

Азизов Бахтияр Магатил оглу – Национальная Академия Авиации Азербайджана; e-mail: bakhtiyar48@mail.ru; г. Баку, Азербайджан; тел.: +994506275543; кафедра аэрокосмического мониторинга окружающей среды; д.т.н.; профессор.

Бадалова Айтадж Назиф кызы – e-mail: badalova-aytac60@rambler.ru; тел.: +994506234290; кафедра аэрокосмического мониторинга окружающей среды; зав. кафедрой; д.т.н.; профессор.

Мамедов Хикмет Назим оглу – e-mail: hikmat.mammadov@mail.ru; тел.: +994554554282; к.т.н.; начальник Аналитического отдела по научно-исследовательским работам.

Azizov Bakhtiyar Magatil – Azerbaijan National Aviation Academy; e-mail: bakhtiyar48@mail.ru; Baku, Azerbaijan; phone: +994506275543; the department of aerospace environmental monitoring; dr. of eng. sc.; professor.

Badalova Aytaaj Nazif – e-mail: badalova-aytac60@rambler.ru; phone: +994506234290; the department of aerospace environmental monitoring; head of department; dr. of eng. sc.; professor.

Mammadov Hikmat Nazim – e-mail: hikmat.mammadov@mail.ru; phone: +994554554282; cand. of eng. sc.; head of the Analytical Department of Scientific Research.

УДК 621.372.82; 537.862

DOI 10.18522/2311-3103-2023-3-240-251

Д.Е. Титова

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ВОЗБУЖДЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ИМПЕДАНСНЫМИ СТЕНКАМИ

Решение задач о поведении электромагнитных волн во вращающихся волноводах необходимо для объяснения экспериментов с электромагнитными полями во вращающихся интерферометрах и гироскопах и разработки новых методов измерения частоты вращения. Сложность постановки и решения подобных задач связана с тем, что вращающаяся система отсчета является неинерциальной, а пространство, ей соответствующее, из-за наличия центробежных сил и сил Кориолиса является искривленным. В данной работе выполнены постановка и решение в строгом виде задачи возбуждения сторонними источниками токов и зарядов электромагнитного поля во вращающемся цилиндрическом волноводе и исследовано влияния вращения на основные характеристики волновода. Строгая постановка и решение задач во вращающейся системе отсчета, учитывающие влияние эквивалентного гравитационного поля на электромагнитное поле в присутствии вращения, получены с использованием ковариантных уравнений Максвелла. Решена граничная задача возбуждения электромагнитного поля во вращающемся цилиндрическом волноводе с импедансными стенками при заполнении волновода диэлектриком. На основе полученных решений построены частотные характеристики вращающегося волновода. Показана зависимость параметров возбуждаемого электромагнитного поля от частоты вращения волновода. Расчетами подтвержден эффект расщепления критической частоты волновода при вращении на две новых частоты, равных разности критической частоты волновода в покое и частоты вращения, умноженной на порядок возбужденной моды. Зависимость параметров электромагнитного поля от частоты вращения может использоваться для измерения частоты вращения волновода, а полученное строгое решение – для планирования, проведения и трактовки результатов экспериментов.

Волноводы; гироскопы; граничные задачи; граничные условия; измерение частоты вращения; критические частоты; релятивистские эффекты; теория возбуждения волноводов; цилиндрические волноводы; частота вращения.

D.E. Titova

BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR EXCITING A ROTATING CYLINDRICAL WAVEGUIDE WITH IMPEDANCE WALLS

The aim of the paper is to study the behavior of electromagnetic field excited in rotating waveguides. Solution of the problem of excitation of electromagnetic waves in rotating waveguides is important for interpreting the experiments with electromagnetic waves in rotating interferometers and gyroscopes. It can also be used for development of new methods of rotation rate measurement. Formulation and solution of such problems in rigorous way is complicated due to the fact that the rotating reference frames are non-inertial, and the presence of centrifugal forces and Coriolis forces make the space curved. In this paper, formulation and solution of the problem of excitation of electromagnetic field in a rotating cylindrical waveguide is presented in a rigorous form. The rigorous solution of the problems is derived with covariant Maxwell equations and take into account the effect of an equivalent gravitational field on the electromagnetic field in rotating reference frames. Influence of the rotation on the main characteristics of the waveguide is studied. Impedance boundary problem of excitation of an electromagnetic field in a rotating cylindrical waveguide with constant impedance walls is solved. Frequency responses of the rotating waveguide are calculated on the basis of the analytical solutions. It is shown that the parameters of the excited electromagnetic field depend on the waveguide rotation rate. It is shown, that the azimuthal harmonics, which propagate in the clockwise and counterclockwise directions in the waveguide have different wavelenghts and propagation constants. Calculations confirm the effect of splitting of the waveguide cut-off frequency into two new cut-off frequencies due to rotation. The new cut-off frequencies are equal to the difference between the cut-off frequency of the waveguide at rest and the rotation rate of the waveguide multiplied by the order of the mode, which is excited in it. The dependence of the electromagnetic field parameters on the rotation rate can be used for rotation rate measurement. The solution derived can be used for setting up and analysis of the results of scientific experiments with rotating waveguides.

Boundary conditions; boundary value problems; circular waveguides; cut-off frequency; electromagnetic waveguides; gyroscopes; relativistic effects; rotational measurement; rotational speed; waveguide theory.

Введение. Решение задач о поведении электромагнитных (ЭМ) волн во вращающихся волноводах и резонаторах необходимо для объяснения экспериментов с ЭМ полями в различного рода вращающихся интерферометрах и гироскопах [1–5].

Сложность поставленной задачи обусловлена тем, что вращающиеся системы отсчета (СО) являются неинерциальными СО, и пространство и время в них искривлены под действием центробежных сил и силы Кориолиса. Это подразумевает обращение к общей теории относительности [6–8] и использование ковариантной формы уравнений электродинамики [9–12]. Однако в большинстве известных случаев при решении подобных задач либо используются инерциальных СО, либо нековариантные формулировки уравнений Максвелла, либо различные упрощающие допущения. Такие методы приводят к приближенным результатам, эквивалентным результатам в инерциальных СО или описывающим частные случаи [9–14], а многие из полученных подобными способами решений нуждаются в экспериментальной проверке, определении величины принятых допущений и границ их (допущений) применения.

