

Лагутина Анна Викторовна – e-mail: anya-lagutina@yandex.ru; тел.: 89057118834; старший научный сотрудник 6 научно-исследовательского центра «Развития технических средств и технологий».

Pavlov Evgeny Vladimirovich – All-Russian Order "Badge of Honor "Research Institute of Fire Defense of the Ministry of Emergency Situations of Russia"; e-mail: pavlov-vp@mail.ru; Balashikha, Russia; phone: +79167850002; senior researcher at the Research Center for Fire Engineering and Fire Automation.

Ershov Vladimir Ivanovich – e-mail: evi-monino@mail.ru; phone: +79690301515; cand. of mil. sc.; professor; leading researcher of the Research Center for Fire Engineering and Fire Automation.

Barannik Alexander Yuryevich – All-Russian Scientific Research Institute for Civil Defense and Emergency of the EMERCOM of Russia (Federal Science and High Technologies Center); e-mail: auba@yandex.ru; Moscow, Russia; phone: +79166951214; cand. of eng. sc.; senior researcher; leading researcher of the 6th Research Center Development of technical means and technologies.

Lagutina Anna Viktorovna – e-mail: anya-lagutina@yandex.ru; phone: +79057118834; senior researcher of the 6th Research Center Development of technical means and technologies.

УДК 519.6+004.021

DOI 10.18522/2311-3103-2024-1-77-88

Б.В. Румянцев, С.В. Прокопчина, А.А. Кочкаров

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫХ АППАРАТОВ ДЛЯ МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПОЛЕЙ

Организация непрерывного мониторинга значительных пространств с динамически меняющимися условиями и обстановкой является одной из ключевых задач в различных направлениях жизнедеятельности человека. Особо остро эта задача стоит в России с учетом ее территорий (земель), предназначенных для сельскохозяйственной деятельности. Особую важность организации непрерывного мониторинга подчеркивает и развитие концепции и технологий точного земледелия. В качестве средств для решения этой системной задачи могут использоваться различные робототехнические и беспилотные системы, оснащенные необходимым оборудованием в соответствии с локальными задачами непрерывного мониторинга. Непрерывный мониторинг при этом может быть обеспечен только применением эффективных алгоритмов построения траектории движения используемых подвижных робототехнических и беспилотных (в первую очередь авиационных) систем. Повышение эффективности таких алгоритмов с математической точки зрения всегда усложняется циклическостью траекторий движения, т.е. построением гамильтонова цикла. В рамках данной работы предлагается метод конструирования оптимальной траектории движения при выполнении задач непрерывного циклического мониторинга сельскохозяйственных полей. Метод основан на поиске гамильтонова цикла на графе карты местности и позволяет автоматически строить оптимальный замкнутый путь для произвольной карты местности. Отличительной особенностью метода является использование модифицированного алгоритма поиска гамильтонова цикла. Алгоритм может быть масштабирован для карт, соответствующих графам с большим (более 100) количеством вершин, для которых стандартный алгоритм поиска гамильтонова цикла методом перебора требует значительно большего времени выполнения, чем предложенный алгоритм. Показано, что используемый алгоритм обладает в 17 раз меньшей константой роста временной сложности, чем стандартный алгоритм поиска гамильтонова цикла. Это позволяет увеличить количество вершин графа, используемого для поиска гамильтонова цикла в режиме реального времени (от 0.1 до 100 секунд), на порядок (от 30 до 500). Разработанный алгоритм может быть внедрён в современные беспилотные системы мониторинга состояния сельскохозяйственных полей для оптимизации траектории движения беспилотных аппаратов в режиме реального времени (0.1-100 секунд), внося тем самым вклад в динамично развивающуюся область точного земледелия.

Теория графов; Гамильтонов цикл; временная сложность; мониторинг; точное земледелие.

B.V. Rumiantsev, S.V. Prokopchina, A.A. Kochkarov

**ALGORITHM FOR THE CONSTRUCTION OF THE TRAJECTORY
OF UNMANNED VEHICLES FOR MONITORING THE CONDITION
OF AGRICULTURAL FIELDS**

Organizing continuous monitoring of large spaces with dynamically changing conditions and conditions is one of the key tasks in various areas of human life. This task is especially acute in Russia, taking into account its territories (lands) intended for agricultural activities. The particular importance of organizing continuous monitoring is also emphasized by the development of the concept and technology of precision farming. As a means to solve this system problem, various robotic and unmanned systems can be used, equipped with the necessary equipment in accordance with the local tasks of continuous monitoring. Continuous monitoring can only be ensured by the use of effective algorithms for constructing the movement trajectory of the mobile robotic and unmanned (primarily aviation) systems used. Increasing the efficiency of such algorithms from a mathematical point of view is always complicated by the cyclical nature of motion trajectories, i.e. construction of a Hamiltonian cycle. This work proposes a method for constructing an optimal trajectory for continuous cyclic monitoring tasks of agricultural fields. The method is based on finding a Hamiltonian cycle on the graph of the terrain map and allows for the automatic construction of an optimal closed path for any terrain map. A distinctive feature of the method is the use of a modified algorithm for finding Hamiltonian cycles. The algorithm can be scaled for maps corresponding to graphs with a large (more than 100) number of vertices, for which the standard brute-force algorithm for finding Hamiltonian cycles requires significantly more execution time than the proposed algorithm. It is shown that the algorithm used has a 17 times smaller growth constant in time complexity compared to the standard algorithm for finding Hamiltonian cycles. This allows for an increase in the number of vertices in the graph used for finding Hamiltonian cycles in real-time mode (0.1-100 seconds) by an order of magnitude (from 30 to 500). The developed algorithm can be implemented in modern unmanned monitoring systems for optimizing the trajectory of agricultural fields monitoring by unmanned vehicles in real-time mode, thus contributing to the dynamically evolving field of precision agriculture.

