

30. NoSQL Performance Benchmark 2018 – MongoDB, PostgreSQL, OrientDB, Neo4j and ArangoDB // ArangoDB. Available at: <https://arangodb.com/2018/02/nosql-performance-benchmark-2018-mongodb-postgresql-orientdb-neo4j-arangodb/> (accessed 01 August 2025).
31. Ye F., Sheng X., Nedjah N., Sun J., Zhang P. A Benchmark for Performance Evaluation of a Multi-Model Database vs. Polyglot Persistence, *Journal of Database Management*, 2023, Vol. 34, No. 1, pp. 1-20.
32. TimeConqueror/gamedev-multimodal-dbms, *GitHub*. Available at: <https://github.com/TimeConqueror/gamedev-multimodal-dbms> (accessed 01 August 2025).

Коблов Андрей Александрович – ООО "Коммуникационная платформа"; e-mail: timeconqueror999@gmail.com; г. Москва, Россия; программист-разработчик; ORCID: 0009-0007-0075-1794.

Ромакина Оксана Михайловна – Национальный исследовательский университет ИТМО; e-mail: omromakina@itmo.ru; г. Санкт-Петербург, Россия; к.ф.-м.н.; доцент факультета Прикладной информатики; ORCID: 0000-0001-9468-4404.

Клемешева Анастасия Сергеевна – Национальный исследовательский университет ИТМО; e-mail: primell@mail.ru; г. Санкт-Петербург, Россия; магистрант факультета Прикладной информатики; ORCID: 0009-0008-1259-8886.

Арсеньева Анна Закировна – Национальный исследовательский университет ИТМО; e-mail: anna.z.arseneva@itmo.ru; г. Санкт-Петербург, Россия; старший преподаватель факультета Прикладной информатики; ORCID: 0000-0002-2606-1667.

Koblov Andrey Alexandrovich – ООО "Communication Platform"; e-mail: timeconqueror999@gmail.com; Moscow, Russia; programmer-developer; ORCID: 0009-0007-0075-1794.

Romakina Oksana Mikhaylovna – ITMO University; e-mail: omromakina@itmo.ru; St. Petersburg, Russia; cand. of phys. and math. sc.; associate professor of the Faculty of Applied Informatics; ORCID: 0000-0001-9468-4404.

Klemesheva Anastasiia Sergeevna – ITMO University; e-mail: primell@mail.ru; St. Petersburg, Russia; master student of the Faculty of Applied Informatics; ORCID: 0009-0008-1259-8886.

Arseneva Anna Zakirovna – ITMO University; e-mail: anna.z.arseneva@itmo.ru; St. Petersburg, Russia; senior tutor of the Faculty of Applied Informatics; ORCID: 0000-0002-2606-1667.

УДК 004.382.2

DOI 10.18522/2311-3103-2025-6-121-136

А.К. Мельников

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ ФОТОННЫХ И КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ТОЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ЗНАЧЕНИЙ СТАТИСТИК КОНЕЧНЫХ ДИСКРЕТНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Проведено исследование возможности применения фотонных и квантовых вычислительных технологий для расчета точных распределений вероятностей значений статистик дискретных последовательностей в предположении о наличии работающих технических образцов вычислительных систем и создания требуемых квантовых алгоритмов. Оценка производительности вычислительных систем на базе фотонных вычислительных технологий базируется на материалах ИЦФМ РАН г. Саров. Оценка производительности квантовой вычислительной системы проведена методом сравнения времени решения задачи отбора проб бозонов из заданного распределения на вычислительной системе с известной производительностью и времени её выполнения на квантовой вычислительной системе. Для оценки возможности применения фотонных и квантовых вычислительных технологий к расчету точных распределений рассмотрены современные методы их вычисления, основанные на решении уравнения кратности типов и системы линейных уравнений в неотрицательных целых числах. Приводятся аналитические выражения, определяющие вычислительную сложность этих методов. Проведено определения значений границ параметров точных распределений доступных для вычисления с помощью применения фотонных и квантовых вычислительных технологий. Приводится сравнение полученных результатов с результатами примене-

ния многопроцессорных вычислительных технологий для расчета точных распределений различными методами. Проведен анализ возможностей применения фотонных и квантовых вычислительных технологий для расчета точных распределений методом сравнения количества пар параметров возможных к расчету точных распределений с общим числом параметров распределений, входящих в область Р. Фишера, определяющую пятикратное превосходство объема выборки над мощностью алфавита. Анализ данных о числе параметров выборок показывает, что при увеличении производительности используемых вычислительных технологий происходит рост возможностей по расчету точных распределений, но даже при использовании самых производительных из них квантовых технологий он не превосходит десятой доли от общего количества точных распределений, необходимых для расчета при проведении статистического анализа дискретных последовательностей в алфавитах мощности до 256 знаков.

