

**А.С. Черепанцев**

## **СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ СВЯЗНОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО ОТДЕЛЬНОЙ ВРЕМЕННОЙ ПРОЕКЦИИ**

*На основе подходов нелинейной динамики к оценке инвариантов динамической системы рассмотрена возможность определения степени связности различных динамических систем. Под динамической связностью исследуемых систем понимается число общих компонент в системах, определяющих временную эволюцию наблюдаемых проекций. Предложенный метод протестирован на модельных динамических системах и использован при анализе поведения сложных динамических систем наблюдаемых в геофизике – кажущегося электрического сопротивления по двум ортогональным направлениям и относительным вертикальным смещениям поверхности. Используемые в расчетах данные длительных режимных наблюдений в сейсмически активном регионе интересны имеющимися фактами чувствительности к напряженно-деформированному состоянию геофизической среды. Предполагая параметр состояния среды общей компонентой наблюдаемых динамических процессов различной природы, проведена оценка числа общих компонент систем на основе предложенной методики. В работе предложен статистический метод выделения отдельных отсчетов синхронного изменения вариаций динамических параметров наблюдаемого комплекса геофизических полей. Предполагая нестационарный характер формирования динамической системы при наличии большого числа воздействующих внешних факторов, актуальным является определение временных интервалов синхронизации свойств динамических систем при появлении доминирующего воздействия. Результатом применения разработанного метода является вывод о синхронизации вариаций корреляционной размерности объемной деформации на различных временных масштабах в фазе возникновения сильных сейсмических событий.*

*Динамическая система; размерность динамической системы; инварианты динамической системы.*

**A.S. Cherepantsev**

## **STATISTICAL METHODS FOR EVALUATING THE CONNECTIVITY OF DYNAMIC SYSTEMS BASED ON A SEPARATE TIME PROJECTION**

*Based on the approaches of nonlinear dynamics to the estimation of invariants of a dynamical system, the possibility of determining the degree of coupling of various dynamical systems is considered. The dynamic coupling of the studied systems is understood as the number of common components in the systems that determine the time evolution of the observed projections. The proposed method has been tested on model dynamic systems and used to analyze the behavior of complex dynamic systems observed in geophysics – apparent electrical resistance in two orthogonal directions and relative vertical surface displacements. The data of long regime observations used in the calculations in the seismically active region are interesting by the available facts of sensitivity to the stress-strain state of the geophysical medium. Assuming a parameter of the state of the medium as a common component of the observed dynamic processes of various nature, the number of common components of the systems is estimated based on the proposed methodology. The paper proposes a statistical method for finding individual samples of synchronous changes in variations of the dynamic parameters of the observed number of geophysical fields. Assuming the unsteady nature of the formation of a dynamic system in the presence of a large number of acting external factors, it is relevant to determine the time intervals for synchronizing the properties of dynamic systems when a dominant effect appears. The result of the application of the developed method is the conclusion about synchronization of variations in the correlation dimension of volumetric deformation at different time scales in the phase of the occurrence of strong seismic events.*

*Dynamical system; dimension of a dynamical system; invariants of a dynamical system.*

**Введение.** При анализе сложных динамических процессов, включающих большое число независимых факторов и соответственно степеней свободы, большое внимание уделяется выявлению связи исследуемого явления с наблюдаемыми процессами иной природы. Наличие подобной связи помогает как в построении адекватной модели явления и возможности прогноза, так и активного воздействия с целью управления ее поведением. Проводимые научные наблюдения геофизических полей различной природы являются характерным примером исследования сложных нелинейных динамических систем, включающих в себя как общие факторы воздействия, так и факторы, присущие исключительно наблюдаемому физическому явлению.

Исходя из представления о наблюдаемом геофизическом явлении как эволюции некоторой нелинейной динамической системы, в настоящее время получили активное развитие подходы нелинейной динамики [1–5]. Проведенные исследования позволили выявить закономерности и свойства нелинейных диссипативных структур таких сложных природных процессов, как атмосферных вихревых образований развитой турбулентности, сейсмоакустических процессов в земной коре и многих других [6–10].

