

Е.М. Герасименко, Е.В. Нужнов

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НАХОЖДЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОГО ПОТОКА
В ЗАДАЧАХ ЭВАКУАЦИИ НА ОСНОВЕ НЕЧЕТКИХ КОЛЕБЛЮЩИХСЯ
ОПЕРАТОРОВ АГРЕГИРОВАНИЯ***

Моделирование эвакуации – актуальная проблема, которая вызывает все больший интерес в последние годы. Сегодня подходы к макроскопической эвакуации, основанные на теории потока, позволяют исследователям находить решение проблем оптимизации, рассматривая пострадавших как однородную массу. Основная трудность при построении сценариев эвакуации заключается в необходимости учитывать внутреннюю неопределенность сети. В дополнение к присущей неопределенности узлы сети имеют ограниченную пропускную способность и могут хранить поток, а также направлять дополнительный поток в сток в заданном порядке. Таким образом, эксперт – это ключевая фигура в нечетком моделировании, который должен оценить порядок промежуточных узлов для получения потока. Если лицо, принимающее решение, сомневается в выборе функции принадлежности альтернативы по отношению к атрибуту из-за возможных податрибутов, он / она может изложить все возможные оценки альтернативы. Поэтому в данной статье рассматривается задача максимальной эвакуации с промежуточным хранением в узлах и составление списка-порядка укрытий. Колеблющийся нечеткий гибридный оператор агрегации с усреднением используется для определения приоритета промежуточных узлов. Этот сценарий эвакуации является наиболее безопасным, поскольку максимальное количество пострадавших может быть отправлено в наиболее безопасные убежища, используя возможности промежуточных узлов, таким образом, что величина входящего потока в промежуточном узле может превышать исходящий поток. После нахождения приоритетного списка вершин выполняется построение транспортной сети, советующей остаточной сети, поиск потока с учетом хранения потока в убежищах. Для иллюстрации предложенного алгоритма приведен численный пример.

Максимальный поток с учетом промежуточного хранения; колеблющееся нечеткое число; задачи нечеткой эвакуации.

Е.М. Gerasimenko, E.V. Nuzhnov

**SOLUTION OF THE MAXIMUM EVACUATION FLOW PROBLEM BASED
ON HESITANT FUZZY AGGREGATION OPERATORS**

Evacuation modeling is an urgent problem that has attracted more and more interest in recent years. Today, flow theory in macroscopic evacuation allows researchers to find solutions to optimization problems by treating aggrieved as a homogeneous mass. The main difficulty in constructing evacuation scenarios is the necessity to take into account the internal uncertainty of the network. In addition to the inherent ambiguity, the nodes of the network have limited capacities and can store the flow as well as direct an additional flow to a sink in a given order. Thus, an expert is a key figure in fuzzy modeling who must evaluate the order of intermediate nodes in order to obtain the flow. If the decision-maker doubts during the choice of the membership function of an alternative in relation to an attribute due to possible sub-attributes, he / she can set out all possible evaluations of the alternative. Therefore, this article discusses the problem of maximum evacuation with intermediate storage in nodes and compiling a priority of shelters. The hesitant fuzzy hybrid averaging aggregation operator is used to determine the priority of intermediate nodes. This evacuation scenario is the safest, since the maximum number of victims can be sent to the safest shelters, using the capacities of intermediate nodes, so that the amount of incoming flow at the intermediate node can exceed the outgoing flow. After finding the priority list of vertices, a

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-01-00559 а.

transport network that is correspond to the residual network is constructed, and the flow is searched for, taking into account the storage of the flow in the shelters. A numerical example is given to illustrate the proposed algorithm.

Maximum flow with intermediate storage; hesitant fuzzy number; tasks of fuzzy evacuation.

Введение. Нечеткость и неопределённость присущи поведению и рассуждениям людей. Исследователь часто сталкивается с неопределенностью в процессе принятия решения. Из-за неточности и неопределённости мнений экспертов, а также сложности задач по принятию решений лицом, принимающему решения, трудно оперировать четкими значениями и делать точные оценки. Следовательно, теория нечеткой логики и ее расширения являются современными инструментами для решения такой проблемы.

