

Rumyantsev Konstantin Evgenievich – Southern Federal University; e-mail: rke2004@mail.ru; Taganrog, Russia; phone: +79281827209; the department of information security of telecommunication systems; head of department; dr. of eng. sc.; professor.

Mironova Polina Demyanovna – e-mail: linenkopdem@gmail.com; phone: +79081924053; the department of information security of telecommunication systems; graduate student.

Shakir Hayder Hussein – e-mail: hyder.almansoor@yahoo.com; the department of information security of telecommunication systems; graduate student.

УДК 550.343.3+550.34.016

DOI 10.18522/2311-3103-2022-4-77-94

А.С. Черепанцев

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЕРЕХОДНОГО РЕЖИМА В ДИССИПАТИВНОЙ КЛЕТОЧНОЙ МОДЕЛИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Целью данной работы был анализ механизмов роста кластеров сбросов, приводящего на решетке конечных размеров к состоянию, близкому к критическому, со степенным распределением по размерам кластеров, подобных наблюдаемым в сейсмическом процессе. В то же время вопрос о применимости модели для описания процессов в реальной геофизической среде остается открытым. Анализ связи элементов в одномерной модели OFC с открытыми граничными условиями позволяет оценить изменчивость поступающей энергии к элементам решетки расположенными на разном расстоянии от границ. Построенная расчетная модель позволяет оценить размер граничных областей высокой изменчивости средней поступающей энергии при различных значениях параметра связи α . Показано, что с ростом α граница область неоднородности расширяется. Показано что существуют два различных режима синхронного образования системы сбросов, имитирующих землетрясение. Оба механизма определяются захватом соседнего элемента и последующей синхронизацией их сбросов. Этот процесс формирует устойчивый сброс большого размера. Наличие пограничных областей с высоким градиентом скорости вводимой энергии определяет основной механизм образования кластеров элементов решетки и демонстрирующей синхронный сброс накопленной энергии. Такая синхронизация достигается за счет высокой взаимной изменчивости энергии на каждом шаге итерации. Вторым важным механизмом роста кластеров характерен для формирующихся кластеров, размер которых превышает размер приграничной области высокой неоднородности притока энергии. По мере роста размера кластера область захвата соседних элементов, не входящих в кластер, расширяется. Соответственно вероятность того, что энергия соседнего элемента находится в зоне захвата, увеличивается. Расчеты показывают, что среднее время достижения заданного размера кластера на решетке при разных размерностях пространства d и при разных параметрах связи α подтверждает наличие двух временных интервалов с разным механизмом образования кластеров. В таком случае, рост больших кластеров носит степенной характер с показателем степени, определяемым размерностью пространства d .

Модель Олами–Федера–Кристенсена; самоорганизованная критичность; степенное распределение в критических системах.

A.S. Cherepantsev

THE TRANSIENT REGIME PATTERNS IN THE DISSIPATIVE CELL MODEL OF EARTHQUAKES

The purpose of this work was to analyze the mechanisms of the growth of drop clusters, leading on a finite-size lattice to a state close to a critical one with a power-law size distribution of clusters similar to that observed in a seismic process. At the same time, the question of applicability of this model to the description of processes in a real geophysical medium remains. Analysis of the elements coupling in the one-dimensional OFC model with open boundary conditions allows

an estimation of the variability of the incoming energy to the lattice elements located at different distances from the boundaries. The constructed computational model makes it possible to estimate the size of the boundary areas of high average incoming energy variability at different values of the coupling parameter a . It is shown that, as a grows, the boundary region of inhomogeneity expands. It is shown that there are two different modes of synchronous drop formation, simulating an earthquake. Both mechanisms are determined by the capture of a neighboring element and the subsequent synchronization of the drops. This process forms a stable drop of a larger size. The presence of boundary regions with a high gradient of the input energy rate is the main mechanism for the formation of clusters of lattice elements, demonstrating the simultaneous drop of the accumulated energy. Such a synchronization is achieved due to the high mutual variability of energy at each iteration step. The second important mechanism of cluster growth is typical for the formed clusters that exceed the size of the near-boundary region of high inhomogeneity of the energy inflow. As the cluster size grows, the capture area of neighboring elements that are not included in the cluster expands. Accordingly, the probability that the energy of the neighboring element is in the capture area increases. The calculations show that the mean time of reaching the given size of the cluster on the lattice at different spatial dimensions d and at different coupling parameters confirms the presence of two time intervals with a different mechanism of cluster formation. In this case, the growth of large clusters has a power-law character, with an exponent determined by the dimension d .

Olami–Feder–Christensen model, self-organized criticality, power-law distribution in critical systems.

Введение. К настоящему времени проведено большое количество исследований, посвященных анализу возникновения самоорганизованного критического состояния и его параметров в клеточной модели Олами–Федера–Кристенсена (OFC). Замечательным свойством этой модели является то, что она повторяет статистические закономерности реального сейсмического процесса [1–3]. При определенных условиях механистическая модель Burridge–Knopoff (BK) [4] сводится к клеточной модели. Модель BK представляет собой динамическую систему упруго связанных блоков, расположенных на поверхности с трением и подверженных действию постоянной внешней силы. Модель BK – простейшая физико-механическая модель сложной динамической системы литосферных плит в земной коре. Прежде чем рассматривать механизмы синхронизации сбросов соседних элементов решетки в модели OFC со степенным распределением по размерам, кратко рассмотрим современные представления о закономерностях динамики реальной геофизической среды и некоторые физические и математические модели, разработанные для описания данного явления.

Принятая концепция тектоники плит позволяет рассматривать земную кору как открытую динамическую систему. Движение тектонических плит и их сцепление приводит к постоянному процессу роста упругой энергии. Энергия выделяется при достижении критических значений и сопровождается землетрясением с перераспределением упругой энергии с соседними участками и частичной диссипации.

Современные модели землетрясений основаны на концепции Рейда для подготовки для и возникновения землетрясения. Согласно этой концепции, разломы – это ослабленные участки земной коры. Накопленная упругая энергия периодически сбрасывается вдоль них. Землетрясение возникает при наличии препятствия смещению по разлому. Это определяет постепенное увеличение действующих здесь напряжений до критических значений. В районе, окружающем будущий источник, падение внутренней механической энергии резко замедляется, а энергия упругих деформаций накапливается [5]. После того, как напряжения достигают предела прочности, горная порода разрушается с образованием сдвиговых разрывов, что и является очагом землетрясения.

Другой механизм землетрясений связан с процессами динамического разрушения первоначально однородная порода. В этом случае рассматривается хрупкое разрушение породы и предполагается что для распространения трещины требуется дополнительная энергия разрушения материала.

С точки зрения наблюдаемого землетрясения эти два подхода математически эквивалентны, но различаются механизмом процесса разрыва и его параметрами.

Для землетрясения, как распространяющейся сдвиговой трещины, энергетический баланс [6] без учета изменения гравитационной энергии можно записать как

$$\Delta E_e = E_s + E_f + E_d ,$$

где ΔE_e – изменение упругой энергии при землетрясении, E_s – сейсмическая энергия землетрясения, E_f – работа, совершаемая силами трения на разломе, E_d – поверхностная энергия связи породы по разлому.

Соотношение энергетического баланса указывает на диссипативную природу динамической системы и физических процессов (правая часть уравнения), участвующих в этом. Под диссипацией в данном случае понимаются потери в системе упругих напряжений, вызванные не только потерями тепла на трение, но и также за счет энергии сейсмических волн. При этом потери, обусловленные сейсмической энергией, составляют лишь единицы процентов от общих потерь упругой энергии [7].