Аппарат анализа сложных нелинейных динамических систем опирается на разработанные математические методы восстановления многомерной динамической системы по временной выборке лишь единственной компоненты и вычислительные методы оценки основных инвариантных параметров неизвестной динамической системы [11, 12]. Данные оценки основываются на анализе эволюции траекторий в фазовом пространстве. К основным оцениваемым инвариантным параметрам системы относятся корреляционная размерность  $d_2$  и энтропия  $K_2$ , размерность динамической системы  $m$ , показатели Ляпунова  $\lambda_i$ .

В настоящей работе рассмотрена возможность выделения в различных наблюдаемых геофизических процессах общих компонент формирующих их динамических систем. При этом под динамической связностью таких процессов подразумевается число независимых компонент систем, являющихся общими. Следует отметить, что подобная связность в общем случае не обязательно подразумевает влияние изменений одного процесса на изменение другого. Она лишь указывает на присутствие в обеих системах компонент, сформированных одинаковыми динамическими системами. При этом, они могут иметь различную природу и не быть связанными между собой.

**Оценка числа общих компонент динамических систем.** Параметр размерности вложения фазового пространства динамической системы  $m$  является одним из инвариантных параметров нелинейной динамической системы. Параметр  $m$  определяет число независимых переменных, входящих в неизвестную динамическую систему и формирующую наблюдаемую одномерную проекцию  $m$ -мерного фазового пространства. Он может быть оценен по наблюдаемой временной выборке лишь одной из компонент. Общий подход к оценке параметра  $m$  представляет собой достаточно общую процедуру. Она включает в себя оценку некоторого инвариантного параметра динамической системы при различных размерностях вложения фазового пространства  $\tilde{m}=1,2,3,\dots$ . Оценка  $\tilde{m}_{\min}$ , начиная с которой расчетный параметр остается неизменным с ростом  $\tilde{m}$  и есть оценка  $m$ :  $m=\tilde{m}_{\min}$ .

Традиционно в качестве расчетного инвариантного параметра динамической системы принимается величина корреляционной размерности  $d_2$  [13–15]. В работе [9] предложена еще одна возможность оценки  $m$  с использованием в качестве инвариантного параметра скорости расхождения двух близких траекторий в фазовом  $\tilde{m}$ -мерном пространстве.

Методика расчета заключается в оценке средней величины увеличения расстояний между близкими точками  $\rho(\vec{y}(t_i), \vec{y}(t_j))$  точек  $\tilde{m}$ -мерного фазового пространства за заданный интервал времени  $\Delta t$ :  $\frac{\langle \rho(\tilde{m}) \rangle}{\varepsilon}$ . В данном соотношении знаменатель определяет расстояние между точками фазовой траектории в начальный момент времени.

Выше рассмотрена оценка  $m$  по одномерной выборке неизвестной динамической системы. Тем более данный параметр может быть оценен при наличии временных вариаций  $s$  компонент ( $1 \leq s \leq m$ ).

Так исходная система  $\vec{y}(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)\}$  и система  $\vec{x}(t) = \left\{ \begin{array}{l} y_i(t), \dots, y_{i+s}(t), y_i(t + \Delta t), \dots, y_{i+s}(t + \Delta t), \dots \\ \dots, y_i(t + (m/s - 1)\Delta t), \dots, y_{i+s}(t + (m/s - 1)\Delta t) \end{array} \right\}$  ( $i=1, \dots, m/s$ ), обладают инвариантным значением параметра  $m$ .

Рассмотрим временные вариации нескольких динамических систем и задачу оценки числа независимых переменных, присутствующие во всех исследуемых динамических системах. В геофизике актуальность такой задачи связана с выделением параметра общего управляющего деформационного процесса, являющегося фактором, участвующим в формировании вариаций физических полей различной природы - поля деформаций и напряжений, кажущегося электрического сопротивления, уровня воды в скважине и т.д.

Рассмотрим задачу совместного анализа нескольких динамических систем и оценки числа независимых переменных, описывающих наблюдаемые вариации отдельной проекции каждой системы, но являющихся при этом общим параметром. Актуальность такой задачи в геофизике определяется выделением общего управляющего тектонического процесса по наблюдениям физических полей различной природы - поля деформаций, электрического сопротивления, уровня воды в скважине и т.д.

