11. *Bryukhomitskiy Yu.A., Kazarin M.N.* Metod biometricheskoy identifikatsii pol'zovatelya po klaviaturnomu pocherku na osnove razlozheniya Khaara i mery blizosti Khemminga [The method of biometric identification of the user by keyboard handwriting based on the Haar decomposition and the Hamming proximity measure], *Izvestiya TRTU* [Izvestiya TSURE], 2003, No. 4 (33), pp. 141-149.
12. *Bryukhomitskiy Yu.A.* TSepochnyy metod klaviaturnogo monitoringa [Chain method of keyboard monitoring], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie* nauki [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2009, No. 11, pp. 135-145.
13. *Bryukhomitskiy Yu.A., Kazarin M.N.* Metody mnogosvyaznogo predstavleniya klaviaturnogo pocherka [Methods of multi-linked representation of keyboard handwriting], *Mater. III Mezhdunarodnoy konferentsii «Nelokal'nye kraevye zadachi i rodstvennye problemy matematicheskoy biologii, informatiki i fiziki. Nal'chik, 5-8 dekabrya 2006 g.* [Proceedings of the III International conference "non-Local boundary value problems and related problems of mathematical biology, computer science and physics". Nalchik, December 5-8, 2006], pp. 68-69.
14. *Dasgupta D.* Artificial Immune Systems and Their Applications, Ed., Springer-Verlag, 1999.
15. *De Castro L.N., Timmis, J.I.* Artificial Immune Systems: A New Computational Intelligence Approach, London: Springer-Verlag, 2000, 357 p.
16. *Hofmeyr S. and Forrest S.* Architecture for an Artificial Immune System, *Evolutionary Computation,* 2000, No. 8 (4), pp. 443-473.
17. *Specht D.F.* Probabilistic neural networks, *Neural Networks,* 1990, No. 3, pp. 109-118.
18. *Chernyshev Yu.O., Ventsov N.N., Grigor'ev G.V.* Iskusstvennye immunnye sistemy: obzor i sovremennoe sostoyanie [Artificial immune systems: review and current state], *Programmnye produkty i sistemy* [Software products and systems.], 2014, No. 4, pp. 136-142.
19. *Zaytsev S.A., Subbotin S.A.* Obobshchennaya model' iskusstvennoy immunnoy sistemy [Generalized model of the artificial immune system], *Proceedings*. Berlin–Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. Ser. LNCS 2723, pp. 195-206.
20. *Litvinenko V.I., Didyk A.A., Zakharchenko Yu.A.* Komp'yuternaya sistema dlya resheniya zadach klassifikatsii na osnove modifitsirovannykh immunnykh algoritmov [Computer system for solving classification problems based on modified immune algorithms], *AAEKS* [AAEKS], 2008, No. 2 (22).
21. *Spech D.F.* Probailistic neural networks, *Neural Networks,* 1990, No. 3, pp. 109-118.
22. *Kallan R.* Osnovnye kontseptsii neyronnykh setey [Basic concepts of neural networks]. Vil'yams, 2001, 291 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

Брюхомицкий Юрий Анатольевич – Южный федеральный университет; e-mail: bryuhomitskiy@sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: 88634371905; кафедра безопасности информационных технологий; с.н.с.; доцент.

Bryuhomitsky Yuriy Anatoly – Southern Federal University; e-mail: bryuhomitskiy@sfedu.ru; 2, Chekhov street, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371905; the department of security in data processing technologies; senior researcher; associate professor.