Graph theory; Hamiltonian cycle; time complexity; monitoring; precision agriculture.

Введение. Задача поиска оптимального маршрута мониторинга и патрулирования местности в настоящее время имеет особую актуальность благодаря использованию автоматизированных беспилотных устройств, которые не требуют присутствия оператора и могут использоваться в качестве подвижных платформ для различных типов датчиков: оптических, акустических, химических и т.д. Эти устройства позволяют решать широкий спектр задач, связанных с автоматизацией процессов пространственного мониторинга [1–4]. Тип используемых датчиков определяется характером задач, которые должны быть решены при патрулировании местности. Так, патрулирование может проводиться с целью картографирования местности [5], поиска полезных ископаемых [6], эхолокации [7] и также для локальной регистрации погодных условий [8]. Перспективным направлением применения алгоритмов патрулирования является их использование в рамках сельскохозяйственной сферы для реализации стратегии точного земледелия (precision agriculture) [9], где патрулирование может осуществляться с целью наблюдения за состоянием растений, истребления вредителей, а также выявления потенциальных угроз урожаю [10].

Поскольку эффективное патрулирование местности требует построения оптимального пути движения на заданной карте, задача эффективного патрулирования практически неизбежно требует использования теории графов [11]. Графовые подходы к решению задачи патрулирования активно используются в современных работах. Часто рассматриваемой проблемой является патрулирование с использованием нескольких подвижных сенсоров [12]. Так, в работе [13] решается проблема эффективного патрулирования с использованием нескольких роботов в известной среде путем назначения индивидуальных зон патрулирования каждому подвижному сенсору. В работе [14] решается та же проблема и демонстрируется метод динамического разбиения графа на области ответственности сенсоров путём

локальных взаимодействий между ними. В работе [15] авторы обсуждают подход к автоматизации патрулирования территории с использованием набора подвижных роботов и предлагают алгоритм для разбиения карты между роботами, основанный также на использовании теории графов.

Статья [16] посвящена стохастической графовой стратегии для патрулирования местности с помощью набора сенсоров, которая может превзойти детерминированные подходы. Другой подход к решению проблемы патрулирования в рамках обсуждается в [17]. В данной работе авторы предлагают строить маршрут патрулирования путем сокращения полного графа местности на основе важности каждого отдельного узла для процедуры патрулирования, что позволяет сократить временную сложность алгоритма, что особенно важно в контексте проблемы больших графов.

В рамках данной работы предлагается реализовать процедуру патрулирования на всем графе с использованием одного сенсора, перемещающегося по карте с заданным расположением препятствий, что является альтернативой вышеупомянутым подходам на основе разбиения многих графа на зоны ответственности и его редуцирования. В этом случае, как будет обсуждаться ниже, соответствующий метод для реализации эффективного патрулирования местности – это построение графа карты местности, который допускает построение гамильтонова цикла [11], то есть замкнутого пути, проходящего через каждую вершину графа ровно один раз. Задача поиска гамильтонова цикла в настоящее время является актуальной математической проблемой, имеющей прикладной характер в различных областях. В частности, это области, где требуется реализовать поиск оптимального пути движения объекта. Эти области включают в себя транспортно-логистическую сферу [18, 19], направления геологоразведки [20] и, как уже упоминалось выше, область патрулирования местности [21, 22]. Несмотря на свою актуальность, задача поиска гамильтонова цикла остается одной из самых сложных оптимизационных математических задач в настоящее время. Проблема поиска гамильтонова пути и, в частности, поиска гамильтонова цикла, является NP-полной проблемой и в случае алгоритма полного перебора имеет экспоненциальную временную сложность [11]. При наличии априорной информации о графе, используемой для поиска гамильтонова пути, возможно снизить сложность времени проблемы до субэкспоненциального [23] и даже до полиномиального [24] уровня. Экспоненциальная сложность поиска гамильтонова пути на произвольном графе ограничивает количество вершин графа, что позволяет решать проблему в режиме реального времени. Этот фактор особенно важен в приложениях, где требуется построить оптимальную траекторию движения при быстром изменении конфигурации графа. Мотивацией данной работы является разработка алгоритма реального времени с временем выполнения 0.1-100 секунд на современных вычислительных системах для построения оптимального маршрута патрулирования в виде гамильтонова цикла, который обеспечивает полное покрытие заданной карты местности. Новизна метода обусловлена модифицированным алгоритмом поиска гамильтонова цикла, который лежит в основе предложенного метода и обеспечивает значительное ускорение процедуры поиска по сравнению со стандартным алгоритмом полного перебора, сохраняя экспоненциальную временную сложность. Далее рассматривается полная формулировка задачи, краткое представление разработанного теоретико-графового метода для построения оптимальной траектории патрулирования и результаты исследования эффективности разработанного подхода.

Постановка задачи. В рамках данной работы рассматривается задача патрулирования местности на заданной двухмерной карте с препятствиями (рис. 1).

Термин "патрулирование" (или "мониторинг") в данной работе означает перемещение одного беспилотного сенсора по карте, сопровождающееся регистрацией обобщенных целей, которые могут быть обнаружены с равной вероятностью в любой точке карты. Термин "препятствия" означает области карты, где не могут быть размещены цели и сенсоры. В реальной ситуации такими препятствиями могут быть горные хребты, водоемы и элементы инфраструктуры, которые могут оказаться не-

преодолимыми препятствиями как для наземных, так и для летающих беспилотных сенсоров. В контексте рассматриваемого подхода сенсору назначается поле зрения, в котором он может зарегистрировать цель. Поле зрения представляет собой круг радиуса R с центром в точке текущего расположения сенсора (рис. 2).

