 14]. В указанных работах рассмотрены частные задачи механики деформируемого твердого тела для пьезоактивных конструкций с установленными под эти частные задачи ограничениями в виде граничных условий и принятых допущений. С целью создания теории расчетов электроакустических характеристик анизотропных конструкций произвольной геометрической конфигурации на основе полимерных пленок, обладающих пьезоэлектрическими свойствами, нами разработана методика математического моделирования напряженно-деформированного состояния таких конструкций [15], предложен математический аппарат для расчетов пьезоэлектрических характеристик и чувствительности пленочных электроакустических преобразователей для гидроакустической техники [16]. Важно отметить, что в указанных направлениях исследований существенные результаты получены авторами работ [17, 18]. Выполненные разработки позволили обосновать целесообразность внедрения в конструкции электроакустических преобразователей принципа всестороннего нагружения пьезоактивного материала из ПВДФ марки Ф-2МЭ на примере расчетов чувствительности преобразователей, основанных на использовании эффективного пьезоэлектрического модуля заряда. Применение принципа всестороннего нагружения пьезоматериала в составе электроакустических преобразователей имеет практическую значимость для создания гидрофонов, актуальность разработки которых обоснована в работе [19].

Коэффициент электромеханической связи. Определение и основные понятия.

В разрабатываемой нами теории расчетов электроакустических характеристик анизотропных конструкций произвольной геометрической конфигурации на основе полимерных пленок, обладающих пьезоэлектрическими свойствами, предусмотрен математический аппарат для определения энергетических коэффициентов электромеханической связи (КЭМС) преобразователей. Указанные коэффициенты являются мерой эффективности пьезоматериала, с точки зрения, преобразования механической энергии в электрическую энергию при прямом пьезоэффекте или, наоборот, электрической энергии в механическую энергию при обратном пьезоэффекте. Значения энергетических КЭМС отличаются друг от друга в разных направлениях системы координат, принятых для математического моделирования пьезоактивной конструкции, что обосновано анизотропией ее физикомеханических и пьезоэлектрических свойств. При этом значения энергетических коэффициента электромеханической связи в определенном направлении зависят от ориентации электрического поля в материале и граничных условий крепления конструкции, влияющих на ее напряженно-деформированное состояние. Очевидно, что энергетические КЭМС являются тензорной физической величиной. По определению тензор энергетических коэффициентов электромеханической связи представляет собой отношение преобразованной электрической или механической энергии к полной энергии, сообщенной пьезоматериалу. Физический смысл тензора энергетических КЭМС определяется через скалярное произведение двух одинаковых тензоров энергетических коэффициентов электромеханической связи, аналогично тому, как через квадрат энергетического КЭМС определяется физический смысл указанного коэффициента в одном из направлений, заданных в материале. Заключается физический смысл тензора энергетических КЭМС в том, что он отражает отношение генерируемой в пьезоэлектрическом материале механической энергии к полной запасаемой в материале электрической энергии или отношение генерируемой в пьезоэлектрическом материале электрической энергии при его деформациях к полной запасаемой в материале механической энергии. Исходя из определения и физического смысла тензора энергетических КЭМС, он эквивалентен коэффициенту полезного действия преобразователей энергии, поэтому исследования тензора энергетических коэффициентов электромеханической связи имеют практическую значимость, например, для повышения электрической мощности энергии, вырабатываемой электрогенераторными устройствами, или повышения чувствительности приемных элементов апертур гидроакустических антенн. Известно, что плотность полной энергии пьезомате-

риала при заданной напряженности электрического поля пропорциональна абсолютной диэлектрической проницаемости при отсутствии механических напряжений. При этом в материале, на который действует электрическое поле с такой же напряженностью, плотность полной энергии пропорциональна абсолютной диэлектрической проницаемости при отсутствии деформаций. Разность указанных плотностей энергии соответствует плотности механической энергии пьезоматериала, обусловленной его деформациями [20], что математически с учетом физического смысла тензора энергетических КЭМС можно записать в виде следующей формулы

$$\mathbf{k}_{ij} \cdot \mathbf{k}_{ij} = (\xi_{ij}^{\sigma} - \xi_{ij}^{\varepsilon}) \cdot [\xi_{ij}^{\sigma}]^{-1} = \mathbf{E}_{ij} - \xi_{ij}^{\varepsilon} \cdot [\xi_{ij}^{\sigma}]^{-1}, \quad (1)$$

где \mathbf{k}_{ij} – тензор энергетических КЭМС; \mathbf{E}_{ij} – единичный тензор; ξ_{ij}^{ε} – тензор абсолютной диэлектрической проницаемости при отсутствии деформаций материала; ξ_{ij}^{σ} – тензор абсолютной диэлектрической проницаемости материала, свободного от механических напряжений; $[\]^{-1}$ – обозначение обратного тензора; $i = 1 \dots 3; j = 1 \dots 3$.

Из уравнения (1) очевидно, что тензор энергетических коэффициентов электромеханической связи является тензором второго ранга.

