

И.И. Турулин, Аль-Карави Хуссейн Шукор Мукер

МЕТОДИКА И АЛГОРИТМ СИНТЕЗА УПРАВЛЯЕМЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ЧЕБЫШЕВА I РОДА НИЖНИХ ЧАСТОТ НА БАЗЕ МЕТОДА БИЛИНЕЙНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Приводятся методика синтеза управляемых цифровых рекурсивных фильтров нижних частот Чебышева I рода с бесконечной импульсной характеристикой. Амплитудно-частотная характеристика таких фильтров имеет пульсации в полосе пропускания и является максимально плоской в полосе заграждения. Под управляемостью понимается явная зависимость коэффициентов фильтра от частоты среза. Методика основана на билинейном преобразовании передаточной функции аналогового фильтра-прототипа нижних частот и частотном преобразовании амплитудно-частотных характеристик полученного цифрового фильтра. Основная идея методики состоит в том, что для аналогового фильтра-прототипа с частотой среза 1 рад/с параметры передаточной функции биквадратных или билинейных звеньев, имеющие размерность частоты, будут численно равны поправочным коэффициентам для аналогичных параметров управляемого фильтра с произвольной частотой среза. В качестве примера рассмотрен синтез цифрового фильтра Чебышева I рода V порядка. В данной статье передаточная функция фильтра произвольного порядка представляется в виде каскадного соединения звеньев II порядка, если фильтр чётного порядка. В случае нечётного порядка больше единицы добавляется одно каскадно включенное звено I порядка. Несмотря на относительную простоту частотного преобразования, при практическом использовании его для цифровых фильтров, синтезированных с помощью систем автоматизированного проектирования цифровых фильтров (или с помощью справочников, содержащих рассчитанные фильтры-прототипы нижних частот для различных аппроксимаций амплитудно-частотной характеристики идеального фильтра нижних частот) возникает ряд нетривиальных специфических моментов, затрудняющих инженерное использование такого способа синтеза управляемых цифровых фильтров. Поэтому кроме методики разработан пошаговый алгоритм, позволяющий синтезировать фильтр без знания этих моментов. Алгоритм реализован в среде Mathcad, в качестве примера рассчитан цифровой рекурсивный фильтр Чебышева I рода V порядка. В примере приводятся рассчитанные коэффициенты цифрового управляемого фильтра нижних частот, явно зависящие от частоты среза, амплитудно-частотные характеристики этого фильтра и его низкочастотного прототипа, преобразованного в фильтр с такой же частотой среза, амплитудно-частотные характеристики приведены в одних координатах. Благодаря хорошей формализации алгоритма последний пригоден для реализации систем автоматизированного проектирования управляемых цифровых фильтров нижних частот Чебышева I рода.

Фильтр; цифровой; управляемый; перестраиваемый; БИХ; бесконечная импульсная характеристика; синтез; методика; фильтр цифровой; цифровой управляемый фильтр; Чебышева I рода.

I.I. Turulin, Al-Karawi Hussein Shakor Mogheer

METHOD AND ALGORITHM FOR SYNTHESIS OF CONTROLLED CHEBYSHEV DIGITAL FILTERS OF THE FIRST KIND OF LOW FREQUENCIES BASED ON THE BILINEAR TRANSFORMATION METHOD

The article presents a technique for the synthesis of controlled digital recursive Chebyshev low-pass filters of the first kind with an infinite impulse response. The frequency response of such filters has ripples in the passband and is as flat as possible in the stopband. Controllability is understood as an explicit dependence of the filter coefficients on the cutoff frequency. The technique is based on the bilinear transformation of the transfer function of the analog low-pass filter prototype and the frequency transformation of the amplitude-frequency characteristics of the obtained digital filter. The main idea of

the technique is that for an analog prototype filter with a cutoff frequency of 1 rad/s, the parameters of the transfer function of biquadratic or bilinear links, which have the dimension of frequency, will be numerically equal to the correction factors for similar parameters of a controlled filter with an arbitrary cutoff frequency. As an example, the synthesis of a digital Chebyshev filter of the first kind of the fifth order is considered. In this article, the transfer function of an arbitrary order filter is represented as a cascade connection of II order links if the filter is of an even order. In the case of an odd order greater than one, one cascaded link of the first order is added. Despite the relative simplicity of the frequency conversion, in its practical use for digital filters synthesized using computer-aided design of digital filters (or using reference books containing calculated prototype low-pass filters for various approximations of the frequency response of an ideal low-pass filter), a series arises non-trivial specific moments that complicate the engineering use of this method of synthesizing controlled digital filters. Therefore, in addition to the technique, a step-by-step algorithm has been developed that allows one to synthesize a filter without knowing these moments. The algorithm is implemented in the Mathcad environment; as an example, a digital recursive Chebyshev filter of the 1st kind of the 5th order is calculated. The example shows the calculated coefficients of a digital controlled low-pass filter, which explicitly depend on the cutoff frequency, the amplitude-frequency characteristics of this filter and its low-frequency prototype converted into a filter with the same cutoff frequency, the amplitude-frequency characteristics are given in the same coordinates. Due to the good formalization of the algorithm, the latter is suitable for the implementation of computer-aided design systems for controlled digital Chebyshev low-pass filters of the first kind.

Filter; digital; controlled; tunable; IIR; infinite impulse response; synthesis; technique; digital filter; digital controlled filter; Chebyshev type I.