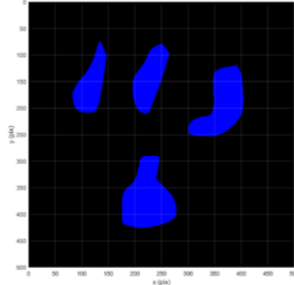


Рис. 2. Пример двумерной карты местности, рассматриваемый в данной работе. Темно-синий цвет обозначает препятствия, то есть области, где невозможно разместить датчик и где нет необходимости проводить процедуру патрулирования. Черный цвет обозначает область, где необходимо проводить процедуру патрулирования и где может быть размещен датчик. Белая сетка, отмечающая отметки с шагом 50 пикселей, используется для визуальной ориентации и не относится к рассматриваемой проблеме

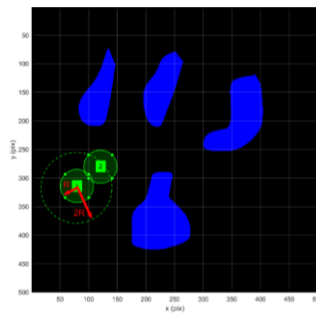


Рис. 3. Поля зрения датчика (# 1 и # 2, зеленый цвет). Находясь в центре области # 1, за одну итерацию времени датчик может переместиться в любую точку, расположенную внутри круга радиуса $2R$ (зеленая пунктирная линия), включая точку, определяющую центр поля зрения # 2

В рассматриваемой модели предполагается, что в процессе мониторинга сенсор перемещается по карте дискретным образом с шагом $\Delta\vec{r}$, который меньше или равен диаметру $2R$ его поля зрения ($1 \text{ пиксель} \leq |\Delta\vec{r}| \leq 2R$). Это приближение соответствует реальной ситуации при условии, что шаг времени Δt намного меньше полного времени мониторинга T ($\Delta t \ll T$). Использование этого приближения позволяет рассматривать движение сенсора как движение между центрами полей зрения, расположенных на области мониторинга с некоторым перекрытием (плотностью) между ними.

При осуществлении мониторинга в области, покрытых полями зрения, возможно формализовать движение датчика на карте как движение между вершинами графа, который строится в соответствии с расположением полей зрения. Можно показать, что для минимизации времени обнаружения целей траектория движения должна представлять собой гамильтонов цикл [21]. Основная идея заключается в следующем: в случае одного датчика, движущегося с постоянной скоростью и не-

подвижных целей, время регистрации целей Δt_{reg} равно времени полного обзора (или охвата) мониторинговой области датчиком Δt_{sweep} , которое обратно пропорционально скорости обзора датчика:

$$\Delta t_{sweep} = \frac{S_{total}}{dS_{swept}/dt}. \quad (1)$$

Общая площадь зоны мониторинга обозначается как S_{total} , а dS_{swept}/dt – скорость обзора, которая представляет собой площадь, охваченную сенсором на карте за единицу времени. Для минимизации времени обзора Δt_{sweep} и, следовательно, времени регистрации Δt_{reg} при заданной площади карты S_{total} необходимо максимизировать скорость обзора dS_{swept}/dt . В свою очередь, при заданной скорости движения датчика это можно достичь, если каждая точка карты будет охвачена ровно один раз за период Δt_{sweep} . Это обеспечивается движением сенсора вдоль гамильтонова пути на графе местности. В случае движущихся целей однократный обход зоны патрулирования может быть недостаточным для регистрации всех целей, и может потребоваться более одного цикла обхода. Циклический обход зоны патрулирования, который гарантирует охват каждой точки карты ровно один раз за один цикл патрулирования с равным периодом охвата, требует возвращения датчика в исходную точку на каждом цикле патрулирования. Это можно обеспечить, используя в качестве траектории движения датчика гамильтонов цикл вместо гамильтонова пути. Таким образом, оптимальная траектория движения, которая минимизирует время обнаружения движущихся целей в рассматриваемой задаче, является гамильтоновым циклом. Таким образом, задачу эффективного патрулирования местности можно разделить на две последовательные задачи. Первая задача – реализация эффективного охвата зоны мониторинга сенсорами и построение графа местности в соответствии с полученным размещением полей зрения. Вторая задача – поиск гамильтонова цикла на построенном графе местности, который представляет собой оптимальную траекторию движения датчика.

Алгоритм покрытия целевой зоны. Для покрытия зоны мониторинга областью обзора датчиков используется следующий алгоритм (рис. 3).

Для обеспечения эффективного мониторинга карты местности, характеризующейся минимальной площадью перекрытия между областями обзора датчиков и препятствиями, размер области обзора R должен быть меньше или равен минимальному расстоянию между препятствиями на данной карте. На первом этапе на карте строится сетка с равным шагом Δr , состоящая из областей обзора, где шаг Δr устанавливается как $\Delta r = \rho \cdot 2R$, $\rho \in (0,1]$ – это коэффициент, определяющий плотность размещения областей обзора. Термин "плотность" используется, потому что ρ определяет расстояние между соседними областями обзора. Следовательно, чем меньше ρ , тем больше областей обзора размещается на данной площади, что указывает на увеличение плотности размещения областей обзора.