Фундаментальным свойством организации сейсмичности Земли является свойство масштабной инвариантности в энергетической и пространственной областях. Концепция масштабной инвариантности первоначально разработана для систем, близких к критической точке [8,9] со степенной функцией распределения. Распределения сейсмических событий в энергетической области определяется законом Гуттенберга-Рихтера:

$$N(E_s) \propto E_s^{-\gamma} ,$$

где N – число землетрясений, имеющих энергию, не меньшую E_s , $\gamma \approx 0.5$ – константа для тектонических землетрясений в различных регионах Земли.

Закон Гуттенберга-Рихтера и фрактальное распределение сейсмических событий, показывают степенное распределение размеров землетрясений с показателями γ, d , достаточно стабильными во времени и пространстве. Это предполагает сохранение масштабной инвариантности при сейсмическом процессе. При этом, принципиальное различие между сейсмичностью и стандартными критическими явлениями состоит в том, что для систем вблизи критической точки, например, фазовых переходов второго рода, масштабная инвариантность достигается только путем настройки параметра (температуры) на определенное значение. Ситуация, когда системы без настройки параметров спонтанно переходят в масштабно-инвариантное состояние, обычно определяется как состояние самоорганизованной критичности (SOC).

Модель, определяющая выбранные закономерности степенных распределений, включает переход от модели поведения отдельного сейсмического события к модели, включающей систему землетрясений и их взаимодействие. Основываясь на том факте, что землетрясение является формой диссипации накопленной потенциальной энергии в геологической среде, модель, описывающая автомодельные свойства сейсмичности, должна определять основной процесс-накопление напряжения и сброс напряжений в геологической среде. Это означает, что параметрами модельной динамической системы должны быть силовые характеристики, такие как тензор напряжений, кулоновское напряжение и сила взаимодействия блоков.

Лабораторные эксперименты показали, что прерывистое скольжение является общей чертой геологических материалов. Оно рассматривается как основной механизм землетрясения. Модель прерывистого скольжения легко получить в лабораторном эксперименте, когда отдельный блок располагается на шероховатой поверхности с трением и приводится в движение упругой пружиной с постоянной упругостью K , свободный конец которой движется с постоянной скоростью V_D . Динамика блока определяется законом трения. В [4] данный процесс смоделирован как одномерная цепочка блоков, соединенная между собой упругими пружинами и подверженная локальному трению и постоянно растущему линейному воздействию. Если сила, действующая на любой блок, превышает порог, она становится нестабильной и происходит смещение. В результате силы, действующие на другие блоки, могут измениться, так что другие блоки могут стать нестабильными. Это может привести к сходу лавин блоков, которые интерпретируются как землетрясения разной силы. ВК показали, что статистическое распределение сбросов потенциальной энергии $P(E_p)$ в данной экспериментальной модели согласуется со степенным законом распределения землетрясений: $P(E_p) \propto E^{-\eta}$.

Для уменьшения вычислительных затрат в расчете блочной модели обычно используются модели клеточных автоматов [1, 10, 11]. Математически эти модели включают карты сбросов вместо дифференциальных уравнений. Физически это соответствует мгновенно происходящим событиям скольжения без учета инерционных эффектов.

При учете пространственной неоднородности и сегментации разломов необходимо учитывать множество взаимодействующих блоков или сегментов разломов. Это приводит к задаче обработки пространственно-временного поля напряжений. Как правило, и прочность материала также зависит от рассматриваемого размера исследуемого объекта. Такая сложная модель может быть обработана с помощью методологии статистической физики, подобной модели Изинга или перколяционным моделям [12–14].

Особый интерес представляет класс моделей [1], демонстрирующих состояние самоорганизованной критичности (SOC), которые берут начало в простой модели клеточного автомата Bak, Tang, Wiesenfeld (BTW) [15]. В этом случае система постоянно приближается к критической точке с почти безмасштабными характеристиками. Следовательно, каждое небольшое событие с некоторой вероятностью может перерасти в сильное землетрясение (BTW) [15]. В этом случае система всегда приближается критическая точка с практически безмасштабными характеристиками. Следовательно, каждое малое событие с некоторой вероятностью может перерасти в сильное землетрясение.

Диссипативная OFC-модель клеточных автоматов, представленная в [1], эквивалентна двумерной модели блоков с упругим взаимодействием в квазистатическом приближении. Она сочетает в себе простота построения и нетривиальный характер поведения. В отличие от исходного консервативных моделей происхождения SOC, модель OFC является диссипативной. Показатель степени закона спада в распределении амплитуд разломов, полученный в модели, близок к наблюдаемому значению в сейсмичности.

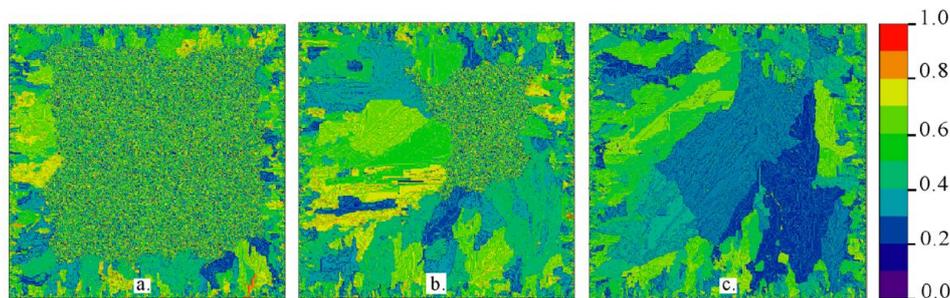


Рис. 1. Распределение энергии в 2d OFC модели после T сбросов в каждом элементе. $L \times L = 500 \times 500$, $\alpha = 0,125$, $E_c = 1$. (a) $T = 4 \cdot 10^3$. (б) $T = 2 \cdot 10^4$. (в) $T = 6 \cdot 10^4$

Как отмечено в [16], анализ распределения лавин сбросов по размеру требует предварительного расчета начального переходного режима выхода на стационарное состояние. В этом случае, время для расчета начального режима, измеряемого параметром, связанным с числом шагов приращения энергии в ячейках решетки, оказывается чрезвычайно большим. Оно зависит от размер решетки L и параметр диссипации α [17]. В [16] также указано, что многие распределения размеров лавин сбросов, представленных за последнее десятилетие, фактически были получены в переходном состоянии системы и не являются конечными. Таким образом, исследование параметров переходного режима является необходимой стадией анализа процесса формирования устойчивого состояния в модели OFC.

Одно из первых исследований переходного режима представлено в [18]. Авторы установили что образование начальных лавин происходит в граничных областях решетки. Неоднородный характер энерго вклада в граничных элементах определяет начальное появление кластеров сбросов в этих областях из-за эффекта синхронизации. Впоследствии этот эффект распространяется по всей решетке. В этом случае тип граничных условий задает тип амплитудного распределения сбросов. На рис. 1 показаны этапы переходного режима до устойчивого состояния, формируемого в двумерной модели OFC с открытыми граничными условиями.

