

С.А. Дубовик, А.А. Кабанов

**АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ СУПЕРВИЗОРНОГО
УПРАВЛЕНИЯ АВТОНОМНЫХ ПОДВОДНЫХ РОБОТОВ***

Работа посвящена актуальной задаче синтеза управления для автономных подводных роботов (АПР). Поскольку АПР должны выполнять действия в соответствии с заданной программой в условиях не всегда прогнозируемой обстановки, то необходимо предусмотреть рабочие инструменты, использование которых совместно с управлением движением и ориентацией АПР требует наряду с механизмами непрерывной локальной стабилизации реализации на верхнем уровне алгоритмов контроля и координирующего управления. Такую двухуровневую схему управления, которую можно назвать супервизорной, в настоящей работе предлагается реализовать с помощью асимптотических методов двух типов: для разделения движений на быстрые и медленные используется аппарат анализа сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, а контроль на верхнем уровне осуществляется на основе принципа больших уклонений. Общая задача синтеза сводится к управлению медленными движениями и стабилизации быстрых движений. При этом в стохастической постановке задачи предполагается, что в быстрых движениях присутствует случайное возмущение. Учитывая, что быстрые движения при этом стабилизируются, с большой вероятностью действие шума усредняется и не оказывает существенного влияния на поведение медленных переменных. Но при достаточно длительном наблюдении можно обнаружить такую ситуацию, когда на некотором промежутке значения возмущений не только взаимно не компенсируются, но, напротив, выстраиваются в последовательность, как бы специально нацеленную на формирование явного ухода медленного подвектора от равновесия. Из теории больших уклонений известно, что такая траектория единственна и наиболее вероятна из всех, ведущих к определенному критическому событию. При этом по фазе этого процесса можно судить о близости критического события. Таким образом, использование теории больших уклонений позволяет организовать контроль уклонений объекта от заданной траектории, способный выдавать оценки по вероятности критических значений контролируемых уклонений. В результате показано, что, если ускорения формируются быстрыми подсистемами, то в медленных подсистемах можно не только добиваться приемлемого качества и точности на фиксированном интервале, но и обеспечить это независимо от действия возмущений. Работоспособность предложенного подхода к синтезу на основе разделения движений и теории больших уклонений показана на примере автономного подводного робота с двумя рулями, носовым и кормовым, в задаче управления продольным движением на заданной глубине. Приводятся результаты моделирования и их обсуждение.

Автономный подводный робот; сингулярное возмущение; большое уклонение; супервизорное управление.

S.A. Dubovik, A.A. Kabanov

**ASYMPTOTIC METHODS IN PROBLEMS OF SUPERVISORY CONTROL
OF AUTONOMOUS UNDERWATER ROBOTS**

The work is devoted to the relevant problem of control synthesis for autonomous underwater vehicles (AUVs). Since AUVs must perform actions in accordance with a given program under conditions of a volatile predictable environment, it is necessary to provide working tools, the use of which, together with the AUV position and orientation control requires, along with continuous local stabilization means, implementation of supervising and coordinated control algorithms at the upper level. Such a two-level control scheme, which can be called supervisory, is proposed in this paper to be implemented using two types of asymptotic methods: to separate movements into fast and slow, an apparatus for analyzing

* Работа частично выполнена при поддержке Минобрнауки России, проект FEFM-2021-0014 № 121111600136-3.

singularly perturbed differential equations is used, and the upper level control is based on the principle of large deviations. The general synthesis task is to control slow movements and stabilize fast movements. At the same time, in the stochastic problem formulation, it is assumed that there is a random perturbation in fast movements. Given that fast movements are stabilized, it is high probable that the noise influence averaged and does not significantly affect the behavior of slow variables. However, with sufficiently long observation it is possible to find a situation where at some period the perturbation values are not only uncompensated, but, on the contrary, line up in a sequence as specially intended to form an apparent deviation of the slow sub-vector from equilibrium. It is known from the theory of large deviations that such a trajectory is the only and most likely of all those leading to a certain critical event. At the same time, the phase of this process can be used to judge the critical event proximity. For this reason, the large deviations theory usage makes it possible to organize the control of deviations from a given object's trajectory, capable of giving estimates on the probability of the controlled deviations critical values. As a result, it is shown that if accelerations are formed by fast subsystems, then in slow subsystems it is possible not only to achieve acceptable quality and accuracy at a fixed interval, but also to ensure this regardless of the disturbances. The validity of the proposed approach to synthesis, based on the separation of movements and the large deviations theory, is shown on the example of an autonomous underwater vehicle with two rudders (fore and aft) in the task of controlling longitudinal motion at a given depth. Simulation results and their discussion are presented.

Autonomous underwater vehicle; singular perturbation; large deviation; supervisory control.

Введение. Потребность в более широком применении автономных подводных роботов (АПР) часто ставит перед теорией управления новые задачи. Приложения задач управления АПР являются достаточно сложными, т.к. на систему управления существенно влияют сильно нелинейная динамика транспортного средства и внешние возмущения, изменяющиеся во времени. В водной среде эти эффекты еще более затрудняют измерение или оценку параметров объекта и среды [1–3].

Отмеченная сложность систем управления АПР способствует развитию приближенных упрощенных методов и алгоритмов синтеза систем управления, сочетающих в себе с одной стороны простоту реализации (в частных случаях и аналитическое решение задачи управления), с другой стороны адекватно учитывающих физику управляемого процесса, что позволяет добиться хороших характеристик точности и качества управляемого процесса. В задачах управления подвижными объектами одним из подходов на этом пути, который хорошо зарекомендовал себя, является разделение движений. В качестве одного из инструментов такой декомпозиции активно используются методы теории сингулярных возмущений и соответствующие им методы композиционного синтеза систем управления [4–6].

На основе теории сингулярных возмущений реализован ряд методов для синтеза управления движением АПР. Так, например, в работе [7] рассматривается задача управления АПР VORTEX с манипулятором PA10 с семью степенями свободы (7-DOF). При этом в работе на основе анализа динамики приводов и сенсоров предложено рассматривать при замкнутом контуре управления состояния АПР VORTEX как медленные переменные, а углы сочленений манипулятора PA10 как быстрые переменные. В этом случае замкнутую систему можно разделить на две подсистемы с помощью приближенных моделей. Одна из них (быстрая подсистема для манипулятора) полностью независима от другой (медленная подсистема АПР), которая в свою очередь получает возмущения со стороны первой. В статье предлагаются два закона управления. Первый является упрощенным законом управления по вычисленным моментам, который требует компенсации для медленной подсистемы (динамика АПР). Второй закон представляет собой нелинейное управление для компенсации возмущений на аппарате, вызванных движением манипулятора, которое не зависит от параметров модели. Доказано, что решения этих приближенных моделей близки к реальным на временном интервале, который при некоторых условиях может быть продлен до бесконечности.