Пусть  $\mathbf{X}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_p(t)\}$ ,  $\mathbf{Y}(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}$  - временные вариации двух различных динамических систем с параметром  $m=p$  и  $m=n$  соответственно. Пусть  $m$  - размерность общего фазового пространства двух динамических систем  $(x_k(t), y_l(t))$ . А  $m_x, m_y$  - размерности отдельных систем  $x_k(t)$ ,  $y_l(t)$ .

В случае отсутствия общих параметров и независимости систем:

$$m = m_x + m_y. \quad (1)$$

Если рассматриваемые вариации являются проекциями общей динамической системы, то:

$$m = \max(m_x, m_y). \quad (2)$$

При наличии общих компонент в каждой системе:  $\max(m_x, m_y) < m < m_x + m_y$ . Их число определяется как:

$$s = (m_x + m_y) - m. \quad (3)$$

С целью проверки предложенной методики рассмотрим расчет параметра  $m$  известных модельных систем: системы Лоренца:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\sigma x + \sigma y, \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= xy - bz,\end{aligned}\tag{4}$$

и системы затухающего осциллятора с детерминированным поведением:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= -xz + x \\ \dot{z} &= xy.\end{aligned}\tag{5}$$

В качестве исходных данных для расчета взят вектор  $\vec{w}(t) = \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix}$ , где  $u, v$  –  $x$ -компоненты систем (4),(5).

На рис. 1 представлены зависимости  $\frac{\langle \rho(\tilde{m}) \rangle}{\varepsilon}$ . Указанные доверительные интервалы выбраны на уровне 0.7 в предположении нормального распределения значений расстояния  $\rho$  в евклидовой метрике. Для системы Лоренца  $m=3$ . Это следует из того, что при  $\tilde{m} \geq m$  величина  $\frac{\langle \rho(\tilde{m}) \rangle}{\varepsilon}$  перестает значимо изменяться. При этом величина расхождения близких траекторий ( $1.3 \pm 0.3$ ) оказывается близкой к теоретическому значению, определяемых старшим показателем Ляпунова  $\lambda_1$ :

$$\frac{\rho}{\varepsilon} = \exp(\lambda_1 \Delta t).$$

Зависимости  $\frac{\langle \rho(\tilde{m}) \rangle}{\varepsilon}$  для системы (5) и совместной системы, полученной по временному ряду двумерного вектора даны на рис. 1.

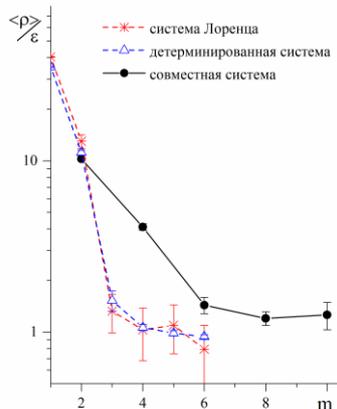


Рис. 1. Оценки размерности модельных динамических систем.  $\varepsilon = 0.07$ ,  $\Delta t = 0.3$

Исходя из независимости систем (4) и (5) оценка  $m = 6$  для совместной системы согласуется с величиной размерности общего фазового пространства. При этом предельное значение  $\frac{\langle \rho(\tilde{m}) \rangle}{\varepsilon} \approx 1.3 \pm 0.1$  определяется параметром скорости разбегания фазовых траекторий системы Лоренца [16].

Для анализа связности геофизических процессов различной природы рассмотрено поле кажущегося электрического сопротивления и вариаций относительного вертикального смещения поверхности в тектонически активной зоне геофизического полигона в КНР.

Для исследования динамической связности процессов проведен расчет параметра  $m$  двумерных векторов кажущихся электрических сопротивлений по двум направлениям N-S и E-W, а также пары процессов различной природы: кажущегося сопротивления N-S и относительного вертикального смещения. Результаты расчета показаны на рис. 2 и 3. соответственно.