Строгая постановка и решение задач электродинамики во вращающихся СО с использованием ковариантных уравнений Максвелла [9, 15, 16], учитывающие влияние эквивалентного гравитационного поля на ЭМ поле в присутствии вращения, приведены в [17, 18]. Полученное строгое решение дало возможность установить эффекты зависимости параметров ЭМ поля от частоты вращения, дать строгое электродинамическое обоснование эффекта Саньяка [19] и предложить новые способы измерения частоты вращения [20]. В частности, было показано, что в

присутствии вращения критические частоты волновода в покое ω_0 расщепляются на две новых частоты $\omega_n = \omega_0 \pm n\Omega$, где n – порядок распространяющейся в волноводе моды. Однако численные исследования параметров ЭМ поля во вращающемся волноводе не проводились, а в реальности при наличии источника ЭМ поля и потерь в металлических стенках волновода, необходимо ставить и решать задачу возбуждения ЭМ поля сторонними источниками токов и зарядов в волноводе с импедансными стенками.

В настоящей работе полученные в [17] уравнения электродинамики используются для постановки и решения задачи возбуждения произвольным распределением токов и зарядов ЭМ поля во вращающемся цилиндрическом волноводе, являющемся математической моделью интерферометра. Задача имеет принципиальное значение для опытов с применением вращающихся интерферометров и лазерных гироскопов на основе трубок [2, 4] а полученное решение может быть использовано для реализации одноволнового способа измерения частоты вращения [20].

Постановка общей задачи. Введем инерциальную СО $K'(x', y', z', iv_\phi t) = K'(r', \varphi', z', iv_\phi t) = K'(x^{j'})$ и вращающуюся СО $K(r, \varphi, z, t) = K(x^\alpha, t)$, где i – мнимая единица, t – время, $v_\phi = c/\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$, – скорость света в неограниченном пространстве, c – скорость света в вакууме, $x^{j'} = (x^{1'}, x^{2'}, x^{3'}, x^0)$, $x^\alpha = (r', \varphi', z')$ – цилиндрические координаты, $\alpha' = (1', 2', 3')$. СО K вращается с частотой Ω относительно оси z' СО K' , оси z и z' совпадают между собой, $r' = r$, $\varphi' = \varphi + \Omega t$, $z' = z$. Цилиндрический волновод радиуса a с конечной проводимостью стенок σ_1 , заполненный изотропной однородной линейной средой с диэлектрической $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon' - i\varepsilon'' = \varepsilon_0(\varepsilon_r' - i\varepsilon_r'')$ и магнитной $\mu = \mu_0 \mu_r$ проницаемостями, где ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные, $\mu_r = 1$, вращается в СО K' вокруг своей оси, которая совпадает с осью z' , с постоянной угловой частотой Ω , то есть находится в покое в СО K . ЭМ поле в волноводе на частоте ω_0 , измеренной в мировом времени t ($\exp(i\omega_0 t)$) – зависимость сторонних токов и зарядов от времени t) возбуждается сторонними источниками токов и зарядов, расположенными в области V_j и вращающимися вместе с волноводом. Считаем, что параметры σ_1 , ε , μ и a измерены в СО K (рис. 1), линейные скорости Ωa всех точек области V_j меньше скорости света [16, 17].

В трехмерном пространстве внутри цилиндрического волновода, где векторные операции тождественны операциям в R_3 , уравнения Максвелла для ЭМ поля можно записать следующим образом [15, 17]:

$$\text{rot} \widehat{H} = \frac{\partial \widehat{D}}{\partial t} + \widehat{j}^E, \quad \text{rot} \bar{E} = \frac{-\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{j}^H, \quad \text{div} \widehat{D} = \widehat{\rho}^E, \quad \text{div} \bar{B} = \rho^H, \quad (1)$$

где $\bar{E} = E_\alpha = (E_r, rE_\varphi, E_z)$ – ковариантный вектор; $\widehat{H} = \widehat{H}^{\alpha\beta} = (H_r, rH_\varphi, H_z)$ – контравариантная бивекторная плотность веса +1; $\widehat{D} = \widehat{D}^\alpha = (r\widehat{D}^r, \widehat{D}^\varphi, r\widehat{D}^z)$ – контравариантная векторная плотность веса +1; $\bar{B} = B_{\alpha\beta} = (rB_{r\varphi}, B_{rz}, rB_{\varphi z})$ – ковариантный бивектор; $\widehat{j}^E = \widehat{j}^{E,\alpha} = (r\widehat{j}^{E,r}, \widehat{j}^{E,\varphi}, r\widehat{j}^{E,z})$ – контравариантная векторная плотность объемного стороннего электрического тока, $\widehat{\rho}^E$ – скалярная плотность стороннего объемного электрического заряда, $\bar{j}^H = j_{\alpha\beta}^H = (r\widehat{j}^{H,r}, \widehat{j}^{H,\varphi}, r\widehat{j}^{H,z})$ – бивектор плотности объемного стороннего магнитного тока, ρ^H – простая скаляр-плотность объемного магнитного заряда [9, 15, 17].

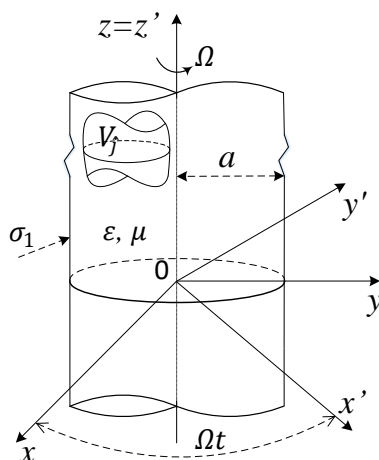


Рис. 1. К постановке задачи

Для разделения ЭМ поля во вращающейся СО K (1) на ЭМ поля электрического типа (E -типа, $B_{r\phi} = 0$) и магнитного типа (H -типа, $\hat{D}^z = 0$) используются материальные уравнения [17] и вводятся электрический V^E и магнитный V^H потенциалы Дебая, которые в СО K удовлетворяют волновому уравнению [17]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial V^{E,H}}{\partial r} + \frac{1-\beta^2}{r^2} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial \varphi^2} + \frac{2\beta}{v_\phi r} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial \varphi \partial t} + \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial z^2} - \frac{1}{v_\phi^2} \frac{\partial^2 V^{E,H}}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

где $\beta = \Omega r / v_\phi$, $v_\phi = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$ – фазовая скорость в среде.

