

17. Kolesnikov A.A. Introduction of synergetic control, *Proceedings of the American Control Conference*, 2014, p. 3013-3016.
18. Kolesnikov A.A. *Novye nelineynye metody upravleniya poletom* [New nonlinear methods of flight control], Moscow: Fizmatlit, 2013, 196 p.
19. Gonzalez H.A. Robust tracking of dynamic targets with aerial vehicles using quaternion-based techniques: Doctoral dissertation. 2019. 18 p.
20. Metod AKAR i teoriya adaptivnogo upravleniya v zadachakh sinteza nelineynykh sistem upravleniya [ADAR Method and Theory of Adaptive Control in the Tasks of Synthesis of the Nonlinear Control Systems], *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, automation, management], 2017, Vol. 18, No. 9, pp. 579-589.
21. Kuz'menko A.A., Kolesnikov A.A., Kolesnitchenko D.A. Novel robust control of hydrogenerator: The synergetic approach, *IFAC-PapersOnLine*, 2015, Vol. 48 (11), pp. 451-456.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.М. Першин.

Веселов Геннадий Евгеньевич – Южный федеральный университет; e-mail: gev@sfedu.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: +78634360450; д.т.н.; директор Института компьютерных технологий и информационной безопасности.

Ингабире Али – e-mail: ingabire@sfedu.ru; тел.: +79381069281; кафедра синергетики и процессов управления; аспирант.

Veselov Gennady Evgen'evich – Southern Federal University; e-mail: gev@sfedu.ru, 2, Chekhov street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +78634360450; dr. of eng. sc.; Director of Institute of Computer Technology and Informational Security.

Ingabire Aline – e-mail: ingabire@sfedu.ru; phone: +79381069281; the department of synergetics and control processes; postgraduate student.

УДК 004.891.2

DOI 10.18522/2311-3103-2020-2-112-123

А.Н. Целых, В.С. Васильев, Л.А. Целых

ПРОБЛЕМА ВЫБОРА ДЕМПИНГ-ФАКТОРА В МОДЕЛИ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРАВЛЕНИЙ ДЛЯ НАПРАВЛЕННЫХ ВЗВЕШЕННЫХ ЗНАКОВЫХ ГРАФОВ*

Рассматривается проблема выбора демпинг-фактора в модели эффективных управлений на основе максимизации передачи влияния для нечетких когнитивных моделей, представленных направленными взвешенными знаковыми графами. Для передачи влияния используется модель управления, реализующая развитие системы. Алгоритм эффективных управлений основан на решении оптимизационной задачи отыскания вектора внешних воздействий, максимизирующего накопленный рост приращений показателей вершин. Оптимальным управляющим воздействием признаётся управление, доставляющее максимум отношению квадрата нормы вектора отклика системы к квадрату нормы вектора управления. Демпинг-фактор такой модели управляет сравнительным масштабом прямого и косвенного влияния всех внутрифакторных связей системы в целом. Целью исследования является определение таких областей допустимых значений для получаемых решений, при которых (i) соблюдается условие непротиворечивости результата; (ii) изменение рангов вершин носит медленный характер. Под непротиворечивостью результата мы понимаем удовлетворение правилами работы системы в целом. Эти правила могут выражаться в наложении ограничений на статус вершин, на знак воздействий и откликов. В работе устанавливается значение демпинг-фактора, называемое резонансным, при котором происходит резонансный всплеск значения целевой функции задачи максимизации влияния, когда

* Работа выполнена при поддержке гранта Российского Фонда фундаментальных исследований № 19-01-00109.

сонаправленность между резонансным откликом и вызывающим его воздействием отсутствует. Выбор демпинг-фактора влияет на значение целевой функции задачи максимизации влияния и на вектор эффективного управления, на котором это решение достигается. Значение резонансного демпинг-фактора можно интерпретировать как предел возможной управляемости системы, т.е. предел потенциальной возможности воздействия на систему без причинения ей вреда. Оценка предложенного решения производится по степени устойчивости ранга узлов модели в зависимости от влияния изменений демпинг-фактора, алгоритмизации определения области его допустимых значений и форме проявления резонанса в границах значений демпинг-фактора.

Эффективное управление; демпинг-фактор; влияние; направленный взвешенный знаковый граф; нечеткая когнитивная карта.

A.N. Tselykh, V.S. Vasilev, L.A. Tselykh

THE PROBLEM OF CHOOSING A DUMPING FACTOR IN THE EFFECTIVE CONTROL MODEL FOR DIRECTED WEIGHTED SIGNED GRAPHS

The paper deals with the problem of choosing a dumping factor in the effective control model based on maximizing the transfer of impacts for fuzzy cognitive models represented by directed weighted signed graphs. To transfer influence, a management model is used that implements the development of the system. An effective control algorithm is based on solving the optimization problem of finding a vector of external influences that maximizes the accumulated increase in increments of vertex indicators. The optimal control effect is considered to be a control that provides the maximum ratio of the square of the norm of the response vector of the system to the square of the norm of the control vector. The dumping factor of this model controls the comparative scale of the direct and indirect influence of all intrafactor relationships of the system as a whole. The purpose of the study is to determine such areas of acceptable values for the obtained solutions, in which (i) the condition of consistency of the result is met; (ii) the change of vertex ranks is slow. By the sequence of results, we mean satisfaction with the rules of the system as a whole. These rules can be expressed in imposing restrictions on the status of vertices, on the sign of impacts and responses. Set the damping factor, called the resonance, where resonance occurs a surge in the value of the objective function the problem of maximization of the impact when there is no alignment between the resonant response and caused its effect. The choice of the dumping factor affects the value of the target function of the impact maximization problem and the vector of effective management on which this solution is achieved. The value of the resonant damping coefficient can be interpreted as the limit of the possible controllability of the system, i.e. limit the potential impact on the system without harming it. The proposed solution is evaluated based on the degree of stability of the rank of model nodes depending on the influence of changes in the damping coefficient, the algorithmization of determining the range of its acceptable values and the shape of the resonance within the values of the damping coefficient.