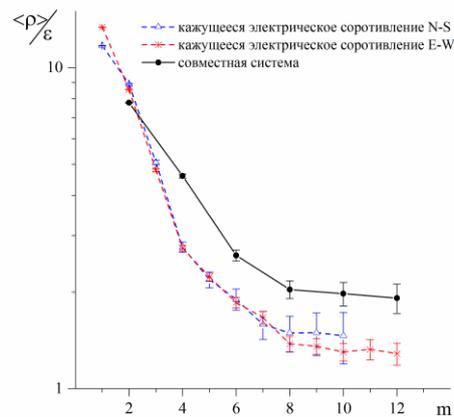


Рис. 2. Оценка связности динамических систем кажущегося электрического сопротивления в ортогональных направлениях

Как следует из полученных зависимостей на рис. 2, размерности фазового пространства динамических систем вариаций кажущегося электрического сопротивления оказываются близкими к значению  $m=7-8$ . Данные оценки близки к оценкам, полученным по расчету корреляционной размерности [17]. Используемый метод оценки  $m$  динамической системы вертикальных смещений дает  $m=6$ , что также согласуется с данными [17].

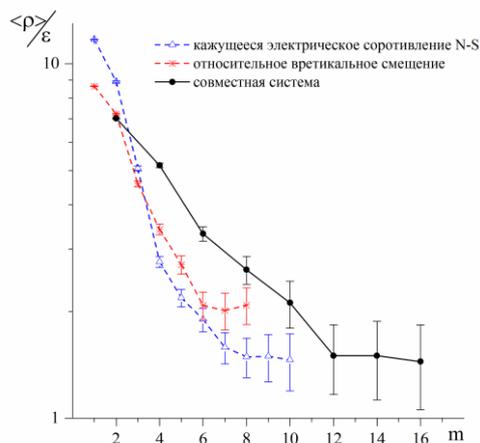


Рис. 3. Оценка связности динамических систем кажущегося электрического сопротивления и вертикального смещения

Для совместной динамической системы кажущихся электрических сопротивлений в двух ортогональных направлениях полученная оценка размерности  $m_{N-S,E-W}=8$  показывает, что наблюдения кажущегося электрического сопротивления в перпендикулярных направлениях не являются независимыми процессами. Исходя из соотношения (2) их можно считать различными компонентами одной и той же динамической системы.

Значение параметра размерности  $m_{N-S,D}=12$ , для совместной системы кажущегося сопротивления N-S и относительного смещения указывает на частичную связность процессов. С учетом значений  $m_{N-S}=8$  и  $m_D=6$ , в каждой динамической системе присутствуют и общие параметры. Оценка их числа в соответствии с (3) дает величину  $s=2$ . Полученный результат указывает на существование как общих параметров, имеющих значительные пространственные масштабы, так и индивидуальных параметров, характерных для каждого процесса.

**Оценка корреляции временных вариаций параметров динамических систем.** Еще одним важным инструментом при анализе связи различных динамических процессов во времени является выделение временных участков синхронного изменения амплитуд исследуемых динамических параметров и возможного присутствия общего управляющего фактора.

Рассмотрим задачу выделения участков с синхронизацией вариаций динамического параметра в различных точках наблюдения. Используем корреляционный анализ для выделения подобной линейной связи.

Оценим вклад связи отдельной пары отсчетов  $(x_i, y_i)$  с помощью расчета коэффициента корреляции  $\tilde{r}_{x,y}$ , вычисленной по выборке, в которой исключен этот отсчет. При положительной корреляции процессов в точке отсчета:  $|\tilde{r}_{x,y}| < |r_{x,y}|$ , где  $r_{x,y}$  – коэффициент корреляции по всей выборке. Таким образом отклонение  $\tilde{r}_{x,y}$  от  $r_{x,y}$  может служить характеристикой вклада  $(x_i, y_i)$  в параметр связи процессов.

