

А.В. Боженюк, О.В. Косенко, М.В. Князева

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ С НЕЧЕТКИМИ ПАРАМЕТРАМИ\*

*Рассматривается задача оперативного планирования одно-предметного производства. Организация машиностроительного производства представляет собой сложный комплекс работ по определению многочисленных взаимосвязанных показателей, характеризующих деятельность предприятия. При этом предприятия такого типа имеют сложную иерархическую структуру. Также необходимо учитывать, что при планировании производственного процесса количество параметров велико и не все они могут быть точно определены, что отражается на эффективности деятельности предприятия. С целью решения задачи эффективного планирования были проанализированы критерии оптимальности для серийного одно предметного производства. К одно-предметному производству относятся те, где проходят обработку детали одного наименования, то есть формируется поточная производственная линия. Следовательно, задача оптимизации производства состоит в том, чтобы распределить всю совокупность работ между станками и операторами, обслуживающими данный станок таким образом, чтобы плановое задание было выполнено в течение заданного времени и совокупные затраты на выполнение задания были минимальными. В статье рассмотрена задача назначения в условиях неопределенности, проведены экспериментальные расчеты и проведен анализ полученных результатов, обосновывающий применение предложенного аппарата нечетких множеств для решения задачи производственного планирования. Сделаны выводы, что в условиях неопределенности, когда нет точной или статистической информации, аппарат нечетких множеств позволяет провести анализ эффективности производственной деятельности при задании параметров, отражающих возможные значения системы. В таких случаях применение механизмов нечеткой логики в задачах принятия производственных решений позволит определить оптимальные или близкие к оптимальным решения.*

*Производственная задача; задача назначения; оптимизация; нечеткие параметры; максиминная свертка; нечеткое отношение.*

A.V. Bozhenyuk, O.V. Kosenko, M.V. Knyazeva

### OPTOMIZATION OF PROJECT SCHEDULING UNDER UNCERTAIN PARAMETERS

*This article considers the problem of operational planning of one-subject production. The organization of machine-building production is a complex set of works to determine the inter-related indicators that characterize the activities of the enterprise. Enterprises of this type have a complex hierarchical structure. It is also necessary to take into account that when planning the production process, the number of parameters is large and not all of them can be accurately determined, which affects the efficiency of the enterprise. To solve the problem of effective planning, the optimality criteria for serial one-subject production were analyzed. One-subject production includes those where parts of the same name are processed, that is, a production line is formed. Consequently, the task of optimizing production is to distribute the entire set of work between the machines and operators servicing this machine in such a way that the planned task is completed within a given time and the total cost of completing the task is minimal. The article considers the problem of assignment under uncertainty, carried out experimental calculations and analyzed the results obtained, which justifies the use of the proposed apparatus of fuzzy sets for solving the problem of production planning. It is concluded that under conditions of uncertainty, when there is no exact or statistical information, the apparatus of fuzzy sets makes it possible to analyze the*

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-01-00197.

*effectiveness of production activities when setting parameters that reflect the possible values of the system. In such cases, the use of fuzzy logic mechanisms in the problems of making production decisions will make it possible to determine optimal or close to optimal solutions.*

*Production problem; assignment task; optimization; fuzzy parameters; maximin convolution; fuzzy relation.*

**Введение.** Объективной закономерностью развития производственных систем является усложнение функций управления, планирования и организации производственного процесса. Планирование на современном промышленном предприятии представляет собой сложный комплекс работ по определению многочисленных взаимосвязанных показателей, характеризующих деятельность предприятия. Современное промышленное предприятие имеет сложную иерархическую структуру. Предприятие, как правило, состоит из нескольких цехов, организованных по различным принципам. Цех, в свою очередь, также разделен на определенные участки и рабочие места. Наличие разнородных по характеру функционирования подразделений в значительной мере усложняет управление предприятием в части непосредственного управляющего воздействия, которое является прерогативой оперативно-календарного управления.