Здесь L – размер решетки, α – параметр связи, E_c – предельная энергия сброса. В [18] синхронизированные элементы названы самоорганизующимися кластерами. Было показано, что элементы внутри кластеров имеют примерно одинаковую энергию. Кроме того, они стабильны в течение много циклов [1]. Элементы в одном кластере ведут себя одинаково при сбросе и сбрасываются в одной и той же последовательности. Кластеры, формируемые при разных значениях α , различаются по размеру. Размер кластера растет с увеличением α . При этом, размер кластеров растет по мере удаления от границы решетки [3].

Первоначально, модельные расчеты [18] показали, что время переходного режима установления увеличивается со временем как

$$t \propto L^{\eta(\alpha)}.$$

Однако, позднее было показано, что показатель степени $\eta \approx 1,3$ и не зависит от α [19].

Основная часть опубликованных исследований переходного режима сосредоточена на анализе расчетных характеристики при изменении параметров системы α , L и, как следствие, построение количественных соотношений. В то же время выводы часто противоречивы. Поэтому получение теоретических соотношений путем оценки величины граничной области неоднородности энергии при различных α и L является актуальной темой.

Имеющиеся данные указывают на различный характер устойчивого состояния системы в случае одно- и двумерной решетки элементов (рис. 2). Это ставит вопросы о характеристиках переходного режима в системах с различной размерностью d и выяснении механизма образования кластеров в данных моделях.

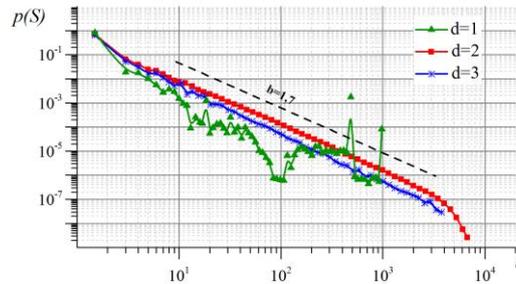


Рис. 2. Распределение размеров сбросов при размерностях решетки $d=1,2,3$

Описание модели ОФС. Рассмотрим кубическую решетку размерности d . Число элементов решетки равно $N = L^d$. Присвоим каждому i -му элементу некоторый динамический параметр E_i . В простейшем случае E_i внутренняя энергия, запасенная в i -м элементе. Будем считать, что в единицу времени все клетки занимают такое же дополнительное значение приращения энергии ΔE

$$E_i \rightarrow E_i + \Delta E b, \quad i=1, \dots, N. \quad (1)$$

При отсутствии влияния соседних элементов, такое увеличение энергии происходит пока $E_i < E_c$. Здесь E_c – некоторое пороговое максимальное значение внутренней энергии. Когда достигнута предельная энергия, элемент сбрасывает накопленную энергию, часть α которой передается соседним клеткам, где $0 \leq \alpha \leq 1/2d$. В случае $d = 2$

$$E_{i,j} \geq E_{\max} \rightarrow \begin{cases} E_{i,j} \rightarrow 0 \\ E_{i\pm 1,j} \rightarrow E_{i\pm 1,j} + \alpha E_{i,j} \\ E_{i,j\pm 1} \rightarrow E_{i,j\pm 1} + \alpha E_{i,j} \end{cases} \quad (2)$$

При сбросе энергии (2) часть внутренней энергии системы теряется. Система будет диссипативной при условии

$$(1 - 2d\alpha)E_i > 0. \quad (3)$$

Условие консервативности системы определяется как $\alpha = 1/2d$. Дальнейшая эволюция элемента определяется (1) до тех пор, пока она снова не достигнет критического состояния (2). В зависимости от состояния системы, когда один из элементов достигает критического значения, это может мало сказаться на состоянии всей системы, а может вызвать лавинный процесс сброса энергии и переход всей системы в новое энергетическое состояние.

Граничные условия являются важной частью определения модели.

Открытые граничные условия определяются тем, что всем элементам, независимо от их позиции на решетке, получают постоянное приращение αE_i . Это определяет условие сброса, например, для левой границы $2d$ решетки

$$E_{0,j} \geq E_c \rightarrow \begin{cases} E_{0,j} \rightarrow 0 \\ E_{0,j\pm 1} \rightarrow E_{0,j\pm 1} + k\alpha E_{0,j} \\ E_{1,j} \rightarrow E_{1,j} + k\alpha E_{0,j} \end{cases}$$

В этом случае общие потери энергии системы определяются не только потерями энергии при сбросе ($\alpha < 1/4$), но и оттоком энергии через границы.

При выборе открытых граничных условий система после конечного числа итераций переходит в устойчивое состояние, характеризующееся степенным законом распределения сбросов по размерам [1].

Периодические краевые условия формулируются для систем, в которых отсутствует характеристика размер системы L . В $2d$ -модели с такими условиями решетка сворачивается в тор и условия на границе решетки размером $L \times L$ следующие:

$$\begin{aligned} E_{1,j} \geq E_c &\rightarrow E_{L,j} \rightarrow E_{L,j} + \alpha E_{1,j}; \\ E_{L,j} \geq E_c &\rightarrow E_{1,j} \rightarrow E_{1,j} + \alpha E_{L,j}; \\ E_{i,1} \geq E_c &\rightarrow E_{i,L} \rightarrow E_{i,L} + \alpha E_{i,1}; \\ E_{i,L} \geq E_c &\rightarrow E_{i,1} \rightarrow E_{i,1} + \alpha E_{i,L}. \end{aligned}$$

Расчеты показали, что для модели с периодическими условиями при значениях $\alpha < 1/4$ самоорганизованное состояние и, соответственно, степенное распределение величин сбросов не происходит. Сброс отдельного элемента почти никогда не сопровождается нарушением стабильности соседних ячеек и не происходит лавинообразного увеличения пространственного масштаба кластеров [18].

На рис. 2 показаны устойчивые распределения размеров сброса S для модели OFC с открытыми условиями на границе. Полученные соотношения показывают, что в одномерном случае устойчивое степенное распределение отсутствует.

Распределение числа сбросов на решетке. Для одномерной OFC модели с открытыми граничными условиями оценим распределение подводимой энергии по элементам вдоль решетки.

Определим энергию i -го элемента как z_i^k ($i = 1, \dots, N$) после k приращений энергии во всех элементах решетки. В этом случае k – параметр условного времени эволюции системы, с условной единицей $\Delta T = E_c / \Delta E$.

Предполагая, что превышение энергии в элементах $\max(z_i / E_c) \ll 1$ z_i^k можно приближенно определить как:

$$\begin{cases} z_i^k = z_i^0 + \Delta E \cdot k - n_i^k E_c + \alpha E_c (n_{i-1}^k + n_{i+1}^k), & i = 2, \dots, N-1 \\ z_1^k = z_1^0 + \Delta E \cdot k - n_1^k E_c + \alpha E_c n_2^k \\ z_N^k = z_N^0 + \Delta E \cdot k - n_N^k E_c + \alpha E_c n_{N-1}^k \end{cases} \quad (4)$$

Здесь ΔE – приращение энергии на одном шаге итерации, n_i^k – число сбросов, произошедшем в i -ом элементе за k итераций, E_c – пороговое значение энергии, α – параметр связи соседних элементов.