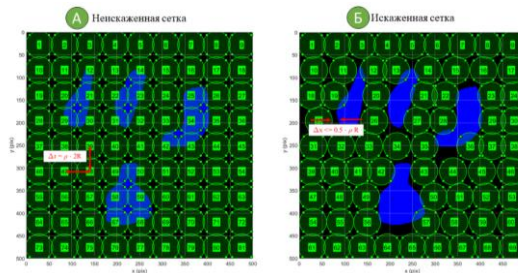


Рис. 4. А – неискаженная сетка областей обзора датчиков. $\Delta r = \rho \cdot 2R$ – расстояние между узлами сетки; б – Искаженная сетка областей обзора датчиков. Минимальный размер не покрытой части карты по оси x составляет $\Delta x \leq 0.5$

Для обеспечения эффективного мониторинга карты местности, характеризующейся минимальной площадью пересечения между областями обзора датчиков и препятствиями, размер области обзора R должен быть меньше или равен минимальному расстоянию между препятствиями на данной карте.

На втором этапе сетка искажается: шаг сетки изменяется таким образом, чтобы размер не покрытой части карты вдоль оси x был меньше или равен $0.5 \cdot \rho R$. Области обзора размещаются в узлах искаженной сетки, находящихся вне препятствий.

В результате проведенной процедуры на карте формируется сетка, состоящая из областей обзора датчиков. После прохождения через каждый узел сетки датчик обеспечивает практически полное сканирование зоны целевого мониторинга. Как будет обсуждаться далее, фундаментальный предел покрытой площади составляет 0.75 для квадратной карты, заполненной круглыми областями обзора без перекрытия. Это означает, что площадь карты, охваченная датчиком с круглой областью обзора, будет практически полностью охвачена, то есть 75% площади карты будет просканировано. Это фундаментальное ограничение, которое нельзя преодолеть в задаче патрулирования с использованием сенсора с круглой формой области обзора. Возможным решением здесь является перекрытие областей обзора на карте местности, что неизбежно приводит к потере оптимальности патрулирования, поскольку в этом случае будут "выделенные" точки, которые датчик патрулирует более длительное время, чем другие.

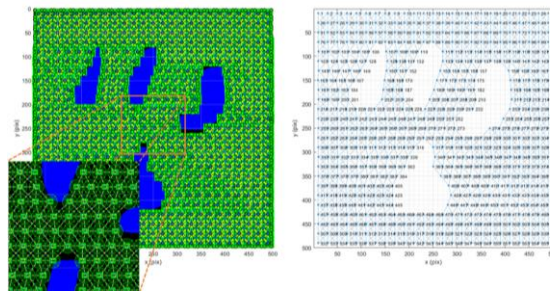


Рис. 4. (Слева) Размещение областей обзора датчиков; (Справа) соответствующий граф местности G_1

Как упоминалось выше, оптимальная траектория движения, которая минимизирует время обнаружения подвижных целей в рассматриваемой задаче, является гамильтоновым циклом. Для поиска гамильтонова цикла сетка областей обзора датчиков рассматривается как простой неориентированный граф $G_1(V_1, E_1)$ с вершинами, расположенными в соответствующих узлах сетки, то есть в центрах областей обзора датчиков. Ребра E_1 графа $G_1(V_1, E_1)$ соединяют те вершины V_1 , которые находятся на расстоянии шага датчика $|\Delta r|$ друг от друга, $|\Delta r| \leq 2R$. Граф местности $G_1(V_1, E_1)$ не содержит «петель» (i, i) и параллельных $(i, j)_k$ ребер [11].

Алгоритм поиска гамильтонова цикла. Идея алгоритма заключается в следующем. В рамках поставленной задачи патрулирования количество вершин графа местности V_1 может быть слишком велико для применения стандартного алгоритма полного перебора [23] для поиска гамильтонова цикла в режиме реального времени, указанного в данной работе как 0.1–100 секунд (3 порядка величины времени). Для преодоления проблемы размера графа предлагается следующий метод. Граф местности разбивается на так называемые кластеры, т.е. отдельные связанные графы $g_k(v_k, e_k)$, $k \in [1, n]$, $n = |V_1|/N$, $v_k \in V_1$, содержащие небольшое количество вершин N ($N=20-30$ в рамках проведенных вычислительных экспериментов), что позволяет применять стандартный алгоритм полного перебора для поиска гамильтонова пути в режиме реального времени в рамках каждого кластера (рис. 5).

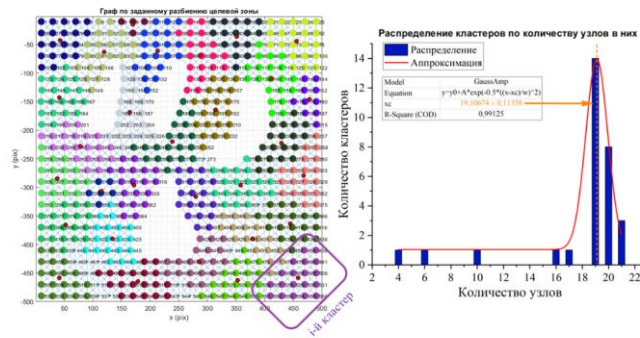


Рис. 5. (Слева) Кластеризация вершин V_1 графа местности G_1 . Цвета обозначают кластеры g_k , красные точки – "центры масс" каждого кластера g_k . (Справа) Распределение кластеров g_k по числу вершин $|v_k|$. Оно показывает, что среднее количество вершин в кластерах g_k близко к выбранному ограничивающему числу $N=21$

Разбиение графа местности $G_1(V_1, E_1)$ на кластеры $g_k(v_k, e_k)$ позволяет рассматривать набор кластеров $\{g_k(v_k, e_k)\}$ как один высокоуровневый граф $G_0(V_0, E_0)$, который может быть рассмотрен как граф местности в нулевом приближении, где кластеры $g_k(v_k, e_k)$ действуют как вершины V_0 , а рёбра E_0 соединяют вершины V_0 , соответствующие соседним кластерам (рис. 6).

