

**А.А. Марьев, З.А. Понимаш**

**МЕТОД И АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ  
ЛОКАЦИИ И БЕСПРОВОДНОЙ СВЯЗИ С ПОДВИЖНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ**

*Работа посвящена вопросам моделирования сигналов в радиотехнических и гидроакустических системах с подвижными объектами. Актуальность задачи определяется растущим интересом к применению сверхширокополосных сигналов, прогрессом в области создания гиперзвуковых летательных и низкоорбитальных космических аппаратов, а также широким распространением локационных систем с длительным накоплением сигналов. Приводится геометрия задачи локации для достаточно общего случая (бистатическая локация с подвижными передатчиком, отражателем и приемником), а также метод и алгоритм решения задачи моделирования эхосигнала для упрощенного случая однородной и изотропной среды. Обоснована необходимость применения численных методов для реализации предложенного метода моделирования, даны предложения по выбору численных методов: для решения дифференциальных уравнений предложено использование метода Рунге-Кутты, для решения алгебраических уравнений – метода Ньютона. Даны рекомендации по выбору параметров каждого из численных методов. Показана применимость предложенных метода и алгоритма к задаче беспроводной связи с подвижными объектами. Рассмотрены важные частные случаи для каждой из задач с указанием областей радиотехники и гидроакустики, в которых актуален каждый из частных случаев. Показано, что в ряде простых частных случаев предложенный метод приводит к решениям, полученным другими авторами и опубликованным в открытых источниках. Даны рекомендации по обобщению алгоритма на более сложные варианты постановки задачи.*

*Локация; радиолокация; гидролокация; беспроводная связь; движение; эффект Доплера; моделирование; сигнал; численные методы.*

**A.A. Maryev, Z.A. Ponimash**

**METHOD AND ALGORITHM FOR SIGNAL SIMULATION IN LOCATION  
AND WIRELESS COMMUNICATIONS SYSTEMS WITH MOVING  
GEOMETRY**

*The work is devoted to the issues signals simulation in systems with moving objects. The relevance of the problem is determined by the growing interest in application of ultra-wideband signals, progress in the field of creation of hypersonic aircraft and low-orbit spacecraft, as well as the widespread use of radar and sonar systems with long accumulation of signals. The geometry of the problem of location for a rather general case (bistatic location with moving transmitter, reflector and receiver) is considered, as well as the method and algorithm for solving the problem of modeling echo signal for the simplified case of homogeneous and isotropic medium. The necessity of numerical methods usage for realization of the proposed simulation method, suggestions on the choice of numerical methods are given: Runge-Kutta method is suggested for solving differential equations, for solution of algebraic equations Newton's method is suggested. Recommendations are given on the choice of parameters of each of the numerical methods. The applicability of the proposed method and algorithm to the problem of wireless communication with mobile objects is shown. Several important special cases for each of the problems are considered with the indication of areas of radio engineering and hydroacoustics, in which each of the special cases are relevant. It is shown that in a number of simple special cases the proposed method leads to solutions already obtained by other authors and published in open sources. Recommendations are given on generalization of the algorithm to more complex variants of the problem formulation.*

*Location; radar; sonar; wireless communications; motion; Doppler effect; simulation; signal; numerical methods.*

**Введение.** В задачах локации и беспроводной связи с подвижной геометрией эффект Доплера приводит к искажениям сигналов. Возникающие искажения необходимо учитывать при анализе и проектировании соответствующих технических систем. В ряде задач указанные искажения являются информативным признаком, на котором основан принцип работы радиотехнических систем (импульсно-доплеровские локаторы, локаторы с синтезированием апертуры, системы радиолокационного распознавания и др.).

Чаще всего при моделировании сигналов эффект Доплера учитывается приближенно, как смещение спектра сигнала по частоте [1]. Такое упрощение справедливо для частных случаев, которые характеризуются:

- ◆ относительно низкими (по сравнению со скоростью распространения сигнала в среде) скоростями движения объектов (приемника, передатчика, цели);
- ◆ постоянством радиальной скорости цели относительно антенн приемника и передатчика в течение моделируемого интервала времени;
- ◆ применением узкополосных сигналов.

В настоящее время известно большое число задач локации и связи, в которых хотя бы одно из указанных условий нарушается.

Первое условие не выполняется в задачах, имеющих отношение к гиперзвуковым летательным аппаратам, к космическим аппаратам. Другим примером являются задачи гидроакустики, поскольку скорости подводных аппаратов всего на 2-3 порядка ниже скорости звука в воде.

Второе условие не выполняется для систем с быстро маневрирующими объектами, а также для систем, производящих накопление сигналов в течение длительного времени (импульсно-доплеровские локаторы, локаторы с синтезированием апертуры).

Третье условие не выполняется для систем, использующих широкополосные и сверхширокополосные сигналы. Именно такие сигналы представляют большой интерес для разработчиков современных систем локации и связи, поскольку позволяют достичь высоких характеристик (пропускная способность, разрешение по дальности).

Известны методы, позволяющие моделировать сигналы в ряде частных задач с подвижной геометрией, например, для локаторов с синтезированием апертуры [2, 3], однако они имеют существенные ограничения, и, кроме того, не могут эффективно применяться для решения задач из других областей.