Оперативно-календарное планирование как составная часть внутрипроизводственного планирования на промышленном предприятии представляет собой своеобразную область управленческой работы. Это обуславливается тем, что оперативное планирование относится к этапу планирования, непосредственно предшествующему исполнительской деятельности. Вторая особенность заключается в том, что в нем доминирующую роль играют вопросы развертывания плана выполнения работ во времени, то есть составления календарных планов-графиков. Планирование эффективного производства направлено прежде всего на сокращение затрат различного характера: затраты из-за простоев, затраты из-за выпуска бракованной продукции, затраты из-за лишних этапов обработки, затраты связанные с несоответствием квалификации работников своим трудовым обязанностям [1, 2]. В некоторых источниках [2–4] к производственным потерям относят как нереализованный творческий потенциал сотрудников, так и перегрузку рабочих, сотрудников или мощностей при работе с повышенной интенсивностью. Отмечается, что устранение потерь и оптимизация процессов производства должны осуществляться не от случая к случаю, а на постоянной основе [2, 5]. То есть принятие решений при оптимизации производства должно быть автоматизировано и основываться на соответствующих математических методах. Эксперты отмечают, что уменьшение времени переналадки оборудования и увеличение гибкости производства позволяют быстро создавать небольшие партии товара и конкурировать с масштабным производством аналогичных товаров [5–7]. При этом необходимо учитывать большое количество параметров, которые при планировании производственного процесса не могут быть точно определены и при этом влияют на эффективность деятельности предприятия [8, 9].

Во втором разделе этой статьи рассматривается задача планирования однопредметного производства, определяются критерии оценки параметров задачи с помощью операции свертки нечетких отношений. В третьем разделе рассмотрена практическая задача назначения (то есть закрепления операторов за определенными станками) в условиях неопределенности, проведены экспериментальные расчеты и проведен анализ полученных результатов, обосновывающий применение предложенного аппарата нечетких множеств для решения задачи назначения. В последнем разделе рассматриваются выводы и будущие направления.

**Определение задачи однопредметного производства в условиях неопределенности.** К одному из распространенных типов производственных подразделений относятся участки, где проходят обработку детали одного наименования [10]. Формирование однопредметного участка массового производства целесообразно в тех случаях, когда потребность в единицу времени деталей одного вида весьма высока и превышает производительность обрабатывающих их станков. Как правило, в этом случае формируется поточная линия обработки деталей. Поточный метод производства – одна из прогрессивных форм организации производственного процесса. Существенный фактор его эффективности заключается в низком объеме незавершенного производства. В наибольшей мере это проявляется в условиях синхронизированного потока, так как в этом случае не создается межоперационного задела, обусловленного разностью производительностей обработки деталей на смежных рабочих местах. Однако в производственной практике нередки случаи построения поточных линий с различными производительностями по различным деталям, т.е. проточных линий. Такой асинхронный поток нуждается в плане, указывающем особенности работы на каждом рабочем месте [10, 11]. При построении такого плана необходимо учитывать накопление и расходование межоперационного задела, возникающего вследствие разности производительности станков и квалификацию операторов, обслуживающих эти станки. Эти основные факторы формирования календарного плана работы проточной линии должны приниматься во внимание при анализе, разложении и численном решении моделей оперативно-календарного планирования однопредметного участка.

В общем случае задача оптимизации производства состоит в том, чтобы распределить всю совокупность работ между станками и операторами, обслуживающими данный станок таким образом, чтобы плановое задание было выполнено в течение заданного времени и совокупные затраты на выполнение задания были минимальными. Для задачи серийного однопредметного производства критерий оптимальности определяется, как и в общей задаче оптимизации производства – минимизация затрат при выполнении производственной задачи [7, 9].

Определим исходные данные. Пусть имеется однопредметный участок, где  $I$  – множество индексов видов деталей, так как мы рассматриваем однопредметный производственный участок, то данное множество определим как  $I=\{1\}$ . Для участков массового производства характерна обработка деталей узкоспециализированными станками, за которыми закрепляется единственная деталяоперация. Следовательно, множество  $A(k)$  будет задано множеством пар  $\{(i, u)\}$  -деталеопераций, выполняемых на  $k$ -ом станке. Для поставленной задачи однопредметного производства множество  $A(k)$  будет состоять из единственной пары  $\{(1, u)\}$ .

Входные параметры производственной задачи:

$a(k)$  – производительность  $k$ -го станка при выполнении  $u$ -й операции,

$T$  – плановый период производства детали.