УДК 519.6 DOI 10.18522/2311-3103-2020-5-60-67

В.В. Семенистый, И.Э. Гамолина

ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБОВ ОРГАНИЗАЦИИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ВНЕШНИХ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ НА ОСНОВЕ СХЕМ РАСЩЕПЛЕНИЯ

Целью работы является исследование способов организации параллельного решения внешних задач аэродинамики и разработка гибридного параллельно-конвейерного способа организации численного решения двумерных задач, моделирующих течение вязких сжимаемых жидкостей и обтекание объектов сложной формы. Рассматривается параболизованная система уравнений Навье-Стокса, для численного решения которой выбран конечно-

разностный алгоритм. В силу своих особенностей, которыми являются экономичность и устойчивость в исследовании пограничных слоев движущихся тел и корректного решения задач с дозвуковыми зонами данный алгоритм предпочтителен обычного маршевого метода. Для реализации нелинейной конечно-разностной схемы в каждом маршевом сечении используются внутренние итерации. Разработанный параллельный алгоритм конструктивно состоит из вложенных итерационных циклов. Система уравнений решается на каждой внутренней итерации последовательно в два этапа. На первом этапе решаются уравнения количества движения и энергии; на втором этапе по найденным значениям скоростей и давления находится плотность. На каждом дробном шаге внутренней итерации рассчитываются одномерные массивы данных. В работе используется метод расщепления оператора по физическим процессам. Для численного решения задачи проводится факторизация стабилизирующего оператора. Приводится схема организации процесса решения задачи на внутренней итерации. В работе предложен принцип организации параллельных вычислений, где используется внутренний параллелизм решаемой физической задачи. Для реализации параллельного алгоритма выбрана вычислительная среда, содержащая решающее поле соединенных коммутационными связями вычислительных устройств, каждое из которых обладает собственной оперативной памятью, и устройство управления, поддерживающее работу системы. Алгоритм использует различную топологию связи между рабочими процессорами. Уменьшение размерности задачи позволяет сэкономить время на межпроцессорном обмене данными. В работе проведены временные оценки эффективности разработанного параллельного алгоритма для каждой внутренней итерации. Использование метода параллельной прогонки, предложенный принцип организации параллельных вычислений позволяют увеличить скорость расчета физической задачи для каждой внутренней итерации по сравнению с ранее используемыми алгоритмами для такого класса задач.

Параболизованная система уравнений Навье-Стокса; методы расщепления; организация параллельных вычислений; временные оценки алгоритма.

V.V. Semenistyy, I.E. Gamolina

STUDY OF PARALLEL SOLUTION ORGANIZATION FOR EXTERNAL AERODYNAMICS PROBLEMS BASED ON SPLITTING SCHEMES

The aim of this work is to study the ways to organize parallel solutions of external aerodynamics problems. A hybrid parallel-conveyor method for numerical solution of two-dimensional problems is considered. It allows to simulate the flow of viscous compressible fluids around objects of complex shape. A parabolized system of Navier-Stokes equations is considered, for the numerical solution a finite-difference algorithm is chosen. Due to its features (cost-effectiveness and stability in the study of boundary layers of moving bodies) this algorithm was preferred. To implement a nonlinear finite-difference scheme, the internal iterations are used in each main section. The developed parallel algorithm consists constructively of nested iterative loops. The system of equations is solved at each internal iteration. It is organized in two stages. At the first stage the equations of motion are solved; at the second stage the density is determined. At each fractional step of the internal iteration, one-dimensional data arrays are calculated. The paper uses the method of splitting the operator by physical processes. For the numerical solution of the problem, the factorization of the stabilizing operator is carried out. The scheme of the organization of the process of problem solving is given in each internal iteration. The paper proposes the principle of organizing parallel computing. The internal parallelism of the physical problem is used here. To implement the parallel algorithm, a computing environment is specially selected. It contains a decisive field of computing devices connected by switching connections, each of computing device has its own RAM. Besides computing environment contains a control device. The parallel algorithm uses a communication topology between worker processors. Reducing the dimension of the problem (to 2d) allows to save time on data exchange between the processors. In this paper, time estimates of the effectiveness of the developed parallel algorithm for each internal iteration are carried out. The use of the parallel run method and the proposed principle of organizing parallel calculations allow to increase the effectiveness of solving problems of such class.

Parabolized system of Navier-Stokes equations; splitting methods; organization of parallel computations; time calculation estimates of the algorithm.