В этой связи актуальной является задача разработки методов и алгоритмов моделирования сигналов в системах локации и связи с подвижной геометрией, которые бы обладали следующими характеристиками:

- ◆ возможность моделирования сигналов для задач со значительной (по сравнению со скоростью распространения сигнала) скоростью движения объектов;
- ◆ возможность моделирования сигналов для задач с произвольным (неравномерным, непрямолинейным) законом движения объектов;
- ◆ возможность моделирования широкополосных и сверхширокополосных сигналов в задачах с подвижной геометрией;
- ◆ достаточная универсальность метода и алгоритма моделирования (инвариантность к форме сигнала и законам движения объектов).

**Геометрия задачи локации.** На рис. 1 показана геометрия задачи бистатической локации с подвижными объектами в трехмерном пространстве.

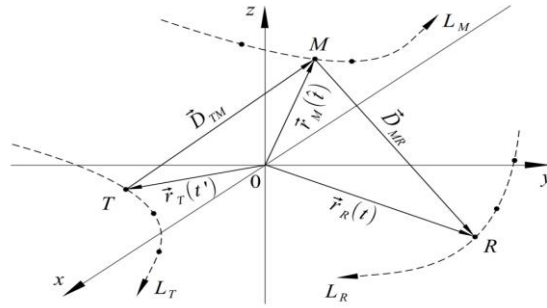


Рис. 1. Геометрия задачи бистатической локации с подвижными объектами

Зондирующий сигнал излучается антенной передатчика в точке  $T$ , отражается от объекта в точке  $M$  и принимается антенной в точке  $R$ . Здесь и далее среда распространения считается однородной и изотропной, поэтому фронт падающей волны распространяется от точки  $T$  к точке  $M$  по прямолинейной траектории с постоянной скоростью  $c$ . То же справедливо для распространения фронта отраженной волны от точки  $M$  к точке  $R$ .

Точки  $T$ ,  $M$  и  $R$  движутся по траекториям  $L_T$ ,  $L_M$  и  $L_R$  соответственно. В момент времени  $t$  на антенну приемника в точке  $R$  воздействует фронт отраженной волны, создавая на выходе антенны приемника некоторое мгновенное значение принятого сигнала  $z_R(t)$ . Этот фронт волны был отражен в точке  $M$  в момент времени  $\hat{t} < t$ . Фронт падающей волны был излучен антенной передатчика в момент времени  $t' < \hat{t}$  и соответствует мгновенному значению излученного сигнала  $z_T(t')$ .

Для наглядности на рис. 1 показаны положения точек  $T$ ,  $M$  и  $R$  в моменты времени  $t'$ ,  $\hat{t}$  и  $t$ .

**Модели сигналов.** В качестве модели зондирующего сигнала используем комплексный аналитический сигнал [4, 5]

$$z_T(t) = A(t)e^{j(\omega_0 t + \theta(t))}, \quad (1)$$

где  $A(t)$  – огибающая сигнала (закон амплитудной модуляции);

$\omega_0$  – несущая частота;

$\theta(t)$  – закон угловой модуляции.

Модель принятого сигнала представим выражением

$$z_R(t) = K_{\text{распр}}(D)\dot{K}_{\text{отр}}z_T(t'), \quad (2)$$

где  $K_{\text{распр}}(D)$  – коэффициент, учитывающий ослабление сигнала при распространении в среде (вследствие сферичности фронта волны и затухания в среде);

$D = |\vec{D}_{TM}| + |\vec{D}_{MR}|$  – расстояние, пройденное фронтом волны;

$\dot{K}_{\text{отр}} = K_{\text{отр}}e^{j\Delta\phi_{\text{отр}}}$  – комплексный коэффициент отражения, учитывающий изменение амплитуды в  $K_{\text{отр}}$  раз и фазы на  $\Delta\phi_{\text{отр}}$  радиан.

Вещественный сигнал  $s_T(t)$ , излучаемый антенной передатчика, связан с моделью (1) соотношением

$$s_T(t) = \text{Re}\{z_T(t)\} = A(t)\cos(\omega_0 t + \theta(t)), \quad (3)$$

аналогичным образом связаны вещественный принятый сигнал  $s_R(t)$  и модель (2), однако использование вещественных сигналов усложнило бы моделирование отражения сигнала из-за невозможности учесть поворот фазы при отражении путем простого умножения на коэффициент  $\dot{K}_{\text{отр}}$ .