Для решения общей задачи возбуждения вращающегося цилиндрического волновода источниками сторонних токов и зарядов необходимо определить выражения для функций $V^{E,H}$.

Решение общей задачи. ЭМ поле во вращающемся цилиндрическом волноводе будем искать как сумму первичного ЭМ поля $\bar{E}^{E,H,P}$, $\bar{H}^{E,H,P}$, возбуждаемого источниками сторонних токов и зарядов, расположенными в области V_j , и вторичного ЭМ поля $\bar{E}^{E,H,S}$, $\bar{H}^{E,H,S}$, возбуждаемого эквивалентными поверхностными токами и зарядами на границе раздела сред при $r = a$. В таком случае выражение для полного ЭМ поля $\bar{E}^{E,H}$, $\bar{H}^{E,H}$ имеет вид:

$$\begin{aligned} E^E &= E^{E,P} + E^{E,S}, & E^H &= E^{H,P} + E^{H,S}, \\ H^E &= H^{E,P} + H^{E,S}, & H^H &= H^{H,P} + H^{H,S}. \end{aligned} \quad (3)$$

Потенциалы Дебая полного ЭМ поля (3) при наличии сторонних источников токов и зарядов [17] записываются в форме

$$V^{E,H} = V^{E,H,P} + V^{E,H,S} = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varpi^2} U_n^{E,H} d\varpi, \quad (4)$$

где линейная комбинация цилиндрических функций $U_n^{E,H}$ полного ЭМ поля (3) выражается как сумма функций первичного $U_n^{E,H,P}$ и вторичного $U_n^{E,H,S}$ ЭМ полей (3):

$$U_n^{E,H} = U_n^{E,H,P} + U_n^{E,H,S}. \quad (5)$$

Функции $U_n^{E,H,P}$ первичного ЭМ поля при наличии сторонних источников токов и зарядов V_j в случае отсутствия границы раздела сред известны и записываются в общей форме как [17]:

$$U_n^{E,H,P} = e^{-in\varphi} e^{\pm\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}z} \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}} \begin{cases} H_n^{(2)}(\alpha r) F_n^{(2)E,H}(\alpha), & r > \rho \\ J_n(\alpha r) F_n^{(1)E,H}(\alpha), & r < \rho, \end{cases} \quad (6)$$

где α – поперечный коэффициент распространения азимутальной гармоники ЭМ поля, $\chi_n = \sqrt{k_n^2 - \alpha^2}$ – продольный коэффициент распространения, $H_n^{(2)}(x)$, $J_n(x)$, – цилиндрические функции Ганкеля и Бесселя соответственно, $k_n = k_0 + n\Omega/v_\phi$, $k_0 = \omega_0/v_\phi$, $F_n^{(s),E,H}$ – коэффициенты, определяемые сторонними токами и зарядами [17]. Волновое число $k_n = \frac{\omega_n}{v_\phi} = (\omega_0 + n\Omega)/v_\phi = k_0 + n\Omega/v_\phi$ получается при решении волнового уравнения (2) для потенциалов Дебая в форме (4), (6) при наложении на последние условия периодичности $U_n^{E,H}(r, \varphi, z) = U_n^{E,H}(r, \varphi + 2\pi, z)$ и условия излучения при $z \rightarrow \pm\infty$ [17].

Выражения $U_n^{E,H,S}$ для вторичного ЭМ поля $\bar{E}^{E,H,S}$, $\bar{H}^{E,H,S}$ (5) при учете, что составляющие векторов напряженностей ЭМ поля должны иметь конечные величины на оси волновода при $r = 0$, представим как

$$U_n^{E,H,S} = e^{-in\varphi} e^{\pm\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}z} \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}} a_n^{E,H} J_n(\alpha r), \quad 0 \leq r \leq a, \quad (7)$$

где коэффициенты $a_n^{E,H}$ определяются из граничных условий (ГУ) и содержат информацию о токах, наведенных на стенках волновода сторонними источниками токов и зарядов.

Линейная комбинация цилиндрических функций полного ЭМ поля (3), (5) выражается как

$$U_n^{E,H} = e^{-in\varphi} e^{\pm\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}z} \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - k_n^2}} \begin{cases} H_n^{(2)}(\alpha r) F_n^{(2)E,H}(\alpha) \\ J_n(\alpha r) F_n^{(1)E,H}(\alpha) \end{cases} + \begin{cases} anE, H/n\alpha r, & r > \rho \\ r < \rho. \end{cases} \quad (8)$$

В результате разделения ЭМ полей с помощью потенциалов Дебая $V^{E,H}$ (4) с учетом (8) получаем составляющие компонент напряженностей ЭМ поля электрического типа \bar{E}^E , \hat{H}^E [17]:

$$\begin{aligned} E_r^E &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{rn}^E = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 U_n^E(\alpha)}{\partial r \partial z} d\alpha, \\ E_\varphi^E &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{\varphi n}^E = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2 r} \frac{\partial^2 U_n^E(\alpha)}{\partial \varphi \partial z} d\alpha, \\ E_z^E &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{zn}^E = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha^2 - k_n^2}{\alpha^2} U_n^E(\alpha) d\alpha, \\ H_r^E &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{rn}^E = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{i\omega_0 \varepsilon}{\alpha^2 r} \frac{\partial U_n^E(\alpha)}{\partial \varphi} + W^{-1} \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial}{\partial r} \beta \frac{\partial U_n^E(\alpha)}{\partial r} \right) d\alpha, \\ H_\varphi^E &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{\varphi n}^E = -e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{i\omega_0 \varepsilon}{\alpha^2} \frac{\partial U_n^E(\alpha)}{\partial r} - \frac{W^{-1} \beta}{\alpha^2 r} \frac{\partial^2 U_n^E(\alpha)}{\partial \varphi \partial r} \right) d\alpha, \\ H_z^E &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{zn}^E = W^{-1} \beta E_r^E, \end{aligned} \quad (9)$$