В работе [8] рассматривается задача траекторного управления продольным движением неполноприводного АПР. В предположении, что скорость поступательной динамики АПР намного меньше, чем скорость динамики ориентации, модель движения аппарата представляется в стандартной сингулярно возмущенной форме. На основе этого представления и стандартной методики синтеза на основе теории сингулярных возмущений в работе предложен простой закон управления, который способен стабилизировать АПР на желаемой траектории погружения путем выбора желаемого угла тангажа и соответствующей угловой скорости. В статье также доказывается, что закон управления является робастным при наличии ограниченных возмущений и неопределенностей модели. Основное преимущество предложенного метода заключается в том, что он позволяет снизить сложность синтеза управления и анализа устойчивости.

Аналогичный подход был использован в [9], но для случая управления траекторным движением АПР в трехмерном пространстве. Сначала быстрые движения искусственно вводятся в систему управления с обратной связью путем соответствующего выбора коэффициента усиления. Используя теорию сингулярных возмущений, этот контур рассматривается как быстрый динамический закон управления, предназначенный для формирования пространственной конфигурации быстрой переменной. Затем стабилизирующий регулятор проектируется для редуцированной модели на основе декомпозиции, что приводит к относительно простому закону управления. Здесь же проводился сравнительный анализ с методом бэкстеппинга. Анализ показал, что точность обоих методов практически одинакова, но управляющие входы контроллера на основе сингулярных возмущений более гладкие, чем у контроллера обратного шага. А с точки зрения реализации предлагаемый метод намного проще.

В статье [10] представлены схема управления и анализ устойчивости для системы управления траекторным движением АПР в горизонтальной плоскости. Модель системы приводится в сингулярно возмущенной форме с тройной шкалой времени, что обусловлено различными скоростями изменения переменных состояния. На основе этого используется стандартный подход к декомпозиции всей системы на подсистемы. Структура трехвременной шкалы позволяет проводить анализ динамики в каждой временной шкале независимо. Поэтому стратегии управления разрабатываются в каждой подсистеме отдельно, что приводит к снижению сложности синтеза и относительно простому закону управления.

В [11] также рассматривается задача управления траекторным движением в горизонтальной плоскости АПР, подверженного неизвестным внутренним и внешним возмущениям. Синтез управления построен таким образом, что сначала выводится кинематический закон управления требуемой линейной скоростью и углом рыскания. Затем разрабатывается кинетический закон управления силой тяги и крутящим моментом рыскания, чтобы стабилизировать АПР до желаемой линейной скорости и угла рыскания. Этот закон управления включает в себя две составляющие: подавление помех и стабилизирующий закон управления. Первая реализована на основе расширенного наблюдателя состояния с большим коэффициентом усиления, который используется для оценки неизвестных возмущений. Из-за применения больших коэффициентов усиления в обратной связи в замкнутую систему управления искусственно вводится разделение временной шкалы. Это позволяет применить теорию сингулярных возмущений для анализа устойчивости и синтеза управления отдельно для быстрой и медленной подсистем. Также среди аналогичных работ выделяется [12], где была доказана не только асимптотическая устойчивость системы управления, но и получена оценка области ее существования.

Вышеописанные работы рассматривают детерминированные постановки. В данном же исследовании рассматривается стохастическая задача управления. Аналогично вышеуказанным работам при описании движения используется разделение переменных на медленные и быстрые с соответствующим сингулярно возмущенным представлением модели системы. Таким образом асимптотические методы теории сингулярных возмущений позволяют разделить управление по различным каналам и свести общую задачу синтеза к управлению медленными движениями и стабилизации быстрых движений. При этом в стохастической постановке задачи предполагается, что в быстрых движениях присутствует дискретная по времени последовательность независимых случайных импульсов одинаково распределенных и с нулевым средним каждый. Учитывая еще, что быстрые движения при этом стабилизируются, с большой вероятностью действие шума усредняется и не оказывает существенного влияния на поведение медленных переменных. Но при достаточно длительном наблюдении можно обнаружить такую ситуацию, когда на некотором промежутке значения возмущений не только взаимно не компенсируются, но, напротив, выстраиваются в последовательность, как бы специально нацеленную на формирование явного ухода медленного подвектора от равновесия. Из теории больших уклонений [13] следует, во-первых, что такая траектория единственна и наиболее вероятна из всех, ведущих к определенному критическому событию и, во-вторых, по фазе этого процесса, называемого А-профилем [14, 15], можно судить о близости этого события. Таким образом, использование теории больших уклонений позволяет организовать контроль уклонений объекта от заданной траектории, способный выдавать оценки по вероятности критических значений контролируемых уклонений.

Поскольку АПР должны выполнять действия в соответствии с заданной программой в условиях не всегда прогнозируемой обстановки, то необходимо предусмотреть рабочие инструменты, использование которых совместно с управлением движением и ориентацией АПР требует наряду с механизмами непрерывной локальной стабилизации реализации на верхнем уровне алгоритмов контроля и координирующего управления, как правило, дискретного. Такую двухуровневую схему управления, которую можно назвать супервизорной, в настоящей работе предлагается реализовать с помощью асимптотических методов двух типов: для разделения движений на быстрые и медленные используется аппарат анализа сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, а контроль на верхнем уровне осуществляется на основе принципа больших уклонений. Похожий подход предложен в [16], где авторы представили новую методологию синтеза стохастических систем управления на основе теории больших уклонений и поиске минимального времени выхода траектории управляемого процесса на пороговое значение.

Статья построена следующим образом. Сначала описывается общая сингулярно возмущенная линейно-квадратическая задача терминального управления выходом стохастической системы, решение которой представлено в виде асимптотической композиции терминального регулятора для медленных переменных состояния и стационарного регулятора для быстрых движений. Затем приводятся основные соотношения для построения контроля на основе принципа больших уклонений, расчета А-профиля для системы путей. Предложенный подход к синтезу на основе разделения движений и теории больших уклонений показан на примере подводного аппарата с достаточными средствами регулирования вектора тяги при управлении движением с постоянной скоростью на заданной глубине. Приводятся результаты моделирования и их обсуждение.

Сингулярно возмущенная линейно-квадратическая задача. Здесь рассматривается локальный случай, когда уравнения движения АПР могут быть представлены в линейной форме; более общие уравнения в нелинейной форме рассматриваются ниже.