Effective control; damping factor; influence; direct weighted sign graph; fuzzy cognitive map.

Введение. В данном исследовании рассматривается проблема выбора демпинг-фактора (ДФ) в модели эффективных управлений на основе максимизации передачи влияния на направленных взвешенных знаковых графах. Задача распространения влияния в сетях широко исследуется в последние годы. Сети могут быть представлены ненаправленными взвешенными знаковыми графами и направленными взвешенными знаковыми графами. Ненаправленные взвешенные знаковые графы представляют социальные сети, где веса на ребрах означают частоту контактов между вершинами. Самым известным алгоритмом, ранжирующим узлы в сетях, является алгоритм PageRank [1]. Вопросы выбора ДФ рассмотрены для ненаправленных взвешенных знаковых графов, матрица смежности которых является вещественной и симметричной [2].

Нечеткая когнитивная карта (НКК) является направленным взвешенным знаковым графом, где веса ребер имеют обязывающий (причинно-следственный) характер взаимоотношений между вершинами. Матрица смежности НКК является вещественной и несимметричной. Классическая модель Коско [3] предполагает

устойчивости в терминах технических систем и нахождение состояния равновесия в фиксированной точке. Ранжирование вершин происходит на основе достигаемых значений состояния вершин в этой неподвижной точке [4]. В некоторых работах упоминается ДФ, предназначенный для ускорения конвергенции [5]. Однако обоснование выбора ДФ не рассматривалось.

Задачи ранжирования вершин в моделях передачи влияний в направленных взвешенных знаковых графах с причинно-следственными отношениями на ребрах в литературе, как нам известно, не встречались. Таким образом, вопрос о том, как могут влиять вариации ДФ на рейтинг влиятельных вершин, индуцированный алгоритмом эффективных управлений [6, 7], в случае вещественной и несимметричной матрицы смежности требует соответствующих исследований.

1. Обзор публикаций по теме исследования. Анализ публикаций, использующих модели с ДФ, показал, что использование в модели ДФ может носить аддитивную [8, 9] или мультипликативную формы [10–14]. Аддитивная форма выражается в корректировке параметров модели за счет добавления или вычитания некоторой поправки. Мультипликативная форма выражается путем помещения множителя в модель. Характерным примером аддитивной формы ДФ является подход в статье [8]. За счет помещения в модель трех аддитивных демпинг-факторов здесь моделируется рост и задержка роста сети. Помещение в модель аддитивного ДФ проявляется в индивидуальной корректировке каждого показателя модели. В случае использования НКК такая корректировка отдельных параметров модели не позволяет, но допустимо управление сравнительным масштабом прямого и косвенного влияния. Мультипликативность ДФ состоит во взвешивании прямых и косвенных влияний в целом для системы. Характерными представителями аддитивной формы можно назвать исследования α -centrality в [13, 14] и алгоритмов PageRank [10–12]. Здесь взвешивание прямых и косвенных влияний выражается помещением в модель множителя у матрицы смежности в целом. Вопрос выбора значения ДФ непосредственно рассматривается в статье [12], в котором отмечается чувствительность ранжирования узлов от изменения значения ДФ. Авторы в [12] обращают внимание на то, что малое изменение ДФ может приводить к существенным изменениям рангов вершин. Bressan и Peserico приводят пример графа, когда изменение ДФ даже на 0.001 “может вызвать полный разворот ранга”. Это указывает на важность и необходимость выбора значения ДФ в модели передачи влияний. Однако механизм применения ДФ в этих исследованиях применим для сетей с вероятностной матрицей и предполагаемым равномерным распределением переходов по исходящим дугам графа.

В статье [15] вводится параметр релаксации и оптимизируется для ускорения сходимости. В данном случае этот параметр относится не к модели, а к вычислительному методу нахождения решения. Можно провести аналогию между этим параметром релаксации и параметром регуляризации по Тихонову [18].

2. Описание метода.

2.1. Коэффициент демпфирования в алгоритме эффективного управления.

Рассматривается алгоритм эффективных управлений, предложенный в статьях [6, 7]. Метод, используемый в алгоритме, основан на решении оптимизационной задачи отыскания вектора (векторов) внешних воздействий, максимизирующего накопленный рост приращений показателей вершин для системы, представленной ориентированным знаковым взвешенным графом с причинно-следственными связями на ребрах. В качестве графа используется нечеткая когнитивная карта (НКК) исследуемой системы. Для передачи влияния используется модель управления, названная моделью роста:

$$x_j = u_j + \delta \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i,$$

где x_j – значение приращения показателя вершины v_j ; u_j – управляющее воздействие на вершину v_j ; δ – ДФ; a_{ij} – вес дуги соединяющей вершину v_i с v_j , $-1 \leq a_{ij} \leq 1$; x_i – значение приращения показателя вершины v_i . Оптимальным управляющим воздействием признаётся управление \mathbf{u} , доставляющее максимум отношению квадрата нормы вектора показателей \mathbf{x} к квадрату нормы вектора управления \mathbf{u} :

$$(\mathbf{x}, \mathbf{x})/(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \rightarrow \max.$$