и магнитного \bar{E}^H , \hat{H}^H типа

$$\begin{aligned} E_r^H &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{rn}^H = -e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{i\omega_0 \mu}{\alpha^2 r} \frac{\partial U_n^H(\alpha)}{\partial \varphi} + W \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial}{\partial r} \beta \frac{\partial U_n^H(\alpha)}{\partial r} \right) d\alpha, \\ E_\varphi^H &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{\varphi n}^H = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{i\omega_0 \mu}{\alpha^2} \frac{\partial U_n^H(\alpha)}{\partial r} - \frac{W \beta}{\alpha^2 r} \frac{\partial^2 U_n^H(\alpha)}{\partial \varphi \partial r} \right) d\alpha, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 E_z^H &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} E_{zn}^H = -\beta W H_r^H, \\
 H_r^H &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{rn}^H = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 U_n^H(\alpha)}{\partial r \partial z} d\alpha, \\
 H_\varphi^H &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{\varphi n}^H = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\alpha^2 r} \frac{\partial^2 U_n^H(\alpha)}{\partial \varphi \partial z} d\alpha, \\
 H_z^H &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_{zn}^H = e^{i\omega_0 t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha^2 - K_n k_n}{\alpha^2} U_n^H(\alpha) d\alpha,
 \end{aligned}$$

т.е. ЭМ поле имеет гармонический спектр частот.

Выражения (8), (9), (10) представляют собой общее решение задачи возбуждения ЭМ поля во вращающемся цилиндрическом волноводе сторонними источниками токов и зарядов. Для определения коэффициентов a_n^E и a_n^H из (8) необходимо сформулировать импедансные граничные условия (ИГУ) при $r = a$.

Частное решение задачи при импедансных стенках волновода. ИГУ на внутренней поверхности вращающегося волновода в общем виде имеют форму [17]:

$$\begin{aligned}
 E_z &= -(1 - \beta^2)^{-1/2} Z_2^\omega(\varphi, z) H_\varphi, \quad r = a, \\
 E_\varphi &= (1 - \beta^2)^{1/2} Z_1^\omega(\varphi, z) H_z, \quad r = a,
 \end{aligned} \tag{11}$$

где $Z_{1,2}^\omega(\varphi, z)$ – поверхностное сопротивление металла стенок волновода на частоте ω_0 . Считаем, что стенки волновода выполнены из однородного металла, а $\beta = \Omega r / v_\phi \ll 1$. Тогда $(1 - \beta^2)^{1/2} \approx (1 - \beta^2)^{-1/2} \approx 1$ и в приближении малости линейной скорости вращения Ωr по сравнению со скоростью света в среде v_ϕ ИГУ (11) примут классический вид [21]:

$$E_z = -Z^\omega H_\varphi, \quad E_\varphi = Z^\omega H_z, \quad r = a, \tag{12}$$

где $Z^\omega = R^\omega + iX^\omega$, R^ω и X^ω – активная и реактивная составляющие поверхностного импеданса металлических стенок волновода соответственно, $Z^\omega = W^\omega \approx (\omega_0 \mu_1 / \sigma_1)^{1/2} \exp(i\pi/4)$, W^ω – характеристическое сопротивление проводника, δ – глубина проникновения ЭМ поля в металлические стенки, $R^\omega \approx X^\omega \approx (\omega_0 \mu_1 / 2\sigma_1)^{1/2}$. С учетом $E_z = E_z^E + E_z^H$, $H_z = H_z^E + H_z^H$, $E_\varphi = E_\varphi^E + E_\varphi^H$ и $H_\varphi = H_\varphi^E + H_\varphi^H$, (9) и (10) запишем ИГУ для компонент пространственного спектра ЭМ поля как

$$E_{z,n}^E = -Z^\omega H_{\varphi,n}^E, \quad E_{\varphi,n}^E = Z^\omega H_{z,n}^E, \quad r = a, \tag{13}$$

$$E_{z,n}^H = -Z^\omega H_{\varphi,n}^H, \quad E_{\varphi,n}^H = Z^\omega H_{z,n}^H, \quad r = a. \tag{14}$$

Подставляя выражения из (9) и (10) в ИГУ (13), (14), учитывая (8), умножая полученные выражения на $e^{(im\psi - i\chi\zeta)}$, где m – целое число, χ – фиксированное число, и интегрируя результат по ψ от 0 до 2π , а по ζ – от $-\infty$ до $+\infty$, с учетом свойств функции, сокращая общие множители, получим для электрической и магнитной функций $U_{nm}^{E,H}$ следующие ИГУ:

$$\begin{aligned}
 (\alpha^2 - K_n k_n) U_n^E(\alpha) &= i Z_0^\omega k_n \frac{\partial U_n^E(\alpha)}{\partial r}, \quad r = a, \\
 i k_n \frac{\partial U_n^H(\alpha)}{\partial r} &= Z_0^\omega (\alpha^2 - K_n k_n) U_n^H(\alpha), \quad r = a,
 \end{aligned} \tag{15}$$

где $Z_0^\omega = Z^\omega / W$ – нормированное значение импеданса стенок волновода. Разделяя второе из равенств (15) на Z_0^ω , обозначая через $Y_0 = Z_0^{-1}$ поверхностную проводимость, можно убедиться в том, что ИГУ для ЭМ полей E - и H -типов симметричны.