Предположим, что задана управляемая сингулярно возмущенная система

$$\dot{x} = \tilde{A}x + \tilde{b}u + \tilde{g}v, \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где вектор состояния x и матрицы имеют блочную структуру:

$$x = \begin{pmatrix} z \\ \xi \end{pmatrix},$$

(тут z, ξ – медленные и быстрые переменные, соответственно)

$$\tilde{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ \lambda^{-1}b_1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{pmatrix} J_0 & E_0 \\ 0 & \lambda^{-1}A_1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{g} = (g_0^T, g_1^T)^T, \quad b_1 = e_{n_1},$$

e_{ij} – вектор размерности \mathbf{i} (орт), j -ый элемент которого есть единица, а остальные – нули, причем $e_i = e_{ii}$, $J_0 = (0, e_{m1}, \dots, e_{m(m-1)})$, $E_0 = e_m e_{k1}^T$, v_t – стандартный белый шум, а начальное условие x_0 – случайный гауссовский вектор с нулевым средним; на состояниях, управлениях и выходах $y = Hx(t_f)$ необходимо минимизировать критерий (здесь обозначено $x_t = x(t)$ и для простоты управление принято скалярным):

$$\rho_f(\tilde{Q}) = \tilde{\rho}_f = E \left[y^T S_f y + \varepsilon \int_0^{t_f} (x_t^T \tilde{Q} x_t + u_t^2) dt \right], \quad (2)$$

где $\tilde{Q} = \begin{pmatrix} Q_0 & Q_* \\ Q_*^T & Q_1/\varepsilon \end{pmatrix}$, $Q_0 \geq 0$, $S_f > 0$, $\varepsilon = \lambda^2$, причем, будем рассматривать терминальные требования только для медленных переменных: $H = (H_0, 0)$. Наконец, последним условием будет:

У1. $Q_1 = c_1^T c_1$, и тройка (A_1, b_1, c_1) – невырождена.

Решение имеет форму линейной обратной связи $\tilde{D}(t)$ по переменным состояниям: $u(t) = \tilde{D}(t)x(t)$.

Но нас будет интересовать не точное, а приближенное, асимптотическое по λ (субоптимальное) решение.

Приближенное решение задачи (1), (2) представляет собой композицию решений двух следующих укороченных задач.

Во-первых, это терминальная задача на минимум функционала

$$\rho_f = \rho_f(y, \eta) = y^T S_f y + \int_0^{t_f} u_t^2 dt \rightarrow \min_{u_t}, \quad y = H_0 z(t_f), \quad (3)$$

определенного на движениях системы

$$\dot{x}_t = J_0 x_t + B_0 u_t \quad (4)$$

для m -вектора x . Для построения оптимального управления $u_t = d_0(t)x_t$ здесь необходимо решать задачу Коши для матричного дифференциального уравнения

$$\dot{P}_0 = -P_0 J_0 - J_0^T P_0 + P_0 B_0 B_0^T P_0, \quad P_0(t_f) = H_0^T S_f H_0, \quad (5)$$

где $B_0 = -E_0 \bar{A}_1^{-1} b_1$, $\bar{A}_1 = A_1 - b_1 b_1^T P_1$.

Во-вторых, это задача о стационарном регуляторе: управлением $u_t = d_1 x_t$ обеспечить минимум критерию

$$\rho = \int_0^{\infty} (x_t^T Q_1 x_t + u_t^2) dt \quad (6)$$

на решениях системы

$$\dot{x}_t = A_1 x_t + b_1 u_t, \quad (7)$$

которая определена для k -вектора x . В этой задаче управление определяется посредством решения матричного алгебраического уравнения

$$0 = -P_1 A_1 - A_1^T P_1^T + P_1 b_1 b_1^T P_1 - Q_1. \quad (8)$$

Теорема 1 [17]. При условии У1 оптимальное решение $\tilde{D}(t)$ задачи (1),(2) представляет собой асимптотическую композицию решений d_0 и d_1 задач (3),(4) и (6),(7) соответственно, что означает существование равномерно по t , $0 \leq t \leq t_1 < t_f$, предела $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \tilde{D}(t) = D(t) = (d_0, d_1)$, где $d_0 = d_0(t) = -B_0^T P_0(t)$, $d_1 = -b_1^T P_1$, матрица $P_0(t)$ является решением задачи Коши (5), а матрица констант P_1 удовлетворяет алгебраическому уравнению Риккати (8), где $\bar{A}_1 = A_1 - b_1 b_1^T P_1$ – гурвицева матрица.

Для матрицы P_0 , зависящей от времени, справедливы соотношения:

$$P_0(t) = W_0^T(t) F_0^{-1}(t) W_0(t), \quad (9)$$

$$W_0(s) = H_0 \begin{pmatrix} 1 & t_f - t & (t_f - t)^2 / 2 & \dots & (t_f - t)^{m-1} / (m-1)! \\ 0 & 1 & t_f - t & \dots & (t_f - t)^{m-2} / (m-2)! \\ 0 & 0 & 1 & \dots & (t_f - t)^{m-3} / (m-3)! \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

В соответствии с приведенными результатами получаем следующий закон управления для терминальной задачи второго порядка

$$u_t = d_0(t) x_t, \quad d_0 = d_0(t) = -e_{22}^T P_0(t), \quad P_0(t) = f(t) \rho^{-1}(t) f(t)^T,$$

$$f(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ t_f - t & 1 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} (t_f - t)^3 / 3 & (t_f - t)^2 / 2 \\ (t_f - t)^2 / 2 & t_f - t \end{pmatrix} + S_f^{-1}, \quad (10)$$

а остальные представляют регулятор по быстрым переменным со стационарной обратной связью $d_1 = -b_1^T P_1$.

Замечание 1. Теорема 1 легко расширяется на случай многоканального терминального регулятора, когда вектор медленных переменных $z = \text{col}(z_1, z_2, \dots, z_l)$ является блочным размерности $m = \sum_{i=1}^l m_i$ с m_i -подвекторами z_i . В субоптимальную обратную связь теперь входят l терминальных регуляторов вида (1) (может быть, разной размерности, в зависимости от m_i , $i = 1, 2, \dots, l$).

Замечание 2. Управление ускорением. В контексте предыдущего замечания, в случае $l = 3$, $m_1 = m_2 = m_3 = 2$ получаем три независимых подсистемы второго порядка с элементами состояния, «координата-скорость», и входным сигналом, «ускорение», в трех ортогональных направлениях: продольном, поперечном и вертикальном. Терминальную компоненту в критериях (2), (3) целесообразно использовать посредством конструкций типа (10) для достижения по координатам (наведение) или по координатам и скоростям (приведение) точности, предельно возможной для действующего в системе шума. Аналогичным образом разделить движения на быстрые и медленные можно и в случае нелинейной быстрой подсистемы, если для последней выполняются условия усреднения [13]. Отличие состоит в том, что теперь быстрая подсистема считается возмущенной еще более высокочастотным шумом с периодичностью $\mu = o(\lambda)$ и со свойствами перемешивания, гарантирующими условия усреднения для быстрой ξ -подсистемы. Это, в свою очередь, гарантирует ([13], Гл.7), что с точностью до μ быстрый подвектор ξ оказывается инвариантным к шуму, то есть ξ -подсистема ведет себя как устойчивая и детерминированная. Как следствие этого, опять появляется возможность формировать ускорения на входе медленной подсистемы нужным образом, то есть частные задачи оптимизации для медленных переменных и в такой постановке остаются актуальными.