Результатом работы алгоритма являются два набора ранжированных в порядке важности узлов графа. Важность узла определяется значением (по модулю) компонент векторов воздействия и влияния. Один набор узлов графа представляет собой значения компонент вектора управляющих воздействий, другой – значения компонент вектора влияния для соответствующих вершин графа. Оба набора вершин упорядочены по возрастанию значений. Отбор наиболее влиятельных и влияющих узлов (эффективных управлений) производится на основе кумулятивного эффекта (компонент векторов), выражающего потенциал системы в целом. Метод основан на спектральных свойствах матрицы смежности графа и определении ее резонансных свойств, а именно нахождении собственных чисел и собственных векторов матрицы смежности.

Как показано в разделе 1 во многих моделях ДФ использовался для достижения сходимости решения. При этом предполагается, что наличие любого решения системы уравнений при достижении сходимости обеспечивает правильное решение. Тем не менее, в работе [5, 15–17] отмечается, что наблюдались случаи получения противоречивых результатов. В этом случае структура модели анализировалась и изменялась через корректировку весов и факторов для получения более разумных результатов. Такие случаи встречаются в большинстве НКК. Однако анализ показывает, что это не всегда объясняется неправильной структурой модели. Тогда изменение весов, связей и факторов, по сути, может являться простой “подгонкой” решения под ожидаемый результат.

Проиллюстрируем пример такого решения, где наблюдается эффект “перевернутого стола”. Рассмотрим НКК для определения клинического риска при администрировании назначений медицинских препаратов из статьи [19]. НКК содержит 30 вершин-факторов, 119 ребер с общим весом 84.2. Проведем анализ качества получаемых результатов:

- 1) для рангов, полученных вершинами НКК;
- 2) для соответствия воздействий и откликов, которые получили вершины, при разных значениях ДФ.

Анализ рангов, полученных вершинами НКК, показал, что для этой НКК изменение ДФ существенным образом влияет на получаемый результат. Рис. 1 показывает изменение ранга влиятельных вершин (рис. 1,а) и вершин, получивших отклик системы (рис. 1,б) при изменениях ДФ. Так, например, вершина 5 переместилась с 9-го места на 1-е, а вершина с номером 1 переместилась с 1-го места на 20-е место. То есть, если система работает в полную мощность так, как задал факторы и значения связей эксперт, тогда вершиной, получившей максимальный отклик, является вершина с номером 5 (под $\delta=1.0$), а вовсе не вершина с номером 1 (под $\delta=0.1$). И, соответственно, самой влиятельной вершиной, занявшей 1-е место под $\delta=1.0$, является вершина с номером 23, а вершина с номером 30 переместилась с 1-го места под $\delta=0.1$ на 4-е место под $\delta=1.0$. 24-я вершина переместилась с 11-го места на 3-е место, соответственно.

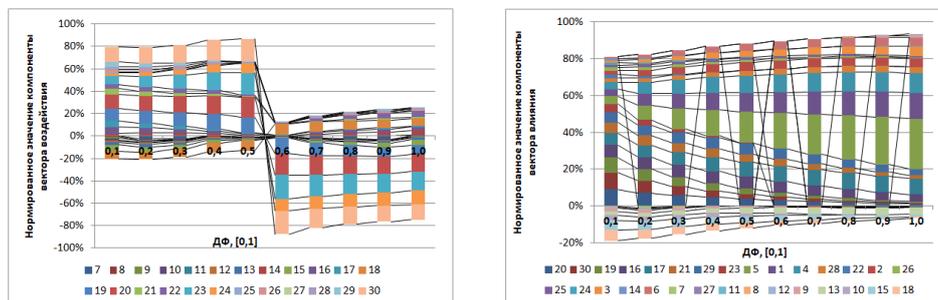


Рис. 1. Изменение нормированных вкладов (рангов) компонент (а) в векторе воздействия (влияющих вершин) и (б) в векторе влияния (вершин, получивших отклик системы) при изменении $\Delta\Phi$, $0 < \delta \leq 1.0$

Анализ соответствия воздействий и откликов, которые получили вершины при разных значениях $\Delta\Phi$, проведем с точки зрения смыслового содержания факторов системы. Например, увеличение факторов усталости, спешки, стресса, аварийности и рабочей нагрузки (соответственно, номера вершин 1-6), очевидно, увеличивают ошибки, допускаемые персоналом (соответственно, номера вершин 19, 20, 23, 24, 30). Такие вершины имеют “связанные знаки” изменений характеристик вершин. В данном случае знак у всех значений компонент векторов должен быть положительным. Однако полученное решение в интервале $0.6 \leq \delta \leq 1$, не удовлетворяет требованиям непротиворечивости результата (табл. 1), т.е. знак у компонент векторов вершин второй группы изменился на противоположный.