Введение, актуальность. В современной технике, в том числе радиотехнике, инфокоммуникационных системах, применяются управляемые (перестраиваемые) цифровые фильтры [1–3]. Это, прежде всего, различные адаптивные системы, в которых реализуются адаптивное сжатие, адаптивная дискретизация, адаптивные фильтры [4–6], а также оптимальный прием сигналов на фоне помех, адаптивные антенные решетки [7, 8] и т.п.

В одних случаях возникает задача разработки перестраиваемых цифровых фильтров по возможности с малой вычислительной сложностью алгоритмов или минимальной вычислительной сложностью перестройки [9–11], которые могли бы быть реализованы на микроконтроллерах, универсальных микропроцессорах и/или программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС). При этом требования к качеству амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) (коэффициент прямоугольности, уровень пульсаций в полосах пропускания и заграждения) таких фильтров зачастую невысоки.

В другом случае, наоборот, на первом месте стоят коэффициент прямоугольности, уровень пульсаций в полосах пропускания и заграждения.

Иногда необходимо сочетание качества АЧХ и малой вычислительной сложности перестройки.

Примеры перестраиваемых фильтров приведены в [12–14].

Под управляемостью в данной статье понимается явная зависимость коэффициентов фильтра от частоты среза.

Несмотря на относительную простоту частотного преобразования, при практическом использовании его для цифровых фильтров, синтезированных с помощью систем автоматизированного проектирования (САПР) цифровых фильтров (либо с помощью данных справочной литературы), возникает ряд нетривиальных специфических моментов, затрудняющих инженерное использование такого способа синтеза управляемых цифровых фильтров.

Целью данной разработки является разработка методики и пошагового алгоритма синтеза управляемых цифровых рекурсивных фильтров нижних частот (ФНЧ) Чебышева I рода с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ), позволяющая избавить разработчика от знания этих специфических моментов.

Основная идея предлагаемой методики синтеза управляемых цифровых фильтров. Методика основана на расчете нужного аналогового прототипа с частотой среза 1 рад/с, с помощью САПР аналоговых фильтров. Прототип также может быть взят из соответствующего справочника. Все дальнейшие расчеты вплоть до получения коэффициентов цифрового фильтра входят в математический аппарат методики. Напомним, что коэффициенты полностью определяют цифровой фильтр (не считая погрешностей квантования).

Далее с помощью билинейного преобразования аналоговый ФНЧ-прототип преобразуется в цифровой ФНЧ.

В этом случае для фильтра-прототипа с частотой среза 1 рад/с параметры передаточной функции биквадратных или билинейных звеньев, и имеющие размерность частоты, будут численно равны поправочным коэффициентам аналогичных параметров управляемого фильтра с произвольной частотой среза (в формулах для коэффициентов звеньев цифрового фильтра).

Управляемый цифровой фильтр может быть синтезирован путем частотного преобразования амплитудно-частотной характеристики неуправляемого цифрового фильтра-прототипа [15–17], однако в данной статье рассматривается методика, основанная на расчете аналогового прототипа с частотой среза 1 рад/с и синтезом цифрового фильтра методом билинейного преобразования.

Исходные данные к разработке методики. Передаточная функция аналогового фильтра или другой цепи (преобразование Лапласа) [18–20]

$$H(p) = \frac{c_m p^m + c_{m-1} p^{m-1} + \dots + c_1 p + c_0}{p^n + d_{n-1} p^{n-1} + \dots + d_1 p + d_0}, \quad (1)$$

где c_m и d_n – постоянные коэффициенты, те же, что и в дифференциальном уравнении, описывающем цепь или фильтр.

При $m \leq n$ (формула (1)), что допускает метод билинейного преобразования, возможны, в частности, два варианта представления $H(p)$: в виде произведения $H(p) = H_1(p)H_2(p)\dots H_K(p)$ либо суммы $H(p) = k + \sum_{i=1}^K H_i(p)$, где $K \leq n$; k – константа (как правило $k = 0$); $H_j(p)$ передаточная функция звена 2-го порядка (биквадратного) в общем случае [21–22]:

$$H_j(p) = \frac{c_{j2} p^2 + c_{j1} p + c_{j0}}{p^2 + d_{j1} p + d_{j0}} \quad (2)$$

или звена 1-го порядка (билинейного) в общем случае [21–22]

$$H_j(p) = \frac{c_{j1} p + c_{j0}}{p + d_{j0}}.$$

При этом j -е звено II порядка в формуле (1) имеет частоту j -го полюса ω_{0j} и добротность Q_j [21, 22]:

$$Q_j = \sqrt{d_{j0}}/d_{j1}, \omega_{0j} = \sqrt{d_{j0}}. \quad (3)$$

Для фильтров Чебышева I рода предпочтительной является каскадная реализация, которой соответствует произведение звеньев $H(p) = H_1(p)H_2(p)\dots H_K(p)$, поскольку в этом случае звенья имеют только полюсы. Вследствие этого в статье используется именно такая реализация для упрощения выражений.

Поскольку импульсная характеристика аналогового ФНЧ-прототипа вещественная, $H(p)$ имеет комплексно-сопряженные полюсы (биквадратное звено) или вещественные полюсы (билинейное звено).

Выбор метода преобразования аналогового фильтра в цифровой. Метод билинейного преобразования [1–3] более прост, чем метод инвариантного преобразования импульсной характеристики, и, в отличие от последнего, как уже говорилось, допускает $m \leq n$, где m и n – соответственно степень числителя и знаменателя передаточной функции фильтра в целом или его звена. Кроме того, метод билинейного преобразования не имеет эффекта наложения АЧХ аналогового прототипа при переходе к цифровому фильтру. Вместо этого эффекта – деформация оси частот, которая легко учитывается в случае одной граничной частоты путем введения предвысказаний в значения граничных частот. Деформация оси частот является положительным моментом в том смысле, что ведет к росту крутизны АЧХ в переходной полосе и снижению уровня АЧХ в полосе заграждения.

