18. *Ditkin V.A., Prudnikov A.P.* Operatsionnoe ischislenie [Operational calculus]. Moscow: Vysshaya shkola, 1975, 407 p.
19. *Sekulovich M.* Metod konechnykh elementov [Finite element method]. Moscow: Stroyizdat, 1993, 664 p.
20. *Sil'vester P., Ferrari R.* Metod konechnykh elementov dlya radioinzhenerov inzhenerov-elektrikov [Finite element method for radio engineers and electrical engineers]. Moscow: Mir, 1986, 229 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. Ю.А. Кравченко.

Кисловский Евгений Юрьевич – Донской государственный технический университет; e-mail: kislovskiy@bk.ru; г. Ростов-на-Дону, Россия; тел.: 89011063394; соискатель.

Шандыбин Алексей Викторович – Ростовский государственный университет путей сообщения; e-mail: shav850@mail.ru; г. Ростов-на-Дону, Россия; тел.: 88632726251; зав. лабораторией кафедры «Связь на железнодорожном транспорте».

Таран Владимир Николаевич – Донской государственный технический университет; Ростовский государственный университет путей сообщения; e-mail: vladitaran@rambler.ru; г. Ростов-на-Дону, Россия; тел.: 89034067621; профессор.

Kislovskiy Evgeniy Yurievich – Don State Technical University; e-mail: kislovskiy@bk.ru; Rostov-on-Don, Russia; phone: +79011063394; postgraduate.

Shandybin Aleksey Viktorovich – Rostov State Transport University; e-mail: shav850@mail.ru; Rostov-on-Don, Russia; phone: +78632726251; head of the laboratory of the department «Communication on the railway transport».

Taran Vladimir Nikolayevich – Don State Technical University; Rostov State Transport University; e-mail: vladitaran@rambler.ru; Rostov-on-Don, Russia; phone: +79034067621; professor.

УДК 517.524 DOI 10.18522/2311-3103-2023-6-66-76

Н.С. Кривша, В.В. Кривша, С.А. Бутенков

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ ГИБРИДНЫЕ СТРУКТУРЫ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ГЛУБОКОГО ОБУЧЕНИЯ

Предлагается новый подход к организации вычислительных структур слоев и межслойных связей при построении искусственных нейронных сетей для решения широкого круга задач обработки многомерных данных. Основной проблемой построения сетей глубокого обучения является необходимость введения большого количества параметров обучения сети. Имеющиеся рабочие экземпляры таких сетей содержат миллиарды параметров, что позволяет достигать высокой эффективности применения таких сетей. Обратной стороной такой широко используемой структуры сетей в виде многослойных сверточных структур являются высокие затраты на обучение сетей с большим количеством структурно схожих слоев свертки методом обратного распространения. Решение проблемы повышения эффективности таких многослойных структур может быть найдено в применении гибридных слоев, реализующих операции гранулирования данных, которые были развиты в наших работах. В новых гибридных моделях вместо векторных значений параметров обучения используются матричные информационные элементы, позволяющие кодировать подмножества значений данных (информационные гранулы) вместо кодирования отдельных точек данных, как в классических сверточных сетях. Предложенные гибридные слои обучаются без учителя и допускают параллельную реализацию алгоритмов обучения, что принципиально отличается от последовательных алгоритмов обратного распространения. В результате вычислительная эффективность применения подобных гибридных *нейросетей может быть существенно повышена. Предлагаемый в работе теоретический подход к моделированию и оптимизации структур сетей глубокого обучения может быть распространен на широкий круг задач вычислительного интеллекта.*

Искусственные нейронные сети; глубокое обучение; теория грануляции; пространственные гранулы; высокопроизводительные вычисления; вычислительный интеллект.

N.S. Krivsha, V.V. Krivsha, S.A. Butenkov

THE COMMON ALTERNATIVE APPROACH FOR THE EFFICIENT DEEP LEARNING NEURAL NETWORKS

This paper proposes a new approach to the organization of computational structures of layers and inter-layer connections in the construction of artificial neural networks for solving a wide range of problems of multidimensional data processing. The main problem of building deep learning networks is the necessity of introducing a large number of network training parameters. Available working instances of such networks contain billions of parameters, which allows to achieve high efficiency of such networks. The downside of such a widely used structure of networks in the form of multilayer sieve structures is the high cost of training networks with a large number of structurally similar convolution layers by the back-propagation method. A solution to the problem of increasing the efficiency of such multilayer structures can be found in the use of hybrid layers realizing data granularity operations, which were developed in our work. The new hybrid models use matrix information elements instead of vector values of training parameters, which allow encoding subsets of data values (information granules) instead of encoding individual data points as in classical convolutional networks. The proposed hybrid layers are trained without a teacher and allow parallel implementation of learning algorithms, which is fundamentally different from sequential backpropagation algorithms as a result, the computational efficiency of similar hybrid neural networks can be significantly increased. The theoretical approach to modeling and optimizing the structures of deep learning networks proposed in this paper can be extended to a wide range of computational intelligence problems.