Таблица 1

Значения компонент откликов и воздействий для связанных знаков изменений характеристик вершин

Номер вершины	Значения компонент вектора при соответствующих значениях $\Delta\Phi$				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
1	0.174	0.2913	0.3463	0.3709	0.3842
2	0.0792	0.1326	0.1587	0.1681	0.1685
3	0.0712	0.1271	0.1639	0.1867	0.2001
4	0.162	0.2673	0.3108	0.3224	0.3214
5	0.1803	0.342	0.4539	0.531	0.5883
6	0.0411	0.0778	0.1034	0.1207	0.1311
19	0.26425	0.15133	0.07505	0.03162	0.00937
20	0.3077	0.18427	0.09438	0.0407	0.01217
23	0.18292	0.12823	0.07653	0.03774	0.01291
24	0.05646	0.04275	0.02871	0.01583	0.00586
30	0.31064	0.18763	0.09689	0.04179	0.01238
Номер вершины	Значения компонент вектора при соответствующих значениях $\Delta\Phi$				
	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
1	-0.3937	-0.3998	-0.4029	-0.4011	-0.3928
2	-0.165	-0.1603	-0.1562	-0.1556	-0.1619
3	-0.2083	-0.2138	-0.2191	-0.2288	-0.2492
4	-0.3156	-0.3079	-0.2996	-0.2897	-0.2769
5	-0.6325	-0.668	-0.6973	-0.7209	-0.7386
6	-0.1348	-0.1335	-0.1286	-0.1206	-0.1095

19	0.001	0.00504	0.00605	0.0058	0.00526
20	0.00136	0.00711	0.00896	0.00881	0.00758
23	0.00153	0.00842	0.01078	0.01108	0.01062
24	0.00077	0.00461	0.00648	0.00709	0.00693
30	0.00136	0.00686	0.00833	0.00793	0.00671

Для нашей модели при разных значениях ДФ, $0 < \delta \leq 1$, получаемые решения отображают масштабированный результат силы действия всех внутрифакторных связей системы. Изменение ДФ в уравнении (1) можно понимать следующим образом. Если $\delta=0.1$, то влияние косвенных воздействий системы в целом проявляется только на 0.1 от заявленной мощности системы в целом; если $\delta=1$, то межфакторные связи работают в полную силу, косвенное влияние в максимальной степени передается внутри системы. Заметим, что наблюдаются неудовлетворительные результаты при значениях $0.6 \leq \delta \leq 1$. т.е. наблюдается эффект "перевернутого стола". То есть сила косвенного влияния такова, что "имеется достаточно энергии, чтобы перевернуть стол". При этом достигается сходимость решения при всех значениях ДФ. Таким образом, наличие сходимости еще не гарантирует правильности результата.

Следовательно, требуется найти такие области допустимых значений для получаемых решений, при которых (i) соблюдается условие непротиворечивости результата; и (ii) изменение рангов вершин носит медленный характер. Под непротиворечивостью результата мы понимаем удовлетворение правилам работы системы в целом. Эти правила могут выражаться в наложении ограничений на статус вершин и на знаки воздействий и откликов.

2.2. Определение области допустимых значений. В принятом формате ограничения для входных данных соответственно разделяются на 3 вида:

1. Равенство нулю компоненты (воздействий, отклика), $x_i = 0, u_i = 0$.
2. Неотрицательность компоненты (воздействий, отклика), $x_i \geq 0, u_i \geq 0$.
3. Неположительность компоненты (воздействий, отклика), $x_i \leq 0, u_i \leq 0$.

Первая группа ограничений представляет узлы модели, являющиеся неуправляемыми факторами (например, факторы внешней среды, на которые не может быть оказано непосредственное управляющее воздействие). Вторая и третья группы определяют факторы, характеристики которых могут иметь только положительные или только отрицательные изменения характеристик, в том числе и связанные. Поскольку все ограничения вводятся в систему уравнений, то решение также будет удовлетворять требуемым соотношениям знаков воздействий и откликов.

Пусть $G = \langle V, E \rangle$ граф социально-экономической системы, где $V = \{V_1, V_2, \dots, V_N\}$ – множество вершин и $E \in V \times V$ – множество ребер. Этот граф определяется матрицей смежности $A^T = \|a_{i,j}\|_n$, где $a_{i,j}$ – вес ребра от вершины V_i к вершине V_j на интервале $-1 \leq a_{i,j} \leq 1$. Рассматривается задача управления для модели роста с простой зависимостью воздействия и отклика:

$$(\mathbf{I} - \delta \mathbf{A}^T) \mathbf{x} = \mathbf{u}, \quad (1)$$

где \mathbf{I} – единичная матрица; $\mathbf{x} = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$ – вектор влияний, называемый откликом системы; $\mathbf{u} = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n)^T$ – вектор управляющих воздействий, δ – ДФ, задаваемый в интервале $0 < \delta \leq 1$. Эта задача может быть решена либо в отношении влияний, либо в отношении откликов. Рассматривается решение задачи относительно влияний.

Задача максимизации

$$\mathbf{x}^T \mathbf{x} / \mathbf{u}^T \mathbf{u} \rightarrow \max$$

при ограничении $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = \mathbf{1}$ (или $\mathbf{u}^T \mathbf{u} = \mathbf{1}$) эквивалентна задаче

$$\mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x} \rightarrow \min, \quad (2)$$

где $\mathbf{B} = (\mathbf{I} - \delta \mathbf{A})(\mathbf{I} - \delta \mathbf{A}^T)$ [20]. Заметим, что при $\delta = 0$ выполняется $\mathbf{x} = \mathbf{u}$, и $\mathbf{u}^T \mathbf{x} > 0$, т.е. сонаправлен и даже тождественен воздействию.