Метод билинейного преобразования [1–3] состоит в замене переменной p в передаточной функции по Лапласу

$$p \rightarrow \frac{2}{T_d} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (4)$$

и применяется для каждого аналогового звена II и/или I порядка при каскадной реализации ФНЧ-прототипа.

Для компенсации деформации оси частот перед расчетом фильтра граничные частоты среза ω_i пересчитываются по формуле [1–3]:

$$\omega_i^n = \frac{2}{T_d} \operatorname{tg} \frac{\omega_i T_d}{2}. \quad (5)$$

Рассмотрим аналоговые звенья I и II порядка.

Расчет поправочных коэффициентов. Под поправочными коэффициентами понимаются отношения частот нулей и полюсов аналогового прототипа к частоте среза этого прототипа. В случае частоты среза, равной 1 рад/с, поправочные коэффициенты численно равны частотам нулей (ω_n) и полюсов (ω_0) (формулы (8), (12)).

Например, расчет аналогового ФНЧ-прототипа Чебышева I рода V порядка с частотой среза 1 рад/с и неравномерностью в полосе пропускания 1 дБ дает

$$H(p) = 0.1228 \cdot \frac{1}{p^2 + 0.1789 p + 0.9883} \cdot \frac{1}{p^2 + 0.4684 p + 0.4293} \cdot \frac{1}{p + 0.2895}. \quad (7)$$

Для первой дроби (биквадратное звено) $Q_0 = 5.556$, $\omega_0 = 0.9941$; для второй дроби $Q_0 = 1.399$, $\omega_0 = 0.6552$; для третьей дроби (билинейное звено) $\omega_0 = 0.2895$.

Значения Q_0 и ω_0 для биквадратных звеньев часто рассчитывает САПР фильтров (для первого звена $\omega_0 = 0.9941$, $Q_0 = 5.556$; для второго звена $\omega_0 = 0.6552$, $Q_0 = 1.399$); но их нетрудно рассчитать вручную, сравнив знаменатели дробей формулы (7) и формулы (11) (см. также формулу (4)). Например, для первого биквадратного звена $\omega_0 = 0.9883^{0.5} = 0.9941$, $Q_0 = \omega_0/0.1789 = 5.557$ (формулы (2), (4), (7), (12)). Заметим, что САПР выполняет расчеты с более высокой точностью, чем выводимые 4 десятичных разряда (этот параметр обычно можно изменять) и округляет их до заданного числа значащих цифр (в данном примере выбрано 4); этим и объясняется различие на единицу младшего разряда при расчете Q_0 .

Поправочные коэффициенты для первого биквадратного звена $K_{\omega n} = 1$ (для нуля; формулы (7), (12)) и $K_{\omega 0} = \omega_0 = 0.9883^{0.5} = 0.9941$; $Q_0 = \omega_0/0.1789 = 5.556$ (для полюса, формулы те же). Для второго звена $K_{\omega n} = 1$, $K_{\omega 0} = \omega_0 = 0.4293^{0.5} = 0.6552$; $Q_0 = \omega_0/0.4684 = 1.399$. Для третьего звена $K_{\omega n} = 1$ (для нуля; формулы (7), (12)), $K_{\omega 0} = \omega_0 = 0.2895$.

Коэффициент перед дробями можно учесть в виде множителя в цифровом фильтре (в примере реализации фильтра так и сделано).

Лучшим вариантом может быть распределение коэффициента между звеньями II порядка, поскольку они усиливают сигнал. Это улучшит масштабирование цифрового сигнала (поддержание примерно постоянного уровня при цифровой фильтрации), что особенно важно для целочисленной арифметики в цифровом фильтре, поскольку снижается возможность выхода цифрового сигнала за пределы разрядной сетки. В этом случае для каждого биквадратного звена будет коэффициент $0.1228^{0.5} = 0.3504$. Сравнив передаточные функции таких биквадратных звеньев с формулой (12), получим $\omega_n = 0.3504^{0.5} = 0.5920 = K_{\omega_n}$. Однако в этом в этом случае вычислительная сложность цифровой фильтрации увеличивается на одно умножение. В примере расчета управляемого фильтра применен отдельный множитель.

Расчет коэффициентов цифрового эквивалента аналогового билинейного звена для ФНЧ-прототипа Чебышева I рода нечетного порядка. Передаточная функция используемого билинейного звена аналогового ФНЧ-прототипа Чебышева I рода нечетных порядков, имеющего только полюсы (формула (3)) запишется в следующем виде:

$$H(p) = \frac{\omega_n}{p + \omega_0}, \quad (8)$$

где

$$\omega_0 = 2\pi f_0 - \text{круговая частота полюса}, \quad (9)$$

f_0 – циклическая частота полюса,

ω_n – круговая частота нуля.

Передаточная функция цифрового звена I порядка

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 - b_1 z^{-1}}. \quad (10)$$

Применив билинейное преобразование (4) к формуле (8), с учетом предсказаний (формула (6)) и поправочных коэффициентов, определяемых из формулы (7), после преобразований получим

$$\begin{aligned} k_{01} &= \frac{1}{2 + K_{\omega_0} \omega_c^n T_d}; \\ a_0 &= k_{01} K_{\omega_n} \omega_c^n T_d; \\ a_1 &= k_{01} K_{\omega_n} \omega_c^n T_d; \\ b_1 &= k_{01} (2 - K_{\omega_0} \omega_c^n T_d), \end{aligned} \quad (11)$$

где ω_c^n – круговая частота среза управляемого цифрового фильтра с учетом предсказаний (формула (6));

K_{ω_n} и K_{ω_0} – поправочные коэффициенты, численно равные частоте нуля и полюса соответственно передаточной функции звена I порядка ФНЧ-прототипа с частотой среза 1 рад/с (пример передаточной функции для ФНЧ-прототипа Чебышева I рода V порядка с частотой среза 1 рад/с и неравномерностью в полосе пропускания 1 дБ приведен в формуле (7)),

T_d – шаг дискретизации.