Неизвестные параметры задачи:

$t(k, p)$  – длительность  $p$ -ой обработки детали на  $k$ -ом станке;

$x(k, p)$  – длительность перерыва после окончания  $p$ -ой обработки  $k$ -ым станком;

$X(k, p)$  – момент начала  $p$ -ой обработки  $k$ -ым станком;

$Y(k, p)$  – момент окончания  $p$ -ой обработки  $k$ -ым станком;

$y(m)$  – длительность простоя  $m$ -го оператора.

$\eta(k, p; m)$  – коэффициент передачи деталей от  $k$ -го станка к  $m$ -му оператору, то есть оценка возможности передачи деталей прошедших  $p$ -ю обработку на  $k$ -ом станке и отправляемая на следующую операцию для обработки  $m$ -му оператору.

В данной постановке необходимо определиться с двумя критериями: есть ли возможность выполнения надлежащего качества  $p$ -ой операции на  $k$ -ом станке с установленными допусками и есть ли возможность выполнения у  $m$ -го оператора данной детали операции на требуемом уровне.

Также необходимо отметить условия неотрицательности параметров задачи:  $t, x, y \geq 0$ .

Определяющим условием производственной задачи является условие выполнения программы в течение заданного календарного периода [11]:

$$x(k, 0) + \sum_p [t(k, p) + x(k, p)] = T(k) \leq T$$

$$\sum_{(k,p)} \sum_r t(k, p) + y(m) = T(m) \leq T.$$

В качестве критерия оптимальности определим функцию обеспечивающую минимум затрат (ресурсных, финансовых, временных) при назначении операторов для выполнения соответствующих детали операций на соответствующих станках:

$$F(t(k,p), x(k,p), y(m)) \rightarrow \min.$$

Вполне ясно, что выполняемые при выборе стратегии назначения операторов для выполнения конкретных задач для работы на определенном оборудовании существуют методы, которые широко освещены в литературе [11–14] и их применение не вызывает затруднений. Но ситуация коренным образом меняется если параметры, задающие состояние внешней среды и производственного процесса не могут быть оценены с надлежащей точностью и при этом необходимо одновременно решить как минимум три задачи: эффективное закрепление детали операций за определенными станками, закрепление операторов за деталями операциями и определение задачи оптимального назначения операторов для выполнения соответствующих детали операций на соответствующих станках. Даже при условии однопредметного производственного участка существует проблема нахождения оптимального решения при согласовании различных желаемых критериев. Так, например, у операторов, которые обслуживают тот или иной станок могут быть различные квалификации, различное время работы, различный процент бракованной продукции. Так и у станков могут быть различные критерии, которые влияют на создание плана работы предприятия. Все это влияет на итоговое значение затрат при производстве продукции. Так как критериев, необходимых для соблюдения много, то принять решение о выборе альтернативного решения обеспечивающего эффективность деятельности промышленного предприятия в условиях неопределенности достаточно сложно [15–17].

Рассмотрим решение задачи закрепления операторов за определенными станками с помощью методов нечеткой логики, а именно с помощью использования сверток нечетких отношений.

**Определение.** Нечетким отношением, заданным на множествах  $X_1, X_2, \dots, X_k$  называется некоторое фиксированное нечеткое подмножество декартова произведения этих множеств. То есть,  $Q = \{(x_1, x_2, \dots, x_k), \mu_Q(x_1, x_2, \dots, x_k)\}$ , где  $\mu_Q(x_1, x_2, \dots, x_k)$  - функция принадлежности нечеткого числа, которая определяется как отображение  $\mu_Q: X_1 \times X_2 \times \dots \times X_k \rightarrow [0,1]$  [18, 19].

Через  $\langle s_1, s_2, \dots, s_k \rangle$  обозначим кортеж из  $k$  элементов (по количеству станков),  $\langle y_1, y_2, \dots, y_m \rangle$  - (по количеству операторов),  $\langle u_1, u_2, \dots, u_c \rangle$  - кортеж из  $c$  элементов (по количеству характеристик необходимых для работы на станке), каждый их которых выбирается из своего универсума  $s_1 \in S_1, s_2 \in S_2, \dots, s_k \in S_k, u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, \dots, u_c \in U_c$ .