В нулевом приближении можно считать, что движение датчика в рамках процедуры патрулирования осуществляется по графу $G_0(V_0, E_0)$, что обеспечивает поиск гамильтонова цикла на его вершинах в режиме реального времени благодаря низкому количеству вершин V_0 . На следующем этапе для уточнения маршрута рассматривается движение датчика в рамках каждого кластера $g_k(v_k, e_k)$. Траектория движения датчика в каждом кластере задается как гамильтонов путь $p_k(g_k)$, который позволяет сенсору двигаться от начальной вершины в k -ом кластере $g_k(v_k, e_k)$ к соединенной с k -ым кластером вершине $(k+1)$ -го кластера $g_{k+1}(v_{k+1}, e_{k+1})$. Последняя вершина становится начальной вершиной в $(k+1)$ -ом кластере. Поиск каждого гамильтонова пути $p_k(g_k)$ осуществляется с использованием стандартного алгоритма полного перебора, который благодаря низкому ($N=20-30$) количеству вершин кластера может быть реализован в режиме реального времени. Путем объединения гамильтоновых путей $p_k(g_k)$ в соответствии с гамильтоновым циклом по графу $G_0(V_0, E_0)$ строится общий гамильтонов цикл $C_1(G_1)$ по графу $G_1(V_1, E_1)$ (рис. 7).

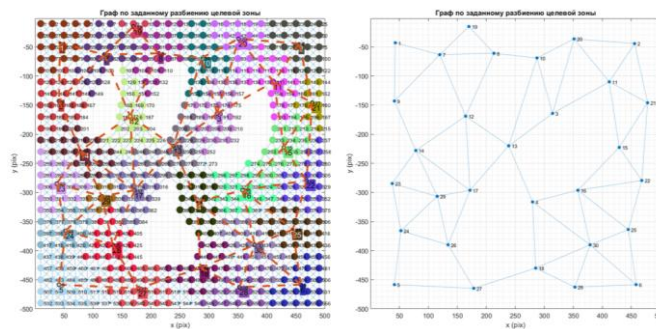


Рис. 6. (Слева) Кластеры g_k , соединенные вершинами V_0 . (Справа) соответствующий граф кластеров G_0

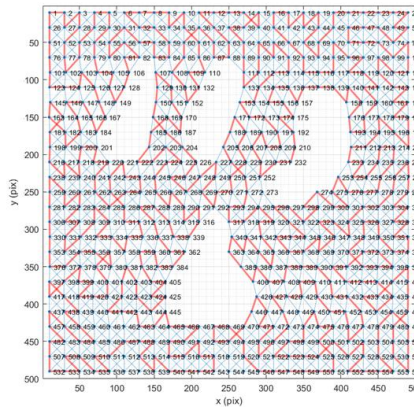


Рис. 7. Построенный гамильтонов цикл $C_1(G_1)$ на графе местности G_1

Результаты и обсуждение. Для оценки эффективности обсуждаемого подхода к поиску оптимального маршрута патрулирования предлагается, в первую очередь, оценить эффективность алгоритма покрытия карты местности, а во-вторых, сравнить временную сложность предложенного алгоритма поиска гамильтонова цикла с временной сложностью стандартного алгоритма полного перебора.

Реализация метода полного перебора, использованного в рамках обсуждаемой работы, представлена в [25]. Этот рекурсивный алгоритм на каждой итерации проверяет, может ли соседняя вершина быть добавлена в гамильтонов цикл или она уже была добавлена. Таким образом, алгоритм перебирает варианты пути и в итоге находит гамильтонов цикл, если он существует для данного графа.

Выполнение обсуждаемых алгоритмов проводилось в MATLAB R2021b (Mathworks, Natick, MA, USA) с использованием процессора 11-го поколения Intel Core i7-11800H, 2.30GHz.

Эффективность алгоритма покрытия карты местности. Для оценки эффективности алгоритма покрытия карты местности может быть использовано соотношение S_{Σ}/S_{Ω} , где S_{Σ} – общая площадь зоны мониторинга, охватываемой полями обзора датчика, S_{Ω} – общая площадь зоны мониторинга. В качестве эталонного значения этого соотношения может быть использовано значение, характеризующее покрытие квадратной зоны мониторинга неперекрывающимися полями обзора датчика (рис. 8). Значение отношения S_{Σ}/S_{Ω} в этом случае равно $\pi/4 \approx 0.75$ для каждого радиуса поля зрения датчика, вписанного в зону мониторинга.