Расчет коэффициентов цифрового эквивалента аналогового биквадратного звена для ФНЧ-прототипа Чебышева I рода при каскадной реализации. Передаточная функция аналогового звена II порядка

$$H(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + \frac{\omega_0}{Q_0} p + \omega_0^2} \quad (12)$$

где ω_0 и Q_0 – частота и добротность полюса ($\Delta\omega = \omega_0 / Q_0$ – полоса пропускания по уровню 0,707); $\omega_n = 1$ рад/с.

Системная функция цифрового фильтра определяется по формуле

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}}, \quad (13)$$

где

$$k_0 = \frac{1}{4 + 2 \frac{K_{\omega_0} \omega_c^n T_d}{Q_0} + (K_{\omega_0} \omega_c^n T_d)^2};$$

$$k_n = (K_{\omega_n} \omega_c^n T_d)^2;$$

$$a_0 = k_0 k_n; \quad (14)$$

$$a_1 = 2k_0 (K_{\omega_n} \omega_c^n T_d)^2;$$

$$a_2 = k_0 (K_{\omega_n} \omega_c^n T_d)^2;$$

$$b_1 = k_0 [8 - 2(K_{\omega_0} \omega_c^n T_d)^2];$$

$$b_2 = k_0 \left[2 \frac{K_{\omega_0} \omega_c^n T_d}{Q_0} - (K_{\omega_0} \omega_c^n T_d)^2 - 4 \right];$$

ω_c^n – частота среза с предискажениями (для компенсации искажений оси частот метода билинейного преобразования; формула (5));

K_{ω_n} и K_{ω_0} – поправочные коэффициенты, численно равные частоте нуля и полюса соответственно передаточной функции звена ФНЧ-прототипа с частотой среза 1 рад/с (пример передаточной функции для ФНЧ-прототипа Чебышева III рода V порядка с частотой среза 1 рад/с и неравномерностью в полосе пропускания 1 дБ приведен в формуле (7)),

T_d – шаг дискретизации.

Таким образом, получены формулы для синтеза цифровых управляемых фильтров с помощью САПР цифровых фильтров или справочников. Подсистемы расчета цифровых фильтров имеются во многих приложениях, например, в системе MATLAB [23–25].

Алгоритм синтеза управляемого цифрового фильтра для билинейного преобразования на примере ФНЧ Чебышева I рода V порядка с частотой среза 1 рад/с и неравномерностью в полосе пропускания 1 дБ.

1. Задать порядок фильтра N_F .
2. Задать циклическую частоту среза f_c (или круговую частоту среза ω_c).
3. Задать циклическую частоту дискретизации f_d (или круговую частоту дискретизации ω_d).
4. С помощью формулы (6) определить предискаженную частоту среза ω_c^n .
5. Рассчитать или взять из справочника аналоговый ФНЧ-прототип с частотой среза 1 Гц и каскадной реализацией. Он будет иметь $N_{II} = \text{floor}(N_F/2)$ звеньев II порядка и $N_I = N_F - 2 \cdot \text{floor}(N_F/2)$ звеньев I порядка. Если N_F чётное, то $N_I = 0$, если нечётное, то $N_I = 1$. Здесь $\text{floor}(x)$ – наибольшее целое, не большее x .

6. Сравнить полученные передаточные функции звеньев с формулой (8) (звено I порядка; имеет место для нечетного N_F) и формулой (12) (звено или звенья II порядка; имеют место при $N_F > 1$) (если вид формул передаточных функций звеньев прототипа отличается от (8) и/или (12), то формулы этих функций приводят к виду (8) и/или (12), и производят сравнение). В результате для звена I порядка (при его наличии) определяются поправочные коэффициенты: $K_{\omega_n} = \omega_n/\omega_{сп}$, где ω_n – частота нуля звена аналогового прототипа, $\omega_{сп}$ – частота среза этого прототипа; $K_{\omega_0} = \omega_0/\omega_{сп}$, ω_0 – частота полюса биквадратного звена аналогового прототипа. Если частота среза прототипа равна 1 рад/с, поправочные коэффициенты численно равны частотам нулей или полюсов. Для звена II порядка определяется также Q_0 – добротность полюса ($\Delta\omega = \omega_0/Q_0$ – полоса пропускания по уровню 0,707). В некоторых САПР, например, Filter Solutions (бесплатная версия – Filter Free (N_F – до 3-х)), при нажатии на кнопку Transfer Function выдается передаточная функция, сверху которой приведены нули биквадратных звеньев ω_n (обозначены как Wn), снизу – полюса ω_0 (обозначены как W0) и добротности Q_0 (обозначены как Q). Если нажать на кнопку Print, можно передаточную функцию со всеми сопутствующими параметрами напечатать, например, на виртуальном PDF-принтере; например, на виртуальном принтере «Microsoft Print to PDF» PDF-файл получается с текстовым слоем, что позволяет легко копировать полученные параметры в любую программу, например, Mathcad.