Колеблющиеся нечеткие множества, которые были введены автором Торра [1], позволяют исследователям не выбирать конкретное значение функции принадлежности, если имеется некоторое сомнение. Основная область применения колеблющихся нечетких множеств – это принятие решений. В большинстве исследований для выбора альтернатив используются нечеткие числа. Такие альтернативы могут включать в себя выбор наиболее эффективной финансовой стратегии, выбор автомобиля, оценку лучшего инвестиционного проекта и т.д. Таким образом, и сегодняшний день исследования в области нечеткой логики больше сосредоточены на оптимизации операторов агрегирования, введении весовых коэффициентов, разработке методов для определения степеней важности и упорядочения весов [2–4], а не для разработки новых постановок задач на основе нечетких вычислений. Если лицо, принимающее решение, сомневается в выборе функции принадлежности альтернативы по отношению к атрибуту из-за возможных податрибутов, рекомендуется изложить все возможные оценки альтернативы по определенным атрибутам, известным эксперту, что выражается как колеблющийся нечеткий элемент. Часть существующих операторов агрегации только взвешивает колеблющийся нечеткий аргумент, но игнорирует важность порядка приоритета аргументов, тогда как оставшаяся часть только взвешивает упорядоченную позицию каждого данного аргумента, но игнорирует важность аргумента. Чтобы избежать этого недостатка, были введены операторы гибридной агрегации для колеблющихся нечетких аргументов, которые взвешивают все заданные аргументы и их упорядоченные позиции [5].

Задачи эвакуации при чрезвычайных ситуациях основаны на моделировании потока [6–9]. В моделях эвакуационных потоков учитываются пропускные способности дуги сетей, но с точки зрения реальной эвакуации промежуточные узлы, которые могут использоваться в качестве укрытий, могут также размещать пострадавших. Это предположение приводит к задачам максимального потока, дуги и узлы которых имеют конечную пропускную способность. В этих условиях общий входящий поток в сток может превышать поток, покидающий сток, что приводит к транспортировке еще большего числа пострадавших. Чтобы направить поток к промежуточным узлам, используются методы поиска кратчайшего пути [6, 10]. Критерием оценки является расстояние от источника: чем больше расстояние, тем безопаснее узел и тем выше его ранг. Однако такой подход не отвечает всем требованиям эвакуации. В некоторых случаях более оптимально доставить эвакуированных до ближайшего убежища, или само убежище может разместить больше пострадавших. В связи с этим в данной статье рассматриваются нечеткие колеблющиеся множества и операторы агрегации для ранжирования убежищ.

В статье представлен разработанный алгоритм принятия решений в чрезвычайных ситуациях при нечетких условиях для задачи максимальной эвакуации потока с промежуточным хранением в узлах. Предлагаемый метод обрабатывает

нечеткую сеть, узлы которой вместе с дугами имеют пропускные способности для хранения потока. На основе колеблющихся операторов нечеткого гибридного усредненного агрегирования вычисляется порядок приоритета убежищ, чтобы получить дополнительный поток, покидающий источник, который может быть дополнительно сохранен в промежуточных узлах.

Постановка задачи и разработанный алгоритм. Нечеткий поток $\xi_{ij}(\theta)$, идущий вдоль дуги (x_i, x_j) , должен удовлетворять ограничениям на пропускные способности (5). Традиционное условие сохранения потока не выполняется. Вместо этого выполняются условия (2-4), показывающие что входящий поток не равен выходящему потоку для промежуточных вершин. Целью является нахождение максимального потока $\sum_{x_j \in \Gamma(s)} \xi_{sj}$ из источника с учетом промежуточного хранения потока в транспортной сети с учетом списка приоритетов вершин (1). Промежуточные вершины ранжируются согласно оценкам экспертов с помощью нечеткого гибридного оператора среднего арифметического.

$$\tilde{v} = \sum_{x_j \in \Gamma(s)} \xi_{sj} \geq \sum_{x_k \in \Gamma^{-1}(t)} \xi_{kt} \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\text{Subject to: } \sum_{x_k \in \Gamma^{-1}(i)} \xi_{ki} - \sum_{x_j \in \Gamma(i)} \xi_{ij} \geq \bar{0}, \forall (x_i, x_j) \neq s, t. \quad (2)$$

$$\sum_{x_k \in \Gamma^{-1}(i)} \xi_{ki} - \sum_{x_j \in \Gamma(i)} \xi_{ij} = \sum_{x_k \in \Gamma^{-1}(t)} \xi_{kt}, x_i = t. \quad (3)$$

$$\sum_{x_j \in \Gamma(i)} \xi_{sj} - \sum_{x_k \in \Gamma^{-1}(i)} \xi_{ks} = \sum_{x_k \in \Gamma^{-1}(t)} \xi_{kt} + \sum_{i,j \in I, q(x_i) > 0} \xi_i, x_i = s, \quad (4)$$

$$0 \leq \xi_{ij} \leq \tilde{u}_{ij}, \forall (x_i, x_j) \in \tilde{A}. \quad (5)$$

Представим базовые определения, лежащие в основе разработанного алгоритма нахождения максимального потока с учетом приоритета убежищ на основе нечеткого гибридного оператора арифметического среднего.