Любую матрицу можно представить в виде суммы симметричной $\mathbf{A}_s = \frac{1}{2}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T)$ и антисимметричной $\mathbf{A}_a = \frac{1}{2}(\mathbf{A} - \mathbf{A}^T)$ матриц

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_s + \mathbf{A}_a = \frac{1}{2}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) + \frac{1}{2}(\mathbf{A} - \mathbf{A}^T).$$

В общем случае

$$\mathbf{u}^T \mathbf{x} = \mathbf{x}^T (\mathbf{I} - \delta \mathbf{A}) \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{x} - \delta \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{x} - \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T (\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) \mathbf{x}.$$

В отношении симметричной матрицы \mathbf{A}_s можно утверждать, что все её собственные числа вещественные, и

$$\lambda_{min} \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \frac{1}{2} \mathbf{x}^T (\mathbf{A} + \mathbf{A}^T) \mathbf{x} \leq \lambda_{max} \mathbf{x}^T \mathbf{x},$$

где λ_{min} и λ_{max} – минимальное и максимальное собственные числа матрицы \mathbf{A}_s . Утверждать, что все собственные числа одного знака можно только для знакоопределённых симметричных матриц. Но если $\lambda_{max} > 0$, то при $\delta = \lambda_{max}^{-1}$ происходит смена знака с $\mathbf{u}^T \mathbf{x} > 0$ на $\mathbf{u}^T \mathbf{x} < 0$, т.е. сонаправленные компоненты воздействия и отклика становятся противоположно направленными. Для задачи безусловной оптимизации (2) и под моделью (1) это произойдёт при единственном значении δ . Тогда индикатором перехода может служить знак формы $\mathbf{u}^T \mathbf{x}$.

Определение 1. ДФ (δ) – это коэффициент, выражающий уровень косвенного воздействия сравнительно с уровнем прямого воздействия.

Определение 2. Существует допустимый диапазон области ДФ $Im(DF) = [0, \delta_{adm}]$, в границах которого гарантированно преобладает сонаправленность по компонентам векторов отклика и воздействия, где $\delta_{adm} = 1/\lambda_{max_{A_s}}$.

Определение 3. Существует область резонанса ДФ $Im(DF) = [\delta_{adm}, 1]$, в границах которой наблюдается стремительная перестройка рангов вершин по компонентам векторов отклика и воздействия и разворот ранжирования.

Определение 4. Существует значение ДФ, называемое резонансным ДФ (δ_{res}), при котором происходит резонансный всплеск значений целевой функции задачи максимизации влияния. Именно в точке резонансного всплеска происходит смена знака с $\mathbf{u}^T \mathbf{x} > 0$ на $\mathbf{u}^T \mathbf{x} < 0$.

Замечание. Экстремальное решение в постановке безусловной оптимизационной задачи (2) приходится на один из собственных векторов матрицы \mathbf{B} . Поскольку \mathbf{x} и \mathbf{u} связаны своей матрицей, то они могут различаться направлениями даже для задачи безусловной оптимизации, т.е. вектора \mathbf{x} и \mathbf{u} не являются сонаправленными. Заметим, что при $\delta = 0$ отсутствуют косвенные воздействия и имеет место совпадение направлений \mathbf{x} и \mathbf{u} . При увеличении доли косвенного воздействия происходит расхождение направлений.

При определенном значении возможно появление нулевого (или близкого к нулю) собственного числа матрицы $(\mathbf{I} - \delta \mathbf{A}^T)$. Это означает возникновение резонанса, когда в системе на ничтожно малое воздействие возникает сравнительно большой отклик. Причем этот отклик определяется исключительно внутренними свойствами системы. Это означает, что различные малые воздействия могут вызывать большие резонансные отклики одного направления, т.е. сонаправленность между резонансным откликом и вызывающим его воздействием отсутствует.

3. Эксперимент. Реализуемость предлагаемого подхода, определяющего области допустимых значений, была проверена на тестовом примере, рассмотренном в разделе 2.1. Определение области допустимых значений решений, при которых соблюдается условие непротиворечивости работы модели, рассматривается при следующей системе ограничений для входных данных:

- а) Равенство нулю компоненты воздействий $x_i = 0$ для $i = 1, \dots, 6$ (неуправляемые факторы).
- б) Неотрицательность компоненты отклика $u_i \geq 0$ для $i = 7, \dots, 13, 15, 18, 27$.
- с) Неположительность компоненты отклика $u_i \leq 0$ для $i = 1, \dots, 6, 14, 16, 17, 19, \dots, 26, 28, \dots, 30$.

Первая группа ограничений представляет узлы модели, являющиеся неуправляемыми факторами (например, факторы внешней среды, на которые не может быть оказано непосредственное управляющее воздействие). Вторая и третья группы определяют факторы, характеристики которых могут иметь только положительные или только отрицательные изменения характеристик, в том числе и связанные. Поскольку все ограничения вводятся в систему уравнений, то решение также будет удовлетворять требуемым соотношениям знаков воздействий и откликов.

Процесс выявления эффективных управлений с учетом допустимого диапазона области значений ДФ включает следующие шаги:

Шаг 1. Определение области допустимых значений ДФ на основе вычисления максимального собственного числа матрицы смежности модели.

Шаг 2. Формализация условий работы модели в виде системы ограничений.

Шаг 3. Верификация и валидация модели.

Шаг 4. Вычисление компонент векторов отклика и воздействия в области допустимых решений.

Шаг 5. Отбор вершин, оказывающих наибольшее влияние (вершин воздействия), и вершин, получивших наибольшее влияние (вершин отклика).