Замечание 3. Результат, аналогичный теореме 1, может быть получен и для задачи стабилизации как по быстрым, так и по медленным переменным. В этом случае вместо критерия (2) нужно взять

$$\rho = \int_0^{\infty} (x_t^T Q x_t + \varepsilon u_t^T R u_t) dt,$$

где матрица квадратичной формы состояния может быть выбрана блочно-диагональной:

$$Q = \text{diag}(Q_0, Q_1), \quad Q_0 = c_0^T c_0, \quad Q_1 = c_1^T c_1,$$

при соответствующих условиях невырожденности в быстрой и медленной подсистемах, аналогичных условию У1.

Быстрые компоненты, как правило, связаны с задачами локальной стабилизации, в терминах медленных переменных обычно формулируются ограничения и условия на возможные критические состояния (КС) в рассматриваемых режимах движения АПР.

Контроль на основе принципа больших уклонений. Для решения задачи идентификации дефектов в системе (1) рассмотрим вспомогательную задачу оптимального управления для системы

Рассмотрим систему:

$$\dot{\tilde{x}} = a(\tilde{x}) + \varepsilon \sigma \dot{w}, \quad \tilde{x}(t_0) = x_0 \in R^n, \quad (11)$$

где \dot{w} – k -вектор «белого шума», a – гладкая векторная функция, $\varepsilon > 0$ – малый параметр, σ – $n \times k$ – матрица. Будем считать, что соответствующая невозмущенная система (получается из (1) при $\varepsilon = 0$):

$$\dot{x} = a(x), \quad (12)$$

имеет единственное решение для каждого x_0 в заданной (и достаточно малой) окрестности ее состояния равновесия x_χ , $a(x_\chi) = 0$.

Вместе с (11) рассмотрим детерминированную систему путей [14, 17]:

$$\dot{\varphi} = a(\varphi) + \sigma v, \quad \varphi(0) = x_0 \in R^n. \quad (13)$$

где v – суммируемая функция, для которой на решениях (3) определен функционал действия [13] (ФД):

$$S_{t_0 t_f}(\varphi, v) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} v^T v dt, \quad (14)$$

принимая конечные значения для абсолютно непрерывных функций на $[t_0, t_f]$. Введем условие на КС (матрица C полного ранга):

$$C\varphi(t_f) - y = 0 \quad (15)$$

и область D , содержащую все штатные состояния системы (3), то есть состояния до возникновения КС; в частности $x_0 \in D$ и множество путей, выходящих из D в составе функций, непрерывных на отрезке $[t_0, t_f]$, есть:

$$F = \{\varphi \in C_{t_0 t_f}(R^n) : \varphi_{t_0} \in D, \varphi_{t_f} \in R^n \setminus D\}.$$

Тогда в соответствии с принципом больших уклонений [8] справедливо равенство:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^2 \ln P\{\tilde{x}_t \in R^n \setminus D\} = - \min_{\varphi \in F} S_{t_0 t_f}(\varphi, v), \quad (16)$$

где функционал $S_{t_0 t_f} = S_{t_0 t_f}(\varphi, t)$ определен в соответствии с (14) на решениях управляемой системы (13). Задачу оптимального управления (13)-(15) будем именовать задачей Лагранжа-Понтрягина (ЛП), а ее решения (экстремали ФД) – профилями КС. По ФД определяется квазипотенциал [13] системы путей– функция точки x и состояния равновесия χ :

$$V(\chi, x) = \inf \{ S_{t_0 t_f}(\varphi) : \varphi \in C_{t_0 t_f}(R^n), \varphi_{t_0} = \chi, \varphi_{t_f} = x \}.$$

Соответствующую экстремаль $\tilde{\varphi}(t)$, удовлетворяющую (13) и ведущую из состояния устойчивого равновесия (аттрактора) χ , будем называть предельным или *A-профилем* состояния x [14, 15].

Вычисление A-профиля для линейных систем. Для нас будет важен линейный случай задачи ЛП (13)-(15), который определяется следующими уравнениями для прямых и сопряженных переменных, а также для оптимального управления:

$$\dot{\varphi}_t = A\varphi_t + \sigma v_t, \quad C\varphi(t_f) = y, \quad (17)$$

$$\dot{\psi}_t = -A^T \psi_t, \quad \psi(t_f) = \psi_f, \quad (18)$$

$$v_t = \tilde{v}_t = \sigma^T \psi_t. \quad (19)$$

Подставляя решение начальной задачи (18) в (19) и (17), получим систему:

$$\dot{\varphi}_t = A\varphi_t + \sigma \sigma^T e^{A^T(t_f-t)} \psi_f, \quad C\varphi(t_f) = y,$$

решение которой $\varphi(t)$, в свою очередь, определяет профиль КС: $x_f = \varphi(t_f)$

$$\varphi(t) = e^{A(t-t_f)} x_f + J(t) \psi_f, \quad (20)$$

где $J(t)$ – грамиан управляемости:

$$J(t) = \int_{t_f}^t e^{A(t-\tau)} \sigma \sigma^T e^{A^T(t_f-\tau)} d\tau. \quad (21)$$

В предположении гурвицевости матрицы A , что эквивалентно существованию единственного положительно определенного решения D уравнения Ляпунова:

$$\sigma\sigma^T = -AD - DA^T,$$

грамиан управляемости (44) выражается через D :

$$J(t) = D e^{A^T(t_f-t)} - e^{A(t-t_f)} D. \quad (22)$$

Подставляя (22) в (20), получим следующее выражение для решения:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= e^{A(t-t_f)} x_f + (D e^{A^T(t_f-t)} - e^{A(t-t_f)} D) \psi_f = \\ &= e^{A(t-t_f)} (x_f - D \psi_f) + D e^{A^T(t_f-t)} \psi_f. \end{aligned} \quad (23)$$

Потребуем в (23):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = \chi = 0. \quad (24)$$

Это будет выполнено, если и только если:

$$x_f - D \psi_f = 0. \quad (25)$$

Разрешая (25) относительно сопряженных переменных, и подставляя в (23), получаем соотношение для вычисления А-профиля:

$$\tilde{\varphi}(t) = D e^{A^T(t_f-t)} D^{-1} x_f. \quad (26)$$

Так же просто выражается через D квазипотенциал устойчивой системы (17):

$$V(0, x) = \frac{1}{2} x^T D^{-1} x. \quad (27)$$

В соответствии с принципом Лагранжа [17], в составе необходимых условий экстремума имеем задачу минимизации $V(0, x_f)$ при ограничении (15). Записывая лагранжиан для этой задачи (здесь $x = x_f$):

$$L = \frac{1}{2} x^T D^{-1} x + \mu^T (Cx - y),$$

и условие стационарности: $L_x = D^{-1} x + C^T \mu = 0$, имеем отсюда и из (48):

$$x = DC^T \mu, \quad (28)$$

$$y = CDC^T \mu.$$

В последнем равенстве $CDC^T > 0$, так как, по предположению, C – матрица полного ранга, поэтому для μ имеем: $\mu = (CDC^T)^{-1} y$. Подставляя это в (28), а затем в (26), приходим к выражению для А-профиля:

$$\tilde{\varphi}(t) = D e^{A^T(t_f-t)} C^T (CDC^T)^{-1} y. \quad (29)$$

Применение принципа больших уклонений в синтезе управления АПР.