Подставляя в (15) выражения для $U_n^{E,H}$ из (8) при $r = a$ ($r > \rho$), получим выражения для коэффициентов $a_n^{E,H}$ в (8):

$$\begin{aligned} a_n^E &= -\frac{(\varepsilon^2 - K_n k_n) H_n^{(2)}(\varepsilon r) - Z_0^\omega i k_n \frac{\partial}{\partial r} (H_n^{(2)}(\varepsilon r))}{(\varepsilon^2 - K_n k_n) J_n(\varepsilon r) - Z_0^\omega i k_n \frac{\partial}{\partial r} (J_n(\varepsilon r))} F_n^{(2)E}(\varepsilon), \quad r = a. \\ a_n^H &= -\frac{i k_n \frac{\partial}{\partial r} (H_n^{(2)}(\varepsilon r)) - Z_0^\omega (\varepsilon^2 - K_n k_n) H_n^{(2)}(\varepsilon r)}{i k_n \frac{\partial}{\partial r} (J_n(\varepsilon r)) - Z_0^\omega (\varepsilon^2 - K_n k_n) J_n(\varepsilon r)} F_n^{(2)H}(\varepsilon), \quad r = a. \end{aligned} \quad (16)$$

Если в полученном выражении положить равным нулю импеданс $Z_0^\omega = 0$, то получаем значение коэффициента $a_n^{E,H}$ для идеально проводящих стенок волновода ($\sigma_1 \rightarrow \infty$):

$$a_n^E = -\frac{H_n^{(2)}(\varepsilon a)}{J_n(\varepsilon a)} F_n^{(2)E}, \quad a_n^H = -\frac{(H_n^{(2)}(\varepsilon a))'}{(J_n(\varepsilon a))'} F_n^{(2)H}, \quad r = a, \quad (17)$$

где штрих означает производную по r при $r = a$.

Таким образом, решение импедансной граничной задачи возбуждения ЭМ поля во вращающемся цилиндрическом волноводе сторонними источниками токов и зарядов для ЭМ поля E - и H -типов определяется выражениями (8), (9), (10) и (16).

Анализ решения. Анализ полученных выражений для ЭМ поля E -типа (9) показывает, что ЭМ поле в пространстве V_3 состоит из бесконечного спектра неоднородных цилиндрических волн, распространяющихся от плоскости $z' = \zeta$ при $\varepsilon < k_n$ (когда коэффициент распространения $\chi_n = \sqrt{k_n^2 - \varepsilon^2} > 0$ имеет действительные значения) и экспоненциально затухающих при $\varepsilon > k_n$ (8) ($\chi_n = \sqrt{k_n^2 - \varepsilon^2} < 0$). При этом все составляющие векторов ЭМ поля зависят от частоты вращения Ω через коэффициент $\beta = \Omega r / v_\phi$ и волновое число $k_n = k_0 + n\Omega / v_\phi$. Такая зависимость приводит к тому, что при вращении, то есть при $\Omega \neq 0$, $\omega_0 \neq 0$, существенно изменяются радиальная и азимутальная составляющие и появляется продольная составляющая вектора \vec{H} (9). При равенстве частоты источника ЭМ поля нулю, то есть при $\omega_0 = 0$, но при $\Omega \neq 0$ волновое число $k_n = n\Omega / v_\phi \neq 0$ и в волноводе возбуждаются все три составляющие векторов \vec{E} и \vec{H} , но последние пропорциональны частоте вращения, так как $\beta = \Omega r / v_\phi$. В таком случае можно говорить о том, что при отсутствии источника колебаний ($\omega_0 = 0$) электрическое поле \vec{E} во вращающейся полости за счет эквивалентных гравитационных сил порождает (возбуждает) магнитное поле \vec{H} . Аналогичные изменения происходят и в составляющих вектора \vec{E} для ЭМ поля H -типа (10).

Как было отмечено в [17], анализ полученных выражений (8)-(10) показывает, что ЭМ поле в волноводе представляет из себя набор пространственных гармоник с коэффициентами распространения χ_n , зависящими от частоты вращения Ω и номера гармоники n через волновое число $k_n = k_0 + n\Omega / v_\phi$:

$$\chi_n = \sqrt{\left(\frac{\omega_0 + n\Omega}{v_\phi}\right)^2 - \varepsilon^2}. \quad (18)$$

Как было показано в [17], в таком случае критическое значение волнового числа будет определяться как $k_{n,кр} = \varepsilon = u_{np}^E / a$, а критическая частота волновода $\omega_{0,кр}$ и критическая длина волны $\lambda_{0,кр}$ для моды порядка n будет равна

$$\omega_{0,кр} = \frac{u_{np}^E v_\phi}{a} - n\Omega, \quad \lambda_{0,кр} = \frac{2\pi a}{u_{np}^E - an\Omega / v_\phi}, \quad (19)$$

где $u_{np}^E = \alpha a$ – корни порядка $p = 1, 2, 3 \dots$ дисперсионного уравнения $J_n(\alpha a) = 0$ для ЭМ поля E -типа, u_{np}^H – корни порядка $p = 1, 2, 3 \dots$ дисперсионного уравнения $(J_n(\alpha a))' = 0$ для ЭМ поля H -типа [17].

Тогда каждой паре значений n и p будет соответствовать ЭМ волна E_{np}^E , распространяющаяся во вращающемся цилиндрическом волноводе. Выражение для полного ЭМ поля E -волн во вращающемся волноводе состоит из наложения ЭМ полей E_{np}^E -волн:

$$\begin{aligned} E_z^E &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\varphi} E_{zn1}^E + \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\varphi} E_{zn2}^E + \dots \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in\varphi} E_{znp}^E = \\ &= E_{z01}^E + E_{z02}^E + E_{z03}^E + \dots + e^{-in\varphi} (E_{z11}^E + E_{z12}^E + E_{z13}^E + \dots) + \\ &+ e^{in\varphi} (E_{z-11}^E + E_{z-12}^E + E_{z-13}^E + \dots) + \dots \end{aligned} \quad (20)$$

При этом, как было показано для задачи существования ЭМ колебаний во вращающемся волноводе в [17], критическая частота $\omega_{n,кр}$ и критическая длина $\lambda_{0,кр}$ волны вращающегося волновода (19) для ЭМ поля E_{np} будут определяться частотой вращения волновода Ω и отличаться для различных значений $n = 1, 2, 3 \dots$ и $n = -1, -2, -3 \dots$, т.е. для вращающихся по и против часовой стрелки парциальных гармоник E_{np} ЭМ поля:

$$\begin{aligned} \lambda_{0,кр}^+ &= \frac{2\pi a}{u_{np}^E - a|n|\Omega/v_\phi}, \quad \lambda_{0,кр}^- = \frac{2\pi a}{u_{np}^E + a|n|\Omega/v_\phi}, \\ \omega_{0,np}^{+кр} &= \frac{u_{np}^E v_\phi}{a} - n\Omega, \quad \omega_{0,np}^{-кр} = \frac{u_{np}^E v_\phi}{a} + n\Omega. \end{aligned} \quad (21)$$