Выражение (4) можно переписать в виде

$$\begin{cases} \left(n_{i+1}^k - 2n_i^k + n_{i-1}^k \right) - \frac{1-2\alpha}{\alpha} n_i^k = \frac{1}{\alpha E_c} (z_i^k - z_i^0 - \Delta E \cdot k), & i = 2, \dots, N-1 \\ \left(n_2^k - n_1^k \right) + \frac{\alpha-1}{\alpha} n_1^k = -\frac{\Delta E \cdot k}{\alpha E_c}, \\ \left(n_N^k - n_{N-1}^k \right) - \frac{\alpha-1}{\alpha} n_N^k = \frac{\Delta E \cdot k}{\alpha E_c}. \end{cases} \quad (5)$$

Для оценки распределения сбросов на решетке, перейдем от разностного представления к краевой задаче для непрерывной переменной $n(x)$, где x – координата элемента на одномерной решетке:

$$\begin{cases} n'' - \frac{1-2\alpha}{\alpha} n = B, \\ n'(0) - \frac{1-\alpha}{\alpha} n(0) = B, \\ n'(L) + \frac{1-\alpha}{\alpha} n(L) = -B. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь $B = -\frac{\Delta E \cdot k}{\alpha \cdot E_c}$. Такое приближение справедливо при числе итераций $k \gg 1$:

$$\Delta F \cdot k \gg \left| z_i^k - z_i^0 \right|.$$

В случае пространства решетки $d > 1$ уравнение (6) сводится к уравнению эллиптического типа (уравнению Гельмгольца) со смешанными граничными условиями. Аналитическое решение (9) представляет функцию:

$$n(x) = \frac{1}{1-2\alpha} \cdot \frac{\Delta E \cdot k}{E_c} \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \left(\sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \left(x - \frac{L}{2} \right) \right)}{\sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \cdot \operatorname{sh} \left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \right) + \frac{1-\alpha}{\alpha} \operatorname{ch} \left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \right)} \right). \quad (7)$$

На рис. 3 показано распределение числа сбросов вдоль сетки $n(x, \alpha)$ в соответствии с (7). Также на рис. 3 приведено распределение (сплошная линия), полученное прямым расчетом модели OFC.

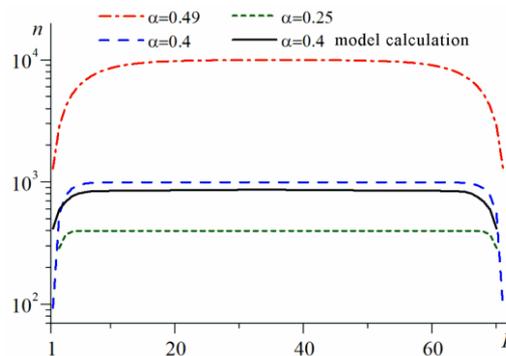


Рис. 3. Распределение числа сбросов в соответствии с (7) для различных значений параметра α . $L = 70$, $\Delta T = 200$ ($T = k \cdot \Delta E / E_c$)

Близость экспериментальной кривой и теоретической указывают на адекватность предложенной схемы оценки (7). Рост числа сбросов с увеличением параметра связи α связан с уменьшением диссипации энергии при увеличении α : $\Delta E = E_c (1 - 2\alpha)$. Это приводит к увеличению частоты сбросов как основного механизма компенсации поступающей в систему энергии в стационарном режиме.

Полученное небольшое расхождение теоретической и рассчитанной в модели кривых при одном и том же параметре $\alpha=0.4$ указывает на приближенный характер теоретической оценки, обусловленный сделанным допущением равенства сбрасываемой энергии величине E_c . В реальном процессе формирования лавины путем последовательности сбросов в соседних элементах, происходит рост величины превышающей энергии относительно порогового значения E_c и соответственно большая величина диссипации энергии при сбросе. Это приводит к меньшему числу необходимых сбросов.

Условно данный механизм показан на рис. 4 для сформированного кластера с близкими значениями энергии в элементах. Здесь и в дальнейшем под кластером понимается совокупность соседних элементов решетки, одновременно сбрасываемых при лавинообразном процессе и имеющих близкие значения энергии. Для удобства представления показан случай, когда все элементы достигли порогового значения и сбросы начинаются слева направо.

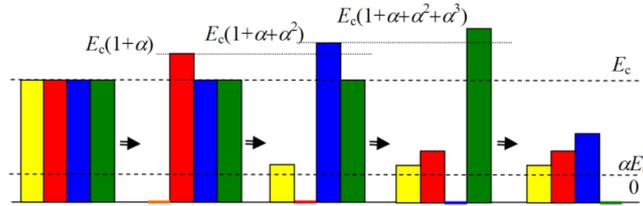


Рис. 4. Схема распространения сбросов в модели OFC

На рис. 4 показан механизм распространения лавины сбросов при котором с ростом номера сброса увеличивается энергия диссипации. Следовательно, величина сброшенной удельной энергии, приходящаяся на один элемент $\Delta\varepsilon$, зависит от размера лавины. То есть, лавина размером S является более эффективным средством сброса энергии ΔE , чем набор лавин суммарно того же размера:

$$S = \sum_{i=1}^m s_i \Rightarrow \Delta E_S > \sum_{i=1}^m \Delta E_{s_i}.$$

Условие $z_i \geq E_c \rightarrow \begin{cases} z_i \rightarrow 0 \\ z_{z\pm 1} \rightarrow z_{i\pm 1} + \alpha z_i \end{cases}$ в формулировке эволюции OFC модели носит принципиальный характер. При задании условия сброса в виде

$z_i \geq F_c \rightarrow \begin{cases} z_i \rightarrow 0 \\ z_{z\pm 1} \rightarrow z_{i\pm 1} + F_c \end{cases}$ в диссипативной модели степенное распределение

размеров лавин отсутствует и модель не обладает свойством SOC. Состояние SOC в этом случае достигается в пределе $\alpha \rightarrow 0.5$, когда модель переходит в модель BTW.

Также следует отметить, что в модели OFC при значениях α , приближающихся к критической величине $\alpha=0.5$ возможно возникновение повторных сбросов в ходе развития лавин большого размера. Этот эффект возникает, когда в сброшенный элемент поступает приращение энергии от соседних сброшенных элементов, превышающее пороговое значение.

Устойчивость сформированных кластеров сбросов. Расчет OFC модели показывает, что система стремится к статистически устойчивому соотношению набора кластеров элементов по размеру с близкими значениями параметра z_i . Оценим устойчивость подобного кластера исходя из механизма связи между элементами.

Пусть кластер состоит из N элементов: $z_i, i=1, \dots, N$. Условием формирования лавины сбросов, является

$$E_c(1-\alpha) \leq z_i \leq E_c. \quad (8)$$

Передними верхними индексами определим состояния элемента в ходе сброса: 0 – начальное значение энергии до сброса, 1 – перед сбросом, 2 – после сброса.