Как следует из выражения (2), задача моделирования принятого сигнала сводится к отысканию неизвестных  $t'$  и  $\hat{t}$  для заданного  $t$ . В этом смысле задачи определения значений  $K_{\text{распр}}(D)$  и  $K_{\text{отр}}$  являются второстепенными, поэтому их обсуждение выходит за рамки статьи. Далее будем предполагать  $K_{\text{распр}}(D) = 1$  (сигнал не ослабляется при распространении, изотропные антенны) и  $K_{\text{отр}} = 1$  (изотропная характеристика рассеяния отражателя), что упростит модель (2):

$$z_R(t) = z_T(t'). \quad (4)$$

**Решение задачи моделирования эхосигнала.** Из геометрии задачи на рис. 1 следуют равенства:

$$\vec{D}_{TM} = \vec{r}_M(\hat{t}) - \vec{r}_T(t'); \quad (5)$$

$$\vec{D}_{MR} = \vec{r}_R(t) - \vec{r}_M(\hat{t}). \quad (6)$$

С другой стороны, учитывая постоянство скорости распространения  $c$  в однородной и изотропной среде, справедливы равенства:

$$c(\hat{t} - t') = |\vec{D}_{TM}|; \quad (7)$$

$$c(t - \hat{t}) = |\vec{D}_{MR}|. \quad (8)$$

Равенства (5)-(8) позволяют составить систему уравнений для отыскания неизвестных  $t'$  и  $\hat{t}$ :

$$\begin{cases} c(\hat{t} - t') = |\vec{r}_M(\hat{t}) - \vec{r}_T(t')|; \\ c(t - \hat{t}) = |\vec{r}_R(t) - \vec{r}_M(\hat{t})|. \end{cases} \quad (9)$$

Во втором уравнении системы содержится одно неизвестное  $\hat{t}$ , поэтому задача может быть решена в два этапа (путем последовательного решения двух алгебраических уравнений):

- 1) найти  $\hat{t}$ , решая второе уравнение системы для заданного  $t$ ;
- 2) найти  $t'$ , решая первое уравнение системы для найденного  $\hat{t}$ .

**Описание движения объектов.** В случае равномерности характеристик направленности антенн и характеристики рассеяния отражателя пространственная ориентация передатчика, приемника и отражателя не играет роли, и в модели достаточно описать их как движущиеся материальные точки.

Для решения системы (9) требуется описание движения материальных точек  $T$ ,  $M$  и  $R$  через их радиус-векторы  $\vec{r}_T(t)$ ,  $\vec{r}_M(t)$  и  $\vec{r}_R(t)$  соответственно. Радиус-векторы связаны с координатным способом описания движения материальной точки [6]. Например, для точки  $M$ :

$$\vec{r}_M(t) = \{f_{x,M}(t), f_{y,M}(t), f_{z,M}(t)\}, \quad (10)$$

где  $f_{x,M}(t)$ ,  $f_{y,M}(t)$  и  $f_{z,M}(t)$  – соответственно зависимости абсциссы, ординаты и аппликаты от времени.

С другой стороны, для моделирования наиболее удобным является естественный способ описания движения материальной точки [7], при котором задаются форма траектории и закон движения вдоль траектории. В качестве примера приведем описание движения точки  $M$ . Для задания траектории в трехмерном пространстве используется система уравнений:

$$L_M: \begin{cases} y = g_{y,M}(x); \\ z = g_{z,M}(x). \end{cases} \quad (11)$$

Система (9) применима для решения задачи, если зависимости  $g_{y,M}(x)$  и  $g_{z,M}(x)$  однозначны. В противном случае следует использовать другую пару зависимостей (например,  $g_{x,M}(y)$  и  $g_{z,M}(y)$ ) или ограничить область моделируемых значений  $x$  интервалом, на котором  $g_{y,M}(x)$  и  $g_{z,M}(x)$  однозначны.

Закон движения точки  $M$  вдоль траектории задается уравнением вида:

$$l = h_M(t). \quad (12)$$

Таким образом, для решения задачи требуется выполнение перехода от естественного описания движения материальных точек  $T$ ,  $M$  и  $R$  к радиус-векторам  $\vec{r}_T(t)$ ,  $\vec{r}_M(t)$  и  $\vec{r}_R(t)$  соответственно. В литературе по теоретической механике метод такого перехода не описан, однако известна связь элементарного приращения перемещения вдоль траектории  $dl$  и элементарных приращений каждой из координат [8]:

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (13)$$

Продифференцируем оба уравнения системы (11):

$$\begin{cases} dy = \dot{g}_{y,M}(x)dx; \\ dz = \dot{g}_{z,M}(x)dx, \end{cases} \quad (14)$$

где  $\dot{g}_{y,M}(x)$  и  $\dot{g}_{z,M}(x)$  – первые производные зависимостей  $g_{y,M}(x)$  и  $g_{z,M}(x)$  соответственно.

Подстановка правых частей уравнений (14) в (13) приводит к равенству

$$dl^2 = dx^2[1 + \dot{g}_{y,M}^2(x) + \dot{g}_{z,M}^2(x)]. \quad (15)$$

Выберем положительное направление движения вдоль траектории совпадающим с положительным приращением абсциссы

$$\text{sign}\{dl\} = \text{sign}\{dx\} \quad (16)$$

и извлечем корень из левой и правой частей равенства (15):

$$dl = dx \sqrt{1 + \dot{g}_{y,M}^2(x) + \dot{g}_{z,M}^2(x)}. \quad (17)$$

Из равенства (17) следует обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ)

$$\frac{dx}{dl} = \frac{1}{\sqrt{1 + \dot{g}_{y,M}^2(x) + \dot{g}_{z,M}^2(x)}}, \quad (18)$$

решением которого является зависимость  $x(l)$ , позволяющая отыскать первый компонент (абсциссу) искомого радиус-вектора  $\vec{r}_M(t)$ .