В синтезе мы опираемся на теорему 1 (с учетом замечаний) и на метод усреднения [17], на основе которого создается быстрый контур, формирующий заданные ускорения для медленных переменных. Поскольку применяемый подход обеспечивает взаимную независимость каналов в медленной подсистеме, появляется возможность реализации процедуры управления на основе повторения однотипных операций, которые представлены на рис. 1.

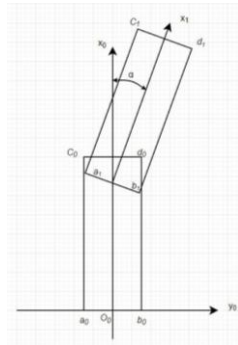


Рис. 1. К описанию пошаговой процедуры управления

Пусть, для определенности, необходимо осуществить движение АПР в горизонтальной плоскости вдоль линии $O_0O_1x_1$: начав движение из точки O_0 в системе координат $O_0x_0y_0$ вдоль O_0x_0 -оси (задачи 0) и дойдя до точки O_1 , продолжить движение уже в системе координат $O_1x_1y_1$ вдоль O_1x_1 -оси (задачи 1) и так далее. В этой схеме барьеры $O_0a_0 = O_0b_0 = y_0$, $O_1a_1 = O_1b_1 = y_1$ задают ограничения, в рамках которых должно осуществляться движение, то есть условие (15) для задач в системах координат $O_0x_0y_0$, $O_1x_1y_1$ выглядят так (соответственно):

$$C\varphi(t_f) \pm y_0 = 0, \quad C\varphi(t_f) \pm y_1 = 0. \tag{30}$$

A-профили для каждой из задач легко вычисляются по формуле (29), где $A = J_0 + B_0d_1$, $C = (1 \ 0)$, а $y = y_0$ или $y = -y_0$ для первой пары задач (задачи 0) и $y = y_1$ или $y = -y_1$ для второй пары (задачи 1).

Здесь остановимся только на проблеме, связанной с переключением с задач 0 на задачи 1. При этом переходе в окрестности точки O_1 (и в последующих аналогичных) АПР имеет дополнительную компоненту скорости на левый или правый борт в зависимости от знака угла α : в случае рис. 1 это будет смещение на левый борт. В связи с этим, нужно оценить влияние начального условия на процесс контроля критического выхода АПР на ограничение. Покажем здесь, что соседние экстремали (профили), не удовлетворяющие условию (25), экспоненциально близки с A-профилем.

Пусть в (50) $x_f - D\psi_f = \gamma_f \neq 0$, $\psi_f = \tilde{\psi}_f + \Delta\psi_f$, тогда $\psi_f = \tilde{\psi}_f + \Delta\psi_f$,

$$\varphi(t) = \tilde{\varphi}(t) + J(t)\Delta\psi_f, \tag{31}$$

где $\Delta\psi_f = -D^{-1}\gamma_f$, а функция $\tilde{\varphi}(t)$ удовлетворяет (29). В обозначениях $x_0 = \varphi_0 = \varphi(t_0)$, $\tilde{\varphi}_0 = \tilde{\varphi}(t_0)$, $J_0 = J(t_0)$, из (31) получаем:

$$\Delta\psi_f = J_0^{-1}(x_0 - \tilde{\varphi}_0), \tag{32}$$

где невырожденность грамиана следует из управляемости.

Итак, (21), (22) позволяет вычислить профиль, исходящий из точки (t_0, x_0) :

$$\varphi(t) = \tilde{\varphi}(t) + J(t) J_0^{-1}(x_0 - \tilde{\varphi}_0). \tag{33}$$

Сравним по значениям ФД конечные и предельные профили, для чего обозначим: $S_{0f} = S_{t_0 t_f}(\varphi, \nu)$ и $\tilde{S}_{0f} = S_{t_0 t_f}(\tilde{\varphi}, \nu)$. Из (14), (19) имеем:

$$S_{0f} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \psi_f^T e^{A(t_f-\tau)} \sigma \sigma^T e^{A^T(t_f-\tau)} d\tau \psi_f = -\frac{1}{2} \psi_f^T I_{0f} \psi_f,$$

где $I_{0f} = \int_{t_0}^{t_f} e^{A(t_f-\tau)} \sigma \sigma^T e^{A^T(t_f-\tau)} d\tau = e^{A(t_f-t_0)} J(t_0)$, откуда получаем:

$$S_{0f} = -\frac{1}{2} \psi_f^T e^{A(t_f-t_0)} J(t_0) \psi_f. \quad (34)$$

Выражение для \tilde{S}_{0f} получается из (34) при дополнительном условии $\psi_f = \tilde{\psi}_f$, то есть при $\Delta\psi_f = 0$ и использовании соотношения (25); в результате имеем:

$$\tilde{S}_{0f} = V(0, x_f) - V(0, \tilde{\varphi}(t_0)). \quad (35)$$

Полагая $P_{t_0 t_f} = P\{\tilde{x}_{t_0} = \tilde{\varphi}(t_0) \in D; \tilde{x}_{t_f} \in R^n \setminus D\}$, при $t_0 = t$ из (16) получаем

$$\varepsilon^2 \ln P_{t_0 t_f} \approx -\tilde{S}_{t_0 t_f} = -\min_{\varphi \in F} S_{t_0 t_f}(\varphi, \nu). \quad (36)$$

Вернемся к (33), имея в виду возможность аппроксимации профилей в случае долговременного прогноза, то есть при больших значениях $t_f - t_0$: функции $\tilde{\varphi}(t)$ и $\varphi(t)$ на отрезке $[t_0, t_f]$ – это два решения для уравнения (17) при разных начальных условиях в момент t_0 , причем матрица A в этом уравнении по предположению – гурвицева. В силу этого, разность $\varphi(t) - \tilde{\varphi}(t)$ удовлетворяет однородному уравнению $\dot{z}_t = A z_t$ и, следовательно, для любого t : $\varphi(t) - \tilde{\varphi}(t) \rightarrow 0$ при $t_0 \rightarrow -\infty$.

Далее представлены результаты вычислений профилей и А-профилей и соответствующие им $\tilde{S}_{t_0 t_f}, S_{t_0 t_f}$ в функции времени.