Определение 1. Если рассматривается нечеткий колеблющийся элемент h , то его вес $s(h)$ определяется как $s(h) = \frac{1}{l_h} \sum_{\chi \in h} \chi$, где l_h соответствует числу элементов в h .

Из Определения 1 следует, что для двух нечетких элементов h_1 и h_2 , если $s(h_1) > s(h_2)$, то h_1 превосходит h_2 , или $h_1 > h_2$. Если $s(h_1) = s(h_2)$, то h_1 индифферентен к h_2 , или $h_1 \sim h_2$ [11–14].

Определение 2. Если задан нечеткий колеблющийся элемент h , граница отклонения $\bar{\sigma}(h)$ среди всех пар элементов χ_i и χ_j в нечетком колеблющемся элементе [11–14] определяется в уравнении (6):

$$\bar{\sigma}(h) = \frac{1}{l_h} \sqrt{\sum_{\chi_i, \chi_j \in h} (\chi_i - \chi_j)^2}. \quad (6)$$

Определение 3. Пусть h_1 и h_2 два нечетких колеблющихся элемента; $s(h_1)$ и $s(h_2)$ – веса элементов; а $\bar{\sigma}(h_1)$ и $\bar{\sigma}(h_2)$ – границы отклонений h_1 и h_2 , следовательно:

- 1) Если $s(h_1) < s(h_2)$, то $h_1 < h_2$;
- 2) Если $s(h_1) = s(h_2)$, то
 - 2.1) если $\bar{\sigma}(h_1) < \bar{\sigma}(h_2)$, то $h_1 > h_2$;

- 2.2) если $\bar{\sigma}(h_1) > \bar{\sigma}(h_2)$, то $h_1 > h_2$;
 2.3) если $\bar{\sigma}(h_1) = \bar{\sigma}(h_2)$, то $h_1 = h_2$ [11 – 14].

Определение 4. Оператор нечеткого гибридного арифметического среднего в уравнении (7) определяется вектором весов $\Xi = (\Xi_1, \Xi_2, \dots, \Xi_n)^T$ с $\Xi_j \in [0,1]$ и $\sum_{j=1}^n \Xi_j = 1$ таким что:

$$HFHAA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \frac{\bigoplus_{j=1}^n \Xi_{\sigma(j)} W_j}{\sum_{i=1}^n \Xi_{\sigma(j)} W_j}, \quad (7)$$

где $\sigma: \{1,2,\dots,n\} \rightarrow \{1,2,\dots,n\}$ – перестановка, такая что h_j является $\sigma(j)$ -ым наибольшим элементом коллекции нечётких колеблющихся элементов и $W = (W_1, W_2, \dots, W_n)^T$ – это вектор весовых коэффициентов нечетких колеблющихся элементов h_j с $W_j \in [0,1], j = 1,2,\dots,n$ и $\sum_{j=1}^n W_j = 1$.

Определение 5. Агрегированное значение на операторе нечеткого гибридного арифметического среднего определяется в уравнении (8):

$$HFHAA(h_1, h_2, \dots, h_n) = \bigcup_{\chi_1 \in h_1, \chi_2 \in h_2, \dots, \chi_n \in h_n} \left\{ 1 - \prod_{j=1}^n \left(1 - \chi_j^{\frac{\Xi_{\sigma(j)} W_j}{\sum_{j=1}^n \Xi_{\sigma(j)} W_j}} \right) \right\}. \quad (8)$$

Представим принятие решений в чрезвычайных ситуациях в нечетких колеблющихся условиях для решения задачи эвакуации [15–16] максимального числа пострадавших с учетом возможности хранения потока в промежуточных вершинах.

Этап 1. Найти список убежищ, расположенных в порядке их приоритетности на основе нечетких колеблющихся гибридных операторов арифметического среднего.