Как показано в табл. 2, значения $\mathbf{u}^T \mathbf{x}$, вычисленные на шаге 3, меняют знак с “плюса” на “минус” при $\delta_{res} = 0.585$. Соответствующее значение границы допустимых значений ДФ равно $\delta_{adm} = 1/\lambda_{max_{A_S}} = 0.2550648$. Отметим, что $\delta_{res} > \delta_{adm}$, что согласуется с определением 2 и определением 3.

Таблица 2

Значения $\mathbf{u}^T \mathbf{x}$ с шагом 0.1.

Тип модели	Значения $\mathbf{u}^T \mathbf{x}$ для ДФ					
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
Модель без ограничений	0.618237	0.306535	0.116972	0.032865	0.005236	-0.00075
Модель с ограничениями	0.620998	0.281798	0.100844	0.028337	0.004801	-0.000825
Модель	Значения $\mathbf{u}^T \mathbf{x}$ для ДФ					
	0.7	0.8	0.9	1.0		
Модель без ограничений	-0.00066	0.000278	0.000864	0.001045		
Модель с ограничениями	0.044707	0.027549	0.017148	0.010729		

Соответствующее поведение $1/\lambda_i$ при $0 < \delta \leq 1$ для НКК в модели определения клинического риска при администрировании назначений медицинских препаратов из статьи [19] показано на рис. 2. Продемонстрировано существование резонансного значения ДФ, $\delta_{res} = 0.585$, когда возникает резонансный всплеск значения целевой функции задачи максимизации влияния. Именно в точке резонансного всплеска знак переключается с $\mathbf{u}^T \mathbf{x} > 0$ на $\mathbf{u}^T \mathbf{x} < 0$, как следует из данных, приведенных в табл. 2. В данном примере наблюдается резонансный всплеск в форме разрыва функции.

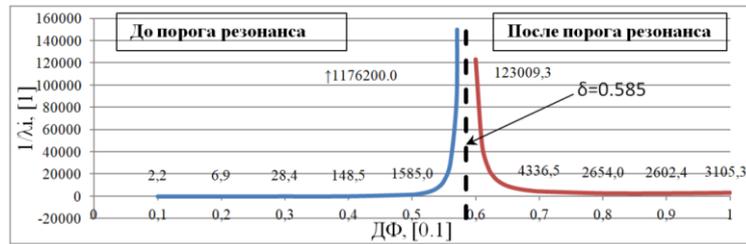


Рис. 2. Изменение $1/\lambda_i$ при изменениях ДФ, $0 < \delta \leq 1$

4. Анализ полученных результатов. Оценка предложенного решения производилась по следующим вопросам:

- (i) В какой степени ранжирование, полученное в результате работы алгоритма эффективных управлений, зависит от изменений ДФ?
- (ii) Какую характеристику выражает ДФ?
- (iii) Как определить области допустимых значений ДФ?
- (iv) Какая характеристика определяет выбор ДФ в пределах области допустимых значений.

Проверка устойчивости ранга показала, что наблюдается существенное изменение рангов узлов для любых дискретных вариаций ДФ. Серия проведенных экспериментов показала, что интервал значений распадается на 3 типа интервалов:

- ◆ 1-го типа – интервалы медленного изменения рангов вершин (или сохранения рангов) при непротиворечивости результатов;
- ◆ 2-го типа – интервалы стремительной перестройки рангов вершин; и
- ◆ 3-го типа – интервалы медленного изменения рангов вершин (или сохранения рангов) при противоречивости результатов.

Очевидно, что интервалы 2-го и 3-го типов должны быть исключены из рассмотрения.

Нахождение границ интервалов 1-го типа предписывается теоремой 1 и сводится к нахождению максимального собственного числа матрицы A_s , что представляет собой очень простую задачу сложности $O(n^3)$. Тогда эта граница покажет интервал без стремительных изменений рангов и с непротиворечивым результатом, что достаточно для лица, принимающего решения (ЛПР). Для рассматриваемого примера это значение равно $\delta = 1/\lambda_{\max A_s} = 0.2550648$.

Интервалы 2-го и 3-го типов обнаруживаются несложными алгоритмами с четко формализуемыми критериями. Исключение интервалов 2-го типа основывается на нахождении значений ДФ с фактической сменой знака с $\mathbf{u}^T \mathbf{x} > 0$ на $\mathbf{u}^T \mathbf{x} < 0$. Это сводится к решению задачи максимизации влияния для некоторых характерных значений ДФ с использованием метода дихотомии. Интервалы 3-го типа следуют сразу за интервалами 2-го типа и не представляют интереса для ЛПР. Фактическая смена знака с $\mathbf{u}^T \mathbf{x} > 0$ на $\mathbf{u}^T \mathbf{x} < 0$ является точкой резонанса системы.

Для ЛПР вход системы в резонанс означает, что отклик системы определяется внутренними свойствами системы и перестает зависеть от управляющего воздействия. Тогда резонансный отклик вызывают различные управляющие воздействия. Причем отношение уровня отклика к уровню воздействия очень велико. Можно сказать, что ЛПР лишается возможности управления системой, а получает только возможность возбуждения ее резонансного отклика, который может приобретать и взрывной характер.

Тогда значение резонансного ДФ является разумной границей, по которой можно судить об устойчивости исследуемой системы. Для рассматриваемого примера это значение равно если $\delta = 0.585$. В этом случае можно сказать, что запас прочности такой системы позволяет надеяться, что система будет устойчиво работать и “не пойдет в разнос” до достижения силы действия всех внутрифакторных связей системы до достижения $\delta = 0.585$. Тогда ЛПР должен понимать, что при продолжающемся воздействии на систему (после достижения этого предела) система войдет в резонанс и может разрушиться. Поэтому требуются другие действия, которые изменят саму систему и создадут возможность исключения вредного действия резонанса. Например, создание других факторов и связей в системе. При получении для системы низких значений ДФ можно сделать вывод о небольшом запасе прочности системы и необходимости принятия срочных действий ЛПР.