Для определения ординаты и аппликаты радиус-вектора  $\vec{r}_M(t)$  достаточно подставить найденное значение абсциссы соответственно в первое и второе уравнения системы (11).

Аналогично может быть выполнен от естественного описания движения точек  $T$  и  $R$  к радиус-векторам  $\vec{r}_T(t)$  и  $\vec{r}_R(t)$ .

Таким образом, предлагается следующий алгоритм определения радиус-вектора по естественному описанию движения материальной точки (приводится на примере точки  $M$ ).

1. Для заданного  $t$  найти  $l$  из уравнения (12).
2. Найти абсциссу  $x$  материальной точки, подставляя найденное  $l$  в решение ОДУ (18).

3. Найти ординату  $y$  и аппликату  $z$  материальной точки, подставляя найденную абсциссу  $x$  в уравнения системы (11).

**Алгоритм моделирования эхосигнала.**

1. Задать законы движения точек  $T$ ,  $M$  и  $R$ , используя естественный метод (см. выражения (11), (12) для точки  $M$ ).

2. Решить ОДУ вида (18) для перехода к описанию движения точек  $T$ ,  $M$  и  $R$  через радиус-векторы  $\vec{r}_T(t)$ ,  $\vec{r}_M(t)$  и  $\vec{r}_R(t)$  соответственно.

3. Задать вид зондирующего сигнала (1).

4. Задать множество значений  $t$ , для которых требуется найти мгновенные значения принятого сигнала (4).

5. Для каждого  $t$  найти значение  $t'$ , решив систему уравнений (9).

6. Найти мгновенное значение принятого сигнала, подставляя в (1) значение  $t = t'$ .

**Приближенное решение уравнений.** ОДУ (18) и система (9) в общем случае не имеют аналитического решения, что приводит к необходимости использования численных методов.

Методы численного решения ОДУ хорошо разработаны. Для решения уравнения (18) может быть применен, например, метод Рунге-Кутты с контролем величины погрешности по правилу Рунге-Ромберга. Как правило, в литературе по численным методам рекомендуется использовать метод Рунге-Кутты 4-го порядка, поскольку при этом достигается баланс между точностью и скоростью решения [9]. Допустимую погрешность решения (которая определяет выбор шага) рекомендуется выбирать таким образом, чтобы ошибка определения каждой из компонент радиус-вектора была много меньше длины волны.

Решение ОДУ является предварительным этапом решения задачи и выполняется до задания множества значений  $t$ . Значения  $l$ , получаемые для заданных  $t$ , в общем случае не лежат на сетке узлов решения ОДУ, поэтому необходимо также решить задачу интерполяции. Хорошие результаты дает интерполяция кубическими сплайнами при достаточно густой сетке узлов решения ОДУ.

Выше было показано, что решение системы (9) сводится к независимому решению двух алгебраических уравнений. Для численного решения применим, например, метод Ньютона [10]. В большинстве случаев сходимость метода достигается выбором начальных приближений  $\hat{t}^{(0)}$  и  $t'^{(0)}$  вида:

$$\hat{t}^{(0)} = t - \frac{1}{c} |\vec{r}_R(t) - \vec{r}_M(t)|; \quad (19)$$

$$t'^{(0)} = \hat{t} - \frac{1}{c} |\vec{r}_M(\hat{t}) - \vec{r}_T(\hat{t})|. \quad (20)$$

**Важные частные случаи задачи локации.**

*Неподвижная цель.* Этот случай характерен для задач локации с синтезированием апертуры [11, 12]. При этом радиус-вектор  $\vec{r}_M$  не зависит от времени, и система уравнений (9) сводится к одному уравнению:

$$c(t - t') = |\vec{r}_M - \vec{r}_T(t')| + |\vec{r}_R(t) - \vec{r}_M|. \quad (21)$$

Уравнение (21) в общем случае решается приближенно численным методом (например, методом Ньютона).

*Неподвижный локатор.* Этот случай характерен, например, для наземных РЛС [13]. При этом радиус-векторы  $\vec{r}_T$  и  $\vec{r}_R$  не зависят от времени, и второе уравнение системы (9) принимает вид:

$$c(t - \hat{t}) = |\vec{r}_R - \vec{r}_M(\hat{t})|. \quad (23)$$

После решения уравнения (23) первое уравнение системы (9) может быть решено в общем виде:

$$t' = \hat{t} - \frac{1}{c} |\vec{r}_M(\hat{t}) - \vec{r}_T|. \quad (24)$$

*Неподвижная геометрия.* Если передатчик, отражатель и приемник неподвижны, то уравнение (21) дополнительно упрощается и может быть решено в общем виде:

$$t' = t - \frac{|\vec{r}_M - \vec{r}_T| + |\vec{r}_R - \vec{r}_M|}{c}, \quad (25)$$

Выражение (25) приводится в литературе по бистатической локации, как правило, в скалярной записи [14].