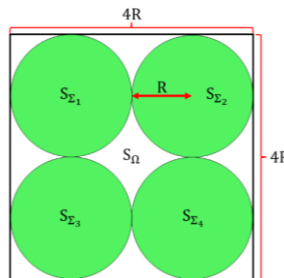


Рис. 8. Схема эталонной конфигурации патрулирования. В случае четырех полей обзора ($n=4$), который изображен на схеме, эффективность покрытия равна

$$\frac{S_{\Sigma}}{S_{\Omega}} = \frac{4 \cdot \pi R^2}{4R \cdot 4R} = \frac{\pi}{4}. \text{ В случае произвольного числа полей обзора, вписанных в зону мониторинга, эффективность также равна } \pi/4, \text{ поскольку } \frac{S_{\Sigma}}{S_{\Omega}} = \frac{n \cdot \pi R^2}{(2R \cdot \sqrt{n})^2} = \frac{\pi}{4}$$

Основываясь на этом значении, можно охарактеризовать эффективность покрытия следующим образом: $S_{\Sigma}/S_{\Omega} < 0.75$ соответствует недостаточному охвату целевой зоны мониторинга, $S_{\Sigma}/S_{\Omega} = 0.75$ соответствует максимальному охвату целевой зоны при условии отсутствия перекрытия областей обзора, $S_{\Sigma}/S_{\Omega} > 0.75$ соответствует увеличению площади охвата целевой зоны за счет перекрытия полей зрения. Таким образом, приходится выбирать между максимизацией охватываемой площади целевой зоны и минимизацией площади перекрытия полей зрения. Обсуждаемый алгоритм позволяет достичь значений S_{Σ}/S_{Ω} на уровне 0.75–0.85, что указывает на относительно низкое (отношение площади перекрытия к площади целевой зоны составляет $S_{\cap}/S_{\Sigma} \approx 0.01 - 0.03$ на карте на рис. 2) перекрытие полей зрения, что обеспечивает увеличение площади покрытия по сравнению со случаем $S_{\Sigma}/S_{\Omega} = 0.75$. Возможное усовершенствование этого алгоритма покрытия для увеличения зоны покрытия при сохранении площади перекрытия полей обзора заключается в реализации процедуры искажения сетки покрытия относительно осей x и y .

Эффективность алгоритма поиска гамильтоновой схемы. Для характеристики эффективности предлагаемого алгоритма поиска гамильтоновой схемы используется понятие временной сложности [26]. Строгий математический вывод вычислительной сложности предлагаемого алгоритма, по-видимому, с трудом поддается формализации, поскольку производительность алгоритма зависит от конфигурации карты. Однако статистический подход, который реализуется путем измерения времени выполнения алгоритма на различных картах, позволяет экспериментально определить сложность как математический закон. Именно этот подход был использован в рамках настоящей работы для установления закона роста временной сложности. Сравнение экспериментально определенной временной сложности для модифицированного алгоритма и стандартного метода полного перебора представлено на рис. 9.

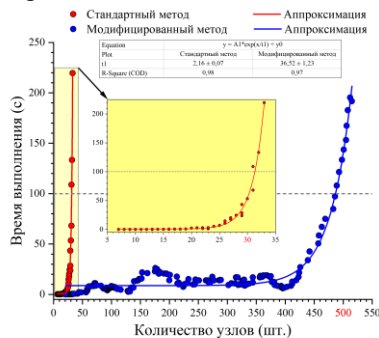


Рис. 9. Сравнение экспериментально определенной временной сложности для модифицированного алгоритма и стандартного метода полного перебора

Чтобы получить эти зависимости, алгоритмы были запущены для различных карт со случайным расположением препятствий и разными размерами зон видимости, что позволило получить различное количество вершин графа рельефа.

Как показано на Рис.9, стандартный алгоритм перебора выполняется в режиме реального времени (0.1–100 секунд) в случае графов с числом вершин до 30, в то время как предлагаемый модифицированный метод позволяет расширить этот диапазон до 500 вершин. Следует отметить, что значения 30 и 500 вершин определяют количество вершин, соответствующее увеличению времени выполнения на три порядка для стандартных алгоритмов перебора и модифицированных алгоритмов соответственно.

Оба обсуждаемых алгоритма обладают экспоненциальным законом роста временной сложности при увеличении объема входных данных, который представлен числом вершин графа рельефа V_1 . Однако константа роста t_1 (см. рис. 9) кривой временной сложности для модифицированного алгоритма значительно ниже (в $36.52/2.16 \approx 17$ раз), чем для алгоритма полного перебора. Благодаря этому факту можно увеличить более чем на порядок (с 30 до 500 вершин, примерно в $500/30 \approx 17$ раз) количество вершин графа рельефа, сохранив неизменным характер процедуры поиска в реальном времени. Таким образом, по сравнению со стандартным алгоритмом перебора использование предложенного модифицированного алгоритма позволяет значительно увеличить количество вершин графа, которые используются для поиска гамильтоновой схемы в режиме реального времени (0.1–100 с).

Заключение. В рамках настоящей работы разработан метод построения оптимального маршрута для патрулирования произвольной карты местности. Метод основан на использовании модифицированного алгоритма поиска гамильтоновой схемы на графе местности. Продемонстрировано, что предложенный метод эффективен как при охвате зоны мониторинга, поскольку обеспечивает практически полный охват участка местности, так и при поиске гамильтонового цикла на графе местности, поскольку обеспечивает увеличение скорости поиска по сравнению со стандартным методом перебора. Более того, по сравнению с методом полного перебора предложенный алгоритм поиска гамильтонового цикла позволяет более чем на порядок увеличить количество вершин графа (с 30 до 500 вершин, в $500/30 \approx 17$ раз), на котором происходит поиск в режиме реального времени (0.1–100 секунд). Предложенный подход кластеризации вершин, который используется в рамках разработанной процедуры поиска гамильтонового цикла, может быть масштабирован на графы с большим числом вершин путем рекурсивной многоуровневой кластеризации вершин графа местности.