Для решения поставленной задачи определим композицию двух нечетких отношений, то есть определим максиминную свертку нечетких отношений, которая определится следующим образом [20, 21]:

$$\mu_{Q \otimes R}((x_1, x_k)) = \max \{ \min \{ \mu_Q((x_i, x_j)), \mu_R((x_j, x_k)) \} \}. \quad (1)$$

Существует альтернативная операция, позволяющая определить композицию нечетких множеств, так называемая (*max*-\*)-композиция нечетких отношений. При этом функция принадлежности определится следующим образом:

$$\mu_{Q * R}((x_1, x_k)) = \max \{ \mu_Q((x_i, x_j)) * \mu_R((x_j, x_k)) \}. \quad (2)$$

Операция максиминной свертки и (*max* -\*)-операция позволят получить информацию о степени соответствия оператора для работы на определенном станке.

Минимаксная операция над нечеткими отношениями определится следующим образом:

$$\mu_{Q \oplus R}((x_1, x_k)) = \min \{ \max \{ \mu_Q((x_i, x_j)), \mu_R((x_j, x_k)) \} \}. \quad (3)$$

Операция минимаксной свертки позволит получить информацию о нежелательности закрепления данного оператора для работы на данном станке.

**Практическое применение операции нечеткой свертки для решения производственной задачи.** Пусть  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}$  – множество станков,  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  – множество операторов,  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_c\}$  – множество параметров-характеристик, необходимых для работы на *i*-ом станке и/или присущих операторам. Пусть экспертным путем определены и представлены в табл. 1 и табл. 2 значения соответствующих функций принадлежности.

Таблица 1

**Задание функции принадлежности соответствия параметров-характеристик станкам**

	Параметр 1	Параметр 2	Параметр 3	Параметр 4	Параметр 5
Станок 1	0,8	0,4	0,9	0,6	0,9
Станок 2	0,3	0,2	1	0,3	1
Станок 3	0,7	0,6	0,3	0,5	0,8
Станок 4	0,4	0,8	0,5	0,7	0,7

Таблица 2

**Задание функций принадлежностей соответствия параметров-характеристик операторам**

	Оператор 1	Оператор 2	Оператор 3
Параметр 1	0,9	0,9	0,6
Параметр 2	0,8	0,6	0,4
Параметр 3	0,3	0,6	0,9
Параметр 4	0,8	0,6	0,7
Параметр 5	0,7	0,4	0,8

Применяя операцию максиминной свертки (1) получим следующие результаты функций принадлежности, по которым можно судить о целесообразности назначения Оператора 1 для работы на станках.

$$\mu_{S \otimes Y}(\langle s_1, y_1 \rangle) = \max \left\{ \begin{array}{l} \min\{\mu_S(\langle s_1, u_1 \rangle), \mu_Y(\langle u_1, y_1 \rangle)\} = 0,8 \\ \min\{\mu_S(\langle s_1, u_2 \rangle), \mu_Y(\langle u_2, y_1 \rangle)\} = 0,4 \\ \min\{\mu_S(\langle s_1, u_3 \rangle), \mu_Y(\langle u_3, y_1 \rangle)\} = 0,3 \\ \min\{\mu_S(\langle s_1, u_4 \rangle), \mu_Y(\langle u_4, y_1 \rangle)\} = 0,6 \\ \min\{\mu_S(\langle s_1, u_5 \rangle), \mu_Y(\langle u_5, y_1 \rangle)\} = 0,7 \end{array} \right\} = 0,8$$

$$\mu_{S \otimes Y}(\langle s_2, y_1 \rangle) = \max \left\{ \begin{array}{l} \min\{\mu_S(\langle s_2, u_1 \rangle), \mu_Y(\langle u_1, y_1 \rangle)\} = 0,3 \\ \min\{\mu_S(\langle s_2, u_2 \rangle), \mu_Y(\langle u_2, y_1 \rangle)\} = 0,2 \\ \min\{\mu_S(\langle s_2, u_3 \rangle), \mu_Y(\langle u_3, y_1 \rangle)\} = 0,3 \\ \min\{\mu_S(\langle s_2, u_4 \rangle), \mu_Y(\langle u_4, y_1 \rangle)\} = 0,3 \\ \min\{\mu_S(\langle s_2, u_5 \rangle), \mu_Y(\langle u_5, y_1 \rangle)\} = 0,7 \end{array} \right\} = 0,7$$