Согласно (21), если $n = 0$, $\Omega \neq 0$, в волноводе возбуждается мода E_{0p} с критической частотой $\omega_0 = u_{0p}^E v_\phi / a$, которая не несет в себе информации о вращении. Если волновод радиуса $a = u_{np}^E v_\phi / \omega_0$ вращается с угловой частотой Ω и в нем возбуждается ЭМ поле при $n \geq 1$, то в нем могут распространяться типы волн с критическими частотами $\omega_{0,np}^{\pm кр} = \frac{u_{np}^E v_\phi}{a} \mp n\Omega$ (21), что можно использовать для определения частоты вращения волновода [17, 20] как $\Omega = |\omega_{0,np}^{кр,0} - \omega_{0,np}^{+кр}|$. Однако при любом выбранном $N = n \geq 1$ во вращающемся волноводе будут распространяться моды порядка $n < N$ (в случае $N = 1$ – мода порядка $n = 0$), которые для определения $\omega_{0,Np}^{+кр}$ необходимо будет отфильтровать.

Частотная характеристика вращающегося цилиндрического волновода.

Для численного анализа полученного решения запишем выражения для коэффициентов $F_n^{(s),E,H}$, определяемых сторонними токами и зарядами [17]. Для частного случая возбуждения ЭМ поля продольным элементарным электрическим вибратором $j^{E,r} = j^{E,\varphi} = 0$, $j_{\alpha,\beta}^H = 0$, $\rho^H = 0$ при условии $\Omega/\omega_0 \ll 1$ коэффициенты $F_n^{(s),E,H}$ запишутся как:

$$\begin{aligned} F_n^{(1)E} &\approx -\frac{i\alpha^2 W \hat{I}^E L}{8\pi k_n} e^{in\varphi_0} e^{\mp \sqrt{\alpha^2 - k_n^2 z_0}} H_n^{(2)}(\alpha r_0), \\ F_n^{(2)E} &\approx -\frac{i\alpha^2 W \hat{I}^E L}{8\pi k_n} e^{in\varphi_0} e^{\mp \sqrt{\alpha^2 - k_n^2 z_0}} J_n(\alpha r_0), \\ F_n^{(s)H} &\approx 0, \end{aligned} \quad (22)$$

где координаты $0 < r_0 < a$, z_0 , φ_0 определяют положение ЭЭВ в волноводе, L – длина ЭЭВ, \hat{I}^E – плотность линейного тока. Таким образом, в приближении $\Omega/\omega_0 \ll 1$ $U_n^H \approx 0$ и ЭМ поля магнитного типа в полости отсутствуют.

Полученные выражения (9), (8), (16), (22) для составляющих векторов ЭМ поля, возбужденного ЭЭВ во вращающемся цилиндрическом волноводе, дают возможность построить частотную характеристику (ЧХ) ЭМ поля внутри волновода. При выбранном значении $n = N$ для случаев $\Omega = 0$ и $\Omega \neq 0$ ЧХ E_{Np} -волн (9) будем рассчитывать как

$$G_N = |\widehat{D}_N^z(\omega)|^2 / |\widehat{D}_N^z(\omega)|_{max}^2, \tag{23}$$

где $\widehat{D}_N^z = e^{i\omega_0 t} \varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} U_N^E d\xi$ – электрическая индукция возбужденного во вращающемся цилиндрическом волноводе ЭМ поля [17].

В работе представленные ЧХ рассчитаны для следующего случая: ЭЭВ возбуждает во вращающемся цилиндрическом волноводе ЭМ поле на частоте $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$, $f_0 = 10$ ГГц, волновод заполнен кварцем с параметрами $\varepsilon_r' = 3,8$, $tg\delta = 10^{-4}$, стенки изготовлены из материала с проводимостью $\sigma_1 = 6,1 \cdot 10^7$ См/м, частота вращения $\Omega = 2\pi \cdot 5 \cdot 10^6$ рад/с, радиусы волновода $a = 9,4$ мм ($n = N = 1$) и $a = 15,6$ мм ($n = N = 3$) выбраны из условия $a = u_{np}^E v_\phi / \omega_0$ (19) при $\Omega = 0$ и $p = 1$ (рис. 2). Для учета тепловых потерь на нагревание диэлектрика, заполняющего волновод, использовалось следующее выражение для волнового числа:

$$k_n^{E,H} \approx \omega_n \sqrt{\varepsilon' \mu} - i \frac{\omega_n}{2\omega_0} \sigma W, \tag{24}$$

где $\varepsilon' = \varepsilon_0 \varepsilon_r'$ – действительная часть диэлектрической проницаемости, σ – удельная проводимость диэлектрика (См/м).

Из ЧХ (23) для индукций ЭМ поля можно наблюдать эффект расщепления критических частот волновода, то есть «сдвиг» ЧХ влево ввиду появления новой критической частоты во вращающемся волноводе $\omega_0 - N\Omega$. Данный эффект расщепления критической частоты волновода радиуса a_{N1} при вращении с частотой Ω позволяет измерять скорость вращения волновода Ω как (21):

$$\Omega = \frac{1}{N} \left(\frac{u_{N1}^E v_\phi}{a_{N1}} - \omega_{0,N1}^{+кр} \right). \tag{25}$$

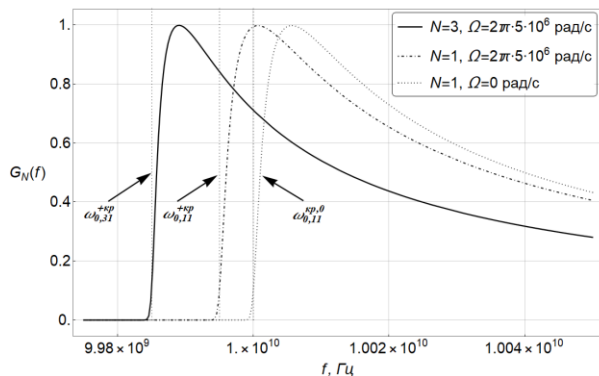


Рис. 2. Нормированные ЧХ волновода (23)

На графике виден сдвиг частотной характеристики вращающегося цилиндрического волновода в сторону меньших частот за счет того, что при вращении первой в волноводе радиуса $a = u_{Np}^E v_\phi / \omega_0$ начинает распространяться мода с частотой $\omega_{0,Np}^{+кр} = \frac{u_{Np}^E v_\phi}{a} - N\Omega$ (21) (при условии фильтрации моды с частотой $\omega_{0,np}^{+кр} = \frac{u_{np}^E v_\phi}{a}$ для $n < N$).