Artificial neuron nets; deep learning; information granulation theory; space granules; high-performance computations; computational intelligence.

Введение. Основным этапом проектирования искусственных нейронных сетей (ИНС) является выбор метода организации элементарного элемента сети – формального нейрона (ФН). Важнейшей и до сей поры не решенной теоретически задачей является также выбор количества нейронов [1]. Что касается общей структуры ИНС, то она довольно однозначно определяется выбором типа ФН. Важнейшую роль при построении метода обучения ИНС играет также связанный с предыдущими вопросами критерий качества обучения, в выборе которых нет единого подхода применительно к типовым задачам, решаемым с помощью ИНС [2]. Основной проблемой построения сетей глубокого обучения является необходимость введения большого количества параметров обучения сети. Имеющиеся рабочие экземпляры таких сетей содержат миллиарды параметров, что позволяет достигать высокой эффективности применения таких сетей [3]. Обратной стороной универсальности широко используемой структуры сетей в виде многослойных сверточных структур являются высокие затраты на обучение сетей с большим количеством структурно схожих слоев свертки методом обратного распространения [4]. Решение проблемы повышения эффективности таких многослойных структур может быть найдено в применении гибридных слоев, реализующих операции гранулирования данных, которые были развиты в наших работах [5, 6] и др. В новых гибридных моделях вместо векторных значений параметров обучения используются матричные информационные элементы, позволяющие кодировать подмножества значений данных (информационные гранулы) вместо кодирования отдельных точек данных, как в классических сверточных сетях [7]. Предложенные гибридные слои обучаются без учителя и допускают параллельную реализацию алгоритмов обучения, что принципиально отличается от последовательных алгоритмов обратного распространения. В результате вычислительная эффективность применения подобных гибридных нейросетей может быть существенно повышена [8]. Предлагаемый в работе теоретический подход к моделированию и оптимизации структур сетей глубокого обучения может быть распространен на широкий круг задач вычислительного интеллекта [9].

Постановка задачи. В основе всех подзадач обработки многомерных данных лежит принцип классификации на множестве данных. Чаще всего для решения таких задач в сетях глубокого обучения используют многослойные перцептроны с предшествующей структурой глубокой свертки [10]. Структура проектируемой сети ограничивается допустимым числом связей между нейронами.

Таким образом, в силу значительной разнородности методов и средств решения задач построения сетей глубокого обучения, необходим некоторый обобщающий подход, который позволил бы строить полный цикл решения задач проектирования на единой математической основе. Таким подходом может служить информационная грануляция, введенная в работах L. Zadeh [11]. Она является основой для моделирования процессов в терминах нечетких множеств [12] и построения гибридных нейросетевых систем, решающих сложные задачи [8]. Наконец, имеются нейросетевые решения для задач информационной грануляции многомерных данных [9].

Основы методологии грануляции. Идеология гранулированных вычислений основана на переходе от представления данных в виде точек некоторого векторного пространства к их представлению более сложными математическими структурами [7].

Информационной гранулой называется подмножество универсума U, на котором определено отношение сходства, неразличимости и т.п. [11]. Множество гранул, которое содержит все объекты универсума, называется гранулированием универсума. Подмножество $A \subseteq U$ называется составной (не элементарной) гранулой если оно представляет собой объединение атомарных гранул [7]. Важность понятия декартовой информационной гранулы происходит в большой степени от ее роли в процессе, называемом инкапсуляцией информации [11]. Гранулы в двумерном пространстве данных изображены на следующем рисунке.

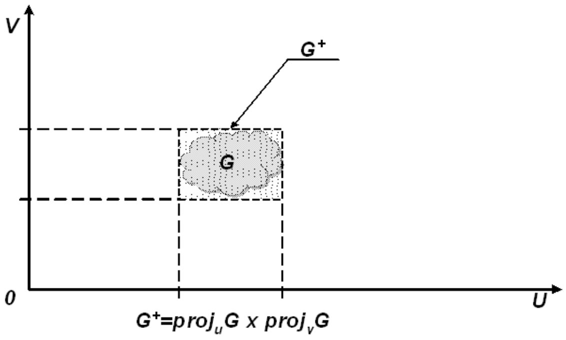


Рис. 1. Гранула G, ее проекции и инкапсулирующая гранула G^+ [11]

Для информационной гранулы G обозначим проекции на U и V областей X и Y соответственно как G_x и G_y (рис. 1). С точки зрения алгебраического подхода [7] проекции определяются как