Из работы [20] известны следующие математические зависимости:

$$\begin{aligned} \xi_k^{\varepsilon} \cdot [\xi_{ij}^{\sigma}]_j^{-1} &= \mathbf{S}_{kl}^{\mathbf{D}} \cdot [\mathbf{S}_{kl}^{\mathbf{E}}]^{-1}; \\ \xi_{ij}^{\varepsilon} \cdot [\xi_{ij}^{\sigma}]^{-1} &= \mathbf{E}_{ij} - \mathbf{d}_{ik} \cdot \left([\mathbf{S}_{kl}^{\mathbf{E}}]^{-1} \cdot \mathbf{d}_{ik}^{\mathbf{T}} \right) \cdot [\xi_{ij}^{\sigma}]^{-1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{S}_{ij}^{\mathbf{E}}$ – тензор упругой податливости материала при отсутствии воздействий электрического поля; $\mathbf{S}_{ij}^{\mathbf{D}}$ – тензор упругой податливости неполяризованного материала; \mathbf{d}_{ik} , $\mathbf{d}_{ik}^{\mathbf{T}}$ – тензор и транспонированный тензор пьезоэлектрических коэффициентов заряда в размерности $\frac{\text{Кл}}{\text{Н}}$; $k = 1 \dots 6; l = 1 \dots 6$.

Применяя математические зависимости (2) в формуле (1), получим следующее уравнение

$$\mathbf{k}_{ij} \cdot \mathbf{k}_{ij} = \mathbf{d}_{ik} \cdot \left([\mathbf{S}_{kl}^{\mathbf{E}}]^{-1} \cdot \mathbf{d}_{ik}^{\mathbf{T}} \right) \cdot [\xi_{ij}^{\sigma}]^{-1}. \quad (3)$$

Уравнение (3) позволяет математически описать каждую компоненту тензора энергетических КЭМС. Например, для определения компонент k_{31} и k_{33} , являющихся главными энергетическими коэффициентами электромеханической связи для электроакустических преобразователей из пьезокерамики на основе химических составов, традиционно используемых в отечественной гидроакустической технике, уравнение (3) будет иметь следующий вид:

$$k_{31}^2 = \frac{d_{31}^2}{S_{11}^{\mathbf{E}} \cdot \xi_{33}^{\sigma}}; \quad k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{S_{33}^{\mathbf{E}} \cdot \xi_{33}^{\sigma}}. \quad (4)$$

Аналогично уравнениям (4) математически описываются энергетические КЭМС пьезоматериалов разных структур и классов. На сегодняшний день известны и широко применяются на практике результаты исследований [21, 22] физико-механических и пьезоэлектрических свойств кристаллических диэлектриков для определения их главных энергетических коэффициентов электромеханической связи. Достигнутый уровень результатов исследований [5, 23] структур полимерных пленочных материалов, обладающих пьезоэлектрическими свойствами, позволяет сделать вывод о том, что указанные материалы представляют практический интерес при их объемном нагружении для использования свойств прямого пьезоэффекта в гидроакустической и электрогенераторной технике. Таким образом, коэффициент полезного действия преобразователей энергии на основе полимерных пле-

ночных материалов одновременно зависит от каждой компоненты тензора энергетических КЭМС, а не только от энергетических коэффициентов электромеханической связи в определенных направлениях, называемых главными направлениями. При этом каждая компонента тензора энергетических КЭМС одновременно зависит от коэффициентов, характеризующих механические и пьезоэлектрические свойства анизотропного материала в разных направлениях. Определение компонент тензора энергетических коэффициентов электромеханической связи эмпирическими методами сопряжено с техническими трудностями [20, 21], а некоторые компоненты на сегодняшний день вообще не представляется возможным определить по причине технической нереализуемости экспериментально-измерительных установок. Кроме того, энергетические КЭМС, определенные эмпирическими методами, являются достоверными для конкретной структуры пленочных пьезоматериала. Принимая во внимание обширную номенклатуру пленочных материалов, обладающих пьезоэлектрическими свойствами, процесс проектирования гидроакустических или электрогенераторных средств, в которых предполагается применение указанных материалов, осложняется необходимостью проведения экспериментов по определению энергетических КЭМС, что влечет за собой дополнительные временные и финансовые затраты. В этой связи, актуальной представляется задача разработки математического аппарата для выполнения аналитических расчетов компонент тензора энергетических коэффициентов электромеханической связи полимерных анизотропных пленочных пьезоматериалов.