Введение. Моделирование двумерных задач аэрогидродинамики на многопроцессорных вычислительных комплексах [1, 2] расширяет возможности конструирования экономичных параллельных алгоритмов, что в конечном счете приводит к ускорению расчетов без потери численной устойчивости. Это происходит благодаря параллельному вычислению больших по размерности независимых фрагментов алгоритма, которые распределяются по ветвям параллельного процесса. Такой крупноблочный принцип распараллеливания позволяет создавать перспективные параллельные алгоритмы [3, 14].

Выбранный численный конечно-разностный алгоритм по применению метода глобальных для решения параболизованной системы уравнений Навье-Стокса, предложенный в работе [4], моделирует широких класс вязких сжимаемых течений. Способ организации параллельного решения задачи заключается в последовательном отображении численного алгоритма на структуру параллельной модели вычислительной среды. Особенности численного алгоритма состоят в том, что он, во-первых, является экономичным и устойчивым алгоритмом исследования пограничных слоев движущихся тел, а во-вторых конструктивно состоит из вложенных итерационных циклов позволяющих строить различные эффективные параллельные вычислительные алгоритмы. При решении разностной задачи можно организовать конвейерные вычисления по одним итерационным параметрам и параллельные по другим.

Если провести анализ пригодности и эффективности метода глобальных итераций [4, 5] при его параллельной реализации на современных многопроцессорных вычислительных структурах, то можно выделить ряд его преимуществ по сравнению с методом установления. Уменьшение размерности задачи позволяет сэкономить время на межпроцессорном обмене данными, т.е. уменьшается время накладных расходов. Возрастает внутренний параллелизм модели, т.к. прогонка по одному из направлений заменяется методом бегущего счета.

Для реализации параллельного алгоритма выбрана вычислительная среда [10, 12], которая архитектурно содержит решающее поле вычислительных устройств, соединенных коммутационными связями и устройство управления, поддерживающее работу системы. Каждое вычислительное устройство обладает собственной оперативной памятью для проведения арифметических расчетов. Решение двумерных задач аэрогидродинамики позволяет более гибко использовать топологию связи между рабочими процессорами.

Основная часть. Для численной организации параллельного решения параболизованной системы уравнений Навье-Стокса методом глобальных итераций в сеточной области $Q=\{(x_n, y_j), 1 \le n \le N, 1 \le j \le M\}$ выбрана следующая конечно-разностная схема [4]:

$$A_1^n \frac{f_j^n - f_j^{n-1}}{h_1} + A_2^n \frac{(f_*^{n+1})^{\upsilon-1} - f_j^n}{h_1} + B_h^n f_j^n = L_h^n f_j^n + F_h^n, \quad (1)$$

$$\sigma \frac{(\rho u)_j^n - (\rho u)_j^{n-1}}{h_1} + (1-\sigma)\frac{((\rho u)_*^{n+1})^{\upsilon-1} - (\rho u)_j^n}{h_1} + \Lambda^{\pm}(\rho v)_j^n = 0, \quad (2)$$

где

$$A_1 = \begin{pmatrix} \sigma u & 0 & (1-\sigma)/\rho \\ 0 & \sigma u & 0 \\ \sigma\gamma p & 0 & \sigma u \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} (1-\sigma)u & 0 & \sigma/\rho \\ 0 & (1-\sigma)u & 0 \\ (1-\sigma)\gamma p & 0 & (1-\sigma)u \end{pmatrix},$$

$$\sigma = \begin{cases} 1 & u \ge 0 \\ 0 & u < 0, \end{cases}$$

$(f_*^n)^{\upsilon-1} = 0,5((f_{j+1}^n)^{\upsilon-1} + (f_{j-1}^n)^{\upsilon-1}),$ $\upsilon -$ номер текущей глобальной итерации.

Разностные операторы B_h^n, L_h^n и $\Lambda^{\pm}$ аппроксимируют соответствующие дифференциальные операторы.