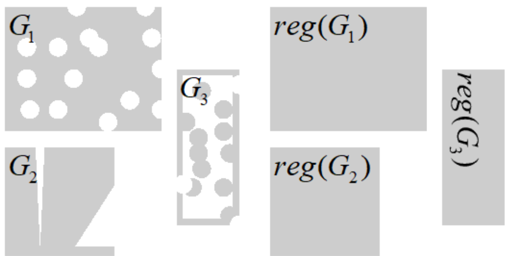
$$\mu_{Gx}(u)=\sup_V \mu_G(u,v),\ \mu_{Gy}(u)=\sup_U \mu_G(u,v),\ u\in U,\ v\in V. \quad (1)$$

В терминах ТИГ [11] декартова гранула G^+ определяемая как декартово произведение $G^+=G_x\times G_y$, инкапсулирует исходную произвольную гранулу G в том смысле, что является точной верхней гранью декартовых гранул, которые содержат G (см. рис. 1). Таким образом, в данной работе G^+ используется как верхняя аппроксимация для G [7].

С понятием инкапсулирующей гранулы тесно связано фундаментальное понятие аппроксимирующего графика отношения. Согласно [11], такой график на двумерном множестве данных по (1) задается в канонической форме как

$$f^*=A_1^x\times A_1^y+\ldots+A_n^x\times A_n^y=\sum_{i=1}^{n}A_i^x\times A_i^y,\ i=1,\ldots,n, \quad (2)$$

где операция ”+” означает дизъюнкцию в геометрическом смысле [11]. Отметим, что в настоящей работе речь идет о декартовых координатах, в отличие от осей лингвистических переменных [11]. Как результат применения грануляции по (2) в дальнейшем мы будем рассматривать данные в канонической алгебраизированной форме, пример которой приведен на рис. 2.



а б

Рис. 2. Пример инкапсуляции и регуляризации двумерных данных (а) и их каноническое (регулярное) представление (б) путем верхней аппроксимации декартовыми гранулами по (2) (из [6]).

Для анализа данных также необходимы некоторые отношения между элементами. На плоскости чаще всего используются бинарные отношения положения типа $G_1 d_e G_2$ (G_2 находится на расстоянии d от G_1) и $G_1 r_\theta G_2$ (G_2 находится в направлении θ относительно G_1), где G_1 – ссылочный объект, а G_2 – изучаемый объект. Как развитие теории L. Zadeh, в наших работах [7, 13] предложена общая теория грануляции многомерных данных (теория пространственной грануляции) и система нечетких топологических отношений и мер на гранулах для операций над гранулами, которая реализует методологию вычислений на многомерных гранулах (по аналогии с вычислениями словами, введенными L. Zadeh на лингвистических переменных [11]). Рассмотрим формализацию теории пространственной грануляции.

Математическая модель гранулы. В ряде наших работ в декартовых координатах декартова гранула в пространстве R^n, моделируется с помощью определителя с $n+2$ параметром:

$$
{}^{+}G_n = \begin{vmatrix} {}^1x^1 & {}^2x^1 & \cdots & {}^nx^1 & \sigma(-1)^n \\ {}^1x^2 & {}^2x^2 & \cdots & {}^nx^2 & \sigma(-1)^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {}^1x^n & {}^2x^n & \cdots & {}^nx^n & \sigma(-1)^n \\ {}^1x^{n+1} & {}^2x^{n+1} & \cdots & {}^nx^{n+1} & \sigma(-1)^n \end{vmatrix}, \tag{3}
$$

где параметрами гранулы являются координаты вершин элемента ${}^ix^j, i=1,...,n, \quad j=1,...,(n+1)$ в тензорных обозначениях. Параметр σ в (3) является весовым значением для модели гранулы и позволяет нормировать меры на гранулах при аффинных преобразованиях координат [6]. Отметим, что структурно подобные модели декартовых гранул можно записать и для случая не-аффинных преобразований координат. Так, для полярной и цилиндрической систем координат на основе модели (3) получим запись моделей гранул в виде [9]:

$$
{}^{+}G_2^{Polar}(A) = \begin{vmatrix} {}^1\varphi & {}^1\rho & \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{2} \\ {}^2\varphi & {}^1\rho & \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{2} \\ {}^2\varphi & {}^2\rho & \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{2} \end{vmatrix} \cdot \quad {}^{+}G_3^{Cyl}(A) = \begin{vmatrix} {}^1\varphi & {}^1z & {}^1\rho & \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{-2} \\ {}^2\varphi & {}^1z & {}^1\rho & \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{-2} \\ {}^2\varphi & {}^2z & {}^1\rho & \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{-2} \\ {}^2\varphi & {}^2z & {}^2\rho & \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{-2} \end{vmatrix}, \tag{4}
$$

где параметр $\sigma = \dfrac{{}^1\rho + {}^2\rho}{2}$ позволяет нормировать значения мер на гранулах для криволинейных координат [13]. Рассмотрим теперь применение моделей типа (3), (4) для построения функциональных элементов ИНС [5]. Для этого сначала рассмотрим базовую модель организации ИНС [1].