Система уравнений для определения коэффициентов электромеханической связи, как инструмент математического аппарата. Основываясь на принципе непротиворечивости математических уравнений законам физики, целесообразно для определения энергетических КЭМС использовать уравнение (3), вывод которого выполнен исходя из определения и физического смысла энергетического коэффициента электромеханической связи. Представим уравнение (3), приведенное в тензорной форме, в виде следующей системы алгебраических нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{1j} \cdot k_{i1} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=1}}^{n=3; \\ m=3} \beta_{i1}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; & \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{2j} \cdot k_{i2} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=4}}^{n=3; \\ m=6} \beta_{i2}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; \\
 \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{3j} \cdot k_{i3} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=7}}^{n=3; \\ m=9} \beta_{i3}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; & \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{1j} \cdot k_{i2} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=1}}^{n=3; \\ m=3} \beta_{i2}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; \\
 \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{2j} \cdot k_{i1} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=4}}^{n=3; \\ m=6} \beta_{i1}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; & \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{1j} \cdot k_{i3} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=1}}^{n=3; \\ m=3} \beta_{i3}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; \\
 \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{3j} \cdot k_{i1} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=7}}^{n=3; \\ m=9} \beta_{i1}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; & \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{2j} \cdot k_{i3} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=4}}^{n=3; \\ m=6} \beta_{i3}^{\sigma} \cdot \Lambda_g; \\
 & & \sum_{\substack{j=1; \\ i=1}}^{m=3; \\ n=3} k_{3j} \cdot k_{i2} &= \sum_{\substack{i=1; \\ g=7}}^{n=3; \\ m=9} \beta_{i2}^{\sigma} \cdot \Lambda_g,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где β_{ij}^{σ} – коэффициенты, обратные абсолютной диэлектрической проницаемости свободного от механических напряжений материала; Λ_g ($g = 1 \dots 9$) – коэффициенты, которые определяются пьезоэлектрическими и физико-механическими свойствами материала в соответствии со следующими математическими зависимостями:

$$\begin{aligned}
 \Lambda_1 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{1k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{1l} \right); & \Lambda_2 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{1k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{2l} \right); \\
 \Lambda_3 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{1k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{3l} \right); & \Lambda_4 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{2k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{1l} \right); \\
 \Lambda_5 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{2k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{2l} \right); & \Lambda_6 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{2k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{3l} \right); \\
 \Lambda_7 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{3k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{1l} \right); & \Lambda_8 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{3k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{2l} \right); \\
 \Lambda_9 &= \sum_{k=1}^{n=6} \left(d_{3k} \cdot \sum_{l=1}^{m=6} C_{kl}^E \cdot d_{3l} \right),
 \end{aligned} \tag{6}$$

где C_{kl}^E – коэффициенты жесткости материала при отсутствии воздействий электрического поля.

Математический вывод формул для аналитического определения энергетических КЭМС с использованием системы алгебраических нелинейных уравнений (5) заключается в решении этой системы уравнений относительно искомых величин k_{ij} при заданных коэффициентах β_{ij}^σ и Λ_g . Аналогичный подход [24] используется, например, для преобразования уравнений обобщенного закона Гука из прямой математической формы, когда компоненты тензора относительных деформаций выражены через компоненты тензора механических напряжений, в обратную математическую форму, когда компоненты тензора напряжений выражены через компоненты тензора деформаций. Однако, в отличие от тензоров механических напряжений и относительных деформаций, объем теоретической и эмпирической информации о свойствах тензора энергетических КЭМС, как объекта математической физики, существенно ограничен [5, 20, 25]. Так, например, известно [24], что тензоры напряжений и деформаций являются симметричными тензорами второго ранга. Таким образом, полная информация о напряженно-деформированном состоянии материала представляется не девятью компонентами каждого из указанных тензоров, а шестью их компонентами, что существенно облегчает задачу преобразования уравнений обобщенного закона Гука из прямой математической формы в обратную математическую форму и, наоборот, из обратной формы в прямую форму. Напротив, исходя из определения и физического смысла тензора энергетических КЭМС, нельзя однозначно утверждать об его симметричности. Представляется возможным записать уравнения для определения главных энергетических коэффициентов электромеханической связи, например, для прямоугольного объекта, находящегося в условиях растягивающих и сжимающих внешних нагрузок, предполагая при этом попеременные изменения направлений механических воздействий и главных направлений в моделируемом объекте. Указанные уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= \frac{d_{11}}{\sqrt{S_{11}^E \cdot \xi_{11}^\sigma}}; & k_{12} &= \frac{d_{12}}{\sqrt{S_{22}^E \cdot \xi_{11}^\sigma}}; & k_{13} &= \frac{d_{13}}{\sqrt{S_{33}^E \cdot \xi_{11}^\sigma}}; \\
 k_{21} &= \frac{d_{21}}{\sqrt{S_{11}^E \cdot \xi_{22}^\sigma}}; & k_{22} &= \frac{d_{22}}{\sqrt{S_{22}^E \cdot \xi_{22}^\sigma}}; & k_{23} &= \frac{d_{23}}{\sqrt{S_{33}^E \cdot \xi_{22}^\sigma}}; \\
 k_{31} &= \frac{d_{31}}{\sqrt{S_{11}^E \cdot \xi_{33}^\sigma}}; & k_{32} &= \frac{d_{32}}{\sqrt{S_{22}^E \cdot \xi_{33}^\sigma}}; & k_{33} &= \frac{d_{33}}{\sqrt{S_{33}^E \cdot \xi_{33}^\sigma}}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