$$\mu_{S \otimes Y}(\langle s_3, y_1 \rangle) = \max \left\{ \begin{array}{l} \min\{\mu_S(\langle s_3, u_1 \rangle), \mu_Y(\langle u_1, y_1 \rangle)\} = 0,7 \\ \min\{\mu_S(\langle s_3, u_2 \rangle), \mu_Y(\langle u_2, y_1 \rangle)\} = 0,6 \\ \min\{\mu_S(\langle s_3, u_3 \rangle), \mu_Y(\langle u_3, y_1 \rangle)\} = 0,3 \\ \min\{\mu_S(\langle s_3, u_4 \rangle), \mu_Y(\langle u_4, y_1 \rangle)\} = 0,5 \\ \min\{\mu_S(\langle s_3, u_5 \rangle), \mu_Y(\langle u_5, y_1 \rangle)\} = 0,7 \end{array} \right\} = 0,7$$

$$\mu_{S \otimes Y}(\langle s_4, y_1 \rangle) = \max \left\{ \begin{array}{l} \min\{\mu_S(\langle s_4, u_1 \rangle), \mu_Y(\langle u_1, y_1 \rangle)\} = 0,4 \\ \min\{\mu_S(\langle s_4, u_2 \rangle), \mu_Y(\langle u_2, y_1 \rangle)\} = 0,8 \\ \min\{\mu_S(\langle s_4, u_3 \rangle), \mu_Y(\langle u_3, y_1 \rangle)\} = 0,3 \\ \min\{\mu_S(\langle s_4, u_4 \rangle), \mu_Y(\langle u_4, y_1 \rangle)\} = 0,5 \\ \min\{\mu_S(\langle s_4, u_5 \rangle), \mu_Y(\langle u_5, y_1 \rangle)\} = 0,7 \end{array} \right\} = 0,8$$

В табл. 3 приведены значения функций принадлежности свертки рассматриваемых нечетких отношений.

Таблица 3

**Значения функции принадлежности нечетких отношений**

	Оператор 1	Оператор 2	Оператор 3
Станок 1	0,8	0,8	0,7
Станок 2	0,7	0,6	0,7
Станок 3	0,7	0,7	0,8
Станок 4	0,8	0,6	0,7

Анализ табл. 3 показывает, что при планировании производственной деятельности целесообразно рекомендовать закрепления операторов для работы на определенных станках на основе максимальных значений функции принадлежности свертки рассматриваемых нечетких множеств.

В табл. 4 приведены результаты согласно операции над нечеткими отношениями ( $\max$ -\*) (2).

Таблица 4

	Оператор 1	Оператор 2	Оператор 3
Станок 1	0,72	0,63	0,81
Станок 2	0,7	0,6	0,9
Станок 3	0,63	0,63	0,64
Станок 4	0,64	0,56	0,49

Анализ результатов операции над нечеткими отношениями ( $\max^*$ ) позволяет сделать выводы на основе максимальных значений функции принадлежности свертки рассматриваемых нечетких отношений.

Следуя принципам прикладного системного анализа, используя различные модели свертки нечетких отношений, были получены схожие результаты. Данный факт может свидетельствовать о закономерности применения аппарата свертки нечетких множеств при решении задачи планирования производственных операций.

Для более детального анализа соответствия закрепления операторов для работы на конкретных станках применим минимаксная операция над нечеткими отношениями (3), которая позволит получить дополнительную информацию о нежелательности закрепления данного оператора для работы на данном станке. Результаты приведены в табл. 5.

Таблица 5

## Результаты вычисления свертки

	Оператор 1	Оператор 2	Оператор 3
Станок 1	0,8	0,6	0,4
Станок 2	0,8	0,6	0,4
Станок 3	0,3	0,6	0,5
Станок 4	0,5	0,6	0,6

Анализ табл. 5 позволяет принять решение, если значения функций принадлежности максиминной свертки и ( $\max^*$ )-свертки дают практически равные значения функций принадлежности. Так, например, функции принадлежности, определяющие закрепление за станками для Оператора 1 практически равны, но анализ операции минимаксной свертки свидетельствует о целесообразном закреплении Оператора 1 за Станком 3 или Станком 4.

**Заключение.** При принятии решений при планировании и организации производства в условиях неопределенности, когда нет устойчивой и достаточной статистической информации, именно аппарат нечетких множеств позволяет провести анализ эффективности производственной деятельности при задании параметров, отражающих возможные значения системы. В таких случаях применение механизмов нечеткой логики в задачах принятия производственных решений позволит определить оптимальное или близкое к оптимальному решение, в том числе и в задачах закрепления операторов за определенным промышленным оборудованием с учетом многокритериальности и большого числа входных нечетких параметров.