Организация ИНС с векторными параметрами. Математическая модель функционального элемента (ФЭ) ИНС в общем случае моделируется уравнением по [1] вида:

$$
y = f\left(net(\mathbf{W}, \mathbf{X})\right), \tag{5}
$$

где y – выходной сигнал ФЭ, $f(\cdot)$ – функция активации модели нейрона, а выход однослойной ИНС получается как

$$
net(\mathbf{W}, \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^{N} w_i u_i(\mathbf{X}) = \mathbf{W}\mathbf{U}(\mathbf{X}), \tag{6}
$$

где $net(\cdot,\cdot)$ – дискриминантная функция (ДФ) сети, $\mathbf{X}$ – входной вектор, $\mathbf{W}$ – матрица настраиваемых (обучаемых) параметров модели нейрона. ДФ для всех векторов входных сигналов вычисляется по (6) как скалярное произведение матрицы параметров $\mathbf{W}$ и вектора $\mathbf{U}(\mathbf{X})$ функционального преобразования входного вектора $\mathbf{X}$ [1].

В противовес моделям ИНС типа (5), (6) T. Kohonen предложил метод построения ИНС в виде самоорганизующейся карты (SOM), обучающейся без учителя (самоорганизация) и имеющей наглядную интерпретацию (карта на картинной плоскости). Существенными недостатками SOM являются необходимость сложнейшей многошаговой процедуры обучения и возможная некорректность и неоднозначность отображения многомерных данных на плоскость карты [14]. В ряде наших работ предложен подход, позволяющий упростить и распараллелить процедуру самоорганизации и получить гранулированное отображение между пространствами данных одинаковой размерности [7–9].

Организация ИНС с матричными параметрами. На основе математической модели декартовой пространственной гранулы типа (3), (4) в ряде наших работ был развит подход, использующий метрические свойства определителя модели [7], вычисление которого дает значение ДФ входного сигнала, а роль матрицы коэффициентов обучения (в отличие от векторного случая) играет матрица моделей гранул (3):

$$\mathbf{W}^G = \left({}^{+}G^n\right)\Big|_{j,n} = \left(\begin{vmatrix} {}^1x^1 & {}^2x^1 & \cdots & {}^nx^1 & \sigma(-1)^n \\ {}^1x^2 & {}^2x^2 & \cdots & {}^nx^2 & \sigma(-1)^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ {}^1x^n & {}^2x^n & \cdots & {}^nx^n & \sigma(-1)^n \\ {}^1x^{n+1} & {}^2x^{n+1} & \cdots & {}^nx^{n+1} & \sigma(-1)^n \end{vmatrix}\right)\Bigg|_{j,n}. \tag{7}$$

Выход ИНС с моделью (7) определяется следующей дискриминантной функцией:

$$y = f\left(net\left(\mathbf{W}^G, \mathbf{X}\right)\right), \tag{8}$$

Функция (8) может быть линейной (для задач кластеризации), или пороговой (для задач классификации). Общая структура ИНС с ФН (2) соответствует структуре ИНС с радиально-базовыми функциями (РБФ) [1].

Процесс обучения ИНС на основе моделей (7), (8) состоит в поочередном стягивании координат каждого ФЭ $\left({}^{+}G^n\right)\Big|_{j,n}$, $j = 1, ..., (n+1)$ (3) до достижения заданного порогового значения меры $\left({}^{+}G^n\right)\Big|_{j,n}$. В отличие от процесса обучения SOM, РБФ и других видов ИНС этот процесс выполняется независимо для каждого ФЭ [6], т.е. все ФЭ обучаются параллельно. Поскольку изменение площади, покрываемой каждым ФН, идет в сторону уменьшения, процесс обучения является сходящимся [12].

Для реализации модели (7), (8) в [15] вводится унифицированная гибридная нейросетевая структура, каждый слой которой обучается независимо, что значительно упрощает ее практическое применение. На рис. 3 изображена общая структура предлагаемой гибридной ИНС [15] для случая обработки изображений, представленных как данные в пространстве R^2 [9].

В предлагаемой структуре рис. 3. на вход гранулирующего слоя подаются данные из пространства R^2, предварительно разбитые с помощью сетки оптимального размера [13] (в данном примере – $M \times M$). Гранулирующий слой формирует функции принадлежности гранул с помощью нейронов (7), вычисляемых функциями $\left({}^{+}G^{n}\right)\Big|_{j,n}$. В результате мы получаем K выходов, соответствующих функциям принадлежности (ФП) гранул $\bar{R}_i\left({}^{1}x^{i}, {}^{2}x^{i}\right)$, $i=1,...,K$. Аналогичным образом, после вычисления векторов ФП, подобные же функции принадлежности объединенных гранул $\bar{R}_i\left({}^{1}x^{i}, {}^{2}x^{i}\right)$, $i=1,...,K$ используются для вычисления выходов сети на перцептронный слой. Отметим, что эти ФП могут быть как дискретными, так и непрерывными [17, 18].