Важной характеристикой при использовании данного параметра является определение значимости оценки величины отклонения коэффициента корреляции неполной выборки от ее значения по полной выборке. Оценку значимости удобнее рассмотреть для выборочной ковариации двух случайных рядов [18,19]:

$$k(t_i) = \text{cov}_{XY}(t_1, \dots, t_N) - \text{cov}_{XY}(t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_N), \quad i = 1, \dots, N. \quad (6)$$

Оценка ковариации независимых случайных величин  $x(t_i), y(t_i)$ , имеющих стандартное нормальное распределение:  $\text{cov}_{XY}(t_1, \dots, t_N) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x(t_j) y(t_j)$ .

Рассмотрим распределение статистики (6). Соотношение (6) представим в виде:

$$k(t_i) = \frac{1}{N} \sum_j x(t_j) y(t_j) - \frac{1}{N-1} \sum_{j \neq i} x(t_j) y(t_j), \quad i, j = 1, \dots, N$$

или:

$$k(t_i) = \frac{1}{N} x(t_i) y(t_i) - \frac{1}{N(N-1)} \sum_{j \neq i} x(t_j) y(t_j) = k1(t_i) + k2(t_i).$$

Для  $k1(t_i) = \frac{1}{N} x(t_i) y(t_i)$  функция распределения определяется соотношением [20]:

$$f(k1) = \frac{N}{\pi} K_0(N \cdot |k1|),$$

где  $K_0(z) = \int_0^{\infty} \frac{\cos(z\xi)}{\sqrt{\xi^2 + 1}} d\xi$  – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

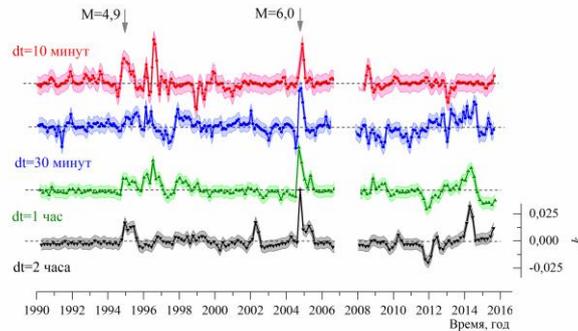


Рис. 4. Вариации параметра связи  $k$  корреляционных размерностей динамических систем объемной деформации при различных интервалах дискретизации  $dt$

Для оценки вклада второго слагаемого учтем соотношение для среднеквадратичных отклонений:

$$\sigma(k2) = \frac{\sigma(k1)}{\sqrt{N-1}}. \quad (7)$$

Таким образом, вклад в дисперсию  $k(t_i)$  второго слагаемого оказывается в  $N$  раз меньше вклада первого слагаемого. То есть для выборок  $N > 100$  второе слагаемое слабо влияет на характер распределения и им можно пренебречь.

Практическая реализация данного метода рассмотрена на примере анализа временных участков изменений корреляционной размерности  $d_2$  вариаций объемной деформации в тектонически активном регионе Северной Америки.

Особенностью рассмотренной методики является возможность сопоставления связи процессов на различных временных масштабах. При наличии временного ряда с постоянным временным интервалом дискретизации, стандартная оценка корреляции в скользящем временном окне возможна лишь на младших временных масштабах. При переходе к старшим масштабам временное окно содержит число отсчетов, недостаточное для получения надежной оценки.