Для реализации нелинейной разностной схемы (1), (2) в каждом n-ом маршевом сечении $\upsilon-$глобальной итерации используются внутренние итерации

$$\frac{f_j^{s+1} - f_j^s}{\tau} + A_1^s \frac{f_j^{s+1} - f_j^{n-1}}{h_1} + A_2^s \frac{(f_*^{n+1})^{\upsilon-1} - f_j^{s+1}}{h_1} + B_h^s f_j^{s+1} = L_h^s f_j^{s+1} + F_h^s \quad (3)$$

$$\frac{\rho_j^{s+1} - \rho_j^s}{\tau} + \sigma \frac{(\rho u)_j^{s+1} - (\rho u)_j^{n-1}}{h_1} + (1-\sigma) \frac{((\rho u)_*^{n+1})^{\upsilon-1} - (\rho u)_j^{s+1}}{h_1} + \Lambda^{\pm}(\rho v)^{s+1} = 0 \cdot \quad (4)$$

Система (3), (4) отличается от системы (1), (2) добавлением слагаемых, которые участвуют во внутренних итерациях. При сходимости итераций по s мы получим решение исходной системы.

Система уравнений (3), (4) в течении $\upsilon-$глобальной итерации решается на каждой внутренней (по s) итерации последовательно в два этапа. На первом этапе решаются уравнения количества движения и энергии (3) методом расщепления по физическим процессам[6]. На втором этапе по найденным значениям скоростей и давления из уравнения (4) находится плотность.

Исследования. Решение разностной схемы (3), (4) зависит от трех параметров: номера S, отвечающего за число внутренних итераций, которые продолжаются до установления значений газодинамических переменных в одном маршевом сечении; номера n -количества маршевых сечений, зависящего от изменения значений характеристик течения вниз по потоку и номера υ, числа глобальных итераций необходимого для установления давления в дозвуковых областях пограничного слоя.

В работе [11] определен порядок организации параллельных вычислений по схеме (3), (4) и подробно исследованы конвейерные вычисления на последовательности глобальных итераций (по υ). Получены временные оценки параллельного алгоритма.

Учитывая, что многопроцессорные вычислительные системы имеют свои внутренние характеристики t_a (время одной арифметической операции в тактах) и t_o (время операции обмена) [7] при прохождении одной глобальной итерации процессору на арифметические вычисления потребуется время равное [11]:

$$T_\upsilon = NJM \sum_{l_1}^{k_1} t_{l_1} + NM \sum_{l_2}^{k_2} t_{l_2} + M \sum_{l_3}^{k_3} t_{l_3}.$$

Здесь N и M – параметры, соответствующие размерности по координатам, а J – число внутренних итераций.

Учитывая, что

$$\sum_{l_m}^{k_m} t_{l_m} = c_m t_a, \quad m = 1,2,3$$

получаем

$$T_\upsilon = (c_1 NJM + c_2 NM + c_3 M) t_a.$$

Здесь t_{lm} - время выполнения в одном расчетном узле сетки всех арифметических операций для l_m операторов тела соответствующего цикла.

Для используемого численного алгоритма $c_1 \approx 425,\ \ c_2 \approx 12,\ \ c_3 \approx 12.$

В настоящей работе продолжаем исследовать эффективность параллельного алгоритма [16, 17], используя внутренний параллелизм задачи, сильнее погружая физическую задачу в вычислительную среду.

Рассмотрим решение системы (3), (4) на внутренней итерации (по s). Для этого систему уравнений запишем в каноническом виде [8, 13]:

$$K^s \frac{(f_j^{s+1} - f_j^s)}{\tau} = -\Omega^s, \tag{5}$$

где

$$K^s = E + \frac{\tau}{h_1}(A_1^s - A_2^s) + \tau B_h^s - \tau \Lambda_h^s,$$

$$\Omega^s = A_1^s \frac{f_j^s - f_j^{n-1}}{h_1} + A_2^s \frac{(f_*^{n+1})^{\upsilon-1} - f_j^s}{h_1} + B_h^s f_j^s - \Lambda_h^s f_j^s - F_h^s.$$