Выходной слой решает финальную задачу классификации входных данных с помощью K правил (2). Полученная структура является типовой, ее размеры и параметры оптимизируются для различных типов данных. На основе структуры рис. 3 возможно построение высокоэффективных систем анализа многомерных данных. Их вычислительная эффективность имеет место по причине того, что каждый слой может обучаться независимо, т.е. имея перцептрон, обученный для распознавания изображения заданного размера, мы не должны переобучать его для новых задач. Размер изображения нормализуется в гранулирующем слое.

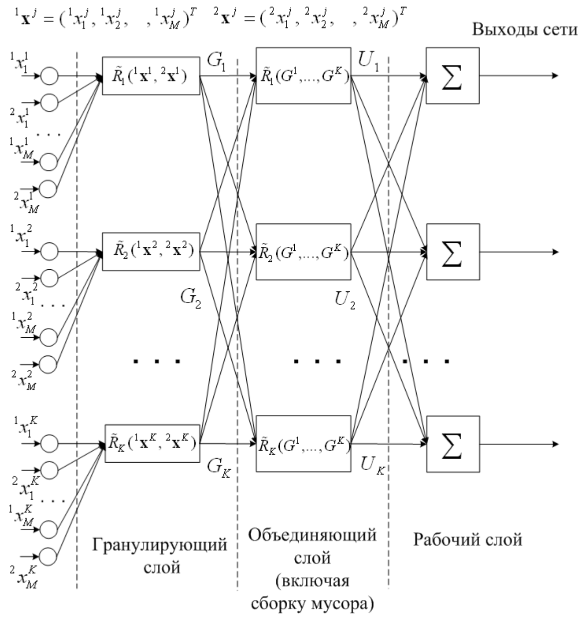


Рис. 3. Структура гибридной нейросетевой системы для грануляции и поэтапной обработки с целью классификации данных изображений [9]

Таким образом, предлагаемая типовая структура гибридной гранулирующей сети представляет собой многослойный гибридный перцептрон, который может решать задачи классификации входных данных. Слои предварительной обработки за счет выполнения грануляции решают ряд практически важных при построении ИНС вопросов, таких как сжатие входных данных, фильтрация помех, нормализация размера входных данных к размеру обученного перцептронного слоя и т.д. [9].

Итак, важнейшими особенностями предложенной гибридной структуры ИНС является ее небольшая глубина, возможность раздельного (предварительного) обучения слоев и возможность распараллеливания процесса обучения. Это дает ей существенные преимущества перед сверточной сетью [4, 5].

Заключение. В работе предложен новый тип гибридной структуры ИНС с матричными (в отличие от векторных) коэффициентами обучения. Процесс обучения входных слоев сети сводится к стягиванию границ пространственных гранул, что эквивалентно процессу сжатия информации с потерями. Структура отличается от широко распространенных по ряду важных параметров: обучение каждого ФЭ (искусственного нейрона) независимо; критерий качества обучения является информационным. Предложенные гранулирующие ИНС могут использоваться для кластеризации многомерных данных, а также для классификации данных произвольной размерности. Они реализуют принцип "стеклянного ящика", работа которого при обработке многомерных данных полностью "прозрачна" для пользователя, что очень важно в задачах Data Mining и обработки визуальной информации [8].

Важнейшим преимуществом предложенной структуры перед сверточной сетью является возможность существенного увеличения количества параметров обучения. В сверточных сетях размер матрицы коэффициентов N ограничивается квадратом размерности пространства входных данных R^n: $N \approx kn^2$. По этой причине сети глубокого обучения, имеющие миллионы параметров обучения, выполняются с большим количеством слоев [4]. Однако наличие многослойности приводит в высокой вычислительной затратности процесса обучения сети по методу обратного распространения ошибки [10].