При анализе уравнений (7) очевидны неравенства $k_{12} \neq k_{21}$, $k_{13} \neq k_{31}$, $k_{23} \neq k_{32}$, обоснованные условиями симметричности тензоров пьезоэлектрических коэффициентов заряда, упругой податливости и абсолютной диэлектрической проницаемости анизотропных материалов, согласно которым компоненты указанных тензоров $d_{12} \neq d_{21}$, $d_{13} \neq d_{31}$, $d_{23} \neq d_{32}$, $S_{22}^E \neq S_{11}^E$, $S_{33}^E \neq S_{11}^E$, $S_{33}^E \neq S_{22}^E$, $\xi_{11}^\sigma \neq \xi_{22}^\sigma$, $\xi_{11}^\sigma \neq \xi_{33}^\sigma$, $\xi_{22}^\sigma \neq \xi_{33}^\sigma$. Таким образом, можно сделать вывод о том, что тензор энергетических КЭМС является несимметричным тензором второго ранга.

Решение системы уравнений для определения коэффициентов электромеханической связи. Основные выкладки. Возвращаясь к решению системы алгебраических нелинейных уравнений (5) относительно искомых величин k_{ij} при известных коэффициентах β_{ij}^σ и Λ_g и принимая во внимание несимметричность тензора энергетических коэффициентов электромеханической связи, целесообразно отметить, что указанная система уравнений является статически определимой, так как имеет девять уравнений при девяти искомыми величинами. Аналитическое решение системы уравнений (5) должно представлять собой девять уравнений, однозначно определяющих девять компонент тензора энергетических КЭМС через коэффициенты β_{ij}^σ и Λ_g . В результате аналитического вывода указанных уравнений получены следующие формулы:

$$\begin{aligned} k_{11} &= \sqrt{\beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_3 - k_{12} \cdot k_{21} - k_{13} \cdot k_{31}}; \\ k_{22} &= \sqrt{\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_4 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_5 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_6 - k_{21} \cdot k_{12} - k_{23} \cdot k_{32}}; \\ k_{33} &= \sqrt{\beta_{13}^\sigma \cdot \Lambda_7 + \beta_{23}^\sigma \cdot \Lambda_8 + \beta_{33}^\sigma \cdot \Lambda_9 - k_{31} \cdot k_{13} - k_{32} \cdot k_{23}}; \\ k_{23} &= \frac{1}{k_{32}} \cdot \left(- \left[\frac{\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_4 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_5 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_6 - k_{21} \cdot k_{12} - \frac{\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3 - k_{13} \cdot k_{32}}{k_{12}}}{-\sqrt{\beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_3 - k_{12} \cdot k_{21} - k_{13} \cdot k_{31}}} \right]^2 \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Однако при последующем решении системы уравнений (5) относительно энергетических коэффициентов электромеханической связи k_{12} , k_{13} , k_{21} , k_{31} или k_{32} удается получить только квадратные уравнения. Например, уравнение относительно коэффициента k_{32} имеет следующий вид

$$k_{13} \cdot (k_{21} \cdot k_{12} + k_{31} \cdot k_{13}) \cdot k_{32}^2 + k_{12}^2 \cdot f_3 \cdot k_{32} - k_{12}^2 \cdot k_{31} \cdot (f_1 + f_2) = 0, \quad (9)$$

где символами f_g ($g = 1 \dots 3$) обозначены следующие математические выражения:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{k_{12}^2 \cdot (\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_4 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_5 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_6 - k_{21} \cdot k_{12}) - (\beta_{12}^\sigma)^2 \cdot \Lambda_1^2 - (\beta_{22}^\sigma)^2 \cdot \Lambda_2^2 +}{k_{12}^2} + \\ &+ \frac{-(\beta_{32}^\sigma)^2 \cdot \Lambda_3^2 - 2 \cdot (\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 \cdot \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 \cdot \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 \cdot \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3)}{k_{12}^2}; \\ f_2 &= k_{12} \cdot k_{21} + k_{13} \cdot k_{31} - \beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_1 - \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_2 - \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_3 + \\ &+ 2 \cdot \left(\frac{\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3}{k_{12}} \right) \cdot \sqrt{\beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_3 - k_{12} \cdot k_{21} - k_{13} \cdot k_{31}}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$f_3 = \beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_4 + \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_5 + \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_6 - \frac{k_{21}}{k_{12}} \cdot (\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3) -$$

$$-2 \cdot k_{31} \cdot \left(\frac{k_{13} \cdot [\beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3]}{k_{12}^2} - \frac{k_{13}}{k_{12}} \cdot \sqrt{\beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_3 - k_{12} \cdot k_{21} - k_{13} \cdot k_{31}} \right).$$