При решении системы (5) используется метод расщепления оператора B_h^s по физическим процессам [6]. Для численного решения системы (5) факторизуем стабилизирующий оператор K^s:

$$K^s \approx \Pi_1^s \cdot \Pi_2^s \cdot \Pi_3^s, \tag{6}$$

где

$$\Pi_1^s = E + \frac{\tau}{h_1}(A_1^s - A_2^s), \quad \Pi_1^s = E + \tau B_1^s - \tau \Lambda_1^s, \quad \Pi_3^s = E + \tau B_2^s.$$

С учетом (6) система (5) может быть записана в виде следующей схемы в дробных шагах[4]:

$$\Pi_1^s \xi^{\frac{1}{3}} = -\Omega^s, \quad \Pi_2^s \xi^{\frac{2}{3}} = \xi^{\frac{1}{3}}, \quad \Pi_3^s \xi^{s+1} = \xi^{\frac{2}{3}}, \quad f^{s+1} = f^s + \tau \xi^{s+1}.$$

Для организации параллельного процесса решения задачи на внутренней итерации представим численный алгоритм с помощью следующей структурной схемы (рис. 1) [11].

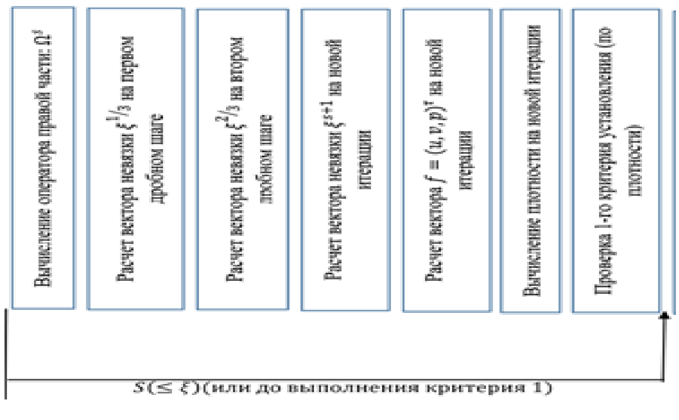

Рис. 1. Организация процесса решения задачи на внутренней итерации

Так как после расщепления оператора K^s на каждом дробном шаге внутренней итерации рассчитываются одномерные массивы данных размерности М, то при параллельной организации вычислений воспользуемся решением задачи, рассмотренной в статье [16]. Использование метода параллельной прогонки [9, 18] позволяет улучшить временную оценку расчета внутренней итерации (T_s). Вместо оценки времени $T_s = t_1 M$, полученной в [11], имеем новую, улучшенную, оценку:

$$T_s \approx (20m + 8p - 32)t_a + (3p - 2)t_0.$$

Здесь M=mp, где p – число процессоров, участвующих в расчете внутренней итерации.

Новая организация параллельных вычислений позволяет увеличить скорость расчета физической задачи для каждой внутренней итерации приблизительно в $K_y \approx \frac{8M}{20m + (8 + 3\alpha)p}$, $\alpha = \frac{t_0}{t_a}$ раз.