Предлагаемая структура сети имеет матричные (в отличие от векторных) параметры обучения в виде определителей, порядок которых P определяется размерностью входного пространства R^n как $P = (n+1)^2$. Кроме того, выбор числа гранул в модели позволяет еще увеличить множитель в данной формуле оценки. Таким образом, размер матрицы коэффициентов для новой структуры оценивается как $N \approx kn^2\left(n+1\right)^2$, что позволяет существенно уменьшить число слоев сети для получения такого же числа параметров обучения и, соответственно, ускорить процесс обучения. Кроме того, обучение новой структуры можно выполнять по слоям и с распараллеливанием [19, 20].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Терехов В.Ф., Ефимов Д.В., Тюкин И.Ю.* Нейросетевые системы управления. – М.: ИПРЖР, 2002. – 480 с.
2. *Горбань А.Н., Дунин-Барковский В.Л., Кирдин А.Н. и др.* Нейроинформатика. – Новосибирск: Наука. Сибирское предприятие РАН, 1998. – 296 с.
3. *Deng L., Yu D.* Deep learning: methods and applications // Foundations and Trends in Signal Processing. – 2014. – 7. – P. 197-387.
4. *Mosavi A., Lopez A., Varkonyi-Koczy A.* Industrial Applications of Big Data: State of the Art Survey, Advances in Intelligent Systems and Computing. – 2017.
5. *Бутенков С.А.* Компоненты гибридных нейросетевых интеллектуальных систем, использующие метод информационной грануляции // Сб. трудов XII Всероссийской научно-технической конференции "Нейроинформатика–2010", Москва, 25-29 января 2010. – Т. 2. – С. 54-64.
6. *Бутенков С.А.* Грануляция и инкапсуляция в системах эффективной обработки многомерной информации // Искусственный интеллект. – 2005. – № 4. – С. 106-115.
7. *Бутенков С.А., Жуков А.Л.* Информационная грануляция на основе изоморфизма алгебраических систем // Сб. трудов Международной алгебраической конференции, посвященной 80-летию со дня рождения А.И. Кострикина, Нальчик, 12-18 июля 2009 г. – С. 206-209.
8. *Butenkov S., Krivsha V., Al-Dhouyani S.* Granular Computing in Computer Image Perception: basic issues and Glass Box models // In Proc. IASTED Conf. "AIA 2006", Innsbruk, Austria, February 16-18 2006. – P. 811-816.

9. *Butenkov S.A., Krivsha V.V., Krivsha N.S.* Recognition and Perception of Images. Fundamentals and Applications. Chap. 7. The use of Mathematical Apparatus of Spatial Granulation in the Problems of Perception and Image Recognition // 2021, John Wiley & Sons, Inc., 111, River Street, Hoboken, NJ07030, USA. – P. 220-257. – ISBN 9871119750550.
10. *Weng J., Ahuja N. and Huang T.S.* Cresceptron: a self-organizing neural network which grows adaptively // Proc. International Joint Conference on Neural Networks, Baltimore, Maryland. – June, 1992. – Vol. I. – P. 576-581.
11. *Zadeh L.A.* Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic // Fuzzy Sets and Systems. – 1997. – Vol. 90. – P. 111-127.
12. *Бутенков С.А.* Алгебраические модели в задачах интеллектуального анализа многомерных данных // Сб. трудов международной конференции “Математическая теория систем 2009”, Москва, 26-30 января 2009. – С. 93-101.
13. *Бутенков С.А., Кривша В.В., Кривша Н.С.* Топологические пространственные отношения в моделях гранулирования многомерных данных // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 6. – С. 200-211.
14. *Kohonen T.* Self-Organizing Maps. – Berlin–New York: Springer-Verlag. Third extended edition, 2001.
15. *Бутенков С.А.* Матричные нейронные сети для задач обработки и классификации многомерных данных // Матер. Восьмой Всероссийской мультиконференции по проблемам управления “МКПУ–2015”, Геленджик, 28 сентября –3 октября 2015 г. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. – Т. 1. – С. 34-39.
16. *Butenkov S., Zhukov A., Nagorov A., Krivsha N.* Granular Computing Models and Methods Based on the Spatial Granulation // XII Int. Symposium «Intelligent Systems», INTELS’16, 5-7 October 2016, Moscow, Russia. Elsevier Procedia Computer Science. – 2017. – 103. – P. 295-302.
17. *Ярушкина Н.Г.* Основы теории нечетких и гибридных систем. – М: Финансы и статистика, 2004. – 320 с.
18. *Krivsha N., Krivsha V., Butenkov S.* The Analytical Approach to the Parameterized Fuzzy Operators Design // 13th International Symposium Intelligent Systems - 2018 (INTELS'18), Elsevier Procedia Computer Science, 2019, St. Petersburg, Russia. – P. 193-200.
19. *Бутенков С.А., Кривша В.В., Кривша Н.С.* Моделирование структур вычисления // Информатизация и связь. – 2021. – № 3. – С. 28-32.
20. *Бутенков С.А.* Структурная организация гранулированных вычислений при обработке данных на реконфигурируемых вычислительных системах // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2018. – № 8 (202). – С. 250-262.