Реализация предложенного способа в практических случаях могла бы быть следующей. Пользователь загружает 2D-карту местности в компьютерную программу, которая использует описанный алгоритм для построения траектории патрулирования. Построенный маршрут (т.е. последовательный набор 2D координат) загружается в автоматическое устройство перемещения, на котором установлен датчик. Наконец, устройство перемещения начинает патрулировать местность в соответствии с загруженным маршрутом, в то время как текущее положение устройства отслеживается, например, с помощью GPS.

Таким образом, обсуждаемый метод может быть применен как в рамках задач патрулирования местности сельскохозяйственных полей, так и в области общих задач, требующих использования быстрого алгоритма поиска гамильтонового цикла на больших графах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Hammad A., Da Costa B., Soares C., and Haddad A.* The Use of Unmanned Aerial Vehicles for Dynamic Site Layout Planning in Large-Scale Construction Projects, *Buildings*, Dec. 2021, Vol. 11, No. 12, 602 p. DOI: 10.3390/buildings11120602.
2. *Nex F. and Remondino F.* UAV for 3D mapping applications: a review, *Appl. Geomat.*, Mar. 2014, Vol. 6, No. 1, pp. 1-15. DOI: 10.1007/s12518-013-0120-x.
3. *Eun J., Song B.D., Lee S., and Lim D.-E.* Mathematical Investigation on the Sustainability of UAV Logistics, *Sustainability*, Oct. 2019, Vol. 11, No. 21, 5932 p. DOI: 10.3390/su11215932.
4. *Joshi G.P., Alenezi F., Thirumoorthy G., Dutta A.K., and You J.* Ensemble of Deep Learning-Based Multimodal Remote Sensing Image Classification Model on Unmanned Aerial Vehicle Networks, *Mathematics*, Nov. 2021, Vol. 9, No. 22, 2984 p. DOI: 10.3390/math9222984.
5. *Lindner G., Schraml K., Mansberger R., and Hübl .* 'UAV monitoring and documentation of a large landslide', *Appl. Geomat.*, vol. 8, no. 1, pp. 1–11, Mar. 2016, doi: 10.1007/s12518-015-0165-0.

6. *érez-Álvarez R., Sedano-Cibrián ., De Luis-Ruiz .M., Fernández-Maroto G., and Pereda-García R.* Mining Exploration with UAV, Low-Cost Thermal Cameras and GIS Tools—Application to the Specific Case of the Complex Sulfides Hosted in Carbonates of Udías (Cantabria, Spain), *Minerals*, Jan. 2022, Vol. 12, No. 2, 140 p. DOI: 10.3390/min12020140.
7. *Kloepper L.N. and Kinniry M.* Recording animal vocalizations from a UAV: bat echolocation during roost re-entry, *Sci. Rep.*, May 2018, Vol. 8, No. 1, 7779 p. DOI: 10.1038/s41598-018-26122-z.
8. *Chodorek A., Chodorek R.R., and Yastrebov A.* Weather Sensing in an Urban Environment with the Use of a UAV and WebRTC-Based Platform: A Pilot Study, *Sensors*, Oct. 2021, Vol. 21, No. 21, 7113 p. DOI: 10.3390/s21217113.
9. *Su J., Zhu X., Li S., and Chen W.-H.* AI meets UAVs: A survey on AI empowered UAV perception systems for precision agriculture, *Neurocomputing*, Jan. 2023, Vol. 518, pp. 242-270. DOI: 10.1016/j.neucom.2022.11.020.
10. *Radoglou-Grammatikis P., Sarigiannidis P., Lagkas T., and Moscholios I.* A compilation of UAV applications for precision agriculture, *Comput. Netw.*, May 2020, Vol. 172, 107148 p. DOI: 10.1016/j.comnet.2020.107148.
11. *Chen W.K.* *Applied Graph Theory*. in North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics. Elsevier Science, 2012. [Online]. Available: <https://books.google.ru/books?id=kAcBm96mUvsC>.
12. *Pasqualetti F., Franchi A., and Bullo F.* On Cooperative Patrolling: Optimal Trajectories, Complexity Analysis, and Approximation Algorithms, *IEEE Trans. Robot.*, Jun. 2012, Vol. 28, No. 3, pp. 592-606. DOI: 10.1109/TRO.2011.2179580.
13. *Portugal D. and Rocha R.* MSP algorithm: multi-robot patrolling based on territory allocation using balanced graph partitioning, in *Proceedings of the 2010 ACM Symposium on Applied Computing*, Sierre Switzerland: ACM, Mar. 2010, pp. 1271-1276. DOI: 10.1145/1774088.1774360.
14. *Elor Y. and Bruckstein A.M.* Multi-a(ge)nt Graph Patrolling and Partitioning, in *2009 IEEE/WIC/ACM International Joint Conference on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology*, Milan, Italy: IEEE, 2009, pp. 52-57. DOI: 10.1109/WI-IAT.2009.125.
15. *Legovich Yu.S., Diane S.A.K., and Rusakov K.D.* Integration of modern technologies for solving territory patrolling problems with the use of heterogeneous autonomous robotic systems, in *2018 11th International Conference 'Management of large-scale system development' (MLSD)*, Moscow: IEEE, Oct. 2018, pp. 1-5. DOI: 10.1109/MLSD.2018.8551884.
16. *Caraballo L. ., Díaz-Báñez .M., Fabila-Monroy R., and Hidalgo-Toscano C.* Stochastic strategies for patrolling a terrain with a synchronized multi-robot system, *Eur. J. Oper. Res.*, Sep. 2022, Vol. 301, No. 3, pp. 1099-1116. DOI: 10.1016/j.ejor.2021.11.049.
17. *Basak A., Fang F., Nguyen T.H., and Kiekintveld C.* Abstraction Methods for Solving Graph-Based Security Games, in *Autonomous Agents and Multiagent Systems*, N. Osman and C. Sierra, Eds., in Lecture Notes in Computer Science. Vol. 10003. Cham: Springer International Publishing, 2016, pp. 13-33. DOI: 10.1007/978-3-319-46840-2_2.
18. *Pan J.-S., Song P.-C., Chu S.-C., and Peng Y.-J.* Improved Compact Cuckoo Search Algorithm Applied to Location of Drone Logistics Hub, *Mathematics*, Mar. 2020, Vol. 8, No. 3, 333 p. DOI: 10.3390/math8030333.
19. *Li Y., Zhang W., Li P., Ning Y., and Suo C.* A Method for Autonomous Navigation and Positioning of UAV Based on Electric Field Array Detection, *Sensors*, Feb. 2021, Vol. 21, No. 4, 1146 p. DOI: 10.3390/s21041146.
20. *Raymond A.S.* Stratigraphic sedimentary inversion using paths in graphs, 2017.
21. *Goncharenko V.L., Kochkarov A.A., Yatskin D.V., and Rumiantsev B.V.* Modeling the Detection of Moving Objects by Means of a Spatially Distributed Continuous Monitoring System with a Dynamic Structure, *Adv. Syst. Sci. Appl.*, 2022, Vol. 2, 110 p. DOI: 10.25728/ASSA.2022.22.2.1147.
22. *Luo, Zhang, Wang, Wang, and Meng.* Traffic Patrolling Routing Problem with Drones in an Urban Road System, *Sensors*, Nov. 2019, Vol. 19, No. 23, 5164 p. DOI: 10.3390/s19235164.
23. *Deineko V.G., Klinz B., and Woeginger G.J.* Exact algorithms for the Hamiltonian cycle problem in planar graphs, *Oper. Res. Lett.*, May 2006, Vol. 34, No. 3, pp. 269-274. DOI: 10.1016/j.orl.2005.04.013.
24. *Deogun J.S. and Steiner G.* Polynomial Algorithms for Hamiltonian Cycle in Cocomparability Graphs, *SIAM J. Comput.*, Jun. 1994, Vol. 23, No. 3, pp. 520-552. DOI: 10.1137/S0097539791200375.