7. Аналоговые звенья I и II порядка преобразуются с помощью методики в цифровые (их число равно числу аналоговых звеньев). Методика реализует метод билинейного преобразования. Коэффициенты цифрового звена I порядка (оно имеется, если N_F нечетно) с системной функцией (10) определяются формулой (11). Коэффициенты каждого цифрового звена II порядка с системной функцией (13) определяются формулой (14), в этих формулах ω_c^{Π} – частота среза цифрового управляемого фильтра (в целом), в значении которой введены предсказания (для компенсации искажений оси частот метода билинейного преобразования; формула (6));

8. Строятся цифровые звенья II и I порядка и включаются каскадно. (см. ниже пример расчета характеристик цифрового управляемого фильтра).

Пример расчета цифрового управляемого ФНЧ Чебышева I рода V порядка с частотой среза 1 рад/с и неравномерностью в полосе пропускания 1 дБ в системе Mathcad с помощью пошагового алгоритма на основе билинейного преобразования.

1. $fd := 20 \cdot 10^3$ частота дискретизации.
2. $td := \frac{1}{fd}$ шаг дискретизации.
3. $fsr := 4 \cdot 10^3$ циклическая частота среза фильтра.
4. $w0 := 2 \cdot \pi \cdot fsr$ круговая частота среза фильтра.

Введение предсказаний

5. $w0p := \frac{2}{td} \cdot \tan\left(\frac{w0 \cdot td}{2}\right)$ круговая частота среза с предсказаниями.
6. $\Omega 0 := w0p \cdot td$ относительная частота среза с предсказаниями.
7. $f := 0, \frac{fd}{600} .. \frac{fd}{2}$ диапазон отображаемых на графике АЧХ частот.

Передаточная функция аналогового билинейного звена

$$8. \quad H_{a1}(p, \omega_n, \omega_0) := \frac{\omega_n}{p + \omega_0}$$

Блок расчета коэффициентов билинейного звена

$$9. \quad k_{01}(\omega_{cp}) := \frac{1}{2 + \omega_{cp}}$$

$$10. \quad a_{0_}(\omega_{np}, \omega_{cp}) := k_{01}(\omega_{cp}) \cdot \omega_{np}$$

$$11. \quad a_{1_}(\omega_{np}, \omega_{cp}) := k_{01}(\omega_{cp}) \cdot \omega_{np}$$

$$12. \quad b_{1_}(\omega_{np}, \omega_{cp}) := k_{01}(\omega_{cp}) \cdot (2 - \omega_{cp})$$

$$13. \quad H_{d_}(z, \omega_{np}, \omega_{cp}) := \frac{a_{0_}(\omega_{np}, \omega_{cp}) \cdot z^0 + a_{1_}(\omega_{np}, \omega_{cp}) \cdot z^{-1}}{1 - b_{1_}(\omega_{np}, \omega_{cp}) \cdot z^{-1}}$$

Передаточная функция аналогового биквадратного звена

$$14. \quad H_a(p, \omega_n, \omega_0, Q_0) := \frac{\omega_n^2}{p^2 + p \frac{\omega_0}{Q_0} + \omega_0^2}$$

Блок расчета коэффициентов биквадратного звена

$$15. \quad k_n(\omega_n) := \omega_n^2$$

$$16. \quad k_0(\omega_0, Q_0) := 4 + 2 \cdot \frac{\omega_0}{Q_0} + \omega_0^2$$

$$17. \quad a_0(\omega_n, \omega_0, Q_0) := \frac{k_n(\omega_n)}{k_0(\omega_0, Q_0)}$$

$$18. \quad a_1(\omega_n, \omega_0, Q_0) := \frac{2\omega_n^2}{k_0(\omega_0, Q_0)}$$

$$19. \quad a_2(\omega_n, \omega_0, Q_0) := \frac{\omega_n^2}{k_0(\omega_0, Q_0)}$$

$$20. \quad b_1(\omega_0, Q_0) := \frac{8 - 2 \cdot \omega_0^2}{k_0(\omega_0, Q_0)}$$

$$21. \quad b_2(\omega_0, Q_0) := \frac{-4 + 2 \cdot \frac{\omega_0}{Q_0} - \omega_0^2}{k_0(\omega_0, Q_0)}$$

Системная функция цифрового биквадратного фильтра

$$22. \quad H_d(z, \omega_n, \omega_0, Q_0) := \frac{a_0(\omega_n, \omega_0, Q_0) \cdot z^0 + a_1(\omega_n, \omega_0, Q_0) \cdot z^{-1} + a_2(\omega_n, \omega_0, Q_0) \cdot z^{-2}}{1 - b_1(\omega_0, Q_0) \cdot z^{-1} - b_2(\omega_0, Q_0) \cdot z^{-2}}$$

Передаточные функции аналоговых биквадратных звеньев

23. $BQa1(p) := Ha(p, w0, w0 \cdot 0.9941, 5.556)$.

24. $BQa2(p) := Ha(p, w0, w0 \cdot 0.6552, 1.399)$

25. $BL(p) := Ha1(p, w0, w0 \cdot 0.2895)$.

Передаточная функция аналогового ФНЧ Чебышева I рода V порядка

26. $Ha5(p) := BQa1(p) \cdot BQa2(p) \cdot BL(p) \cdot 0.1228$

Системные функции цифровых звеньев II порядка

27. $BQ1(z) := Hd(z, \Omega 0, \Omega 0 \cdot 0.9941, 5.556)$.

28. $BQ2(z) := Hd(z, \Omega 0, \Omega 0 \cdot 0.6552, 1.399)$.