REFERENCES

1. *Terekhov V.F., Efimov D.V., Tyukin I.Yu.* Neyrosetevye sistemy upravleniya [Control systems with neurocomputers]. Moscow: IPRZhR, 2002, 480 p.
2. *Gorban' A.N., Dunin-Barkovskiy V.L., Kirdin A.N. i dr.* Neyroinformatika [NeuroInformatics]. Novosibirsk: Nauka. Sibirskoe predpriyatie RAN, 1998, 296 p.
3. *Deng L., Yu D.* Deep learning: methods and applications, *Foundations and Trends in Signal Processing,* 2014, 7, pp. 197-387.
4. *Mosavi A., Lopez A., Varkonyi-Koczy A.* Industrial Applications of Big Data: State of the Art Survey, Advances in Intelligent Systems and Computing, 2017.
5. *Butenkov S.A.* Komponenty gibridnykh neyrosetevykh intellektual'nykh sistem, ispol'zuyushchie metod informatsionnoy granulyatsii [The hybrid neuro systems components, based on information granulation], *Sb. trudov XII Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii “Neyroinformatika–2010”, Moskva, 25-29 yanvarya 2010* [Collection of proceedings of the XII All-Russian Scientific and Technical Conference “Neuroinformatics-2010”, Moscow, January 25-29, 2010], Vol. 2, pp. 54-64.
6. *Butenkov S.A.* Granulyatsiya i inkapsulyatsiya v sistemakh effektivnoy obrabotki mnogomernoy informatsii [Data granulation an encapsulation in efficient multidimensional data processing systems], *Iskusstvennyy intellect* [Artificial Intelligence], 2005, No. 4, pp. 106-115.
7. *Butenkov S.A., Zhukov A.L.* Informatsionnaya granulyatsiya na osnove izomorfizma algebraicheskikh sistem [Information Granulation based on the Algebraic Systems Isomorphism], *Sb. trudov Mezhdunarodnoy algebraicheskoy konferentsii, posvyashchennoy 80-letiyu*

so dnya rozhdeniya A.I. Kostrikina, Nal'chik, 12-18 iyulya 2009 g. [Collection of proceedings of the International Algebraic Conference dedicated to the 80th anniversary of the birth of A.I. Kostrikina, Nalchik, July 12-18, 2009], pp. 206-209.

8. *Butenkov S., Krivsha V., Al-Dhouyani S.* Granular Computing in Computer Image Perception: basic issues and Glass Box models, *In Proc. IASTED Conf. "AIA 2006", Innsbruk, Austria, February 16-18 2006,* pp. 811-816.
9. *Butenkov S.A., Krivsha V.V., Krivsha N.S.* Recognition and Perception of Images. Fundamentals and Applications. Chap. 7. The use of Mathematical Apparatus of Spatial Granulation in the Problems of Perception and Image Recognition, *2021, John Wiley & Sons, Inc., 111, River Street, Hoboken, NJ07030, USA,* pp. 220-257. ISBN 9871119750550.
10. *Weng J., Ahuja N. and Huang T.S.* Cresceptron: a self-organizing neural network which grows adaptively, *Proc. International Joint Conference on Neural Networks, Baltimore, Maryland,* June, 1992, Vol. I, pp. 576-581.
11. *Zadeh L.A.* Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic, *Fuzzy Sets and Systems,* 1997, Vol. 90, pp. 111-127.
12. *Butenkov S.A.* Algebraicheskie modeli v zadachakh intellektual'nogo analiza mnogomernykh dannykh [The algebraic models for the intelligent data analysis], *Sb. trudov mezhdunarodnoy konferentsii "Matematicheskaya teoriya sistem 2009", Moskva, 26-30 yanvarya 2009* [Collection of proceedings of the international conference "Mathematical theory of systems 2009", Moscow, January 26-30, 2009], pp. 93-101.
13. *Butenkov S.A., Krivsha V.V., Krivsha N.S.* Topologicheskie prostranstvennye otnosheniya v modelyakh granulirovaniya mnogomernykh dannykh [Topological spatial relations for the granulated multidimensional data models], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2010, No. 6, pp. 200-211.
14. *Kohonen T.* Self-Organizing Maps. Berlin–New York: Springer-Verlag. Third extended edition, 2001.
15. *Butenkov S.A.* Matrichnye neyronnye seti dlya zadach obrabotki i klassifikatsii mnogomernykh dannykh [Matrix Neuro Nets in the Multidimensional Data Processing and Classification Problems], *Mater. Vos'moy Vserossiyskoy mul'tikonferentsii po problemam upravleniya "MKPU–2015", Gelendzhik, 28 sentyabrya –3 oktyabrya 2015 g.* [Materials of the Eighth All-Russian Multi-Conference on Control Problems "MKPU-2015", Gelendzhik, September 28 – October 3, 2015]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2015, Vol. 1, pp. 34-39.
16. *Butenkov S., Zhukov A., Nagorov A., Krivsha N.* Granular Computing Models and Methods Based on the Spatial Granulation, *XII Int. Symposium «Intelligent Systems», INTELS'16, 5-7 October 2016, Moscow, Russia. Elsevier Procedia Computer Science,* 2017, 103, pp. 295-302.
17. *Yarushkina N.G.* Osnovy teorii nechetkikh i gibridnykh system [The fundamentals of fuzzy and hybrid systems]. Moscow: Finansy i statistika, 2004, 320 p.
18. *Krivsha N., Krivsha V., Butenkov S.* The Analytical Approach to the Parameterized Fuzzy Operators Design, *13th International Symposium Intelligent Systems - 2018 (INTELS'18), Elsevier Procedia Computer Science, 2019, St. Petersburg, Russia,* pp. 193-200.
19. *Butenkov S.A., Krivsha V.V., Krivsha N.S.* Modelirovanie struktur vychisleniya [Modeling computation structures], *Informatizatsiya i svyaz'* [Informatization and communication], 2021, No. 3, pp. 28-32.
20. *Butenkov S.A.* Strukturnaya organizatsiya granulirovannykh vychisleniy pri obrabotke dannykh na rekonfiguriruemykh vychislitel'nykh sistemakh [The structural organization of the granulated computing for the data processing by the reconfigurable computers], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2018, No. 8 (202), pp. 250-262.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н. Г.В. Куповых