Очевидно, что вывод формулы для определения коэффициента k_{32} из квадратного уравнения (9) сопряжен с необходимостью анализа дискриминанта, имеющего следующий вид

$$D = 4 \cdot k_{13} \cdot k_{31} \cdot (k_{21} \cdot k_{12} + k_{31} \cdot k_{13}) \cdot (k_{12}^2 \cdot [q_4 - q_3] - 2 \cdot q_6 - q_5) +$$

$$+ k_{12} \cdot \left(k_{12}^3 \cdot q_1 + q_2 \cdot \left[8 \cdot k_{13} \cdot k_{31} \cdot (k_{21} \cdot k_{12} + k_{31} \cdot k_{13}) \cdot \sqrt{q_3 - k_{12} \cdot k_{21} - k_{13} \cdot k_{31}} - \right. \right. \\ \left. \left. - k_{12} \cdot (k_{21} \cdot k_{12} + 2 \cdot k_{31} \cdot k_{13}) \right] + \right. \\ \left. + 2 \cdot k_{31} \cdot k_{13} \cdot k_{12} \cdot \left[k_{12} \cdot \sqrt{q_3 - k_{12} \cdot k_{21} - k_{13} \cdot k_{31}} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \cdot k_{31} \cdot k_{13} \cdot (k_{21} \cdot k_{12} + k_{31} \cdot k_{13}) \right] \right), \quad (11)$$

где символами q_g ($g = 1 \dots 6$) обозначены следующие математические выражения:

$$q_1 = \beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_4 + \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_5 + \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_6; \quad q_2 = \beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3;$$

$$q_3 = \beta_{11}^\sigma \cdot \Lambda_1 + \beta_{21}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{31}^\sigma \cdot \Lambda_3; \quad q_4 = \beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_4 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_5 + \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_6;$$

$$q_5 = (\beta_{12}^\sigma)^2 \cdot \Lambda_1^2 + (\beta_{22}^\sigma)^2 \cdot \Lambda_2^2 + (\beta_{32}^\sigma)^2 \cdot \Lambda_3^2;$$

$$q_6 = \beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 \cdot \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 + \beta_{12}^\sigma \cdot \Lambda_1 \cdot \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3 + \beta_{22}^\sigma \cdot \Lambda_2 \cdot \beta_{32}^\sigma \cdot \Lambda_3. \quad (12)$$

Обоснование аналитической неопределенности коэффициентов электромеханической связи. Исходя из определения и физического смысла энергетического КЭМС, уравнение (9) может иметь только вещественные корни, поэтому корректно для формулы (11) задать ограничение в виде неравенства $D \geq 0$. Однако при последующем аналитическом выводе формулы для определения коэффициента k_{32} в общей постановке получаем неопределенность в виде возможных двух корней квадратного уравнения (9), так как его дискриминант, что показано формулой (11), при аналитическом выводе не обращается в нуль, и, следовательно, отсутствует основание утверждать о существовании единственного корня уравнения (9). Таким образом, выполнить аналитический вывод единственной формулы для однозначного определения коэффициента k_{32} через известные коэффициенты β_{ij}^σ и Λ_g не представляется возможным. Следовательно, дальнейшее решение системы уравнений (5) с учетом формул (8) относительно коэффициентов k_{12} , k_{13} , k_{21} и k_{31} , при наличии двух формул для определения коэффициента k_{32} , как корней уравнения (9), не приведет к ожидаемому результату в виде девяти уравнений, однозначно определяющих девять компонент тензора энергетических КЭМС через коэффициенты β_{ij}^σ и Λ_g , что свидетельствует об аналитической неопределенности компонент тензора энергетических коэффициентов электромеханической связи из системы уравнений (5), устанавливающих зависимости энергетических КЭМС от коэффициентов, характеризующих механические и пьезоэлектрические свойства материалов с учетом их анизотропии.

Закключение. Подводя итог, целесообразно отметить, что с внедрением в гидроакустическую и электрогенераторную технику электроакустических преобразователей на основе полимерных пленок, обладающих пьезоэлектрическими свойствами, остро стоит проблема разработки теории расчетов электрических и акустических характеристик ани-