1.1. Построим колеблющуюся нечеткую матрицу принятия решений $D = (a_{ij})_{m \times n}$.

1.2. Применим оператор колеблющегося нечеткого гибридного арифметического среднего для вычисления колеблющихся нечётких элементов h_i ($i = 1, 2, \dots, n$) для альтернатив B_i ($i = 1, 2, \dots, n$).

1.3. Найдем оценки $s(h_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) элементов h_i ($i = 1, 2, \dots, n$) в соответствии с определением 2 и границами отклонений $\bar{\sigma}(h_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) по определению 3.

1.4. Вычисляем приоритеты альтернатив A_i ($i = 1, 2, \dots, n$) путем ранжирования $s(h_i)$ и $\bar{\sigma}(h_i)$.

Этап 2. Сток d имеет наиболее высокий приоритет, тогда промежуточная вершина x_i с наивысшим рангом среди остальных и $q(x_i) > \bar{0}$ следует за d и так до последней вершины.

Этап 3. Определим модифицированную сеть без промежуточного хранения \tilde{G}^* так, чтобы $x_j \in \tilde{G}$ соответствовало вершинам x_j^+ и x_j^- in \tilde{G}^* . Дуга $(x_i^-, x_j^+) \in \tilde{G}^*$, инцидентная x_j^+ , соответствует каждой дуге $(x_i, x_j) \in \tilde{G}$, которая инцидентная x_j , а дуга $(x_j^-, x_k^+) \in \tilde{G}^*$, которая покидает x_j^- соответствует дуге $(x_j, x_k) \in \tilde{G}$, покидающей x_j . Кроме того, введем дуги между x_j^+ и x_j^- с пропускной способностью $q^*(x_i) = q(x_i)$. Каждое искусственное убежище x_i^* соответствует конкретной вершине x_i , таким образом, она имеет то же свойство, что и вершина x_i . Введем супер-сток T и соединим множество искусственных стоков I^* с исходным стоком t дугами с супер-стоком $= \{t\} \cup I^*$.

Этап 4. Ищем максимальный поток в построенной сети в соответствии с заданным приоритетом вершин.

Этап 5. Удаляем искусственные источники и стоки и переходим к исходной сети.

Численный пример. Представим численный пример, иллюстрирующий работу алгоритма нахождения максимального эвакуационного потока в чрезвычайных ситуациях в нечетких колеблющихся условиях [17–20] с учетом возможности хранения потока в промежуточных вершинах. Задача заключается в поиске максимального значения потока, который может пройти между источником и стоком в нечеткой транспортной сети, вершины которой могут хранить поток в виде пострадавших; при этом транспортировка будет осуществляться в стоки согласно списку приоритетов, полученному в соответствии с результатами применения нечетких колеблющихся гибридных операторов арифметического среднего. Рис. 1 иллюстрирует исходную нечеткую транспортную сеть, дугам которой приписаны значения нечетких пропускных способностей, а вершинам – значения потока, который может хранить данная вершина. Основной целью эвакуации является транспортировка максимального возможного числа эвакуируемых в сток t с учетом сохранения потока в вершинах.

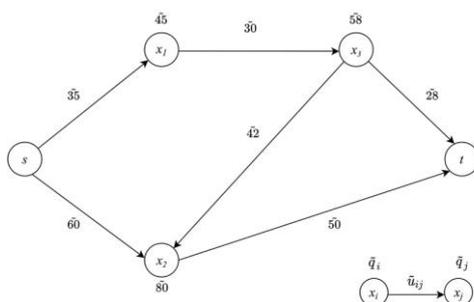


Рис. 1. Исходная сеть

Для оценки приоритета промежуточных вершин-убежищ, необходимых для размещения эвакуируемых, лицо, принимающее решение, оценивает приоритет вершин для эвакуации по трем характеристикам: уровень доступности (B_1), надежность (безопасность) B_2 и транспортные расходы B_3 , что показано в табл. 1.

Таблица 1

Матрица принятия решений эксперта, представленная в нечетких колеблющихся числах

	B_1	B_2	B_3
x_1	(0.5, 0.7)	(0.4, 0.6)	(0.4, 0.6, 0.7)
x_2	(0.5, 0.8)	(0.3, 0.5, 0.6)	(0.6, 0.8)
x_3	(0.6, 0.8)	(0.3, 0.5)	(0.4, 0.5, 0.7)

Вектор весов атрибутов степеней важности $W = (0.25, 0.4, 0.35)$, а вектор упорядочивания весов $E = (0.4, 0.3, 0.3)$.