Заключение. Применение новых вычислительных технологий включает и разработку параллельных алгоритмов [15, 19, 20]. В работе моделируется один из таких алгоритмов на основе метода глобальных итераций широко использующегося в вычислительной аэрогидродинамики. Предложенный параллельный алгоритм позволяет более рационально использовать вычислительную среду. Благодаря перестраивающейся коммутационной системе можно одновременно организовать параллельные вычисления на внутренней итерации и конвейерные на внешней глобальной итерации. Такой комбинированный подход позволяет ускорить проведение расчетов по сравнению с используемыми ранее алгоритмами. В статье приведены теоретические оценки для коэффициента ускорения на одной внутренней итерации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Воеводин В.В., Воеводин Вл.В.* Параллельные вычисления. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.
2. *Воеводин В.В.* Модели и методы в параллельных процессах. – М.: Наука, 1986. – 206 с.
3. *Миллер Р., Боксер Л.* Последовательные и параллельные алгоритмы: Общий подход. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. – 406 с.
4. *Мелешко С.В., Черный С.Г.* Исследование вязких сжимаемых течений на основе параболизованных уравнений Навье–Стокса. – Новосибирск, 1985. – 48 с. (Препринт/ИТПМ СО РАН; №32-85).
5. *Ковеня В.М., Черный С.С.* Маршевый метод решения стационарных упрощенных уравнений Навье–Стокса // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1983. – Т. 23, № 5. – С. 1186-1189.
6. *Ковеня В.М., Яненко Н.Н.* Метод расщепления в задачах газовой динамики. – Новосибирск: Наука, 1981. – 304 с.
7. *Геркель В.П.* Теория и практика параллельных вычислений: учеб. пособие. – М.: Интуит, БИНОМ. Лаборатория знаний, 2016. – 423 с.
8. *Ковеня В.М.* Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач аэрогидродинамики. – Новосибирск. Изд-во СО РАН. 2014. – 280 с.
9. *Яненко Н.Н., Коновалов А.Н., Бугров А.Н., Шустов Г.В.* Об организации параллельных вычислений и распараллеливание прогонки // Численные методы механики сплошных сред. – 1978. – № 7. – С. 136-139.
10. *Семенистый В.В., Гамолина И.Э., Дурягина В.В.* Конструирование эффективных параллельных алгоритмов для решения полной двумерной системы уравнений Навье-Стокса по явной схеме Мак-Кормака // Сб. материалов II международной научно-практической конференции «Исследования и разработки в перспективных научных областях». – Новосибирск, 2017. – С. 88-95.
11. *Семенистый В.В., Гамолина И.Э., Дурягина В.В, Богданов Д.С.* Моделирование и анализ параллельного алгоритма решения задачи обтекания плоской пластины методом глобальных итераций // Сб. материалов XIII международной научно-практической конференции. Ч. 1 «Вопросы современной науки: проблемы, тенденции, перспективы». – М.: Научный журнал «Chronos», 2017. – С. 79-85.

12. *Семенистый В.В., Гамолина И.Э., Дурягина В.В.* Оценка эффективности прямых параллельных методов для задачи течения совершенного газа по каналу переменного сечения // Матер. XIV Всерос. научн.-практ. конф., 15 июня 2018 г. – Краснодар: Краснодарский университет МВД России, 2018. – С. 250-256.
13. *Ковеня В.М.* Об одном алгоритме решения уравнений Навье–Стокса вязкой несжимаемой жидкости // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11, № 2. – С. 39-51.
14. *Богачев К.Ю.* Основы параллельного программирования. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2003. – 344 с.
15. *Базовкин А.В., Ковеня В.М*. Распараллеливание алгоритма расщепления на многопроцессорных системах при моделировании течений вязкой несжимаемой жидкости // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. – 2013. – Т. 13. – Вып. 4. – С. 3-15.
16. *Гамолина И.Э., Семенистый В.В.* Параллельная организация вычислений при расчете задач аэрогидродинамики прямыми методами. Международное научное сотрудничество, образование и культура. – Ростов-на-Дону: Summa-Rerum, 2014. – № 3 (4).
17. *Гамолина И.Э., Дурягина В.В., Семенистый В.В.* Дозвуковое обтекание профилей // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 4. – С. 61-67.
18. *Теренков В.И., Арсении В.Ф., Евсеев Е.Г., Луцкий Я.А., Семенистый В.В.* О корректности и устойчивости алгоритма распараллеливания прогонки // Тр. инт-та прикл. математ. им. И.Н. Векуа Тбилис. ун-та. – Тбилиси, 1985. – С. 298-307.
19. *Деги Д.В., Старченко А.В.* Численное решение уравнений Навье-Стокса на компьютерах с параллельной архитектурой // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2012. – № 2 (18). – С. 88-98.
20. *Dongarra J., Foster I., Fox J. et al.* Sourcebook of Parallel Computing. San Francisco (CA, USA): Elsevier Science, 2003. – 852 p.