Обозначим здесь: $\tilde{S}_{\varphi_0} = \tilde{S}_{t_0 t_f}(\varphi_0) = \min_{\varphi \in F, \varphi(t_0)=\varphi_0} S_{t_0 t_f}(\varphi, \nu)$ для $\varphi_0 \in D$, значение ФД на А-профиле в этот же момент t_0 обозначим \tilde{S} .

Результаты моделирования для АПР. В настоящее время модели АПР, как и других морских объектов, принято представлять в стандартном формате, как в [18–20]. В качестве примера здесь рассматривается АПР Ictineu [20], которая является базовой для проекта Ictineu (Falcon). Вектор состояния модели составляют: $\eta = (x \ y \ \psi)^T$ – подвектор положения и ориентации, включающий координаты положения на горизонтальной плоскости и угол ψ направления движения (рыскания); $\nu = (u \ v \ r)^T$ – подвектор скоростей продольной и боковой, а также рыскания (соответственно). Исходные уравнения для η и ν

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= R(\psi) \nu, \\ M \dot{\nu} &= -C(\nu) \nu - D(\nu) \nu + \tau, \end{aligned} \quad (37)$$

где $M = \text{diag}(M_{\dot{u}}, M_{\dot{v}}, M_{\dot{r}})$, $M_{\dot{u}} = m - X_{\dot{u}}$, $M_{\dot{v}} = m - Y_{\dot{v}}$, $M_{\dot{r}} = I_z - N_{\dot{r}}$; $D(\nu) = \text{diag}(X_u + D_u |u|, Y_v + D_v |v|, N_r + D_r |r|)$, X_u, Y_v, N_r – коэффициенты линейного сопротивления, D_u, D_v, D_r – квадратичные коэффициенты сопротивления;

$$R(\psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C(v) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -M_{\dot{v}v} \\ 0 & 0 & M_{\dot{u}u} \\ M_{\dot{v}v} & -M_{\dot{u}u} & 0 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

В АПР Ictineu средства управляемости: это четыре двигателя с усилиями $u = (u_1, u_2, u_3, u_4)^T$; распределение их интегрированной тяги τ в (37) по трем направлениям описывается (3×4) -матричным коэффициентом B полного ранга:

$$\tau = Bu.$$

Также, как выше, здесь мы разделяем вектор состояния на медленные и быстрые компоненты, только в рамках теории усреднения (замечание 2).

Замечание 4. Поскольку матрица B имеет полный ранг, достаточно считать управлением в (37) вектор сил и момента $\tau = (F_u, F_v, F_r)^T$ или соответствующих ускорений. Предполагая малость углов рыскания (α в дальнейшем и дифферента), мы ограничиваемся здесь синтезом алгоритмов на базе ускорений в связанных осях.

В рамках гипотезы усреднения синтез для быстрых и медленных переменных также производится отдельно. Для медленной подсистемы это та же задача (3)-(5) с учетом замечания 3, которое в рамках задачи стабилизации приводит к добавлению постоянной матрицы Q_0 в правую часть уравнения (5) и обнулению производной в левой его части, то есть к трансформации матричного дифференциального уравнения в алгебраическое. Что касается быстрой подсистемы, то в рамках используемой модели с сильными условиями управляемости удастся обеспечить требуемые свойства устойчивости более простыми средствами. Управления в (37), с учетом замечания 4, будем формировать по правилу:

$$\tau = (F_u, F_v, F_r)^T = (A_{xd} - A_x, A_{yd} - A_y, A_{\psi d} - A_{\psi})^T / \lambda, \quad (35)$$

где $\lambda > 0$, как и выше, достаточно малый параметр, а $A_{xd}, A_{yd}, A_{\psi d}$ – входы (ускорения) для соответствующих медленных подсистем.

При этом, в качестве системы (17) использовался фильтр Баттерворта второго порядка (относительное затухание $\xi = 1/\sqrt{2} \approx 0.707$) на отрезке $[t_0, t_f] = [0, 10c.]$. Осциллограммы приведены на рис. 2-4. На рис. 2 пунктирной линией обозначен А-профиль критического состояния $(10 \ 0)^T \tilde{\varphi}(t)$, точнее, его конечный отрезок протяженностью $10c.$, а сплошной – профиль, исходящий из начальной точки $\varphi_0 = \varphi(0) = (-0.4 \ 0)^T$, тогда как $\tilde{\varphi}_0 = \tilde{\varphi}(0) = (-0.00064 \ 0)^T$: после 2-ой секунды кривые на рисунке практически сливаются. По значениям ФД процесс выглядит так: $\tilde{S} = 400.0$, $\tilde{S}_{\varphi_0} = 399.998$. Небольшое улучшение критерия \tilde{S}_{φ_0} по сравнению с \tilde{S} связано с тем, что при $\xi < 1$ система является осциллятором и начальное условие φ_0 действует синфазно с $\tilde{\varphi}(t)$. В этом можно убедиться, уменьшив относительное затухание.

Такие осциллограммы профилей с выраженной колебательностью ($\xi \approx 0.07$) приведены на рис. 3: штриховая кривая соответствует А-профилю, т.е. $\tilde{S} = 34.509$, на рис. 3,а сплошная кривая – профиль, исходящий из начальной точки $(-0.4 \ 10)^T$ с $\tilde{S}_0 = 25.55$, соответствующий движению в фазе с А-профилем; на рис. 3,б тонкая кривая – профиль, исходящий из начальной точки $(-0.4 \ -7)^T$ с $\tilde{S}_0 = 65.1$,

соответствующий движению в противофазе с А-профилем, ниже оранжевым цветом представлена как монотонная функция t кривая оптимального действия $\tilde{S}_{t t_f}$ между точками t и t_f , вычисляемого согласно (35) как разность соответствующих квазипотенциалов $\tilde{S}_{t t_f} = V(0, x_f) - V(0, \tilde{\varphi}(t))$ и, согласно (36), дающего оценку $-\ln P_{t t_f}$, то есть оценку в момент t вероятности наступления события (15) (или какого-то из (30)) через $t_f - t$ единиц времени.