Найдем веса и степени отклонения нечетких колеблющихся элементов, затем составим список альтернатив.

Чтобы найти ранжированный список приоритетов промежуточных узлов, применим оператор нечеткого гибридного арифметического среднего для вычисления нечетких колеблющихся элементов для каждого альтернативного промежуточного узла $A_i = \{1,2,3\}$.

Этап 1. Осуществим вычисления для альтернатив
Первая альтернатива представляется как:

$$h_1 = HFHAA(h_{11}, h_{12}, h_{13}) = HFHAA(\{0.5, 0.7\}, \{0.4, 0.6\}, \{0.4, 0.6, 0.7\}).$$

$$s(h_{11}) = \frac{0.5+0.7}{2} = 0.6, s(h_{12}) = \frac{0.4+0.6}{2} = 0.5, s(h_{13}) = \frac{0.4+0.6+0.7}{3} = 0.57,$$

тогда $s(h_{11}) > s(h_{13}) > s(h_{12})$ и $h_{11} > h_{13} > h_{12}$. Соответственно, $\sigma(11) = 1, \sigma(12) = 3, \sigma(13) = 2$.

$$\frac{\Xi_{\sigma(11)}W_1}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(1j)}W_j} = \frac{0.25 \times 0.4}{0.25 \times 0.4 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.3} = 0.308, \frac{\Xi_{\sigma(12)}W_2}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(1j)}W_j} = \frac{0.4 \times 0.3}{0.25 \times 0.4 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.3} =$$

$$0.369, \frac{\Xi_{\sigma(13)}W_3}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(1j)}W_j} = \frac{0.35 \times 0.3}{0.25 \times 0.4 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.3} = 0.323.$$

$$h_1 = HFHAA(h_{11}, h_{12}, h_{13}) =$$

$$= \bigcup_{\chi_{11} \in h_{11}, \chi_{12} \in h_{12}, \chi_{13} \in h_{13}} \{1 - (1 - \chi_{11})^{0.308} (1 - \chi_{12})^{0.369} (1 - \chi_{13})^{0.323}\}$$

$$= \{0.433, 0.502, 0.547, 0.512, 0.572, 0.610, 0.515, 0.575, 0.613, 0.583, 0.634, 0.666\}.$$

Вторая альтернатива представляется как:

$$h_2 = HFHAA(h_{21}, h_{22}, h_{23}) = HFHAA(\{0.5, 0.8\}, \{0.3, 0.5, 0.6\}, \{0.6, 0.8\}).$$

$$s(h_{21}) = \frac{0.5+0.8}{2} = 0.65, s(h_{22}) = \frac{0.3+0.5+0.6}{3} = 0.47, s(h_{23}) = \frac{0.6+0.8}{2} = 0.7,$$

тогда $s(h_{23}) > s(h_{21}) > s(h_{22})$ и $h_{23} > h_{21} > h_{22}$. Соответственно, $\sigma(21) = 2, \sigma(22) = 3, \sigma(23) = 1$.

$$\frac{\Xi_{\sigma(21)}W_1}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(2j)}W_j} = \frac{0.25 \times 0.3}{0.25 \times 0.3 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.4} = 0.224, \frac{\Xi_{\sigma(22)}W_2}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(2j)}W_j} = \frac{0.4 \times 0.3}{0.25 \times 0.3 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.4} =$$

$$0.358, \frac{\Xi_{\sigma(23)}W_3}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(2j)}W_j} = \frac{0.35 \times 0.4}{0.25 \times 0.3 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.4} = 0.418.$$

$$h_2 = HFHAA(h_{21}, h_{22}, h_{23}) =$$

$$\bigcup_{\chi_{11} \in h_{11}, \chi_{12} \in h_{12}, \chi_{13} \in h_{13}} \{1 - (1 - \chi_{21})^{0.308} (1 - \chi_{22})^{0.369} (1 - \chi_{23})^{0.323}\} =$$

$$= \{0.486, 0.615, 0.544, 0.659, 0.579, 0.685, 0.582, 0.687, 0.629, 0.722, 0.658, 0.744\}.$$