25. Biswas P. Hamiltonian (Graph, Source, Destination). in MATLAB Central File Exchange. [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/51610-hamiltonian-graph-source-destination>.
26. Sipser M. Introduction to the Theory of Computation, *ACM Sigact News*, 1996, Vol. 27, No. 1, pp. 27-29.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.О. Жуков.

Румянцев Борис Вадимович – Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации; e-mail: rymbor17@gmail.com; г. Москва, Россия; аспирант.

Прокопчина Светлана Васильевна – e-mail: svprokopchina@fa.ru; д.т.н.; профессор.

Кочкаров Азрет Ахматович – e-mail: akochkar@gmail.com; д.т.н.; профессор.

Rumiantsev Boris Vadimovich – Financial University under the Government of the Russian Federation; e-mail: rymbor17@gmail.com; Moscow, Russia.

Prokopchina Svetlana Vasilyevna – e-mail: svprokopchina@fa.ru; dr. of eng. sc.; professor.

Kochkarov Azret Akhmatovich – e-mail: akochkar@gmail.com; dr. of eng. sc.; professor.

УДК 004.93

DOI 10.18522/2311-3103-2024-1-88-100

Л.А. Рыбак, А.А. Волошкин, В.С. Перевузник, Д.И. Малышев

ОПТИМАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ РОБОТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ВОССТАНОВИТЕЛЬНОЙ МЕХАНОТЕРАПИИ НА БАЗЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ*

Анализ состояния исследований показал, что в настоящее время восстановительная механотерапия широко применяется для реабилитации больных с функциональными нарушениями опорно-двигательной системы, вызванными последствиями сосудистых заболеваний, нарушений нейрорегуляции двигательной активности, травм и патологии опорно-двигательного аппарата. В восстановительной механотерапии чаще всего используют роботы последовательной структуры, которые обладают необходимой рабочей областью, но при этом имеют низкую грузоподъемность, в результате чего приходится масштабировать систему. Отличным решением для реализации механотерапии на основе робототехнических средств являются роботы параллельной структуры. В статье представлены структура и модель в двух вариантах исполнения: одномодульный роботизированный комплекс (РТК) для реабилитации одной конечности и двухмодульный роботизированный комплекс для реабилитации обеих конечностей. Каждый модуль включает активный 3-PRRR манипулятор для перемещения стопы пациента и пассивный ортез на базе RRR механизма для поддержки нижней конечности. На основе клинических аспектов в области реабилитации сформулированы требования к разрабатываемому РТК для реабилитации нижних конечностей с учетом антропометрических данных пациентов. Разработана математическая модель, описывающая зависимость положений звеньев активных и пассивных механизмов двух модулей от углов в шарнирах пассивного ортеза с учетом вариантов креплений кинематических цепей активных манипуляторов к подвижным платформам и их конфигураций. Разработан метод параметрического синтеза гибридной робототехнической системы модульной структуры с учетом сформированных уровней параметрических ограничений в зависимости от эргономичности и технологичности конструкции на основе критерия в виде свёртки, включающей два компонента, один из которых основан на минимизации недостижимых точек траектории с учетом особенностей антропометрических данных, а другой –

*Данная работа выполнена при поддержке государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках гранта FZWN-2020-0017. С использованием оборудования на базе Центра высоких технологий БГТУ им. В.Г. Шухова.