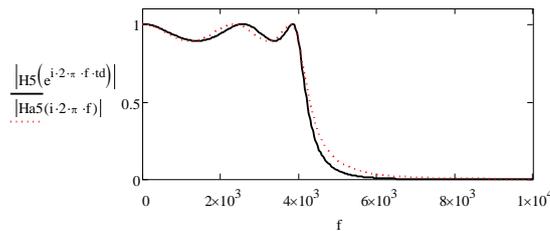
29. $BQ_{-}(z) := Hd_{-}(z, \Omega 0, \Omega 0 \cdot 0.2895)$.

Системная функция цифрового ФНЧ Чебышева I рода V порядка

30. $H5(z) := BQ_{-}(z) \cdot BQ1(z) \cdot BQ2(z) \cdot 0.1228$

АЧХ цифрового ФНЧ Чебышева I рода V порядка (черный цвет) и такого же аналогового фильтра (красные точки)

31.



Эксперименты с моделью управляемого фильтра при перестройке фильтра на лету. Было проведено 4 эксперимента. В этих экспериментах на вход управляемого фильтра подавалась синусоида частотой 1 кГц, 2 кГц, 2.2 кГц и 3 кГц соответственно. В ходе каждого эксперимента фильтр имел начальную частоту среза 4 кГц, которая скачком становилась равной 2 кГц при $n = 800$, где n – дискретное время; частота дискретизации составляла 160 кГц (в приведенной выше Mathcad-программе частота дискретизации была равной 20 кГц).

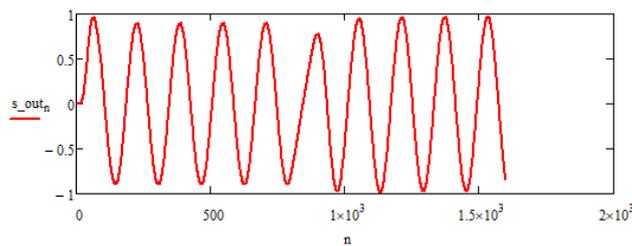


Рис. 1. График выходного сигнала s_{out_n} управляемого фильтра с переключением частоты среза с 4 кГц на 2 кГц при $n = 800$; частота входного сигнала 1 кГц

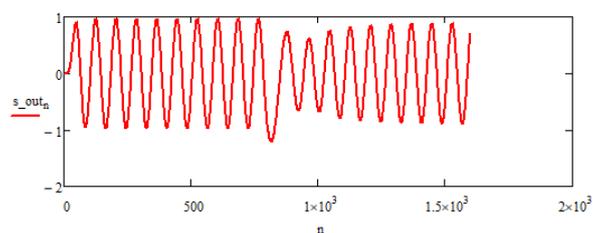


Рис. 2. График выходного сигнала s_{out_n} управляемого фильтра с переключением частоты среза с 4 кГц на 2 кГц при $n = 800$; частота входного сигнала 2 кГц

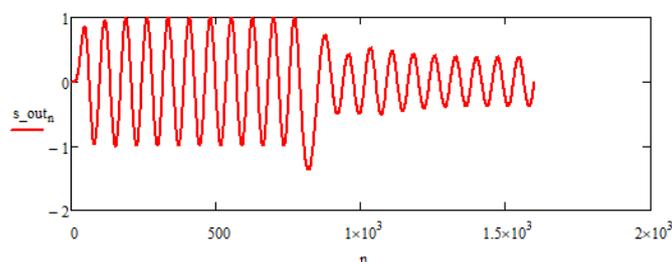


Рис. 3. График выходного сигнала s_{out_n} управляемого фильтра с переключением частоты среза с 4 кГц на 2 кГц при $n = 800$; частота входного сигнала 2.2 кГц

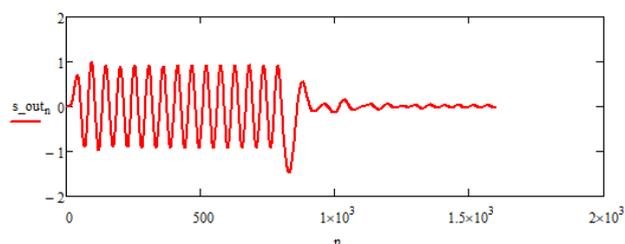


Рис. 4. График выходного сигнала управляемого фильтра с переключением частоты среза с 4 кГц на 2 кГц при $n = 800$; частота входного сигнала 3 кГц

Как видно из рис. 1–4, управляемый фильтр работоспособен.

Однако на рисунке 2 уровень выходного сигнала фильтра отличается от ожидаемого (0,707 от коэффициента передачи фильтра на нулевой частоте). Это связано с тем, что при расчете ФНЧ-прототипа его параметры были проквантованы до 4-х десятичных разрядов, что привело к относительно небольшому смещению АЧХ цифрового управляемого фильтра, которое, однако, стало заметным на графике выходного сигнала из-за большой крутизны переходной полосы АЧХ управляемого фильтра.

Переключение частоты среза управляемого фильтра вызывает выброс на графике выходного сигнала фильтра, в общем случае разный для каждого эксперимента.

Выводы. Таким образом, предлагаемые методика и пошаговый алгоритм синтеза управляемых цифровых рекурсивных фильтров нижних частот Чебышева I рода с бесконечной импульсной характеристикой позволяет синтезировать цифровые управляемые фильтры.

Из-за деформации оси частот при использовании метода билинейного преобразования наряду с отсутствием эффекта наложения АЧХ фильтров (что является положительным моментом) наблюдается увеличение крутизны АЧХ в переходной полосе при переходе от аналогового фильтра к цифровому, что также является положительным эффектом. Сказанное иллюстрируется графиком АЧХ в тексте модели в системе Mathcad.