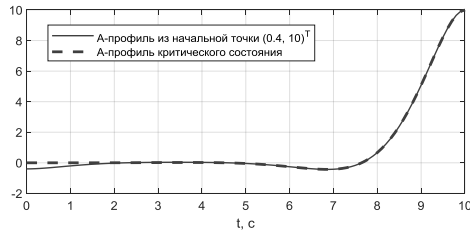


Рис. 2. Осциллограммы профилей для фильтра Баттерворта второго порядка

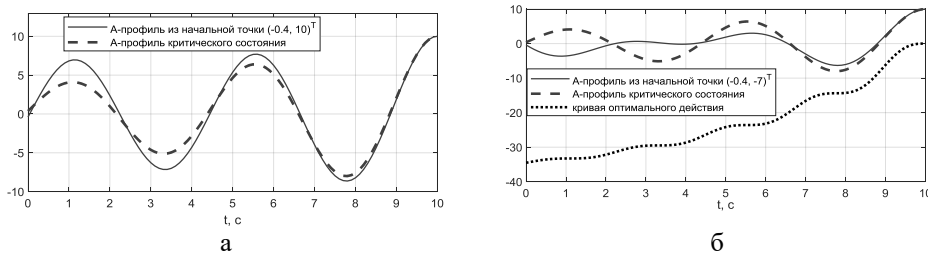


Рис. 3. Осциллограммы профилей для осциллятора с $\xi = 0.1/\sqrt{2}$

Отсюда вывод: когда все штатно и достигается управление в режиме фильтра Баттерворта второго порядка или с еще большим ξ можно не беспокоиться о нарушении барьерных ограничений в точке перехода от одного отрезка траектории к другому (точка O_1 на рис. 1), если же по тем или иным причинам управление идентифицируется как весьма колебательное (ориентировочно: $0 < \xi < 1/2$), стоит обратиться к выбору момента перехода с одного сегмента на другой так, чтобы он соответствовал движению в противофазе с А-профилем, идентифицированным в левой полукрестности O_1 .

Наконец, проанализируем способность системы выполнять маневр, который задан изначально как базовый. Результаты моделирования представлены на рис. 4,а – реальное осуществление траектории в (x, y) – плоскости, далее приведены осциллограммы компонентов состояния в функции времени, где сплошная линия соответствует каналу продольного движения, штриховая – боковому каналу, а пунктирная – рысканию, причем на панели (б) изображены скорости, а на (в) – ускорения. По штриховой кривой на (б) видно, что после излома траектории в боковом канале реализуется динамика фильтра Баттерворта второго порядка.

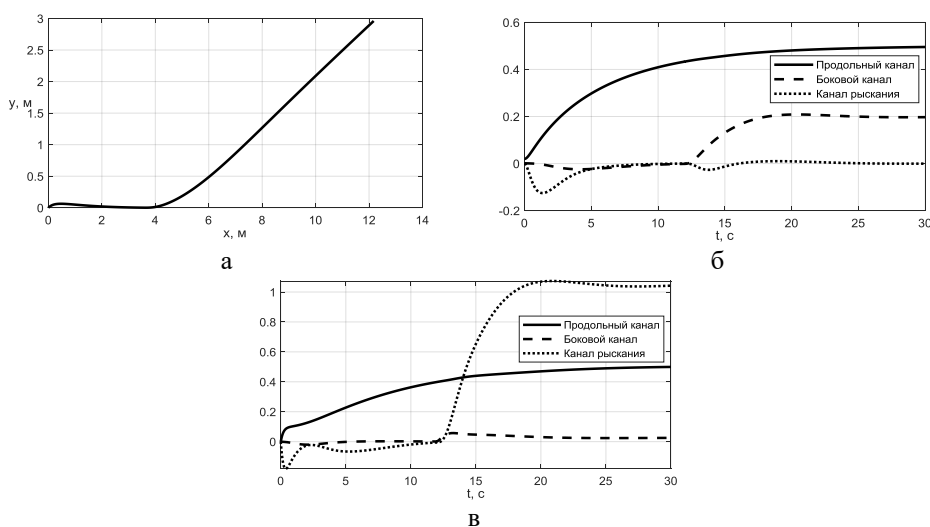


Рис. 4. Траектория и осциллограммы для базовой модели АПП *Ictineu*

Заключение. В задачах синтеза и алгоритмизации бортовых систем АПП, которые объективно должны функционировать в условиях неопределенности, асимптотические методы могут сыграть конструктивную роль. В настоящей работе предлагается в локальном смысле, используя методы сингулярных возмущений и усреднения, осуществлять стабилизацию прямолинейных участков траектории, а на глобальном уровне, контролируя выполнение общей задачи, с помощью принципа больших уклонений реализовывать, по необходимости, переключения на другие лучи. Здесь наш интерес был связан с такими переключениями, которые отвечают на возмущения со стороны внешней среды, но аналогичная техника может быть использована в задачах, где сам объект (АПП) оказывается источником возмущений в связи с необходимостью выполнения рабочей миссии.

Результаты моделирования подтверждают работоспособность предложенного подхода и показывают, что удастся получить близкий к оптимальному вариант назначения БЛА на области сканирования с точки зрения минимизации суммарных временных затрат и обеспечения безопасности перемещения БЛА группы к полосам сканирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Li D., Du L.* AUV Trajectory Tracking Models and Control Strategies: A Review // JMSE. – 2021. – Vol. 9 (9). – P. 1020.
2. *Zhao R., Xu J., Xiang X., Xu G.* A review of path planning and cooperative control for MAUV systems // Chin. J. Ship Res. – 2018. – Vol. 13. – P. 58-65.
3. *Tijjani A.S., Chemori A., Creuze V.* A survey on tracking control of unmanned underwater vehicles: Experiments-based approach // Annual Reviews in Control. – 2022. – Vol. 54. – P. 125-147.
4. *Kokotovic P.V., Khalil H.K., O'Reilly J.* Singular perturbation methods in control: analysis and design. – Orlando: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999. – 387 p.
5. *Khalil H.K.* Nonlinear systems. New Jersey: Prentice Hall. – 3rd ed., 2002. – 750 p.
6. *Дмитриев М.Г., Курина Г.А.* Сингулярные возмущения в задачах управления // Автоматика и телемеханика. – 2006. – № 1. – С. 3-51.
7. *Canudas de Wit C., Olguin Diaz O., Perrier M.* Nonlinear control of an underwater vehicle/manipulator with composite dynamics // IEEE Trans. Contr. Syst. Technol. – 2000. – Vol. 8 (6). – P. 948-960.