зотропных конструкций, в том числе их энергетических коэффициентов электромеханической связи. Наличие зависимостей каждой компоненты тензора энергетических КЭМС от коэффициентов, характеризующих механические и пьезоэлектрические свойства анизотропных материалов в разных направлениях, подчеркивает актуальность вопроса разработки математического аппарата для выполнения аналитических расчетов компонент тензора энергетических коэффициентов электромеханической связи полимерных пленочных пьезоматериалов. Более того, научно обоснованная в статье аналитическая неопределенность компонент тензора энергетических КЭМС из уравнений, непротиворечивость которых законам физики известна, свидетельствует о необходимости поиска новых путей и подходов к выполнению расчетов указанных коэффициентов применительно к новым для гидроакустической и электрогенераторной техники материалам.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Бежин А.И., Должиков А.А., Жуковский В.А., Нетьяга А.А., Плотников Р.В.* Экспериментальное обоснование применения новых поливинилиденфторидных эндопротезов с карбиновым покрытием для герниопластики // Вестник новых медицинских технологий. – 2007. – Т. XIV, № 1. – С. 99-101.
2. *Subochev P., Prudnikov M., Vorobyev V., Postnikova A., Sergeev E., Perekatova V., Orlova A., Kotomina V., Turchin I.* Wideband linear detector arrays for optoacoustic imaging based on polyvinylidene difluoride films // Journal of Biomedical Optics. – 2018. – Vol. 23 (9), 091408. – DOI: 10.1117/1.JBO.23.9.091408.
3. *Игнатик А.А.* Оценка напряженно-деформированного состояния и прочности трехслойного образца трубы из полипропилена с трещиноподобным дефектом // Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса. – 2023. – № 2 (134). – С. 68-75.
4. *Anokhina T., Borisov I., Yushkin A., Vaganov G., Didenko A., Volkov A.* Phase separation within a thin layer of polymer solution as prompt technique to predict membrane morphology and transport properties // Polymers. – 2020. – Vol. 12, 2785. – DOI: 10.3390/polym12122785.
5. *Kim K.-B., Lee J.* A lead-free piezoelectric fiber generator with a high energy conversion constant material // Energies. – 2022. – Vol. 15, No. 6787. – <https://doi.org/10.3390/en15186787>.
6. *Berlincourt D.A., Curran D.R., Jaffe H.* Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers // Physical Acoustics. Principles and Methods. – Elsevier, 1964. – P. 169-270.
7. *Kharat D.K., Mitra S., Akhtar S., Kumar V.* Polymeric piezoelectric transducers for hydrophone applications // Defence Science Journal. – 2007. – Vol. 57, No. 1. – P. 7-22.
8. *Шатохин А.В., Полканов К.И., Селезнев И.А., Жуков В.Б.* Направления развития антенн отечественных гидроакустических средств // Национальная оборона. – 2020. – № 5 (170). – С. 104-109.
9. *Прокимов А.А., Джурицкий К.Б., Смирнова Ю.А.* Перспективные изоляционные материалы для радиочастотных кабелей и соединителей // Компоненты и технологии. – 2017. – № 2 (187). – С. 107-115.
10. *Абдуллин И.Ш., Фатхутдинов Р.Х., Миронова О.Ю., Шалыминова Д.П., Сайфутдинова И.Ф.* Исследование полимерных материалов на основе полиамида для изготовления мембранной защитной одежды // Вестник Казанского технологического ун-та. – 2012. – Т. 15, № 14. – С. 143-145.
11. *Kawai H.* The piezoelectricity of polyvinylidene fluoride // Japanese Journal of Applied Physics. – 1969. – Vol. 8. – P. 975-976.
12. *Chen S.E., Yang R.Y., Wu G.K., Wu C.C.* A piezoelectric wave-energy converter equipped with a geared-linkage-based frequency up-conversion mechanism // Sensors. – 2021. – No. 21. – P. 204.
13. *Смарышев М.Д., Добровольский Ю.Ю.* Гидроакустические антенны: справочник по расчету направленных свойств гидроакустических антенн. – Л.: Судостроение, 1984. – 304 с.
14. *Moffett M.B., Ricketts D., Butler J.L.* The effect of electrode stiffness on the piezoelectric and elastic constants of a piezoelectric bar // Acoustical Society of America. – 1988. – No. 83 (2). – P. 805-811.
15. *Дементьев И.И., Шабанов В.А., Шабанова Н.С.* Подход к математическому моделированию пленочных анизотропных конструкций электроакустических преобразователей // Научно-технический сборника «Гидроакустика / Hydroacoustics». – 2022. – Вып. 51 (3). – С. 42-49.
16. *Дементьев И.И., Шабанов В.А., Шабанова Н.С.* Методика расчета чувствительности пленочного пьезоэлектрического преобразователя гидроакустической антенны // Тр. Всерос. конф. «Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики». – СПб., 2023. – С. 194-199.
17. *Саркисян А.А., Саркисян С.О.* Собственные колебания микрополярных упругих гибких пластин и пологих оболочек // Акустический журнал. – 2022. – Т. 68, № 2. – С. 139-151.
18. *Шарфарец Б.П., Дмитриев С.П., Курочкин В.Е., Сергеев В.А.* О методе акустоэлектрического преобразования на основе электрокинетических явлений // Акустический журнал. – 2022. – Т. 68, № 5. – С. 571-578.