Вероятность; статистика; распределение; вычислительный ресурс; производительность; вычислительная технология; многопроцессорная; фотонная; квантовая.

A.K. Melnikov

STUDY OF POSSIBILITIES OF USING PHOTONIC AND QUANTUM COMPUTING TECHNOLOGIES TO CALCULATE EXACT PROBABILITY DISTRIBUTIONS OF STATISTIC VALUES FROM FINITE DISCRETE SEQUENCES

This article explores the feasibility of using photonic and quantum computing technologies to calculate exact probability distributions of discrete sequence statistics, assuming the existence of working hardware prototypes of computing systems and the development of the required quantum algorithms. The performance evaluation of computing systems based on photonic computing technologies is based on materials from the Sarov Scientific Center for Physics and Microphysics of the Russian Academy of Sciences. The performance of a quantum computing system is assessed by comparing the time it takes to solve a boson sampling problem from a given distribution on a computing system with known performance and the time it takes to solve it on a quantum computing system. To assess the feasibility of using photonic and quantum computing technologies to calculate exact distributions, modern methods for calculating them are considered. These methods are based on solving the type multiplicity equation and a system of linear equations in non-negative integers. Analytical expressions determining the computational complexity of these methods are presented. The values of the boundaries of the parameters of exact distributions accessible for calculation using photonic and quantum computing technologies are determined. A comparison of the obtained results with the results of using multiprocessor computing technologies to calculate exact distributions using various methods is presented. An analysis of the feasibility of using photonic and quantum computing technologies to calculate exact distributions is conducted by comparing the number of parameter pairs that can be calculated for exact distributions with the total number of distribution parameters within the Fisher region, which determines a fivefold increase in sample size over the alphabet size. An analysis of the data on the number of sample parameters shows that with increasing performance of the computing technologies used, the ability to calculate exact distributions increases. However, even with the most powerful quantum technologies, this number does not exceed one-tenth of the total number of exact distributions required for statistical analysis of discrete sequences in alphabets up to 256 characters long.

Probability; statistics, distribution; computing resource; performance; computing technology; multiprocessor; photonic; quantum.

Введение. На современном этапе одними из стремительно развивающихся областей перспективных вычислительных технологий являются фотонные и квантовые технологии обработки информации. Анонсируемая разработчиками производительность вычислительных систем на базе этих перспективных технологий, по словам производителей, может позволить решить большую часть вычислительно-трудоемких задач, стоящих в области обработки информации. Наряду с технологиями искусственного интеллекта (ИИ), позволяющими решать множество задач по обработке информации [1], актуальными в этой области остаются задачи, решаемые с помощью статистических методов [2], используя критерии согласия. Для обоснованного применения критериев согласия при решении задачи принадлежности дискретной последовательности к некоторому классу последовательностей, определяемому их статистическими характеристиками, например, к равновероятному, необходимо знать точное распределение вероятностей значений статистики (далее точное распределение). Расчет точных распределений является вычислительно-трудоемкой задачей, требующей использования максимального вычислительного

ресурса [3, 4]. С бурным развитием фотонных и квантовых вычислительных технологий, выражающихся в создании технических образцов и разработке алгоритмов, требуется исследовать вопрос о том, насколько их применение сможет решить проблему расчета точных распределений.

Постановка задачи и цели исследования. Рассмотрим случайную величину (с.в.) ξ , принимающую значения на дискретном множестве исходов $A_N = \{a_1, \dots, a_N\}$ мощности N с вероятностями $\{p_1, \dots, p_N \mid P(\xi^{(v)} = a_i) = p_i\}$. Под дискретной последовательностью (последовательностью) $T_{N,n} = \{t_{j_1}, t_{j_2}, \dots, t_{j_n}\}$ длины n в алфавите A_N мощности N понимается результат n независимых испытаний с.в. ξ : $\{\xi^{(1)}, \xi^{(2)}, \dots, \xi^{(n)}\}$, таких что $(t_v = \xi^{(v)} \mid P\{t_v = a_i\} = p_i, \text{ для } v = \overline{1, n}, i = \overline{1, N})$.