В качестве недостатков предложенного применения методов нечеткого анализа при решении производственных задач можно отметить определенный риск в субъективности при определении функций принадлежности при оценке того или иного критерия. Но данная задача может быть отрегулирована соответствующими методами оценки экспертной информации.

В качестве преимуществ данного подхода можно отметить, то, что он позволяет системно оценивать решение задачи, так как свертка позволяет учитывать несколько важных критериев при решении поставленной задачи, при этом качественные параметры могут быть переведены в количественные. Также стоит отметить, что данный подход позволит решить задачу производственного планирования при отсутствии статистических данных.

Поставленная задача была решена для однопредметного производственного планирования. В дальнейшем планируется рассмотреть задачу организации многопредметного производства, соответствующая математическая постановка которой позволит выявить определенные закономерности и специфику каждой из задач.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Lödning H.* Handbook of Manufacturing Control. Berlin, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2013, 303 p.
2. *Mayer J.H., Winter R., Mohr T.* Situational management support systems, *Business & Information Systems Engineering*, 2021, 4, pp. 331-345.
3. *Ivert L.K., Jonsson P.* The potential benefits of advanced planning and scheduling systems in sales and operations planning, *Indus. Manage. Data Syst.*, 2010, 110 (5), pp. 659-681.
4. *Grimson J.A., Pyke D.F.* Sales and operations planning: an exploratory study and framework, *The International Journal of Logistics Management*, 2007, 18 (3), pp. 322-346.
5. *Kolinski A., Śliwczyński B.* IT support of production efficiency analysis in ecological aspect. In: *Golinska, P., Kawa, A.* (eds.) Technology Management for Sustainable Production and Logistics. Springer Verlag, Berlin, 2015, pp. 205-219.
6. *Olhager J., Johansson P.* Linking long-term capacity management for manufacturing and service operations, *Journal of Engineering and Technology Management*, 2012, 29 (1), pp. 22-33.
7. *Adamczak M., Domański R., Hadaś Ł., Cyplik P.* The integration between production-logistics system and its task environment chosen aspects, *IFAC-PapersOnline*, 2016, 49 (12), pp. 656-661.
8. *Henschel B., Domański R., Adamczak M., Cyplik P., Hadaś Ł., Kupczyk M., Pruska Z.* Ranking of integration factors within supply chains of forward and backward types—recommendations from researches, *Logforum*, 2015, 11 (2), pp. 161-169.
9. *Berghman L., Leus R., Spieksma F.* Optimal solutions for a dock assignment problem with trailer transportation, *Annals of Operations Research*, 2014, 213, pp. 3-25.
10. *Van der Aalst W.M.P., Adriansyah A., Alves de Medeiros A.K.* Process Mining Manifesto, *Lecture Notes in Business Information Processing*, 2012, 99, pp. 169-194.
11. *Khandelwal A.* A modified approach for assignment method, *International Journal of Latest Research in Science and Technology*, 2014, 3 (2), pp. 136-138.
12. *Ahmed A., Ahmad A.* A new method for finding an optimal solution of assignment problem, *International Journal of Modern Mathematical Sciences*, 2014, 12 (1), pp. 10-15.
13. *Thirupathi A., Iranian D.* An Innovative Method for Finding Optimal Solution to Assignment problems, *IJIRSET*, 2015, 4 (8), pp. 7366-7370.
14. *Ghadle K.P., Ingle S.M., Hamoud A.A.* Optimal solution of fuzzy transshipment problem using generalized hexagonal fuzzy numbers, *International Journal of Engineering and Technology (IAE)*, 2018, 7 (4.10 Special Issue 10), pp. 558-561.
15. *Kumar A., Gupta A.* Assignment and Travelling Salesman Problems with Coefficients as LR Fuzzy Parameters, *International Journal of Applied Science and Engineering*, 2012, 10 (3), pp. 155-170.
16. *Kumar A., Gupta A., Kaur A.* Method for solving fully fuzzy assignment problems using triangular fuzzy numbers, *International Journal of Computer and Information Engineering*, 2009, 3 (7), pp. 1889-1892.
17. *Dehghan M., Hashemi B., Ghatee M.* Computational methods for solving fully fuzzy linear systems, *Applied Mathematics and Computation*, 2006, 179, pp. 328-343.
18. *Kacprzyk J.* Group decision making with a fuzzy linguistic majority, *Fuzzy Sets and Systems*, 1986, 18 (2), pp. 105-118.
19. *Wasserstein R., Lazar N.* The ASA Statement on p-Values: Context, Process, and Purpose, *The American Statistician*, 2016, 70 (2), pp. 129-133.
20. *Kosenko O., Bozhenyuk A., Belyakov S., Knyazeva M.* Optimization of Spatial-Time Planning Resource Allocation Under Uncertainty, *Advances in Intelligent Systems and Computing*. Springer, 2021, 1197, pp. 1475-1482.
21. *Kosenko O., Bozhenyuk A., Knyazeva M.* The Task of Optimizing Production Planning with Fuzzy Parameters, *Lecture Notes in Networks and Systems*, 2022, 307, pp. 546-553.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