На рис. 4 показана временная изменчивость синхронности вариаций параметра  $d_2$  на различных временных масштабах, определяемых интервалом дискретизации  $dt$ . Выбранный уровень значимости  $\alpha = 0.3$  дает возможность выделить участки перестройки динамических систем в режим синхронной чувствительности к напряженному состоянию, определяемому временными интервалами сильных землетрясений в регионе наблюдений. Магнитуды землетрясений и их время указаны в верхней части рис. 4. Как следует из полученных зависимостей, уменьшение размерности, сопровождающее сильное землетрясение, носит синхронный характер и длится в течении нескольких месяцев.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 544 с.
2. Badii R., Broggi G., Derighetti B. et al. Dimension Increase in Filtered Chaotic Signals // *Physical Review Letters*. – 1988. – Vol. 60 (11). – P. 979.
3. Кузнецов С.П. Динамический хаос. – М.: Физматлит, 2001. – 295 с.
4. Черепанцев А.С. Характеристики динамической системы геофизических полей на различных временных масштабах // *Физика Земли*. – 2018. – № 4, Приложение. – С. s3-s19.
5. Cherepantsev A.S. Dimension of the phase space of a dynamic system from geophysical data // *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*. – 2007. – Vol. 43, No. 12. – P. 1047-1055.
6. Кейлис-Борок В.И., Кособоков В.Г., Мажкенов С.А. О подобии в пространственном распределении сейсмичности // *Вычислительная сейсмология*. – 1989. – № 22. – С. 28-40.
7. Черепанцев А.С. Выделение проекции динамической системы по данным наблюдений поля деформаций // *Физика Земли*. – 2008. – № 2. – С. 39-58.
8. Черепанцев А.С. Выделение динамической составляющей в вариациях геофизических полей на основе сходимости выборочного среднего // *Физика Земли*. – 2008а. – № 11. – С. 31-46.
9. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // *Lect. Notes in Math*. – 1981. – P. 898.
10. Li Q., Nyland E., Is the Dynamics of the Lithosphere Chaotic? // *Nonlinear Dynamics and Predictability of Geophysical Phenomena*. – 1994. – Geophysical Monograph 83, IUUG. Vol. 18. – P. 37-41.
11. Gibson J.F., Farmer J.D., Casdagli M., Eubank S. An analytic approach to practical state space reconstruction // *Physica D*. – 1992. – Vol. 57. – P. 1-30.
12. Parker T., Chua L. Practical numerical algorithms for chaotic systems. – New York: Springer-Verlag, 1989. – 348 p.
13. Grassberger P., Procaccia I., On the Characterization of Strange Attractors // *Phys.Rev. Lett*. – 1983. – Vol. 50. – P. 346-349.
14. Табор М. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике. – М.: Эдиториал УРСС, 2001. – 320 с.
15. Шустер Г. Детерминированный хаос. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
16. Малинецкий Г.Г., Потанов А.Б. Современные проблемы нелинейной динамики. – М.: Эдиториал УРСС, 2002. – 360 с.
17. Смирнов В.Б., Пономарев А.В., Qian Jiadong, Черепанцев А.С. Ритмы и детерминированный хаос в геофизических временных рядах // *Физика Земли*. – 2005. – № 6. – С. 6-28.
18. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. – М.: Мир, 1980. – 536 с.
19. Кендалл М., Стюарт А. Т. 2. Статистические выводы и связи. – М.: Наука, 1973. – 899 с.
20. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.

REFERENCES

1. Anishchenko V.S., Astakhov V.V., Vadivasova T.E., Neyman A.B., Strelkova G.I., SHimanskiy-Gayer L. Nelineynye efekty v khaoticheskikh i stokhasticheskikh sistemakh [Non-linear effects in chaotic and stochastic systems]. Moscow.-Izhevsk: Institut komp'yuternykh issledovaniy, 2003, 544 p.
2. Badii R., Broggi G., Derighetti B. et al. Dimension Increase in Filtered Chaotic Signals, *Physical Review Letters*, 1988, Vol. 60 (11), pp. 979.
3. Kuznetsov S.P. Dinamicheskiy khaos [Dynamic Chaos]. Moscow: Fizmatlit, 2001, 295 p.
4. Cherepantsev A.S. Kharakteristiki dinamicheskoy sistemy geofizicheskikh poley na razlichnykh vremennykh masshtabakh [Characteristics of a Dynamic System of Geophysical Fields on Different Time Scales], *Fizika Zemli* [Phisica Zemli], 2018, No. 4, Appendix, pp. s3-s19.
5. Cherepantsev A.S. Dimension of the phase space of a dynamic system from geophysical data, *Izvestiya. Physics of the Solid Earth*, 2007, Vol. 43, No. 12, pp. 1047-1055.
6. Keylis-Borok V.I., Kosobokov V.G., Mazhkenov S.A. O podobii v prostranstvennom raspredelenii seysmichnosti [On similarity in the spatial distribution of seismicity], *Vychislitel'naya seysmologiya* [Vichislitelnaya Seismologia], 1989, No. 22, pp. 28-40.