Тогда для i -ого элемента величина энергии после сбросов ($i-1$) элементов с младшими индексами:

$$\begin{aligned} {}^1z_i &= {}^0z_i + \alpha \cdot {}^1z_{i-1} = {}^0z_i + \alpha \left({}^0z_{i-1} + \alpha \cdot {}^1z_{i-2} \right) = {}^0z_i + \alpha \cdot {}^0z_{i-1} + \alpha^2 \left({}^0z_{i-2} + \alpha \cdot {}^1z_{i-3} \right) = \\ &= {}^0z_i + \alpha \cdot {}^0z_{i-1} + \alpha^2 \cdot {}^0z_{i-2} + \dots + \alpha^{i-1} \cdot {}^0z_1 = \sum_{k=0}^{i-1} \alpha^k \cdot {}^0z_{i-k} \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогично:

$${}^2z_i = \alpha \cdot {}^1z_{i+1} = \alpha \left({}^0z_{i+1} + \alpha \cdot {}^1z_i \right) = {}^0z_{i+1} + \alpha^2 \sum_{k=0}^{i-1} \alpha^k \cdot {}^0z_{i-k}. \quad (10)$$

Из (9) следует, что приращения энергии в элементе после сброса кластера

$$\Delta z_i = {}^1z_i - {}^0z_i = \sum_{k=1}^{i-1} \alpha^k \cdot {}^0z_{i-k}$$

при лавинном процессе растет по мере развития лавины. Исходя из условия (8), для приращения энергии в больших кластерах $N \gg 1, i \gg 1$ справедливы оценки:

$$\alpha E_c \leq \Delta z_i \leq \frac{\alpha}{1-\alpha} E_c, \quad (11)$$

$$\alpha E_c \leq {}^2z_i \leq \frac{\alpha}{1-\alpha} E_c. \quad (12)$$

Из (11), (12) следует, что невозможно возникновение повторного сброса в узле кластера для диссипативной $1d$ модели ($0 < \alpha < 0.5$) при расчете сбросов в одном направлении. При этом в случае расчета сбросов одновременно с двух направлений - от элемента 1 к элементу 2 и т.д. и от элемента N к элементу $N-1$ такая возможность существует.

Для анализа устойчивости кластера, рассмотрим, как изменяется разность энергий в двух произвольных элементах после сбросов. Из (12) следует:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \left| {}^0z_i - {}^0z_j \right| \leq E_c(1-\alpha), \\ 0 &\leq \left| {}^2z_i - {}^2z_j \right| \leq \frac{\alpha}{1-\alpha} E_c - \alpha E_c = \alpha^2 E_c. \end{aligned}$$

Для значений $0 < \alpha < 0.5$ всегда справедливо: $\alpha^2 < 1-\alpha$. Это означает, что диапазон разброса энергий в элементах кластера после сброса уменьшился по сравнению с диапазоном до сброса. Следовательно, значения энергии внутри кластера при последовательных лавинных сбросах стягиваются к одной величине и кластер демонстрирует устойчивость.

В заключении отметим, что после лавинного сброса энергии в кластере, наибольшей энергией обладают последние сбрасываемые элементы. В ходе последующего роста энергии именно они достигнут первыми порогового значения E_c .

Поэтому процесс лавинного сброса будет происходить в обратном направлении по сравнению с рассмотренным выше. Это также приводит к выравниванию энергий в элементах кластера.

Механизм формирования кластера. Рост размера лавины обусловлен захватом граничными элементами кластера соседних элементов. При этом происходит выравнивание значения энергии захваченного элемента с значениями энергии в элементах кластера с дальнейшей синхронизацией сбросов.

Условием синхронного сброса ($N+1$) элемента, граничащего со сброшенным элементом N кластера, является: ${}^0z_{N+1} + \alpha \cdot {}^1z_N \geq E_c$.

И с учетом (8):

$$F_c > {}^0z_{N+1} \geq F_c - \alpha \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \alpha^k \cdot {}^0z_{N-k}. \quad (13)$$

Определим порог захвата элемента E_Z как величину минимальной энергии состояния элемента ${}^0z_{N+1}$, достаточной для захвата соседним кластером.

Для больших кластеров ($N \gg 1$) порог захвата z_{N+1} находится в диапазоне:

$$E_Z \geq E_c - \alpha \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \alpha^k \cdot {}^0z_{N-k} \geq E_c \left(1 - \frac{\alpha}{1-\alpha}\right) = E_c \frac{1-2\alpha}{1-\alpha},$$

$$E_Z \leq E_c (1-\alpha).$$

На рис. 5 представлен диапазон изменения порога захвата при различных параметрах связи α :

$$E_c (1-\alpha) \leq E_Z \leq E_c \frac{(1-2\alpha)}{(1-\alpha)}. \quad (14)$$

Полученные зависимости определяют увеличение скорости роста кластеров с ростом параметра α .

Из (14) следует, что для больших кластеров при значениях параметра связи α , близких к консервативному пределу $\alpha=0.5$, вероятность захвата может приближаться к 1 при любых значениях ${}^0z_{N+1}$ ($0 \leq {}^0z_{N+1} < F_c$).

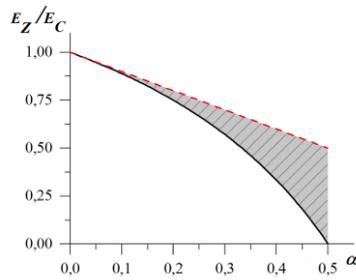


Рис. 5. Диапазон уровня захвата ячейки кластером (заштрихованная область)

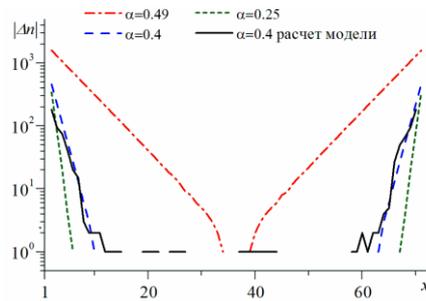


Рис. 6. Скорость изменения числа сбросов исходя из (4) и в расчетной модели при различных значениях параметра α . $L=70$, $T=200$ ($T = k \cdot \Delta E/E_c$).

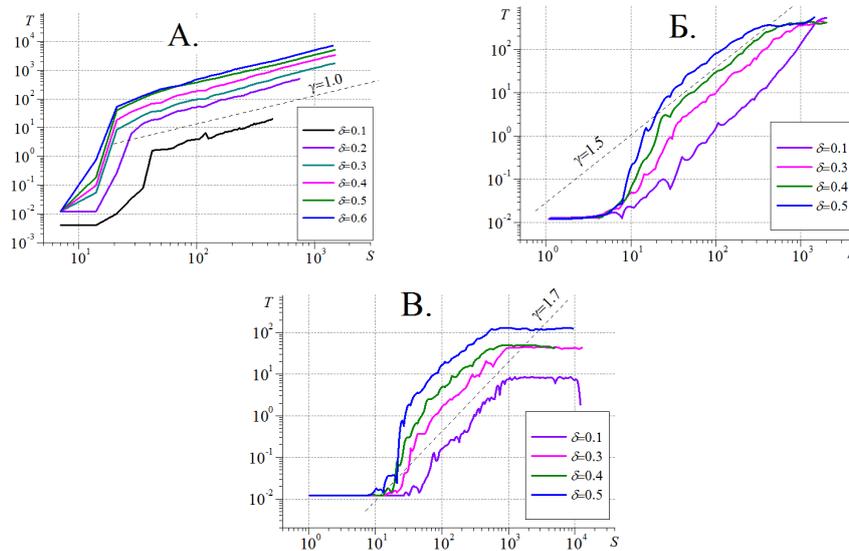


Рис. 7 Зависимость времени возникновения кластера от размера при различных параметрах диссипации δ . А.-1d, Б.-2d, В.-3d

При малых N и α захват определяется вероятностью нахождения z_{N+1} в диапазоне (13). В случае если ${}^0z_{N+1}$ меньше порога захвата, то сброса данного узла и его захвата не происходит. При данном механизме роста кластера и равенстве приращений энергий ΔE на каждом шаге итераций при следующем лавинном сбросе, узел кластера ${}^0z_{N+1}$ остается вне области захвата.