На базе такого алгоритма можно построить САПР цифровых управляемых БИХ-фильтров нижних частот Чебышева I рода.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов: справочник. – М.: Радио и связь, 1985.
2. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры: расчет и реализация. – М.: Мир, 1982.
3. Рабинер Р., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978.
4. Haykin S. Adaptive Filter Theory. – Prentice Hall, 2002.
5. Widrow B., Stearns S.D. Adaptive Signal Processing. – 1st. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
6. Thakor N.V., Yi-Sheng Zhu. Applications of adaptive filtering to ECG analysis: noise cancellation and arrhythmia detection // IEEE Transactions on Biomedical Engineering. – August 1991. – Vol. 38, Issue 8.
7. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. – М.: Радио и связь, 1986.
8. Журавлев А.К., Лукошкин А.П., Поддубный С.С. Обработка сигналов в адаптивных антенных решетках. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1983. – 240 с.
9. Турулин И.И., Ткаченко М.Г. Быстроперестраиваемые цифровые фильтры: монография. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2008.
10. Haridas N., Elias E. Design of reconfigurable low-complexity digital hearing aid using farrow structure based variable bandwidth filters // J. Appl. Res. Technol. – 2016. – Vol. 2, No. 14. – P. 154-165.
11. Yu Y.J., Xu W.J. Mixed-radix fast filter bank approach for the design of variable digital filters with simultaneously tunable bandedge and fractional delay // IEEE Trans. Signal Process. – 2011. – Vol. 1, No. 60. – P. 100-111.
12. Kumar A., Suman S., Singh G. A new closed form method for design of variable bandwidth linear phase FIR filter using different polynomials // AEU-Int. J. Electr. Commun. – 2014. – Vol. 4, No. 68. – P. 351-360.
13. Illa A., Haridas N., Elias E. Design of multiplier-less FIR filters with simultaneously variable bandwidth and fractional delay // Engineering science and technology. – 2016. – Vol. 3, No. 19. – P. 1160-1165.
14. George J.T., Elias E. Continuously variable bandwidth sharp fir filters with low complexity // J. Signal Inf. Process. – 2012. – Vol. 3, No. 3. – P. 308-315.
15. Constantinides A.G. Spectral transformations for digital filters // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. – 1970. – Vol. 117. – P. 1585-1590.
16. Введение в цифровую фильтрацию / под ред. Р. Богнера, А. Константинодиса. – М.: Мир, 1976.
17. Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. – М.: Связь, 1975.
18. Oppenheim A.V., Willsky A.S., and Young I.T. Signals and Systems. – Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1983.
19. Антонию А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование, – М.: Радио и связь, 1983.
20. Proakis J.G. Digital Signal Processing: Principles Algorithms and Applications. – Pearson Education India, 2001. tal Signal Processing: Theory, Analysis and Digital-Filter Design / B.S. Nair. – PHI Learning Pvt. Ltd., 2004.
21. Турулин И.И. Управляемые цифровые фильтры. – Таганрог: ЮФУ, 2009. – 260 с. – Рус. Деп. в ВИНТИ 18.06.09 № 383-B2009.
22. Турулин И.И., Булгакова Ю.И. Методика проектирования управляемых цифровых фильтров на основе метода билинейного преобразования // Авиакосмическое приборостроение. – 2011. – № 6. – С. 30-36.

23. *Turulin I.I., Mogheer H.S.* Analysis of Controlled Digital Recursive High-Pass Filters Structures with Infinite Non-Negative Impulse Response // 2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). – IEEE, 2022. – P. 755-759.
24. *Mogheer H.S., Turulin I.I.* Reduction of Signal Overshooting Caused by Cutoff Frequency Changing in the Controlled Digital Butterworth Low Pass Filter // 2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). – IEEE, 2022. – P. 783-788.
25. *Mogheer Hussein Sh., Turulin I.I.* Analysis of MATLAB System Applicability for Synthesis of Controlled Butterworth Digital Recursive IIR Filters // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2021. – № 3 (220). – С. 72-81.