Полученный нами результат нахождения резонансной границы имеет аналогю с результатами, полученными в исследованиях критической точки и ее природы [2, 9, 21]. В этой критической точке, именуемой в разных источниках также, как коэффициент затухания [13], происходит делокализация эпидемического распространения влияний в сети, представленной вещественной и симметричной матрицей. В этих исследованиях приводятся модели, в которых определяющее значение имеет главный собственный вектор и критическая точка определяется как $1/\lambda_{max}$ (α -centrality, PageRank и др.). Однако этот подход не может быть использован в случае, если хотя бы одно собственное число является комплексно-значным.

Таким образом, наш вклад для рассматриваемой модели эффективных управлений на направленных взвешенных знаковых графах заключается в следующем:

1. Определено, что выбор ДФ влияет не только на значение целевой функции задачи максимизации влияния, но и на вектор эффективного управления, на котором это решение достигается.
2. В области ДФ существуют границы быстрого изменения целевой функции и быстрого изменения решения, которое проявляется в инверсии рангов вершин.
3. Если собственное число матрицы смежности, определяющее это значение ДФ, является действительным, то резонансный всплеск имеет форму разрыва функции. Если это число комплексное, то целевая функция будет иметь конечный максимум.
4. Для графов реального мира выбор ДФ до его дальней границы может основываться на реалистичности значения целевой функции, показывающей соотношение воздействия и отклика системы.
5. Значение резонансного ДФ можно интерпретировать как предел возможной управляемости системы, т.е. предел потенциальной возможности воздействия на систему без причинения ей вреда.

Заключение. В настоящем исследовании мы показываем, что для рассматриваемой модели эффективных управлений на направленных взвешенных знаковых графах:

- (i) демпинг-фактор выражает масштабирование косвенного влияния, передаваемого по дугам графа;
- (ii) существует граница области допустимых значений полученного решения, для $Im(DF) = [0, 1/\lambda_{max_{As}}]$, в пределах которого гарантированно не произойдет стремительная перестройка рангов вершин и разворот ранжирования;
- (iii) значение ДФ в точке резонанса, при смене знака с $\mathbf{u}^T \mathbf{x} > 0$ на $\mathbf{u}^T \mathbf{x} < 0$, является разумной границей при принятии решений и означает своеобразный “запас прочности” системы;
- (iv) выбор ДФ в границах допустимых значений может основываться на реалистичности значения целевой функции.

Поддержка. Работа выполнена при поддержке гранта Российского Фонда фундаментальных исследований № 19-01-00109.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Page L., Brin S., Motwany R., and Winograd T. The PageRank citation ranking: Bringing order to the Web, in *7th International World Wide Web Conference*, 1998, pp. 161-172.
2. Goltsev A.V., Dorogovtsev S.N., Oliveira J.G., and Mendes J.F.F. Localization and Spreading of Diseases in Complex Networks, *Phys. Rev. Lett.*, Sep. 2012, Vol. 109, No. 12, pp. 128702.
3. Kosko B. Fuzzy cognitive maps, *Int. J. Man. Mach. Stud.*, Jan. 1986, Vol. 24, No. 1, pp. 65-75.
4. Knight C.J.K., Lloyd D.J.B., and Penn A.S. "Linear and sigmoidal fuzzy cognitive maps: An analysis of fixed points," *Appl. Soft Comput.*, Feb. 2014, Vol. 15, pp. 193-202.
5. Hobbs B.F., Ludsin S.A., Knight R.L., Ryan P.A., Biberhofer J., and Ciborowski J.J.H. Fuzzy cognitive mapping as a tool to define management objectives for complex ecosystems, *Ecol. Appl.*, 2002, Vol. 12, No. 5, pp. 1548-1565.
6. Tselykh A.N., Vasilev V.S., Tselykh L.A., and Barkovskii S.A. Method Maximizing the Spread of Influence in Directed Signed Weighted Graphs, *Adv. Electr. Electron. Eng.*, Jul. 2017, Vol. 15, No. 2.
7. Tselykh A., Vasilev V., and Tselykh L. Management of Control Impacts Based on Maximizing the Spread of Influence, *Int. J. Autom. Comput.*, Feb. 2019.
8. Cai G., Wang R., and Qiang B. Online Social Network Evolving Model Based on Damping Factor, *Procedia Comput. Sci.*, 2012, Vol. 9, pp. 1338-1344.
9. De Arruda G.F., Rodrigues F.A., and Moreno Y. Fundamentals of spreading processes in single and multilayer complex networks, *Phys. Rep.*, Oct. 2018, Vol. 756, pp. 1-59.
10. Son S.-W., Christensen C., Grassberger P., and Paczuski M. PageRank and rank-reversal dependence on the damping factor, *Phys. Rev. E*, Dec. 2012, Vol. 86, No. 6, pp. 066104.
11. Boldi P., Santini M., and Vigna S. PageRank as a function of the damping factor, in *Proceedings of the 14th international conference on World Wide Web - WWW '05*, 2005, 557 p.
12. Bressan M. and Peserico E. Choose the damping, choose the ranking?, *J. Discret. Algorithms*, Jun. 2010, Vol. 8, No. 2, pp. 199-213.
13. Bonacich P. and Lloyd P. Eigenvector-like measures of centrality for asymmetric relations, *Soc. Networks*, Jul. 2001, Vol. 23, No. 3, pp. 191-201.
14. Katz L. A new status index derived from sociometric analysis, *Psychometrika*, Mar. 1953, Vol. 18, No. 1, pp. 39-43.
15. Salmeron J. Fuzzy cognitivemaps for artificial emotions forecasting, *Applied Soft Computing*, 2012, No. 12 (12), 779, pp. 3704-3710.
16. Kok K. The potential of fuzzy cognitive maps for semi-quantitative scenario development, with an example from Brazil, *Global Environmental Change*, 2009, Vol. 19 (1), pp. 122-133.
17. Pei S., Wang J., Morone F., & Makse H. Influencer identification in dynamical complex systems, *Journal of Complex Networks*, 2019. Available at: <https://doi.org/10.1093/comnet/cnz029>.
18. Tikhonov A. and Arsenin V. Solutions of Ill-Posed Problems. New York: Wiley, 1977.
19. Bevilacqua M., Ciarapica F.E., and Mazzuto G. Fuzzy cognitive maps for adverse drug event risk management, *Saf. Sci.*, Feb. 2018, Vol. 102, pp. 194-210.
20. Tselykh A., Vasilev V., Tselykh L., and Fernando A.F. Ferreira. Influence control method on directed weighted signed graphs with deterministic causality. *Annals of Operations Research*, 2020. Available at: <https://doi.org/10.1007/s10479-020-03587-8>.
21. Boguñá M., Castellano C., and Pastor-Satorras R. Nature of the Epidemic Threshold for the Susceptible-Infected-Susceptible Dynamics in Networks, *Phys. Rev. Lett.*, Aug. 2013, Vol. 111, No. 6, p. 068701.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.В. Боженюк.