В случае моностатической локации  $\vec{r}_T = \vec{r}_R = \vec{r}$ , получим известное выражение для постоянного запаздывания сигнала, принятого моностатическим локатором:

$$t - t' = \frac{2|\vec{r}_M - \vec{r}|}{c} = \frac{2d}{c}, \quad (26)$$

где  $d = |\vec{r}_M - \vec{r}|$  – расстояние от фазового центра антенны локатора до цели.

**Геометрия задачи беспроводной связи.** На рис. 2 приведена геометрия задачи беспроводной связи с подвижными передатчиком и приемником при наличии прямой видимости и отсутствии переотражений.

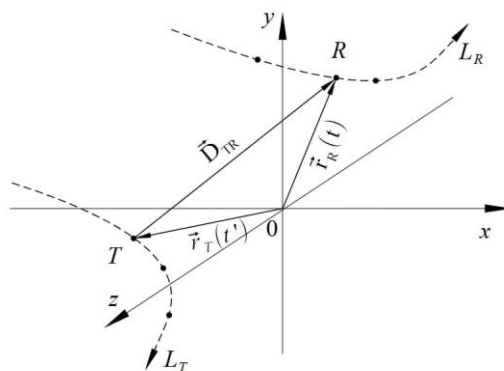


Рис. 2. Геометрия задачи беспроводной связи

При указанных условиях имеется пара подвижных объектов: передатчик в точке  $T$  и приемник в точке  $R$ . Передатчик движется по траектории  $L_T$ , а приемник по траектории  $L_R$ . В момент времени  $t$  на антенну приемника в точке  $R$  воздействует фронт падающей волны, который был излучен антенной передатчика в момент времени  $t' < t$  и соответствует мгновенному значению излученного сигнала  $z_T(t')$ , создавая на выходе антенны приемника некоторое мгновенное значение принятого сигнала  $z_R(t)$ .

**Модели сигналов.** Модель принятого сигнала отличается от модели из выражения (2) только отсутствием комплексного коэффициента отражения.

$$z_R(t) = K_{\text{распр}}(D_{TR})z_T(t'). \quad (27)$$

**Решение задачи моделирования принятого сигнала.** Как следует из выражения (27), задача моделирования принятого сигнала сводится к отысканию неизвестного  $t'$  для заданного  $t$ . Как и в задаче локации положим  $K_{\text{распр}}(D) = 1$ , что позволит для моделирования использовать выражение (4).

Из геометрии задачи на рис. 2 следует равенство:

$$\vec{D}_{TR} = \vec{r}_R(t) - \vec{r}_T(t'). \quad (28)$$

Также аналогично (7) и (8) можно записать:

$$c(t - t') = D_{TR}. \quad (29)$$

Равенства (28) и (29) позволяют получить выражение для неизвестного  $t'$ :

$$c(t - t') = |\vec{r}_R(t) - \vec{r}_T(t')|. \quad (30)$$

**Алгоритм моделирования принятого сигнала.** Алгоритм моделирования принятого сигнала аналогичен алгоритму моделирования экосигнала, да исключением отсутствия точки  $M$ , данный алгоритм приведен ниже.

1. Задать законы движения точек  $T$  и  $R$ , используя естественный метод.
2. Решить ОДУ вида (18) для перехода к описанию движения точек  $T$  и  $R$  через радиус-векторы  $\vec{r}_T(t)$  и  $\vec{r}_R(t)$  соответственно.
3. Задать вид сигнала передатчика (1).
4. Задать множество значений  $t$ , для которых требуется найти мгновенные значения принятого сигнала (4).
5. Для каждого  $t$  найти значение  $t'$ , решив уравнение (30).
6. Найти мгновенное значение принятого сигнала, подставляя в (1) значение  $t = t'$ .

**Приближенное решение уравнений.** Как и в случае задачи локации, для решения уравнения (18) может быть применен, метод Рунге-Кутты, с контролем величины погрешности по правилу Рунге-Ромберга [9]. Для нахождения решения при произвольном  $t$  применима интерполяция кубическим сплайном.

Для численного решения уравнения (30) применим, как и в задаче локации, метод Ньютона [10] с начальным значением:

$$t^{(0)} = t - \frac{1}{c} |\vec{r}_R(t) - \vec{r}_T(t)|. \quad (31)$$

**Важные частные случаи задачи беспроводной связи.** Ниже рассмотрен ряд частных случаев задачи беспроводной связи, имеющих большое практическое значение.