7. *Cherepantsev A.S.* Vydelenie proektsii dinamicheskoy sistemy po dannym nablyudeniya polya deformatsiy [Determination of the Phase Projection of a Dynamic System from Strain Field Observations], *Fizika Zemli* [Physica Zemli], 2008, No. 2, pp. 39-58.
8. *Cherepantsev A.S.* Vydelenie dinamicheskoy sostavlyayushchey v variatsiyakh geofizicheskikh poley na osnove skhodimosti vyborochnogo srednego [Extraction of a dynamic component from variations in geophysical fields using the convergence of a sample average], *Fizika Zemli* [Physica Zemli], 2008a, No. 11, pp. 31-46.
9. *Takens F.* Detecting strange attractors in turbulence, *Lect. Notes in Math.*, 1981, pp. 898.
10. *Li Q., Nyland E.* Is the Dynamics of the Lithosphere Chaotic?, *Nonlinear Dynamics and Predictability of Geophysical Phenomena*, 1994. Geophysical Monograph 83, IUUG Vol. 18, pp. 37-41.
11. *Gibson J.F., Farmer J.D., Casdagli M., Eubank S.* An analytic approach to practical state space reconstruction, *Physica D*, 1992, Vol. 57, pp. 1-30.
12. *Parker T., Chua L.* Practical numerical algorithms for chaotic systems. New York: Springer-Verlag, 1989, 348 p.
13. *Grassberger P., Procaccia I.* On the Characterization of Strange Attractors, *Phys.Rev. Lett.*, 1983, Vol. 50, pp. 346-349.
14. *Tabor M.* Khaos i integriruemost' v nelineynoy dinamike [Chaos and integrability in nonlinear dynamics]. Moscow: Editorial URSS, 2001, 320 p.
15. *Shuster G.* Determinirovanny khaos [Deterministic Chaos]. Moscow: Mir, 1988, 240 p.
16. *Malinetskiy G.G., Potapov A.B.* Sovremennyye problemy nelineynoy dinamiki [Modern problems of nonlinear dynamics]. Moscow: Editorial URSS, 2002, 360 p.
17. *Smirnov V.B., Ponomarev A.V., Qian Jiadong, Cherepantsev A.S.* Ritmy i determinirovanny khaos v geofizicheskikh vremennykh ryadakh [Rhythms and Determined Chaos in Geophysical Time Series], *Fizika Zemli* [Physica Zemli], 2005, No. 6, pp. 6-28.
18. *Brillindzher D.* Vremennyye ryady. Obrabotka dannykh i teoriya [Time series: data analysis and theory]. Moscow: Mir, 1980, 536 p.
19. *Kendall M., Styuart A. T. 2.* Statisticheskie vyvody i svyazi [Vol. 2. Statistical conclusions and links]. Moscow: Nauka, 1973, 899 p.
20. *Levin B.R.* Teoreticheskie osnovy statisticheskoy radiotekhniki [Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering]. Moscow: Radio i svyaz', 1989, 656 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Г.В. Куповых.

**Черепанцев Александр Сергеевич** – Южный федеральный университет; e-mail: acherpantsev@sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371663; к.ф.-м.н.; доцент.

**Cherepantsev Alexandr Sergeevich** – Southern Federal University; e-mail: acherpantsev@sfedu.ru; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371663; cand. of phis.-math. sc.; associate professor.

УДК 681.51

DOI 10.18522/2311-3103-2020-4-200-211

**Е.Н. Обухова**

## **ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИНТЕГРАЛЬНОЙ АДАПТАЦИИ ДЛЯ СИНТЕЗА АДАПТИВНЫХ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ ПНЕВМОПРИВОДОМ В УСЛОВИЯХ ГАРМОНИЧЕСКОГО ВОЗМУЩЕНИЯ**

*Активное использование электропневматических систем в различных сферах промышленной автоматизации обусловлено такими достаточно высокими эксплуатационными показателями пневмопривода как надежность, быстрдействие, низкая стоимость, доступность использования в условиях высокой влажности, а так же во взрыво- и пожароопасных средах. В статье приведен краткий анализ отечественных и зарубежных научных работ, посвященных разработке различных методов управления пневматической сис-*