19. Исаев А.Е., Хатамтаев Б.И. Акустический центр измерительного гидрофона // Акустический журнал. – 2023. – Т. 69, № 1. – С. 63-72.
20. Поплавко Ю.М., Якименко Ю.И. Физические механизмы пьезоэлектричества. – Киев: Аверс, 1997. – 153 с.
21. Рудь Н.А. Пьезоэлектрические и сегнетоэлектрические свойства кристаллических диэлектриков: метод. указания. – Ярославль: Изд-во Яросл. гос. ун-та, 2003. – 44 с.
22. Семенова О.Р. Кристаллофизика: учеб. пособие. – Пермь: Изд-во Перм. гос. нац. исслед. ун-та, 2019. – 179 с.
23. Aabid A., Raheman Md.A., Ibrahim Y.E., Anjum A., Hrairi M., Parveez B., Parveen N., Zayan J.M. A systematic review of piezoelectric materials and energy harvesters for industrial applications // *Sensors*. – 2021. – Vol. 21, No. 12. – <https://doi.org/10.3390/s21124145>.
24. Жилин П.А. Рациональная механика сплошных сред: учеб. пособие / под ред. Е.А. Ивановой. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 584 с.
25. Марченков Н.В. Рентгенодифракционные исследования пьезоэлектрических кристаллов при воздействии внешних электрических полей: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.18. – М., 2014. – 122 с.

REFERENCES

1. Bezhin A.I., Dolzhikov A.A., Zhukovskiy V.A., Netyaga A.A., Plotnikov R.V. Eksperimental'noe obosnovanie primeneniya novykh polivinilidenftoridnykh endoprotezov s karbinovym pokrytiem dlya gernioplastiki [Experimental substantiation of the use of new polyvinylidene fluoride endoprostheses with carbine coating for hernioplasty], *Vestnik novykh meditsinskikh tekhnologiy* [Bulletin of new medical technologies], 2007, Vol. XIV, No. 1, pp. 99-101.
2. Subochev P., Prudnikov M., Vorobyev V., Postnikova A., Sergeev E., Perekatova V., Orlova A., Kotomina V., Turchin I. Wideband linear detector arrays for optoacoustic imaging based on polyvinylidene difluoride films, *Journal of Biomedical Optics*, 2018, Vol. 23 (9), 091408. DOI: 10.1117/1.JBO.23.9.091408.
3. Ignatik A.A. Otsenka napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i prochnosti trekhsloynogo obraztsa truby iz polipropilena s treshchinopodobnym defektom [Assessment of the stress-strain state and strength of a three-layer polypropylene pipe sample with a crack-like defect], *Oborudovanie i tekhnologii dlya neftegazovogo kompleksa* [Equipment and technologies for the oil and gas complex], 2023, No. 2 (134), pp. 68-75.
4. Anokhina T., Borisov I., Yushkin A., Vaganov G., Didenko A., Volkov A. Phase separation within a thin layer of polymer solution as prompt technique to predict membrane morphology and transport properties, *Polymers*, 2020, Vol. 12, 2785. DOI: 10.3390/polym12122785.
5. Kim K.-B., Lee J. A lead-free piezoelectric fiber generator with a high energy conversion constant material, *Energies*, 2022, Vol. 15, No. 6787. Available at: <https://doi.org/10.3390/en15186787>.
6. Berlincourt D.A., Curran D.R., Jaffe H. Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers, *Physical Acoustics. Principles and Methods*. Elsevier, 1964, pp. 169-270.
7. Kharat D.K., Mitra S., Akhtar S., Kumar V. Polymeric piezoelectric transducers for hydrophone applications, *Defence Science Journal*, 2007, Vol. 57, No. 1, pp. 7-22.
8. Shatokhin A.V., Polkanov K.I., Seleznev I.A., Zhukov V.B. Napravleniya razvitiya antenn otechestvennykh gidroakusticheskikh sredstv [Directions for the development of antennas for domestic sonar systems], *Natsional'naya oborona* [National Defense], 2020, No. 5 (170), pp. 104-109.
9. Prokimov A.A., Dzhurinskiy K.B., Smirnova Yu.A. Perspektivnye izolyatsionnye materialy dlya radiochastotnykh kabeley i soediniteley [Promising insulating materials for radio frequency cables and connectors], *Komponenty i tekhnologii* [Components and Technologies], 2017, No. 2 (187), pp. 107-115.
10. Abdullin I.Sh., Fatkhudinov R.Kh., Mironova O.Yu., Shalyminova D.P., Sayfutdinova I.F. Issledovanie polimernykh materialov na osnove poliamida dlya izgotovleniya membrannoy zashchitnoy odezhdy [Study of polyamide-based polymer materials for the manufacture of membrane protective clothing], *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo un-ta* [Bulletin of the Kazan Technological University], 2012, Vol. 15, No. 14, pp. 143-145.
11. Kawai H. The piezoelectricity of polyvinilidene fluoride, *Japanese Journal of Applied Physics*, 1969, Vol. 8, pp. 975-976.
12. Chen S.E., Yang R.Y., Wu G.K., Wu C.C. A piezoelectric wave-energy converter equipped with a geared-linkage-based frequency up-conversion mechanism, *Sensors*, 2021, No. 21, pp. 204.
13. Smaryshev M.D., Dobrovolskiy Yu.Yu. Gidroakusticheskie anteny: spravochnik po raschetu napravlennykh svoystv gidroakusticheskikh antenn [Hydroacoustic antennas: a guide to calculating the directional properties of hydroacoustic antennas]. Leningrad: Sudostroenie, 1984, 304 p.