Выводы. Поставленная и решенная в строгом виде граничная задача о возбуждении ЭМ поля во вращающемся цилиндрическом волноводе с использованием уравнений Максвелла в ковариантной форме, позволила рассчитать параметры возбуждаемого ЭМ поля и показать их зависимость от частоты вращения. Подтвержден эффект расщепления критической частоты волновода при вращении на две новых частоты [17], равных разности критической частоты волновода в покое и частоты вращения, умноженной на порядок возбужденной моды: $\omega_n = \omega_0 \pm n\Omega$, где n – порядок распространяющейся в волноводе моды. Полученное решение позволило построить ЧХ вращающегося цилиндрического волновода и показать изменение спектра ЭМ поля при вращении. Полученное решение может быть использовано для экспериментов с применением вращающихся интерферометров и лазерных гироскопов на основе трубок [2, 4], а также для реализации радиочастотного способа измерения частоты вращения [20].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Nagel M., Parker S., Kovalchuk E., Stanwix P.L., Hartnett J.G., Ivanov E.N., Peters A., Tobar M.E. Direct terrestrial test of Lorentz symmetry in electrodynamics to 10^{-18} // *Nature Communications*. – 2015. – Vol. 6, No. 1.
2. Igel H., Schreiber K.U., Gebauer A., Bernauer F., Egdorf S., Simonelli A., Lin C.J., Wassermann J., Donner S., Hadziioannou C., Yuan S., Brotzer A., Kodet J., Tanimoto T., Hugentobler U., Wells J.P.R. ROMY: a multicomponent ring laser for geodesy and geophysics // *Geophysical Journal International*. – 2021. – Vol. 225, No. 1. – P. 684-698.
3. Schreiber K.U., Wells J.P.R. Invited Review Article: Large ring lasers for rotation sensing // *Review of Scientific Instruments*. – 2013. – Vol. 84.
4. Abbott B.P., Abbott R., Abbott T.D., Abernathy M.R., et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 6, No. 116.
5. Liu K., Zhang F.L., Li Z.Y., Feng X.H., Li K., Lu Z.H., Schreiber K.U., Luo J., Zhang J. Large-scale passive laser gyroscope for Earth Rotation Sensing // *Optics Letters*. – 2019. – Vol. 44, No. 11.
6. Laue M.V. Translation: On the Experiment of F. Harress. – URL: https://en.wikisource.org/wiki/Translation:On_the_Experiment_of_F._Harress (дата обращения: 10.03.2023).
7. Schiff L.I. A Question in General Relativity // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. – 1939. – Vol. 25, No. 7. – P. 391-395.
8. Benedetto E., Feleppa F., Licata I., Moradpour H., Corda C. On the general relativistic framework of the Sagnac effect // *The European Physical Journal C*. – 2019.
9. Post E.J. Sagnac effect // *Reviews of Modern Physics*. – 1967. – Vol. 39, No. 2. – P. 475-493.
10. Heer C.V. Resonant frequencies of an electromagnetic cavity in an accelerated system of reference // *Physical Review*. – 1964. – Vol. 134.
11. Yildiz A., Tang C.H. Electromagnetic cavity resonances in accelerated systems // *Physical Review*. – 1966. – Vol. 146, No. 4. – P. 947-954.
12. Anderson J.L., Ryon J.W. Electromagnetic radiation in Accelerated Systems // *Physical Review*. – 1969. – Vol. 181, No. 5. – P. 1765-1775.
13. Shiozawa T. Phenomenological and electron-theoretical study of the electrodynamics of Rotating Systems // *Proceedings of the IEEE*. – 1973. – Vol. 61, No. 12. – P. 1694-1702.
14. Volkov A.M., Kiselev V.A. Proper frequencies of a rotating ring resonator // *Soviet Physics JETP*. – 1973. – Vol. 30, No. 4. – P. 733-736.
15. Schouten J.A. Tensor analysis for physicists. – New York: Dover Publications, Inc., 1989.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Теория Поля. – 7-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.
17. Петров Б.М. Электромагнитные поля во вращающихся интерферометрах и гироскопах. – М.: Горячая линия - Телеком, 2015.

18. Петров В.М. Прикладная электродинамика вращающихся тел. – М.: Горячая линия - Телеком, 2009.
19. Petrov V.M. Electrodynamic theory of Sagnac effect // *Radioelectronics and Communications Systems*. – 2010. – Vol. 53, No. 10. – P. 511-520.
20. Петров В.М. Одноволновый способ измерения частоты вращения интерферометра. Патент на изобретение, № RU2554316 от 2015.
21. Senior T.B.A., Volakis J.L. *Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics*. – Bath, England: Bookcraft, 1995.