Третья альтернатива представляется как:

$$h_3 = HFHAA(h_{31}, h_{32}, h_{33}) = HFHAA(\{0.6, 0.8\}, \{0.3, 0.5\}, \{0.4, 0.5, 0.7\}).$$

$$s(h_{31}) = \frac{0.6+0.8}{2} = 0.7, s(h_{32}) = \frac{0.3+0.5}{2} = 0.4, s(h_{33}) = \frac{0.4+0.5+0.7}{3} = 0.53, \text{ тогда } s(h_{31}) >$$

$s(h_{33}) > s(h_{32})$ и $h_{31} > h_{33} > h_{32}$. Соответственно, $\sigma(31) = 1, \sigma(32) = 3, \sigma(33) = 2$.

$$\frac{\Xi_{\sigma(31)}W_1}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(3j)}W_j} = \frac{0.25 \times 0.4}{0.25 \times 0.4 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.3} = 0.308, \frac{\Xi_{\sigma(32)}W_2}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(3j)}W_j} =$$

$$\frac{0.4 \times 0.3}{0.25 \times 0.4 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.3} = 0.369, \frac{\Xi_{\sigma(33)}W_3}{\sum_{j=1}^3 \Xi_{\sigma(3j)}W_j} = \frac{0.35 \times 0.3}{0.25 \times 0.4 + 0.4 \times 0.3 + 0.35 \times 0.3} = 0.323.$$

$$h_3 = HFHAA(h_{31}, h_{32}, h_{33}) = \bigcup_{\chi_{11} \in h_{11}, \chi_{12} \in h_{12}, \chi_{13} \in h_{13}} \{1 - (1 - \chi_{31})^{0.308} (1 - \chi_{32})^{0.369} (1 - \chi_{33})^{0.323}\} =$$

$$\{0.444, 0.472, 0.552, 0.505, 0.533, 0.604, 0.547, 0.573, 0.638, 0.600, 0.623, 0.680\}.$$

В заключение, находим веса нечетких колеблющихся элементов и сравниваем значения. Согласно равенствам (7)-(8), $s(h_1) = 0.563$, $s(h_2) = 0.633$, $s(h_3) = 0.564$, что соответствует $s(h_2) > s(h_3) > s(h_1)$. Следовательно, полу-

чаем ранжированный список $h_2 > h_3 > h_1$. Данный факт обозначает, что промежуточная вершина x_2 имеет наивысший приоритет из промежуточных при эвакуации, а полный список приоритетов представляет собой $\{x_2, x_3, x_1\}$.

Этап 3. Переходим к построению модифицированной сети без пропускных способностей вершин, что показано на рис. 2.

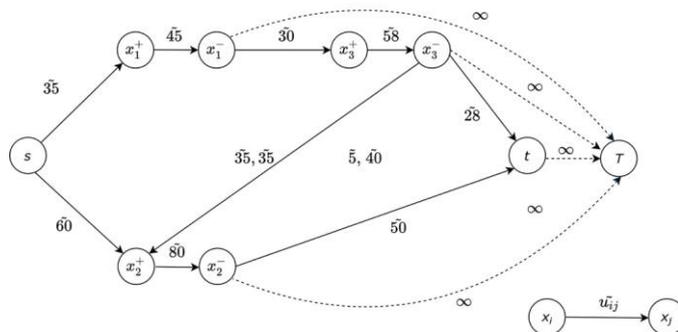


Рис. 2. Преобразованная сеть без сохранения потока

Этап 4. Ищем максимальный поток в преобразованной сети. Сначала ищем пути в сток t, затем – в соответствии с ранжированным списком.

Распределение потока показано в табл. 2.

Таблица 2

Распределение потока с учетом потока в вершинах

Путь	Отправление	Потоковое значение
$s \rightarrow x_1^+ \rightarrow x_1^- \rightarrow x_3^+ \rightarrow x_3^- \rightarrow t \rightarrow T$	t	$\bar{28}$
$s \rightarrow x_1^+ \rightarrow x_1^- \rightarrow x_3^+ \rightarrow x_3^- \rightarrow x_2^+ \rightarrow x_2^- \rightarrow t \rightarrow T$	t	$\bar{2}$
$s \rightarrow x_2^+ \rightarrow x_2^- \rightarrow T$	t	$\bar{48}$
$s \rightarrow x_2^+ \rightarrow x_2^- \rightarrow T$	x_2^-	2
$s \rightarrow x_1^+ \rightarrow x_1^- \rightarrow T$	x_1^-	$\bar{5}$
Итоговый поток с учетом промежуточных вершин		$\bar{95}$

Таким образом, максимальный поток, покидающий источник, составляет $\bar{95}$ единицы, что соответствует максимальному потоку с учетом промежуточного хранения в вершинах, как показано на рис. 3.