*Неподвижный передатчик.* Этот случай характерен, для радиовещательных станций или базовых станций мобильной связи, работающих на передачу сигнала. Тогда радиус-вектор  $\vec{r}_T$  не зависит от времени, и уравнение (30) принимает вид:

$$c(t - t') = |\vec{r}_T - \vec{r}_R(t)|. \quad (32)$$

Решая уравнение (32), получим выражение для  $t'$  в общем виде:

$$t' = t - \frac{1}{c} |\vec{r}_R(t) - \vec{r}_T|. \quad (33)$$

*Неподвижная геометрия.* Если передатчик и приемник неподвижны, то уравнение (30) также может быть решено в общем виде, такая ситуация часто возникает в минисотовых сетях [15]:

$$t' = t - \frac{1}{c} |\vec{r}_R - \vec{r}_T|, \quad (34)$$

*Отсутствие прямой видимости.* Задача приема сигнала в отсутствие прямой видимости актуальна, например, для условий плотной городской застройки. Для анализа этого случая разработано достаточно много методов, например [16]. При



отсутствии прямой видимости сигнал достигает приемника, отражаясь от некоторого объекта, в этом случае задача становится аналогичной задаче бистатической локации, которая была рассмотрена выше. При этом следует выделить два частных случая:

- 1) если отражающий объект неподвижен, например дом, то решение аналогично задаче бистатической локации с неподвижной целью (21);
- 2) если сигнал отражается от подвижного объекта, например автомобиля или самолета, то следует решать систему уравнений (9) для нахождения времени  $t'$  и  $\hat{t}$ .

*Простейший случай многолучевого распространения.* Если приемник находится в прямой видимости, но на него также приходит сигнал, отраженный от некоторого объекта, то на входе приемника образуется суммарный сигнал. Обозначим через  $t'$  момент излучения сигнала, пришедшего напрямую с передатчика, а через  $t'_n$  – момент излучения сигнала, отраженного от  $n$ -го объекта. Для получения  $t'$  следует решить уравнение (30), а для определения  $t'_n$  – систему уравнений (9). В общем случае из (2) получим следующее выражение для принятого сигнала:

$$z_R(t) = K_{\text{распр}}(D) \cdot z_T(t') + \sum_{n=1}^N K_{\text{распр}}(D_n) \cdot \dot{K}_{\text{отр}_n} \cdot z_T(t'_n), \quad (35)$$

где  $N$  – число объектов.

Или при оговоренных ранее значениях коэффициентов ослабления выражение упрощается

$$z_R(t) = z_T(t') + \sum_{n=1}^N z_T(t'_n). \quad (36)$$

Данный метод позволяет моделировать многолучевое распространение сигналов и связанные с ним релеевские замирания [17]. Это позволит тестировать алгоритмы демодуляции таких сигналов, например [18,19], а также получать синтетические данные для обучения нейросетевых демодуляторов [20, 21], учитывая характеристики среды, объектов, а также эффекты, связанные с многолучевым распространением сигналов и с учетом подвижной геометрии.

**Оптимизация программной реализации алгоритма.** Решение задачи минимизации вычислительной сложности и (или) требуемого объема оперативной памяти зависит от условий конкретной задачи, которые определяют порядок вложенности циклов в алгоритме моделирующей программы, а значит, и допустимые приемы и подходы к оптимизации вычислений (кэширование промежуточных результатов, применение параллельных вычислений и др.).

В этой связи подробное обсуждение вопросов оптимизации программной реализации в общем виде не представляется возможным.

**Заключение.** Предложен метод моделирования сигналов в системах локации и беспроводной связи с подвижной геометрией, который позволяет получить модель принятого сигнала для достаточно широкого класса прикладных задач. Также предложен алгоритм моделирования сигнала для упрощенного случая.

Для решения поставленной задачи также предложены метод и алгоритм для перехода от естественного описания движения материальной точки, удобного для формирования исходных данных модели, к описанию движения через радиус-вектор, необходимому для решения задачи моделирования принятого сигнала.

Представленный алгоритм моделирования допускает обобщение на практически значимый случай неизотропных антенн, неизотропной характеристики рассеяния отражателя и ослабления сигнала при распространении в среде. Однако такое обобщение требует перехода от описания движения материальных точек к описанию движения протяженных объектов, что усложняет аналитические выражения.

При моделировании систем связи с подвижными объектами возможно обобщение выражений (35), (36) на случай произвольного числа переотражений. В этом случае для каждого сигнала, претерпевшего  $m$  переотражений потребуется решение системы из  $m + 1$  уравнений. Подобно решению системы (9), ее решение может быть сведено к последовательному решению  $m + 1$  одиночных алгебраических уравнений численным методом.

Для моделирования условий плотной городской застройки также необходима проверка условий видимости, которая может быть сформулирована как задача трассировки лучей.

Кроме того, представляется возможным обобщение алгоритма на случай неоднородных и неанізотропных сред. В этом случае левые части уравнений (9) будут иметь более сложный вид.