Кривша Наталья Сергеевна – Южный федеральный университет; e-mail: natalie-home@yandex.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +79185456456; к.т.н.; доцент.

Кривша Виталий Вадимирович – e-mail: kvit_ok@mail.ru; тел.: +79281339489; к.т.н.; доцент.

Бутенков Сергей Андреевич – ОАО «Пятигорский завод Импульс»; г. Пятигорск, Россия; e-mail: saabmount@gmail.com; тел.: +79281420088; к.т.н.; доцент; с.н.с.

Krivsha Natalya Sergeevna – Southern Federal University; e-mail: natalie-home@yandex.ru; Taganrog, Russia; phone: +79185456456; cand. of eng. sc.; associate professor.

Krivsha Vitalij Vladimirovich – e-mail: kvit_ok@mail.ru; phone: +79281339489; cand. of eng. sc.; associate professor.

Butenkov Sergey Andreevich – Impuls Pyatigorsk Enterprise Company; e-mail: saabmount@gmail.com; Pyatigorsk, Russia; phone: +79281420088; cand. of eng. sc.; associate professor; senior researcher.

УДК 519.6 DOI 10.18522/2311-3103-2023-6-76-88

А.М. Макаров, А.С. Ермаков

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ОПЕРАТОРОВ МЕЛЛИНА И НЕКОТОРЫЕ ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

В развитие теории и ее приложений для обработки процессов, несущих информацию, важную роль сыграли интегральные преобразования. Математически интегральные преобразования осуществляют отображение пространства исходной переменной в новое пространство новой переменной, то есть осуществляют отображение множеств элементов пространства типа «много в одно». В теории сигналов широкое применение получило интегральное преобразование Фурье не только как представление сигналов, но и в их спектральном анализе. Интегральное преобразование Гильберта послужило в качестве развитие теории цифрового представления широкополосных сигналов. В работе рассматриваются вопросы теории интегрального преобразования Меллина не так известного, как предыдущие, для его использования при обработке сигналов, помех и некоторых задач, имеющих прикладной характер в теории сигналов. Приводится теория спектрально-корреляционного анализа случайных процессов в базисе интегрального преобразования Меллина. В частности, на ее основе доказана теорема (аналог теоремы Винера-Хинчина для преобразования Фурье) о связи корреляционной функции шума в базисе преобразования Фурье со спектральной плотностью мощности шума в базисе преобразования Меллина. Эти результаты могу быть положены в основу синтеза алгоритмов обработки сигналов на фоне помех в базисе интегрального преобразования Меллина. На его основе разработана функциональная структура обнаружителя сигналов на фоне гауссовых шумов с неизвестными априори корреляционной функцией и длительностью сигнала. Следует отметить, что в работе авторов рассмотрены довольно сложные математические выкладки. Начинающим знакомится с интегральным преобразованием Меллина рекомендуем в первую очередь изучить учебное пособие.

Преобразования Меллина; теория операторов; цифровая обработка сигналов.

A.M. Makarov, A.S. Ermakov

INTRODUCTION TO MELLIN OPERATOR THEORY AND SOME OF ITS APPLICATIONS IN SIGNAL PROCESSING

Integral transformations have played an important role in the development of the theory and its applications for processing information-bearing processes. Mathematically, integral transformations map the space of the original variable into a new space of a new variable, that is, they map sets of elements of the space of the "many into one" type. In signal theory, the integral Fourier transform has been widely used not only as a representation of signals, but also in their spectral analysis. The Hilbert integral transformation served as a development of the theory of digital representation of broadband signals. The paper discusses the theory of the integral Mellin transform, which is not as well known as the previous ones, for its use in signal processing and interference, as well as some problems of an applied nature in signal theory. We presented the theory of spectral correlation analysis of random processes in the basis of the integral Mellin transform. In par-