14. *Moffett M.B., Ricketts D., Butler J.L.* The effect of electrode stiffness on the piezoelectric and elastic constants of a piezoelectric bar, *Acoustical Society of America*, 1988, No. 83 (2), pp. 805-811.
15. *Dement'ev I.I., Shabanov V.A., Shabanova N.S.* Podkhod k matematicheskomu modelirovaniyu plenochnykh anizotropnykh konstruktivnykh elektroakusticheskikh preobrazovateley [An approach to mathematical modeling of film anisotropic structures of electroacoustic transducers], *Nauchno-tekhnicheskiiy sbornik «Gidroakustika / Hydroacoustics»* [Scientific and technical collection "Hydroacoustics"], 2022, Issue 51 (3), pp. 42-49.
16. *Dement'ev I.I., Shabanov V.A., Shabanova N.S.* Metodika rascheta chuvstvitel'nosti plenochnogo p'ezoelektricheskogo preobrazovatelya gidroakusticheskoy anteny [Methodology for calculating the sensitivity of a film piezoelectric transducer of a hydroacoustic antenna], *Tr. Vseros. konf. «Prikladnye tekhnologii gidroakustiki i gidrofiziki»* [Proceedings of the All-Russian Conference "Applied Technologies of Hydroacoustics and Hydrophysics"]. St. Petersburg, 2023, pp. 194-199.
17. *Sarkisyan A.A., Sarkisyan S.O.* Sobstvennye kolebaniya mikropolyarnykh uprugikh gibkikh plastin i pologikh obolochek [Natural vibrations of micropolar elastic flexible plates and flat shells], *Akusticheskiiy zhurnal* [Acoustic Journal], 2022, Vol. 68, No. 2, pp. 139-151.
18. *Sharfarets B.P., Dmitriev S.P., Kurochkin V.E., Sergeev V.A.* O metode akustoelektricheskogo preobrazovaniya na osnove elektrokineticheskikh yavleniy [On the method of acoustoelectric transformation based on electrokinetic phenomena], *Akusticheskiiy zhurnal* [Acoustic Journal], 2022, Vol. 68, No. 5, pp. 571-578.
19. *Isaev A.E., Khatamtaev B.I.* Akusticheskiiy tsentr izmeritel'nogo gidrofona [Acoustic center of the measuring hydrophone], *Akusticheskiiy zhurnal* [Acoustic Journal], 2023, Vol. 69, No. 1, pp. 63-72.
20. *Poplavko Yu.M., Yakimenko Yu.I.* Fizicheskie mekhanizmy p'ezoelektrichestva [Physical mechanisms of piezoelectricity], Kiev: Avers, 1997, 153 p.
21. *Rud' N.A.* P'ezoelektricheskie i segnetoelektricheskie svoystva kristallicheskikh dielektrikov: metod. ukazaniya [Piezoelectric and ferroelectric properties of crystalline dielectrics: method. Instructions]. Yaroslavl': Izd-vo Yarosl. gos. un-ta, 2003, 44 p.
22. *Semenova O.R.* Kristallofizika: ucheb. posobie [Crystal physics: textbook]. Perm': Izd-vo Perm. gos. nats. issled. un-ta, 2019, 179 p.
23. *Aabid A., Raheman Md.A., Ibrahim Y.E., Anjum A., Hrairi M., Parveez B., Parveen N., Zayan J.M.* A systematic review of piezoelectric materials and energy harvesters for industrial applications, *Sensors*, 2021, Vol. 21, No. 12. Available at: <https://doi.org/10.3390/s21124145>.
24. *Zhilin P.A.* Ratsional'naya mekhanika sploshnykh sred: ucheb. posobie [Rational mechanics of continuous media: textbook], ed. by E.A. Ivanovoy. St. Petersburg: Izd-vo Politekhn. un-ta, 2012, 584 p.
25. *Marchenkov N.V.* Rentgenodifraktsionnye issledovaniya p'ezoelektricheskikh kristallov pri vozdeystvii vneshnikh elektricheskikh poley: dis. ... kand. fiz.-mat. nauk [X-ray diffraction studies of piezoelectric crystals under the influence of external electric fields: cand. of phys. and math. sc. dis.]: 01.04.18. Moscow, 2014, 122 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Б.Г. Коноплев.

Дементьев Илья Игоревич – АО «Концерн «Океанприбор»; e-mail: iidementev@mail.ru; г. Санкт-Петербург, Россия; тел.: 88124997568; к.т.н.; начальник учебно-методического центра.

Костина Анна Олеговна – e-mail: mail@oceanpribor.ru, тел.: 88124997400 (доб. 1819); инженер первой категории.

Dementiev Ilya Igorevich – JSC «Concern «Oceanpribor»; e-mail: iidementev@mail.ru; Saint-Petersburg, Russia; phone: +78124997568; cand. of eng. sc.; chief of Educational center.

Kostina Anna Olegovna – e-mail: mail@oceanpribor.ru; phone: +78124997400 (ext. 1819); 1st class engineer.