Каждое из перечисленных возможных обобщений предложенного алгоритма выходит за рамки настоящей статьи и представляет собой тему самостоятельного исследования.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы: Теория и применение: пер. с англ / под ред. В.С. Кельзона. – М.: Сов. радио, 1971. – 567 с.
2. Goddard R.P. The Sonar Simulation Toolset, Release 4.6: Science, Mathematics, and Algorithms // Tech. Rep. A352884, University of Washington Applied Physics Lab, 2008.
3. Amin Shoalehvar. Synthetic aperture radar (sar) raw signal simulation: M.Sc. Thesis, California Polytechnic State University, CA, USA, 2012.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки "Радиотехника". – 5-е изд., испр. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.
5. Федосов В.П. Радиотехнические цепи и сигналы: учеб. пособие. – Ростов-на-Дону; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2017. – 282 с.
6. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Ч. 1. Статика. Кинематика. – М.: Высшая школа, 1966.
7. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для вузов. – 10-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1986. – 416 с.
8. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: учебник для машиностроительных и приборостроительных специальностей вузов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1990. – 607 с.
9. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
10. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченкова Н.В. Вычислительные методы: учеб. пособие. – 4-е изд., стер. – СПб.: Изд-во «Лань», 2014. – 672 с.
11. Кондратенков Г.С., Фролов А.Ю. Радиовидение. Радиолокационные системы дистанционного зондирования Земли: учеб. пособие для вузов / под ред. Г.С. Кондратенкова. – М.: Радиотехника, 2005. – 368 с.
12. Hawkins D.W. Synthetic aperture imaging algorithms: with application to wide bandwidth sonar // Electrical and Electronic Engineering. University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, Oct. 1996.
13. Бакулев П.А. Радиолокационные системы: учебник для вузов. – М.: Радиотехника, 2004. – 320 с.
14. Справочник по радиолокации: в 2 кн. / под ред. Меррилла И. Сколника: пер. с англ. / под общ. ред. В.С. Вербы. – М.: Техносфера, 2015.
15. Медведев П.А. Анализ особенностей распространения радиоволн в минисотовых сетях. – Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-osobennostey-rasprostraneniya-radiovoln-v-minisotovyh-setyah>.
16. Киреев А.В., Фокин Г.А. Измерение времени прихода сигнала в задачах позиционирования в мобильных сетях при отсутствии прямой видимости. – Режим доступа: <https://www.sut.ru/doci/nauka/review/20174/36-41.pdf>.

17. Преображенский Н.Б., Файзулхаков Я.П. Проблема компенсации рэлеевских замираний в радиоканалах подвижных систем голосовой связи // Информатика и её применение. – 2011. – Т. 5. – Вып. 2. – С. 82-89.
18. Collings I.B., Moore J.B. An HMM approach to adaptive demodulation of QAM signals in fading channels. – 1994. – Режим доступа: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/acs.4480080503>.
19. Sun Q., Qi W. Soft-Demodulation Algorithm for 64-QAM And it's application in HSPA+. School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiao tong University, Beijing, China. 2012.
20. Shilian Zheng, Xiaoyu Zhou, Shichuan Chen, Peihan Qi, and Xiaoniu Yang. DemodNet: Learning Soft Demodulation from Hard Information Using Convolutional Neural Network. – 2020.
21. Athar W., Sadath Hossain A.H.M, Erman M. MIMO Channel Equalization and Symbol Detection using Multilayer Neural Network. School of Engineering, Dept of Electrical Engineering Blekinge Institute of Technology. 371 79 Karlskrona. Sweden.

## REFERENCES

1. Kuk Ch., Bernfel'd M. Radiolokatsionnye signaly: Teoriya i primeneniye [Radar signals: Theory and application]: transl. from engl., ed. by V.S. Kel'zona. Moscow: Sov. radio, 1971, 567 p.
2. Goddard R.P. The Sonar Simulation Toolset, Release 4.6: Science, Mathematics, and Algorithms, Tech. Rep. A352884, University of Washington Applied Physics Lab, 2008.
3. Amin Shoalehvar. Synthetic aperture radar (sar) raw signal simulation: M.Sc. Thesis, California Polytechnic State University, CA, USA, 2012.
4. Gonorovskiy I.S. Radiotekhnicheskie tsepi i signaly: ucheb. posobie dlya studentov vuzov, obuchayushchikhsya po napravleniyu podgotovki "Radiotekhnika" [Radio engineering circuits and signals: a textbook for university students studying in the field of training "Radio engineering"]. 5th ed. Moscow: Drofa, 2006, 719 p.
5. Fedosov V.P. Radiotekhnicheskie tsepi i signaly: ucheb. posobie [Radio engineering circuits and signals: textbook]. Rostov-on-Don; Taganrog: Izd-vo YuFU, 2017, 282 p.
6. Yablonskiy A.A., Nikiforova V.M. Kurs teoreticheskoy mekhaniki. Ch. 1. Statika. Kinematika [Course of theoretical mechanics. Part 1. Statics. Kinematics]. Moscow: Vysshaya shkola, 1966.
7. Targ S.M. Kratkiy kurs teoreticheskoy mekhaniki: ucheb. dlya vtuzov [A short course in theoretical mechanics: a textbook for colleges]. 10th ed. Moscow: Vyssh. shk., 1986, 416 p.
8. Nikitin N.N. Kurs teoreticheskoy mekhaniki: ucheb. dlya mashinostroitel'nykh i priborostroitel'nykh spetsial'tetov vuzov [Course in theoretical mechanics: a textbook for mechanical engineering and instrument-making specialties at universities]. 5th ed. Moscow: Vyssh. shk., 1990, 607 p.
9. Kalitkin N.N. Chislennyye metody [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1978, 512 p.
10. Amosov A.A., Dubinskiy Yu.A., Kopchenova N.V. Vychislitel'nyye metody: ucheb. posobie [Computational methods: textbook]. 4th ed. Saint Petersburg: Izd-vo «Lan'», 2014, 672 p.
11. Kondratenkov G.S., Frolov A.Yu. Radiovidenie. Radiolokatsionnye sistemy dstantsionnogo zondirovaniya Zemli: ucheb. posobie dlya vuzov [Radiovision. Radar systems for remote sensing of the Earth: a textbook for universities], ed. by G.S. Kondratenkova. Moscow: Radiotekhnika, 2005, 368 p.
12. Hawkins D.W. Synthetic aperture imaging algorithms: with application to wide bandwidth sonar, *Electrical and Electronic Engineering*. University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, Oct. 1996.
13. Bakulev P.A. Radiolokatsionnye sistemy: ucheb. posobie dlya vuzov [Radar systems: textbook for universities]. Moscow: Radiotekhnika, 2004, 320 p.
14. Spravochnik po radiolokatsii [Handbook on radar: in 2 books]: In 2 books, ed. by Merrill I. Skolnik: transl. from engl. under general ed. V.S. Verby. Moscow: Tekhnosfera, 2015.
15. Medvedev P.A. Analiz osobennostey rasprostraneniya radiovoln v minisotovykh setyakh [Analysis of the characteristics of radio wave propagation in micellular networks]. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-osobennostey-rasprostraneniya-radiovoln-v-minisotovykh-setyakh>.
16. Kireev A.V., Fokin G.A. Izmerenie vremeni prikhoda signala v zadachakh pozitsionirovaniya v mobil'nykh setyakh pri otsutstvii pryamoy vidimosti [Measuring signal arrival time in positioning tasks in mobile networks in the absence of line of sight]. Available at: <https://www.sut.ru/doci/nauka/review/20174/36-41.pdf>.