REFERENCES

1. *Voevodin V.V., Voevodin Vl.V.* Parallel'nye vychisleniya [Parallel computing]. Saint Petersburg: BKhV-Peterburg, 2002, 608 p.
2. *Voevodin V.V.* Modeli i metody v parallel'nykh protsessakh [Models and methods in parallel processes]. Moscow: Nauka, 1986, 206 p.
3. *Miller R., Bokser L.* Posledovatel'nye i parallel'nye algoritmy: Obshchiy podkhod [Serial and parallel algorithms: General approach]. Moscow: Binom. Laboratoriya znaniy, 2006, 406 p.
4. *Meleshko S.V., Chernyy S.G.* Issledovanie vyazkikh szhimaemykh techeniy na osnove parabolizovannykh uravneniy Nav'e–Stoksa [Investigation of viscous compressible flows based on parabolized Navier-Stokes equations]. Novosibirsk, 1985, 48 p. (Preprint/ITPM SB RAS; No. 32-85).
5. *Kovenya V.M., CHernyy S.S.* Marshevyy metod resheniya statsionarnykh uproshchennykh uravneniy Nav'e–Stoksa [Marching method for solving stationary simplified Navier-Stokes equations], *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics], 1983, Vol. 23, No. 5, pp. 1186-1189.
6. *Kovenya V.M., Yanenko N.N.* Metod rasshchepleniya v zadachakh gazovoy dinamiki [Splitting method in gas dynamics problems]. Novosibirsk: Nauka, 1981, 304 p.
7. *Gerkel' V.P.* Teoriya i praktika parallel'nykh vychisleniy: ucheb. posobie [Theory and practice of parallel computing: a textbook]. Moscow: Intuit, BINOM. Laboratoriya znaniy, 2016, 423 p.
8. *Kovenya V.M.* Algoritmy rasshchepleniya pri reshenii mnogomernykh zadach aerogidrodinamiki [Splitting algorithms for solving multidimensional problems of aerohydrodynamics]. Novosibirsk. Izd-vo SO RAN. 2014, 280 p.
9. *Yanenko N.N., Konovalov A.N., Bugrov A.N., Shustov G.V.* Ob organizatsii parallel'nykh vychisleniy i rasparallelivanie progonki [On the organization of parallel calculations and parallelization of the run], *Chislennye metody mekhaniki sploshnykh sred* [Numerical methods of continuum mechanics], 1978, No. 7, pp. 136-139.
10. *Semenistyy V.V., Gamolina I.E., Duryagina V.V.* Konstruirovanie effektivnykh parallel'nykh algoritmov dlya resheniya polnoy dvumernoy sistemy uravneniy Nav'e-Stoksa po yavnoy skheme Mak-Kormaka [Designing effective parallel algorithms for solving a complete two-dimensional system of Navier-Stokes equations according to the explicit McCormack scheme], *Sb. materialov II mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Issledovaniya i razrabotki v perspektivnykh nauchnykh oblastyakh»* [Collection of materials of the II International Scientific and Practical Conference "Research and Development in promising scientific fields"]. Novosibirsk, 2017, pp. 88-95.