Рассмотрим другой механизм захвата. Как было выше показано, приращение энергии и соответственно число сбросов при открытом типе граничных условий изменяется вдоль решетки (рис. 3). Уменьшение скорости изменения приращения энергии от граничных элементов к центральным имеет экспоненциальный характер. На рис. 6 представлены зависимости изменения числа сбросов для узлов одномерной сетки.

Значительные различия скорости приращения энергии для соседних элементов характерны для приграничных областей. Эта закономерность повышает вероятность возникновения в соседних элементах приграничных областей на следующих шагах итераций относительных значений энергий, достаточных для синхронизации сбросов, формирования кластера и его дальнейшего роста. В качестве иллюстрации, на рис. 1,а показана начальная стадия эволюция модели OFC в $2d$ пространстве с формированием кластеров в приграничных областях решетки.

Следует отметить, что длина граничной области с данным механизмом захвата слабо зависит от размера сетки L . Рассмотрим соотношение (7). Учтем, что для

$L \geq 30$ и $0.1 \leq \alpha \leq 0.45$ справедливо: $\frac{L}{2} \sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \gg 1$. Тогда:

$$\text{sh}\left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}}\right) \approx \text{ch}\left(\frac{L}{2} \sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}}\right).$$

И с учетом разложения гиперболического косинуса разности:

$$n(x) \approx \frac{T}{1-2\alpha} \cdot \left(1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}}x\right) - \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}}x\right)}{\sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} + \frac{1-\alpha}{\alpha}} \right) = \frac{T}{1-2\alpha} \cdot \left(1 - \frac{e^{-\sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}}x}}{\sqrt{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} + \frac{1-\alpha}{\alpha}} \right), \quad (15)$$

где $T = k \cdot \Delta E / E_c$.

В (15) отсутствует зависимость то размера сетки L . При этом длина граничной области зависит только от параметра связи α , увеличиваясь с ростом α .

Переходного режима к устойчивому состоянию в OFC модели на сетках различной размерности. Для анализа поведения OFC модели при формировании картины устойчивого степенного распределения рассмотрим развитие кластеров лавин на решетках различной размерности. Имеющиеся данные [1, 2] указывают, что $2d$ и $3d$ модели демонстрируют степенную функцию плотности распределения размеров сбросов с показателем, близким к 2. При этом в $1d$ модели предельное степенное распределение отсутствует [20]. Предельное поведение в этом случае формируется либо как синхронный сброс всех узлов сетки либо как наличие нескольких сегментов сбрасываемых в различное время.

На рис. 7 представлены зависимости времени достижения сброса от его размера для размерности сетки $1d, 2d, 3d$. Представленные на рис. 7,А, кривые роста размера сброса со временем указывают на существование начального участка роста с резким ростом размеров сбросов и дальнейший рост $T \propto S^\gamma$ с показателем степени $\gamma \approx 1$. Такой линейный рост получен для $1d$ модели с различными значениями параметра диссипации $\delta = 1 - 2\alpha$.

Величина параметра связи α определяет скорость линейного роста размера сброса во времени $s'(\alpha)$. Исходя из результатов предыдущего раздела, вероятность захвата узла (11) при $N \gg 1$ имеет зависимость $s'(\alpha) \sim \frac{\alpha}{1-\alpha}$. На рис. 8 показаны данная

зависимость и расчетные значения модели $\frac{\Delta s}{\Delta T}(\alpha)$. Удовлетворительное согласие теоретической и модельной кривых может служить подтверждением адекватности предложенного механизма развития размера сброса в OFC модели.

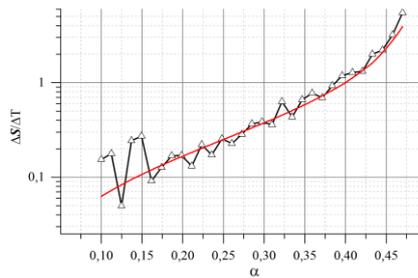


Рис. 8. Зависимость скорости роста размера сброса от параметра связи α .

Как следует из зависимостей на рис. 6, 7 диапазон области начальных амплитуд с резким ростом размера сбросов коррелирует с диапазоном граничных областей с большим значением изменчивости поступающей энергии в элементы. Это указывает на то, что основным механизмом роста сбросов является захват соседних узлов в сбросе, обусловленный высокой скоростью изменения взаимных энергий соседних ячеек.

В отличие от $1d$ модели, в случае $2d$ и $3d$ пространственной решетки узлов, рост времени достижения кластера заданного размера имеет степенную зависимость с $\gamma > 1$ (рис. 7,Б,В). При этом показатель γ слабо зависит от параметра связи $\alpha = \frac{1-\delta}{2d}$. Это указывает на иной механизм формирования кластеров. Будем предполагать, что подобно $1d$ модели, вероятность захвата граничным узлом кластера соседнего узла вне кластера определяется величиной (11), зависящей от α .

С ростом α вероятность $P(\alpha)$, а следовательно и скорость роста кластера также увеличивается. В $1d$ модели граничных ячеек две. Скорость роста кластера является постоянной величиной при фиксированном α :

$$\frac{dT}{dS_1} = c(\alpha).$$

В случае же моделей больших размерностей число граничных узлов кластера зависит от размера кластера и размерности пространства. Рассмотрим простейший механизм роста кластера исходя из условия, что один граничный узел кластера может захватить один внешний узел с вероятностью $P(\alpha)$. Число граничных узлов и размер кластера можно определить как

$$\begin{aligned} N_b &= \lambda \cdot L^{d-1}, \\ S_d &= \chi \cdot L^d. \end{aligned}$$

где λ, χ – параметры формы кластера, L – линейный размер кластера. Тогда:

$$\frac{dT}{dS_d} = N_b \cdot \frac{dT}{dS_1} = c(\alpha) \cdot \lambda L^{d-1} = c(\alpha) \cdot \lambda \left(\frac{S_d}{\chi} \right)^{\frac{d-1}{d}}. \quad (16)$$

Проинтегрировав (16):

$$T = \frac{d}{2d-1} \frac{c(\alpha) \cdot \lambda}{\chi^{\frac{d-1}{d}}} S_d^{2-\frac{1}{d}}. \quad (17)$$

Соотношение (17) дает линейную связь $T \sim S^1$ при $d=1$, $T \sim S^{\frac{3}{2}}$ при $d=2$ и $T \sim S^{\frac{5}{3}}$ при $d=3$. Как показано на рис. 7 степенные показатели модельных зависимостей оказываются близкими к зависимости (17).

Как следует из полученных соотношений, в переходном режиме рост пространственной корреляции и, соответственно, время появления кластера заданного размера имеет степенной характер (рис. 7) и не зависит от значения α при заданной размерности пространства d . Это подтверждает вывод, сделанный в [19]. Результат о наличии такой зависимости, указанный в [3], может иметь место, когда $T(S)$ получено в стационарном предельном состоянии. В этом случае зависимость показателя степени $b(\alpha)$ в распределениях сбросов по размеру определяет разную частоту появления сбросов заданного размера и соответственно меняет показатель степени в $T(S)$.

В качестве иллюстрации чувствительности показателя степенной зависимости $T(S)$, на рис. 9 показаны расчетные кривые потока сейсмических событий, соответствующие разным режимам. Фононый режим соответствует стационарному состоянию и переходной режим афтершоковой последовательности после сильного землетрясения магнитудой $m = 5,9$.