17. *Preobrazhenskiy N.B., Fayzulkhakov Ya.R.* Problema kompensatsii releevskikh zamiraniy v radiokanalakh podvizhnykh sistem golosovoy svyazi [The problem of compensation for Rayleigh fading in radio channels of mobile voice communication systems], *Informatika i ee primeneniye* [Informatics and its application], 2011, Vol. 5, Issue 2, pp. 82-89.
18. *Collings I.B., Moore J.B.* An HMM approach to adaptive demodulation of QAM signals in fading channels, 1994. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/acs.4480080503>.
19. *Sun Q., Qi W.* Soft-Demodulation Algorithm for 64-QAM And it's application in HSPA+. School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiao tong University, Beijing, China. 2012.
20. *Shilian Zheng, Xiaoyu Zhou, Shichuan Chen, Peihan Qi, and Xiaoni Yang.* DemodNet: Learning Soft Demodulation from Hard Information Using Convolutional Neural Network, 2020.
21. *Athar W., Sadath Hossain A.H.M, Erman M.* MIMO Channel Equalization and Symbol Detection using Multilayer Neural Network. School of Engineering, Dept of Electrical Engineering Blekinge Institute of Technology. 371 79 Karlskrona. Sweden.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.В. Курейчик.

**Марьев Александр Александрович** – Южный федеральный университет; e-mail: aamarev@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +78634371632; кафедра теоретических основ радиотехники; доцент.

**Понимаш Захар Алексеевич** – e-mail: ponimashz@mail.ru; тел.: +79885464739; кафедра теоретических основ радиотехники; аспирант.

**Maryev Alexander Alexandrovich** – Southern Federal University; e-mail: aamarev@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371632; the department of fundamentals of radio engineering; associate professor.

**Ponimash Zahar Alekseevich** – e-mail: ponimashz@mail.ru; phone: +79885464739; the department of fundamentals of radio engineering; graduate student.

УДК 621.372.5

DOI 10.18522/2311-3103-2023-6-190-199

**А.М. Пилипенко, И.В. Бондаренко**

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ С УЧЕТОМ ПОРЯДКА ПЕТЛЕВОГО ФИЛЬТРА\***

*Представлены модели синтезаторов частот с фазовой автоподстройкой частоты (ФАПЧ) для диапазона 4,4...4,99 ГГц, который является наиболее перспективным для систем связи 5G в Российской Федерации. Рабочая полоса 4,4...4,99 ГГц предназначена для обеспечения беспроводной связи стандарта 5G в пределах города и не используется другими беспроводными сетями связи гражданского или военного назначения. Целью данной работы является определение оптимальных параметров системы ФАПЧ, позволяющих обеспечить максимальное ослабление паразитных составляющих спектра (ПСС) при минимальном времени установления заданной частоты на выходе синтезатора в полосе выделенной для систем связи 5G. В соответствии с поставленной целью в статье были решены следующие задачи: математическое описание системы ФАПЧ с петлевыми фильтрами различных порядков; анализ частотных характеристик системы ФАПЧ с петлевыми*

---

\* Публикация осуществляется в рамках проекта «Разработка нового учебного курса "Методы математического и компьютерного моделирования элементов и устройств инфокоммуникационных систем"», реализуемого победителем грантового конкурса для преподавателей магистратуры 2022/2023 Стипендиальной программы Владимира Потанина.