11. *Semenistyy V.V., Gamolina I.E., Duryagina V.V, Bogdanov D.S.* Modelirovanie i analiz parallel'nogo algoritma resheniya zadachi obtekaniya ploskoy plastiny metodom global'nykh iteratsiy [Modeling and analysis of a parallel algorithm for solving the problem of flow around a flat plate by the method of global iterations], *Sb. materialov XIII mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. CH. 1 «Voprosy sovremennoy nauki: problemy, tendentsii, perspektivy»* [Collection of materials of the XIII International Scientific and Practical Conference. Part 1 "Issues of modern science: problems, trends, prospects"]. Moscow: Nauchnyy zhurnal «Chronos», 2017, pp. 79-85.
12. *Semenistyy V.V., Gamolina I.E., Duryagina V.V.* Otsenka effektivnosti pryamykh parallel'nykh metodov dlya zadachi techeniya sovershennogo gaza po kanalu peremennogo secheniya [Evaluation of the effectiveness of direct parallel methods for the problem of perfect gas flow through a channel of variable cross-section], *Mater. XIV Vseros. nauchn.-prakt. konf., 15 iyunya 2018 g.* [Proceedings of the XIV All-Russian Scientific and Practical Conference, June 15, 2018]. Krasnodar: Krasnodarskiy universitet MVD Rossii, 2018, pp. 250-256.
13. *Kovenya V.M.* Ob odnom algoritme resheniya uravneniy Nav'e–Stoksa vyazkoy neszhimaemoy zhidkosti [On an algorithm for solving the Navier-Stokes equations of a viscous incompressible fluid], *Vychislitel'nye tekhnologii* [Computing technologies], 2006, Vol. 11, No. 2, pp. 39-51.
14. *Bogachev K.Yu.* Osnovy parallel'nogo programmirovaniya [Fundamentals of parallel programming]. Moscow: Binom. Laboratoriya znaniy, 2003, 344 p.
15. *Bazovkin A.V., Kovenya V.M.* Rasparallelivanie algoritma rasshchepleniya na mnogoprotsessornykh sistemakh pri modelirovanii techeniy vyazkoy neszhimaemoy zhidkosti [Parallelization of the splitting algorithm on multiprocessor systems in the simulation of viscous incompressible fluid flows], *Vestnik NGU. Seriya: Matematika, mekhanika, informatika* [Bulletin of NSU. Series: Mathematics, Mechanics, Computer science], 2013, Vol. 13, Issue 4, pp. 3-15.
16. *Gamolina I.E., Semenistyy V.V.* Parallel'naya organizatsiya vychisleniy pri raschete zadach aerogidrodinamiki pryamymi metodami. Mezhdunarodnoe nauchnoe sotrudnichestvo, obrazovanie i kul'tura [Parallel organization of calculations in the calculation of problems of aerohydrodynamics by direct methods. International scientific cooperation, education and culture]. Rostov-on-Don: Summa-Rerum, 2014, pp 3 (4).
17. *Gamolina I.E., Duryagina V.V., Semenistyy V.V.* Dozvukovoe obtekanie profiley [Subsonic flow around profiles], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2013, No. 4, pp. 61-67.
18. *Terenkov V.I., Arsenii V.F., Evseev E.G., Lutskiy Ya.A., Semenistyy V.V.* O korrektnosti i ustoychivosti algoritma rasparallelivaniya progonki [On the correctness and stability of the parallelization algorithm of the run], Tr. int-ta prikl. matemat. im. I.N. Vekua Tbilis. un-ta [Proceedings of the I.N. Vekua Institute of Applied Mathematics]. Tbilisi, 1985, pp. 298-307.
19. *Degi D.V., Starchenko A.V.* Chislennoe reshenie uravneniy Nav'e-Stoksa na komp'yuterakh s parallel'noy arkhitekturoy [Numerical solution of the Navier-Stokes equations on computers with parallel architecture], *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika* [Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and mechanics], 2012, No. 2 (18), pp. 88-98.
20. *Dongarra J., Foster I., Fox J. et al.* Sourcebook of Parallel Computing. San Francisco (CA, USA): Elsevier Science, 2003, 852 p.

Статью рекомендовал к опубликованию к. пед. н. Ю.В. Романов.

Семенистый Владимир Васильевич – Южный федеральный университет; e-mail: vlad60sem@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 89282135206; кафедра высшей математики; к.ф.-м.н.; доцент.

Гамолина Ирина Эдуардовна – e-mail: iegamolina@sfedu.ru; тел.: 89185190837; кафедра высшей математики; к.т.н.; доцент.

Semenistyy Vladimir Vasil'evich – Southern Federal University; e-mail: vlad60sem@gmail.com; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79282135206; the department of higher mathematics; cand. of phys.-math. sc.; associate professor.

Gamolina Irina Eduardovna – e-mail: iegamolina@sfedu.ru; phone: +79185190837; the department of higher mathematics; cand. of eng. sc.; associate professor.