REFERENCES

1. *Gol'denberg L.M., Matyushkin B.D., Polyak M.N.* Tsifrovaya obrabotka signalov: spravochnik [Digital Signal Processing: handbook]. Moscow: Radio i svyaz', 1985.
2. *Lem G.* Analogovye i tsifrovye fil'try: raschet i realizatsiya [Analog and digital filters: calculation and implementation]. Moscow: Mir, 1982.
3. *Rabiner R., Gould B.* Teoriya i primenenie tsifrovoy obrabotki signalov [Theory and application of digital signal processing]. Moscow: Mir, 1978.
4. *Haykin S.* Adaptive Filter Theory. Prentice Hall, 2002.
5. *Widrow B., Stearns S.D.* Adaptive Signal Processing. 1st. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.
6. *Thakor N.V., Yi-Sheng Zhu.* Applications of adaptive filtering to ECG analysis: noise cancellation and arrhythmia detection, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, August 1991, Vol. 38, Issue 8.
7. *Monzingo R.A., Miller T.U.* Adaptivnyye antennnye reshetki [Adaptive antenna arrays]. Moscow: Radio i svyaz', 1986.
8. *Zhuravlev A.K., Lukoshkin A.P., Poddubnyy S.S.* Obrabotka signalov v adaptivnykh antennnykh reshetkakh [Signal processing in adaptive antenna arrays]. Leningrad: Izd-vo Leningr. un-ta, 1983, 240 p.
9. *Turulin I.I., Tkachenko M.G.* Bystroperestraivaemye tsifrovye fil'try: monografiya [Fast-tunable digital filters: a monograph]. Taganrog: Izd-vo TTI YuFU, 2008.
10. *Haridas N., Elias E.* Design of reconfigurable low-complexity digital hearing aid using farrow structure based variable bandwidth filters, *J. Appl. Res. Technol.*, 2016, Vol. 2, No. 14, pp. 154-165.
11. *Yu Y.J., Xu W.J.* Mixed-radix fast filter bank approach for the design of variable digital filters with simultaneously tunable bandedge and fractional delay, *IEEE Trans. Signal Process.*, 2011, Vol. 1, No. 60, pp. 100-111.
12. *Kumar A., Suman S., Singh G.* A new closed form method for design of variable bandwidth linear phase FIR filter using different polynomials, *AEU-Int. J. Electr. Commun.*, 2014, Vol. 4, No. 68, pp. 351-360.
13. *Illa A., Haridas N., Elias E.* Design of multiplier-less FIR filters with simultaneously variable bandwidth and fractional delay, *Engineering science and technology*, 2016, Vol. 3, No. 19, pp. 1160-1165.
14. *George J.T., Elias E.* Continuously variable bandwidth sharp fir filters with low complexity, *J. Signal Inf. Process.*, 2012, Vol. 3, No. 3, pp. 308-315.
15. *Constantinides A.G.* Spectral transformations for digital filters, *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, 1970, Vol. 117, pp. 1585-1590.
16. *Vvedenie v tsifrovuyu fil'tratsiyu* [Introduction to digital filtering], ed. by R. Bognera, A. Konstantinidisa. Moscow: Mir, 1976.
17. *Oppengeym A.V., Shafer R.V.* Tsifrovaya obrabotka signalov [Digital signal processing]. Moscow: Svyaz', 1975.
18. *Oppenheim A.V., Willsky A.S., and Young I.T.* Signals and Systems. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1983.
19. *Anton'yu A.* Tsifrovye fil'try: analiz i proektirovanie [Digital filters: Analysis and design], Moscow: Radio i svyaz', 1983.
20. *Proakis J.G.* Digital Signal Processing: Principles Algorithms and Applications, Pearson Education India, 2001. tal Signal Processing: Theory, Analysis and Digital-Filter Design, B.S. Nair. PHI Learning Pvt. Ltd., 2004.

21. *Turulin I.I.* Upravlyaemye tsifrovye fil'try [Controlled digital filters]. Taganrog: YuFU, 2009, 260 p. Rus. Dep. v VINITI 18.06.09 № 383-V2009.
22. *Turulin I.I., Bulgakova Yu.I.* Metodika proektirovaniya upravlyaemykh tsifrovyykh fil'trov na osnove metoda bilineynogo preobrazovaniya [The methodology of designing controlled digital filters based on the method of bilinear transformation], *Aviakosmicheskoe priborostroenie* [Aerospace instrumentation], 2011, No. 6, pp. 30-36.
23. *Turulin I.I., Mogheer H.S.* Analysis of Controlled Digital Recursive High-Pass Filters Structures with Infinite Non-Negative Impulse Response, *2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*. IEEE, 2022, pp. 755-759.
24. *Mogheer H.S., Turulin I.I.* Reduction of Signal Overshooting Caused by Cutoff Frequency Changing in the Controlled Digital Butterworth Low Pass Filter, *2022 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM)*. IEEE, 2022, pp. 783-788.
25. *Mogheer Hussein Sh., Turulin I.I.* Analysis of MATLAB System Applicability for Synthesis of Controlled Butterworth Digital Recursive IIR Filters. *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2021, No. 3 (220), pp. 72-81.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Н. Чернов.

Турулин Игорь Ильич – Южный федеральный университет; e-mail: iiturulin@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: +78634371632; кафедра теоретических основ радиотехники; д.т.н.; профессор.

Аль-Карави Хусейн Шукор Мукер – e-mail: alkaravi@sfedu.ru; кафедра теоретических основ радиотехники; аспирант.

Turulin Igor Ilich – Southern Federal University; e-mail: iiturulin@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371632; the department of theoretical foundations of radio engineering dr. of eng. sc.; professor.

Hussein Shakor Mogheer – e-mail: alkaravi@sfedu.ru; the department of theoretical foundations of radio engineering; postgraduate student.

УДК 004.67

DOI 10.18522/2311-3103-2022-4-182-192

А.А. Чусов, М.А. Копаева

АЛГОРИТМ ПОТОКОВОЙ КОМПРЕССИИ ДАННЫХ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ ОБЕСПЕЧЕНИЯ НАУЧНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Представлен оригинальный алгоритм и метод реализации однопроходной компрессии потока числовых данных с плавающей запятой. Целью работы является разработка и формализация алгоритмического метода однопроходной потоковой компрессии числовых значений с плавающей запятой, обеспечивающего высокую оперативность кодирования и декодирования, поскольку практика применения для этого существующих реализаций показывает их недостаточную оперативность, неприемлемую ресурсоемкость, низкую применимость для потоковой обработки большого объема данных с плавающей запятой в реальном времени. Для достижения этой цели были решены следующие задачи. Описана математическая модель и алгоритм компрессии потока скалярных числовых значений с плавающей запятой, а также результаты проведенного экспериментального исследования созданного метода реализации компрессии структур одномерных и двумерных научных данных. Модель опирается на распространенный метод реализации расширенного множества действительных чисел, отображаемых на числа с плавающей запятой двойной точности, представление которых регламентировано форматом `binary_64` стандарта IEEE-754. Алгоритм может быть использован в составе распределенных высокопроизводительных информационных систем обеспечения научных экспериментов для реализации задач, критичных к производительности