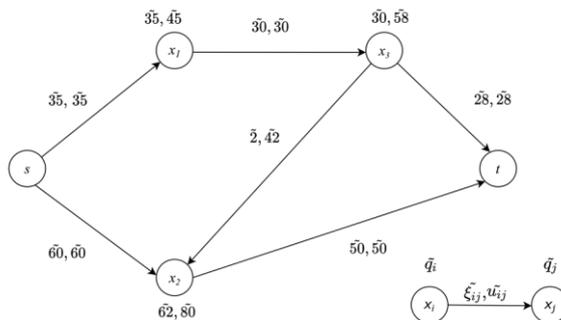


Рис. 3. Финальная сеть с потоком

Временная сложность алгоритма. Для вычисления временной сложности алгоритма была разработана программная реализация на языке C#. Оценка временной сложности разработанного алгоритма производилась с помощью измерения времени работы его программной реализации для различных входных данных. При этом оценка временная сложность проводилась по количеству ребер графа, учитывающему связи между элементами графа.

На рис. 4 приведен график зависимости времени работы алгоритма от количества ребер в графе.

При построении графика на рис. 4 в качестве времени работы алгоритма был взят 90-й перцентиль для пятидесяти итераций.



Рис. 4. Временная сложность алгоритма

Заключение. Статья иллюстрирует подход к нахождению потока минимальной стоимости в нечеткой транспортной сети с учетом реверсирования движения по дугам графа. Модель представляет собой нечеткую транспортную сеть с заданными нечеткими пропускными способностями и стоимостями перевозок. Техника реверсирования движения применяется для увеличения результирующего потока путем увеличения исходных пропускных способностей участков пути для разрешения движения в обратную сторону. Правило оперирования нечеткими значениями пропускных способностей и стоимостей, которое не приводит к сильному размытию границ чисел обеспечивает более реалистичные и чувствительные к изменениям окружающей среды решения. Предложенный подход имеет важное практическое применение при транспортном планировании и эвакуационном моделировании и оптимизации перевозок, когда необходимо перевозить грузы по оптимальным с точки зрения стоимости маршрутам или при моделировании эвакуационного сценария, когда необходимо перевести пострадавших из опасных зон в безопасные наиболее быстро, принимая параметры времени в качестве стоимостей перевозок. В будущем планируется разработка алгоритмов нахождения динамических нечетких потоков, допускающих частичное реверсирование движения в транспортных сетях.

В статье проиллюстрирован подход к задаче нахождения максимального потока для решения задачи эвакуации пострадавших в транспортной сети с учетом промежуточных убежищ, способных размещать пострадавших. Транспортировка осуществляется в порядке приоритета узлов: сток всегда имеет первый приоритет, промежуточный узел с наивысшим рангом имеет второй приоритет и так далее до узла с самым низким рангом. Чтобы оценить порядок промежуточных вершин для транспортировки, как правило, требуется много информации. В чрезвычайных ситуациях при эвакуации лицо, принимающее решение, оценивает промежуточные узлы по различным атрибутам таким как уровень доступности, надежность (безо-