Целых Александр Николаевич – Южный федеральный университет; e-mail: ant@sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: +79185562047; кафедра ИАСБ; д.т.н.; профессор.

Васильев Владислав Сергеевич – e-mail: vsvasilev@sfedu.ru; кафедра ИАСБ; к.т.н.; доцент.

Цельх Лариса Анатольевна – Таганрогский институт имени А.П. Чехова (филиал) Ростовского государственного экономического университета (РИНХ); e-mail: l.tselykh58@gmail.com; 347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48; тел.: +79185695760; кафедра экономики и предпринимательства; к.э.н.; доцент.

Tselykh Alexander Nikolaevich – Southern Federal University; e-mail: ant@sfnedu.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79185562047; the department IASB; dr. of eng. sc.; professor.

Vasilev Vladislav Sergeevich – e-mail: vsvasilev@sfnedu.ru; the department IASB; dr. of eng. sc.; the senior lecturer.

Tselykh Larisa Anatolievna – Chekhov Taganrog Institute (branch) of Rostov State University of Economics; e-mail: l.tselykh58@gmail.com; Initsiativnaya, 48, Taganrog, 347936, Russia; phone: +79185695760; the department of Economics and business; dr. of ec. sc.; the senior lecturer.

УДК 629.113 (075)

DOI 10.18522/2311-3103-2020-2-123-133

А.Л. Береснев, М.А. Береснев

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЕТОНАЦИИ В СОВРЕМЕННОМ ДВС

Рассматриваются недостаточно изученные аспекты управления двигателем внутреннего сгорания, такие как использование детонации. При детонации вместо постоянно-го фронтального пламени в зоне сгорания образуется детонационная волна, несущаяся со сверхзвуковой скоростью. В волне сжатия детонируют топливо и окислитель. Этот процесс, с точки зрения термодинамики, повышает коэффициент полезного действия двигателя. В двигателях внутреннего сгорания существуют два различных режима распространения горения топлива воздушной смеси: дефлаграция и детонация. Двигатели работающие в режиме детонационного сгорания в настоящее время не используются и их возможности наиболее интересны. Современные двигатели внутреннего сгорания плохо переносят режим детонации, но возможность непродолжительного сгорания части топливовоздушной смеси с детонацией заложена в их конструкции. Ситуация возникновения детонации в настоящее время постоянно изучается, к ней относятся, как к вредной составляющей процесса горения, для борьбы с которой необходимо совершенствовать двигатель, его управление и использование современного топлива. Предлагается использовать этот, считающийся случайным, процесс для повышения крутящего момента и мощности двигателя внутреннего сгорания. Рассматривается возможность использования детонационного сгорания топливно-воздушной смеси в двигателе внутреннего сгорания, как полезной части рабочего процесса и делается предположение о возможности управления горением топливно-воздушной смеси в смешанном режиме, позволяющем улучшить индикаторные показатели. Высказаны предположения для создания модели и произведено моделирование давления в цилиндре на этапе горения топливовоздушной смеси с частичной детонацией. Произведено определение способа расчета тепловыделения, который является одним из важнейших этапов создания математической модели, поскольку от этого зависит точность и адекватность рассчитываемых параметров, как для режимов дефлаграционного горения топливовоздушной смеси, так и с использованием детонационного сгорания. Предложенная процедура расчета параметров рабочего цикла ДВС позволяет проводить вычисления в реальном времени и учесть влияние состава бинарного топлива на показатели мощности, экономичности, механической и динамической нагрузки на детали кривошипно-шатунного механизма, а также термической нагрузки на двигатель.

Двигатель внутреннего сгорания; детонация; модель.