**Боженюк Александр Витальевич** – Южный федеральный университет; e-mail: avb002@yandex.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: 88634371743; д.т.н.; профессор.

**Косенко Олеся Валентиновна** – e-mail: ovkosenko@sfedu.ru; тел.: 88634371689; к.т.н.; доцент.

**Князева Маргарита Владимировна** – e-mail: mknyazeva@sfedu.ru; тел.: 88634371743; к.т.н.; доцент.

**Bozhenyuk Aleksander Vitalievich** – Southern Federal University; e-mail: avb002@yandex.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371743; dr. of eng. sc.; professor.

**Kosenko Olesya Valentinovna** – e-mail: ovkosenko@sfedu.ru; phone: +78634371689; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Knyazeva Margarita Vladimirovna** – e-mail: mknyazeva@sfedu.ru; phone: +78634371743; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 681.5.015.44

DOI 10.18522/2311-3103-2022-2-65-78

**А.А. Иноземцев, Н.Г. Ламанова, А.С. Плешивых, И.Н. Грибков,  
А.Н. Саженков**

**АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ  
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ АВИАЦИОННОГО  
ТУРБОРЕАКТИВНОГО ДВУХКОНТУРНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ОСНОВЕ  
ОПТИМАЛЬНЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ**

*Предлагается аналитическое резервирование в системе автоматического управления турбореактивного двухконтурного двигателя (САУ ТРДД) на основе оптимальных наблюдателей. Настоящая статья основана на ранее полученных результатах в предшествующих авторских работах и является обобщением, и анализом этих результатов с целью разработки методики повышения отказоустойчивости САУ ТРДД. Этот метод основан на использовании оптимальных наблюдателей: фильтра Калмана и фильтра Язвинского, согласованных с математической моделью САУ ТРДД. Анализ математической модели САУ проводился по методу наименьших квадратов в движущемся окне. Точность идентификации математической модели и требуемое время запаздывания обеспечиваются оптимизацией ширины движущегося окна. Оцениваемые при помощи оптимальных наблюдателей вектор выхода САУ ТРДД включает следующие параметры: частота вращения ротора компрессора низкого давления  $n_n$ , частота вращения ротора компрессора высокого давления  $n_h$ , давление воздуха за компрессором высокого давления  $P_k$ , температура газа за турбиной низкого давления  $T_T$ . При моделировании фильтра Калмана предварительно проводился корреляционный анализ входных сигналов. Приводится обоснование преимущества адаптивного фильтра Язвинского по сравнению с фильтром Калмана. Представлены результаты математического моделирования алгоритмического метода резервирования канала измерения САУ ТРДД по данным летных испытаний двухконтурного двигателя типа ПС-90А в составе магистрального узкофюзеляжного самолета ТУ-214 как на стационарном, так и переходном режимах. Проведен статистический анализ ошибок оценивания вектора выхода САУ ТРДД на основе фильтра Калмана и Язвинского. Показано, что предлагаемый алгоритм аналитического резервирования обеспечивает выполнение требований по точности и устойчивости оценок вектора выхода САУ ТРДД при использовании фильтра Язвинского и может быть рекомендован для использования в перспективных САУ ТРДД. По результатам анализа предлагаемого метода резервирования сформировано направление дальнейших исследований.*

*Авиационный двигатель; резервирование; математическая модель; отказоустойчивость; оптимальный наблюдатель; фильтр Калмана; фильтр Язвинского; переходный режим; метод наименьших квадратов.*