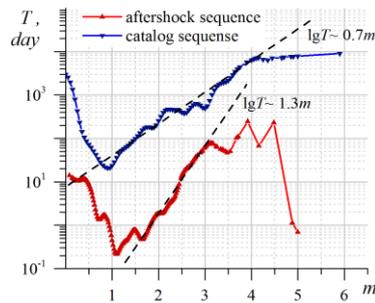


Рис. 9. Зависимость времени возникновения землетрясения от величины магнитуды по данным каталога USGS NCSN (1980-2010) в эпицентральной области Паркфилдского землетрясения 2004 года

Начало степенного роста кривой, соответствует величине представительности каталога $m_{\min} \approx 1$ и характеризует качество каталога. (Надежная регистрация землетрясений с магнитудой $m \geq m_{\min}$) Приведенные оценки показателей $\eta \approx 0,7$ и $\eta \approx 1,3$ для фоновой и афтершоковой сейсмичности соответствуют значению показателя степени b в степенной зависимости распределения магнитуд землетрясений по приведенным данным [21].

Заключение. Целью данной работы был анализ механизмов роста кластеров сбросов, приводящего на решетке конечных размеров к состоянию, близкому к критическому, со степенным распределением по размерам кластеров, подобных наблюдаемым в сейсмическом процессе. В то же время вопрос о применимости модели для описания процессов в реальной геофизической среде остается открытым. Решетка элементов модели представляет собой однородную систему, а организация геологической среды имеет блочную иерархическую структуру, разделенную разломами и разномасштабными неоднородностями. При этом наблюдаемая сейсмичность приурочена к межплитовым пограничным областям. И в этом смысле, она может отражать фрактальную структуру распределения неоднородностей земной коры а не результат нелинейного взаимодействия отдельных блоков, как это представлено в модели. Землетрясение может свидетельствовать о формировании новой неоднородности в свойствах среды. Модель после сбросов не меняет свойств в области сброса. Более того, поведение модели чрезвычайно чувствительно даже к малым шумовым возмущениям пороговой энергии E_c , или параметру взаимодействия с соседними ячейками α [22]. Даже небольшие возмущения в этом случае приводят к разрушению степенного распределения.

В то же время можно выделить фундаментальное свойство модели, отражающее реальный процесс. Нелинейное взаимодействие отдельных блоковых структур литосферы проявляется себя в накоплении упругой энергии до критического уровня, определяемого прочностными характеристиками с последующим сбросом с перераспределением напряжений в соседние области и возможное достижение при этом ими критического значения прочности. Имеющиеся данные лабораторных экспериментов по разрушению образцов горных пород [22] показывают, что образовавшаяся макротрещина представляет собой последовательность микротрещин твердого тела с чередованием сдвиговых и нормальных трещин. В этом смысле диссипативная OFC модель представляет собой базовую модель для построения более сложных моделей сейсмичности в реальной геологической среде. В основе таких моделей лежит принцип нелинейного взаимодействия отдельных структурных элементов.

Основные результаты работы сформулированы ниже.

1. Анализ связи элементов в одномерной модели OFC с открытыми граничными условиями позволяет оценить изменчивость поступающей энергии к элементам решетки расположенными на разном расстоянии от границ. Построенная расчетная модель позволяет оценить размер граничных областей высокой изменчивости средней поступающей энергии при различных значениях параметра связи α . Показано, что с ростом α граница область неоднородности расширяется.

2. Наличие пограничных областей с высоким градиентом скорости вводимой энергии определяет основной механизм образования кластеров элементов решетки и демонстрирующий синхронный сброс накопленной энергии. Такая синхронизация достигается за счет высокой взаимной изменчивости энергии на каждом шаге итерации. Этот процесс увеличивает вероятность одновременного сброса нескольких соседних элементов. Это происходит, когда энергия соседнего элемента достигает порога сброса из-за сброса соседнего элемента. Показано, что этот механизм кластерного образования характерен для начальной стадии организации системы и протекает в пограничных областях.

3. Второй важный механизм роста кластеров характерен для формирующихся кластеров, размер которых превышает размер приграничной области высокой неоднородности притока энергии. По мере роста размера кластера область захвата соседних элементов, не входящих в кластер, расширяется. Соответственно вероятность того, что энергия соседнего элемента находится в зоне захвата, увеличивается. Это означает, что после сброса соседних элементов кластера этот элемент также будет сброшен и станет новым граничным элементом кластера. Показано, что с увеличением параметра α область захвата расширяется. Это приводит к увеличению скорости роста кластера и, соответственно, более быстрое достижение предельного состояния SOC. В пределе $\alpha \rightarrow 1/2$ область захвата стремится ко всему диапазону возможных энергетических состояний элемента $z_i \in [0, E_c)$.

4. Исследование показывает устойчивость кластера в процессе многократных сбросов. В соответствии с оценками, во время сброса кластера среднее значение разброса энергий элементов кластера уменьшается. При этом повышается однородность энергии внутри кластера. Это можно рассматривать как показатель стабильности состояния СОК.

5. Расчеты показывают, что среднее время достижения заданного размера кластера на решетка при разных размерностях пространства d и при разных параметрах связи α подтверждает наличие двух временных интервалов с разным механизмом образования кластеров. В таком случае, рост больших кластеров носит степенной характер с показателем степени, определяемым размерностью пространства d :

$$N(t) = N_0(\alpha) \cdot t^{\eta(d)}.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Olami Z., Feder H.S., and Christensen K. Self-Organized Criticality in a Continuous, Nonconservative Cellular Automaton Modeling Earthquakes // Phys. Rev. Lett. – 1992. – Vol. 68, No. 8. – P. 1244-1247.
2. Lise S. and Paczuski M. Scaling in a Nonconservative Earthquake Model of Self-Organized Criticality // Phys. Rev. E. – 2001. – Vol. 64, No. 4, 046111. – 5 p.
3. Drossel B. Complex Scaling Behavior of Nonconserved Self-Organized Critical Systems // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89, No. 23, 238701. – 4 p.
4. Burridge R. and Knopoff L. Model and Theoretical Seismicity // Bull. Seism. Soc. Am. – 1967. – Vol. 57, No. 3. – P. 341-371.