REFERENCES

1. Nagel M., Parker S., Kovalchuk E., Stanwix P.L., Hartnett J.G., Ivanov E.N., Peters A., Tobar M.E. Direct terrestrial test of Lorentz symmetry in electrodynamics to 10^{-18} , *Nature Communications*, 2015, Vol. 6, No. 1.
2. Igel H., Schreiber K.U., Gebauer A., Bernauer F., Egdorf S., Simonelli A., Lin C.J., Wassermann J., Donner S., Hadziioannou C., Yuan S., Brotzer A., Kodet J., Tanimoto T., Hugentobler U., Wells J.P.R. ROMY: a multicomponent ring laser for geodesy and geophysics, *Geophysical Journal International*, 2021, Vol. 225, No. 1, pp. 684-698.
3. Schreiber K.U., Wells J.P.R. Invited Review Article: Large ring lasers for rotation sensing, *Review of Scientific Instruments*, 2013, Vol. 84.
4. Abbott B.P., Abbott R., Abbott T.D., Abernathy M.R., et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger, *Physical Review Letters*, 2016, Vol. 6, No. 116.
5. Liu K., Zhang F.L., Li Z.Y., Feng X.H., Li K., Lu Z.H., Schreiber K.U., Luo J., Zhang J. Large-scale passive laser gyroscope for Earth Rotation Sensing, *Optics Letters*, 2019, Vol. 44, No. 11.
6. Laue M.V. Translation: On the Experiment of F. Harress. Available at: https://en.wikisource.org/wiki/Translation:On_the_Experiment_of_F._Harress (accessed 10 March 2023).
7. Schiff L.I. A Question in General Relativity, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1939, Vol. 25, No. 7, pp. 391-395.
8. Benedetto E., Feleppa F., Licata I., Moradpour H., Corda C. On the general relativistic framework of the Sagnac effect, *The European Physical Journal C*, 2019.
9. Post E.J. Sagnac effect, *Reviews of Modern Physics*, 1967, Vol. 39, No. 2, pp. 475-493.
10. Heer C.V. Resonant frequencies of an electromagnetic cavity in an accelerated system of reference, *Physical Review*, 1964, Vol. 134.
11. Yildiz A., Tang C.H. Electromagnetic cavity resonances in accelerated systems, *Physical Review*, 1966, Vol. 146, No. 4, pp. 947-954.
12. Anderson J.L., Ryon J.W. Electromagnetic radiation in Accelerated Systems, *Physical Review*, 1969, Vol. 181, No. 5, pp. 1765-1775.
13. Shiozawa T. Phenomenological and electron-theoretical study of the electrodynamics of Rotating Systems, *Proceedings of the IEEE*, 1973, Vol. 61, No. 12, pp. 1694-1702.
14. Volkov A.M., Kiselev V.A. Proper frequencies of a rotating ring resonator, *Soviet Physics JETP*, 1973, Vol. 30, No. 4, pp. 733-736.
15. Schouten J.A. *Tensor analysis for physicists*. New York: Dover Publications, Inc., 1989.
16. Landau L.D., Lifshits E.M. *Teoreticheskaya fizika. Teoriya Polya [Theoretical physics. Field theory]*. 7 th ed. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1988.
17. Petrov V.M. *Elektromagnitnye polya vo vrashchayushchikhsya interferometrakh i giroskopakh [Electromagnetic fields in rotating interferometers and gyroscopes]*. Moscow: Goryachaya liniya - Telekom, 2015.
18. Petrov V.M. *Prikladnaya elektrodinamika vrashchayushchikhsya tel [Applied electrodynamics of rotating bodies]*. Moscow: Goryachaya liniya - Telekom, 2009.
19. Petrov V.M. Electrodynamic theory of Sagnac effect, *Radioelectronics and Communications Systems*, 2010, Vol. 53, No. 10, pp. 511-520.

20. *Petrov B.M.* Odnovolnovyy sposob izmereniya chastoty vrashcheniya interferometra. Patent na izobretenie, № RU2554316 ot 2015 [Single-wave method for measuring the rotation frequency of the interferometer. Patent for invention, No. RU2554316 dated 2015].
21. *Senior T.B.A., Volakis J.L.* Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics. Bath, England: Bookcraft, 1995.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Б.Г. Коноплев.

Титова Дарья Евгеньевна – Передовая инженерная школа ЮФУ; e-mail: dtitova@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: 89094408014; научный сотрудник.

Titova Daria Evgen'evna – Advanced Engineering School, Southern Federal University; e-mail: dtitova@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +79094408014; researcher.

УДК 621.315.611

DOI 10.18522/2311-3103-2023-3-251-266

Н.К. Полуянович, Д.В. Бурьков, М.Н. Дубяго, О.В. Качелаев

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В КАБЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ С ИЗОЛЯЦИЕЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Статья посвящена расчету напряженности электромагнитного поля (ЭМП) в изоляционном материале силового кабеля (СК). Исследовано магнитное поле одиночного образца кабеля марки АПвПу-10 1х240/70. Приведены теоретические сведения для расчета напряженности электростатического осесимметричного поля на основе решения интегральных уравнений Фредгольма в кусочно-однородной линейной полимерной изоляции с включениями. Построены модели для расчета и анализа распределения напряженности неоднородных электрических полей в диэлектрической среде с включениями разной площади и с разными электрофизическими параметрами (заполнением). При прохождении ЭМП через различные материалы, заполняющие включение наблюдается поглощение энергии волн этими веществами. На основе проведенного моделирования с применением программы Comsol выполнен анализ ЭМП на границе раздела диэлектрических сред между сферическим микровключением и основной изоляцией. Показано, что в твердых диэлектриках, проводниках поглощение ЭМП значительно. Если волна встречает какой-либо проводник, то большая часть ее энергии поглощается им. Наличие в изоляции неоднородностей (дефектов) на границах раздела изоляция – неоднородность вызывает скачки напряженности электрического поля ϵ_1/ϵ_2 , ϵ_2/ϵ_3 . Проведено моделирование и анализ распределения напряженности электрического поля в области дефекта и установлено, что с увеличением $S_{\text{деф}}$ амплитуда всплеска магнитной индукции (B) на первой границе дефекта возрастает. На второй границе наоборот. С увеличением $S_{\text{деф}}$ глубина провала индукции (B) увеличивается. Однако при сохранении общей картины величины провалов при различных типах заполнения включения различны: – наибольший градиент наблюдается при заполнении водой, наименьшие при заполнении углерод плюс сшитый полиэтилен (С+СПЭ). Таким образом это может являться диагностическим параметром качества изоляции СК. Результаты работы представляют интерес при решении комплекса задач, связанных с различными аспектами электромагнитной совместимости, и надежности функционирования электроэнергетических систем.

Электроэнергетическое оборудование; полимерные изоляционные материалы; диэлектрическая проницаемость; распределение напряженности электрического поля; неразрушающие методы диагностики; анализ.

N.K. Poluyanovich, D.V. Burkov, M.N. Dubyago, O.V. Kachelaev

ANALYSIS OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD IN CABLE SYSTEMS WITH INSULATION FROM POLYMER MATERIALS

The article is devoted to the calculation of the electromagnetic field strength (EMF) in the insulating material of a power cable (SC). The magnetic field of a single sample of the APvPu-10 1x240/70 cable was investigated. Theoretical information is given for calculating the strength of an electrostatic axisymmetric field based on the solution of Fredholm integral equations in a