пасность) и транспортные расходы. Колеблющиеся нечеткие множества используются для формализации предпочтений лица, принимающего решение, в случае сомнений, если имеется несколько возможных значений атрибутов. Выбор промежуточного узла производится в соответствии с колеблющимся нечетким гибридным оператором нахождения среднего значения. Промежуточное размещение пострадавших является желательным во время эвакуации из-за возможности транспортировки дополнительного количества эвакуированных в убежища. В промежуточных узлах условие сохранения потока нарушается, т.е. сток, выходящий из источника превышает поток, входящий в сток. Предлагаемый метод объединяет теорию колеблющихся нечетких множеств, в частности, колеблющийся нечеткий гибридный оператор нахождения среднего и поиск максимального потока с промежуточным хранением, в целостный подход к максимальной эвакуации в колеблющейся нечеткой среде. Представлен численный пример, иллюстрирующий работу алгоритма. Микроскопические модели эвакуации в неопределенных нечетких условиях будут предложены в рамках будущих исследований.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Torra V. Hesitant fuzzy sets, *International Journal of Intelligent Systems*, 2010, 25, pp. 529-539
2. Xia M., Xu Z. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making, *International Journal of Approximate Reasoning*, 2011, 52 (3), pp. 395-407.
3. Liao H.C., Xu Z.S., Xia M.M. Multiplicative consistency on hesitant fuzzy preference relation and the application on group decision making, *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 2014, 13, pp. 47-76.
4. Chen N., Xu Z.S., Xia M.M. Correlation coefficients of hesitant fuzzy sets and their applications to clustering analysis, *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37, pp. 2197-2211.
5. Hu Z. Hesitant Fuzzy Sets Theory. Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2014.
6. Bozhenyuk A., Gerasimenko E., Rozenberg I. The task of minimum cost flow finding in transportation networks in fuzzy conditions, *Proceedings of the 10th International FLINS Conf.*, 2012, Vol. 7, pp. 354-359.
7. Gerasimenko E., Kureichik V. The Maximum Lexicographic Contraflow Finding in a Fuzzy Dynamic Network Advances in Intelligent Systems and Computing, 2021, Vol. 1197 AISC, pp. 981-989.
8. Gerasimenko E., Rozenberg I. Earliest arrival dynamic flow model for emergency evacuation in fuzzy conditions, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, Vol. 734 (1), pp. 1-6.
9. Gerasimenko E., Kureichik V. The Maximum Lexicographic Contraflow Finding in a Fuzzy Dynamic Network, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, 2021, Vol. 1197, pp. 981-989.
10. Pyakurel U., Dempe S. Network Flow with Intermediate Storage: Models and Algorithms, *SN Operations Research Forum*. Springer, 2020, 1 (4), pp. 1-23.
11. Xia M., Xu Z. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making, *International Journal of Approximate Reasoning*, 2011, 52 (3), pp. 395-407.
12. Liao H.C., Xu Z.S., Xia M.M. Multiplicative consistency on hesitant fuzzy preference relation and the application on group decision making, *International Journal of Information Technology and Decision Making*, 2014, 13, pp. 47-76.
13. Liao H.C., Xu Z.S. Some new hybrid weighted aggregation operators under hesitant fuzzy multi-criteria decision making environment, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2014, 26, pp. 1601-1617.
14. Xia M., Xu Z., Chen N. Some Hesitant Fuzzy Aggregation Operators with Their Application in Group Decision Making, *Group Decision and Negotiation*, 2013, 22, pp. 259-279.
15. Pyakurel U. Dhamala T.N. Dempe S. Efficient continuous contraflow algorithms for evacuation planning problems, *Ann. Oper. Res.*, 2017, Vol. 254, pp. 335-364.
16. Evacuation Planning Problems with Partial Lane Reversal, *Mathematics*, 2019, Vol. 7 (10), pp. 1-29.
17. Chen T.Y. Multi-criteria decision-making methods with optimism and pessimism based on Atanassov's intuitionistic fuzzy sets, *International Journal of Systems Science*, 2012, 43, pp. 920-938.

18. *Chen T.Y., Li C.H.* Determining objective weights with intuitionistic fuzzy entropy measures: A comparative analysis, *Information Sciences*, 2010, 180, pp. 4207-4222.
19. *Chiclana F., Herrera F., Herrera-Viedma E.* Integrating multiplicative preference relations in a multipurpose decision-making model based on fuzzy preference relations, *Fuzzy Sets and Systems*, 2001, 122, pp. 277-291.
20. *Fan Z.P., Liu Y.* An approach to solve group decision making problems with ordinal interval numbers, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part B*, 2010, 40, pp. 1413-1423.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.В. Боженюк.

Герасименко Евгения Михайловна – Южный федеральный университет; e-mail: egerasimenko@sfedu.ru; г. Таганрог, Россия; тел.: 88634371651; кафедра систем автоматизированного проектирования; доцент.

Нужнов Евгений Владимирович – e-mail: nev@tgn.sfedu.ru; кафедра систем автоматизированного проектирования; профессор.

Gerasimenko Evgeniya Michailovna – Southern Federal University; e-mail: egerasimenko@sfedu.ru; Taganrog, Russia, phone: +78634371651; the department of computer-aided design; associate professor.

Nyzhov Evgeniy Vladimirovich – e-mail: nev@tgn.sfedu.ru; the department of computer-aided design; professor.