5. *Bullen K.E.* On Strain Energy in the Earth's Upper Mantle // *Trans. Am. Geophys. Union.* – 1953. – Vol. 34, No. 1. – P. 107-109.
6. *Kostrov B.V. and Das S.* Principles of Earthquake Source Mechanics. – New York: Cambridge Univ.Press, 1989.
7. *McGarr A.*, On Relating Apparent Stress to the Stress Causing Earthquake Fault Sleep // *J. Geophys.Res. Solid Earth.* – 1999. – Vol. 104, No. B2. – P. 3003-3011.
8. *Fisher M.E.* The Theory of Equilibrium Critical Phenomena // *Rep. Progr. Phys.* – 1967. – Vol. 30, No. 2. – P. 615-730.
9. *Kosobokov V.G. and Mazhkenov S.A.* On Similarity in the Spatial Distribution of Seismicity, Computational Seismology and Geodynamics: Vol. 1. D.K. Chowdhury, N.N. Biswas, A.T. Hsui, et al. (Eds.). – Washington: Am. Geophys. Union, 1994. – P. 6-15.
10. *Lomnitz-Adler J.* Automaton Models of Seismic Fracture: Constraints Imposed by the Magnitude-Frequency Relation // *J. Geophys. Res.* – 1999. – Vol. 98, No. B10. – P. 17745-17756.
11. *Черепанцев А.С.* Эффект частотной фильтрации в оценке параметров динамической системы // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика.* – 2012. – Т. 20, № 6. – С. 48-55.
12. *Bramwell S.T., Christensen K., Fortin J.-Y., Holdsworth P.C., Jensen H.J., Lise S., Lopez J.M., Nicodemi M., Pinton J.-F., and Sellitto M.* Universal Fluctuations in Correlated Systems // *Phys. Rev. Lett.* – 2000. – Vol. 84, No. 17. – P. 3744-3747.
13. *Bak P.*, How Nature Works: The Science of Self-Organised Criticality. – New York: Springer, 1996.
14. *Binney J., Dowrick N., Fisher A., and Newman M.* The Theory of Critical Phenomena: An Introduction to the Renormalization Group. – Oxford: Clarendon, 1992.
15. *Bak P. and Tang C.* Earthquakes As a Phenomenon of Self-Organised Criticality // *J. Geophys. Res.* – 1989. – Vol. 94, No. B11. – P. 15635-156637.
16. *Wissel F. and Drossel B.* Transient and Stationary Behavior of the Olami – Feder –Christensen Model // *Phys. Rev. E.* – 2006. – Vol. 74, No. 6, 066109. – 9 p.
17. *Grassberger P.* Efficient Large-Scale Simulations of a Uniformly Driven System // *Phys. Rev. E.* – 1994. – Vol. 49, No. 3. – P. 2436-2444.
18. *Middleton A.A. and Tang Ch.* Self-Organized Criticality in Nonconserved Systems // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – Vol. 74, No. 5. – P. 742-745.
19. *Lise S.*, Self-Organisation to Criticality in a System without Conservation Law // *J. Phys. A.* – 2002. – Vol. 35, No. 22. – P. 4641-4649.
20. *Wissel F. and Drossel B.* The Olami – Feder –Christensen Earthquake Model in One Dimension // *New J. Phys.* – 2005. – Vol. 7, No. 1, Art. 5. – 19 p.
21. *Черепанцев А.С.* Временные вариации параметров динамических систем геодформационных процессов // *Физика Земли.* – 2018. – № 4S. – С. 20-38.
22. *Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г.* Механика деформирования и разрушения горных пород, – М.: Недра, 1992. – 224 с.

REFERENCES

1. *Olami Z., Feder H.S., and Christensen K.* Self-Organized Criticality in a Continuous, Nonconservative Cellular Automaton Modeling Earthquakes, *Phys. Rev. Lett.*, 1992, Vol. 68, No. 8, pp. 1244-1247.
2. *Lise S. and Paczusi M.* Scaling in a Nonconservative Earthquake Model of Self-Organized Criticality, *Phys. Rev. E.*, 2001, Vol. 64, No. 4, 046111, 5 p.
3. *Drossel B.* Complex Scaling Behavior of Nonconserved Self-Organized Critical Systems, *Phys. Rev. Lett.*, 2002, Vol. 89, No. 23, 238701, 4 p.
4. *Burridge R. and Knopoff L.* Model and Theoretical Seismicity, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1967, Vol. 57, No. 3, pp. 341-371.
5. *Bullen K.E.* On Strain Energy in the Earth's Upper Mantle, *Trans. Am. Geophys. Union.*, 1953. – Vol. 34, No. 1, pp. 107-109.
6. *Kostrov B.V. and Das S.* Principles of Earthquake Source Mechanics. New York: Cambridge Univ.Press, 1989.
7. *McGarr A.*, On Relating Apparent Stress to the Stress Causing Earthquake Fault Sleep, *J. Geophys.Res. Solid Earth.*, 1999, Vol. 104, No. B2, pp. 3003-3011.

8. *Fisher M.E.* The Theory of Equilibrium Critical Phenomena, *Rep. Progr. Phys.*, 1967, Vol. 30, No. 2, pp. 615-730.
9. *Kosobokov V.G. and Mazhkenov S.A.* On Similarity in the Spatial Distribution of Seismicity, *Computational Seismology and Geodynamics: Vol. 1.* D.K. Chowdhury, N.N. Biswas, A.T. Hsui, et al. (Eds.). Washington: Am. Geophys. Union, 1994, pp. 6-15.
10. *Lomnitz-Adler J.* Automaton Models of Seismic Fracture: Constraints Imposed by the Magnitude-Frequency Relation, *J. Geophys. Res.*, 1999, Vol. 98, No. B10, pp. 17745-17756.
11. *Cherepantsev A.S.* Effekt chastotnoy fil'tratsii v otsenke parametrov dinamicheskoy sistemy [The effect of frequency filtering in the evaluation of dynamic system parameters], *Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelineynaya dinamika [Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics]*, 2012, Vol. 20, No. 6, pp. 48-55.
12. *Bramwell S.T., Christensen K., Fortin J.-Y., Holdsworth P.C., Jensen H.J., Lise S., Lopez J.M., Nicodemi M., Pinton J.-F., and Sellitto M.* Universal Fluctuations in Correlated Systems, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, Vol. 84, No. 17, pp. 3744-3747.
13. *Bak P.*, How Nature Works: The Science of Self-Organised Criticality. New York: Springer, 1996.
14. *Binney J., Dowrick N., Fisher A., and Newman M.* The Theory of Critical Phenomena: An Introduction to the Renormalization Group. Oxford: Clarendon, 1992.
15. *Bak P. and Tang C.* Earthquakes As a Phenomenon of Self-Organised Criticality, *J. Geophys. Res.*, 1989 Vol. 94, No. B11, pp. 15635-156637.
16. *Wissel F. and Drossel B.* Transient and Stationary Behavior of the Olami – Feder –Christensen Model, *Phys. Rev. E.*, 2006, Vol. 74, No. 6, 066109, 9 p.
17. *Grassberger P.* Efficient Large-Scale Simulations of a Uniformly Driven System, *Phys. Rev. E*, 1994, Vol. 49, No. 3, pp. 2436-2444.
18. *Middleton A.A. and Tang Ch.* Self-Organized Criticality in Nonconserved Systems, *Phys. Rev. Lett.*, 1995, Vol. 74, No. 5, pp. 742-745.
19. *Lise S.*, Self-Organisation to Criticality in a System without Conservation Law, *J. Phys. A*, 2002, Vol. 35, No. 22, pp. 4641-4649.
20. *Wissel F. and Drossel B.* The Olami – Feder –Christensen Earthquake Model in One Dimension, *New J. Phys.*, 2005, Vol. 7, No. 1, Art. 5, 19 p.
21. *Cherepantsev A.S.* Vremennyye variatsii parametrov dinamicheskikh sistem geodeformatsionnykh protsessov [Time variations of parameters of dynamic systems of geodeformation processes], *Fizika Zemli [Physics of the Earth]*, 2018, No. 4S, pp. 20-38.
22. *Stavrogin A.N., Protosenya A.G.* Mekhanika deformirovaniya i razrusheniya gornyykh porod [Mechanics of deformation and destruction of rocks]. Moscow: Nedra, 1992, 224 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Г.В. Куповых.

Черепанцев Александр Сергеевич – Южный федеральный университет; e-mail: acherepantsev@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел. 88634371663, к.ф.-м.н.; доцент.

Cherepantsev Alexandr Sergeevich – Southern Federal University; e-mail: acherepantsev@sfedu.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371663; cand. of phys. and math. sc.; associate professor.