8. *Lei M.* Nonlinear diving stability and control for an AUV via singular perturbation // *Ocean Engineering*. – 2020. – Vol. 197. – P. 106824.
9. *Lei M., Li Y., Pang S.* Robust singular perturbation control for 3D path following of underactuated AUVs // *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. – 2021. – Vol. 13. – P. 758-771.
10. *Lei M., Li Y.* Model-Based Control and Stability Analysis of Underactuated Autonomous Underwater Vehicles Via Singular Perturbations // *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*. – 2020. – Vol. 15 (6). – P. 061006.
11. *Lei M., Li Y., Pang S.* Extended state observer-based composite-system control for trajectory tracking of underactuated AUVs // *Applied Ocean Research*. – 2021. – Vol. 112. – P. 102694.
12. *Minowa A., Toda M.* Stability analyses on a towed underwater vehicle motion control system using a high-gain observer // *Adv Control Appl.* – 2021. – Vol. 3 (3). – P. 3:e77.
13. *Freidlin M.I., Wentzell A.D.* Random Perturbations of Dynamical Systems. – 3rd ed. – New York: Springer-Verlag, 2012. – 460 p.
14. *Дубовик С.А.* Асимптотическая семантизация данных в системах управления // *Мехатроника, автоматизация, управление*. – 2019. – Вып. 20 (8). – С. 461-471.
15. *Kabanov A.A., Dubovik S.A.* Methods of modeling and probabilistic analysis of large deviations of dynamic systems // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2020. – Vol. 1661 (1). – P. 012044.
16. *Schmid M., Crassidis J.L.* A New Stochastic Control Paradigm Employing Large Deviations Theory // *AIAA Scitech 2019 Forum*. – San Diego, California, Jan, 2019. – P. 1-29.
17. *Дубовик С.А., Кабанов А.А.* Функционально устойчивые системы управления: асимптотические методы синтеза. – М.: ИНФРА-М, 2019. – 249 с.
18. *Do K., Pan, J.* Control of Ships and Underwater Vehicles: Design for Underactuated and Nonlinear Marine Systems. – London: Springer-Verlag, 2009. – 401 p.
19. *Liceaga-Castro E., van der Molen G.M.* Submarine H/sup ∞ / depth control under wave disturbances // *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* – 1995. – Vol. 3 (3). – P. 338-346.
20. *Shen C.* Motion Control of Autonomous Underwater Vehicles Using Advanced Model Predictive Control Strategy. A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of PhD. Victoria, BC, Canada: University of Victoria, 2018.

REFERENCES

1. *Li D., Du L.* AUV Trajectory Tracking Models and Control Strategies: A Review, *JMSE*, 2021, Vol. 9 (9), pp. 1020.
2. *Zhao R., Xu J., Xiang X., Xu G.* A review of path planning and cooperative control for MAUV systems, *Chin. J. Ship Res.*, 2018, Vol. 13, pp. 58-65.
3. *Tijjani A.S., Chemori A., Creuze V.* A survey on tracking control of unmanned underwater vehicles: Experiments-based approach, *Annual Reviews in Control*, 2022, Vol. 54, pp. 125-147.
4. *Kokotovic P.V., Khalil H.K., O'Reilly J.* Singular perturbation methods in control: analysis and design. Orlando: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999, 387 p.
5. *Khalil H.K.* Nonlinear systems. New Jersey: Prentice Hall. 3rd ed., 2002, 750 p.
6. *Dmitriev M.G., Kurina G.A.* Singulyarnye vozmushcheniya v zadachakh upravleniya [Singular perturbations in control problems], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and telemechanics], 2006, No. 1, pp. 3-51.
7. *Canudas de Wit C., Olguin Diaz O., Perrier M.* Nonlinear control of an underwater vehicle/manipulator with composite dynamics, *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, 2000, Vol. 8 (6), pp. 948-960.
8. *Lei M.* Nonlinear diving stability and control for an AUV via singular perturbation, *Ocean Engineering*, 2020, Vol. 197, pp. 106824.
9. *Lei M., Li Y., Pang S.* Robust singular perturbation control for 3D path following of underactuated AUVs, *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2021, Vol. 13, pp. 758-771.
10. *Lei M., Li Y.* Model-Based Control and Stability Analysis of Underactuated Autonomous Underwater Vehicles Via Singular Perturbations, *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2020, Vol. 15 (6), pp. 061006.
11. *Lei M., Li Y., Pang S.* Extended state observer-based composite-system control for trajectory tracking of underactuated AUVs, *Applied Ocean Research*, 2021, Vol. 112, pp. 102694.

12. Minowa A., Toda M. Stability analyses on a towed underwater vehicle motion control system using a high-gain observer, *Adv Control Appl.*, 2021, Vol. 3 (3), 3:e77.
13. Freidlin M.L., Wentzell A.D. Random Perturbations of Dynamical Systems. 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 2012, 460 p.
14. Dubovik S.A. Asimptoticheskaya semantizatsiya dannykh v sistemakh upravleniya [Asymptotic Semantization of Data in Control Systems], *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control], 2019, Issue 20 (8), pp. 461-471.
15. Kabanov A.A., Dubovik S.A. Methods of modeling and probabilistic analysis of large deviations of dynamic systems, *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2020, Vol. 1661 (1), pp. 012044.
16. Schmid M., Crassidis J.L. A New Stochastic Control Paradigm Employing Large Deviations Theory, *AIAA Scitech 2019 Forum*. San Diego, California, Jan, 2019, pp. 1-29.
17. Dubovik S.A., Kabanov A.A. Funktsional'no ustoychivye sistemy upravleniya: asimptoticheskie metody sinteza [Functionally stable control systems: asymptotic methods of synthesis]. Moscow: INFRA-M, 2019, 249 p.
18. Do K., Pan, J. Control of Ships and Underwater Vehicles: Design for Underactuated and Non-linear Marine Systems. London: Springer-Verlag, 2009, 401 p.
19. Liceaga-Castro E., van der Molen G.M. Submarine H/sup ∞ / depth control under wave disturbances, *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, 1995, Vol. 3 (3), pp. 338-346.
20. Shen C. Motion Control of Autonomous Underwater Vehicles Using Advanced Model Predictive Control Strategy. A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of PhD. Victoria, BC, Canada: University of Victoria, 2018.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.А. Крамарь.

Дубовик Сергей Андреевич – Севастопольский государственный университет; e-mail: duboviksa@gmail.com; г. Севастополь, Россия; тел.: +79787622582; д.т.н.; профессор.

Кабанов Алексей Александрович – Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской Академии Наук; e-mail: kabanovaleksey@gmail.com; г. Москва, Россия; тел.: +79787622582; Севастопольский государственный университет; зав. кафедрой; к.т.н.; доцент.

Dubovik Sergey Andreevich – Sevastopol State University; e-mail: duboviksa@gmail.com; Sevastopol, Russia; phone: +79787927340; dr. of eng. sc; professor.

Kabanov Aleksei Alexandrovich – Federal Research Center "Informatics and control" of the Russian Academy of Sciences; e-mail: kabanovaleksey@gmail.com; Moscow, Russia; phone: +79787622582; Sevastopol State University; head of the department; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 007.52:004.896

DOI 10.18522/2311-3103-2023-1-170-184

И.В. Бычков, А.В. Давыдов, М.Ю. Кензин, Н.В. Нагул, А.А. Толстихин

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЙ И УПРАВЛЕНИЕ ГРУППОЙ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОТЫ ИНФОРМАЦИИ*

Рассматриваются различные задачи планирования стратегий и управления группой мобильных роботов в сложных динамических условиях при неполной информации о внешней среде. Представлены подходы к решению задач составления эффективного рабочего расписания в условиях непостоянного состава действующей группы, поиска источника нестационарного поля концентрации, супервизорного управления дискретно-событийными системами. Для задачи составления верхнеуровневого расписания групповой работы разработана оригинальная

* Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ, проект №121032400051-9.