Совокупность всех возможных различных последовательностей (выборок) длины n в алфавите A_N образует полное множество элементарных событий $\{\overline{T_{N,n}} \mid T_{N,n}^{(i)} \in T_{N,n}\}$, где $|\overline{T_{N,n}}| = N^n$. Тогда под точным распределением вероятности значений некоторой статистики $\{S_{N,n} : V^{(N)} \rightarrow D\} = P_T\{S_{N,n} \geq x\}$, далее просто точное распределение, будем понимать последовательность значений вероятностей $(P_T\{S_{N,n} \geq 1\}, P_T\{S_{N,n} \geq 2\}, \dots, P_T\{S_{N,n} \geq c\})$, где значение $c \approx 100$ и

$$P_T\{S_{N,n} \geq x\} = \sum_{T_{N,n}^{(i)} \in \overline{T_{N,n}}} I(S_{N,n}(T_{N,n}^{(i)}) \geq x) \cdot P(T_{N,n}^{(i)} \in \overline{T_{N,n}}),$$

а

$$I(S_{N,n}(T_{N,n}^{(i)}) \geq x) = \begin{cases} 0, & \text{если } S_{N,n}(T_{N,n}^{(i)}) < x. \\ 1, & \text{если } S_{N,n}(T_{N,n}^{(i)}) \geq x \end{cases}$$

Так как по своему построению точные распределения содержат полную информацию о возможных значениях статистики, что и определяет их преимущественное применение при построении процедур статистического обработки последовательностей, то требуется знать, для каких параметров выборок они могут быть рассчитаны. Отсюда вытекает цель статьи.

Целью данной статьи является определение возможностей применения перспективных фотонных и квантовых вычислительных технологий для расчета точных распределения $P_T\{S_{N,n} \geq x\}$, определение максимальных значений параметров выборки N и n , для которых могут быть проведены данные расчеты и сравнение их со значениями параметров, которые могут быть получены при применении современных многопроцессорных вычислительных систем.

Оценка производительности вычислительных систем на базе фотонных и квантовых вычислительных технологий. Предварительно отметим, что производительность классической многопроцессорной вычислительной системы (МВС) – P_{MBC} , основанной либо на универсальных процессорах, либо на видеокартах, либо на программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС), а скорей всего на их композиции, оценим как 10^{18} операций в секунду, опираясь на данные из TOP500, где на первом месте МВС HPE Cray EX255a с пиковой производительностью $1,742 \times 10^{18}$ оп./сек., а на втором месте Frontier HPE Cray EX с пиковой производительностью $1,353 \times 10^{18}$ оп./сек. [5]. Таким образом, оцениваем производительность МВС в

$$P_{MBC} = 10^{18} \tag{1}$$

операций в секунду.

Теперь оценим производительность, вычислительной системы на базе фотонных вычислительных технологий. В Национальном центре физики и математики (НЦФМ) г. Саров под руководством научного руководителя НЦФМ академика РАН Александра

Михайловича Сергеева ведутся работы по созданию универсальной гибридной электронно-фотонной вычислительной системе (УГЭФВС) производительностью 10^{19} операций в секунду [6, 7]. На текущий момент работающего прототипа УГЭФВС не существует из-за трудностей в разработке фотонного триггера, являющегося основой логических элементов фотонного процессора и фотонной памяти, хотя теоретические проблемы его создания, по словам разработчиков, успешно разрешены. Но, принимая гипотезу о наличии работающего образца УГЭФВС, производительность $P_{УГЭФВС}$ оцениваем, как

$$P_{УГЭФВС} = 10^{19} \quad (2)$$

операций в секунду.

Теперь попытаемся оценить производительность квантовой вычислительной системы, основанной на квантовой неопределенности (суперпозиции), позволяющей кубиту находиться одновременно в нескольких состояниях, и квантовой запутанности (связности), позволяющей связанным кубитам дублировать изменения состояния одного из них. Оценку производительности квантовой вычислительной системы произведем методом сравнения времени выполнения одинаковой задачи на вычислителе с известной производительностью и времени её выполнения на квантовой системе, как это было предложено д.ф.-м.н., действительным членом Академии криптографии РФ Алиевым Ф.К. и группой авторов в [8].

Оценка производительности гибрида классической и квантовой вычислительной систем (ГККВС) будем проводить, основываясь на тезисе о том, что классическому японскому суперкомпьютеру «Фукаку» (ЯСКФ) [9], имеющему производительность 442 петафлопс ($442 \cdot 10^{15}$ оп./сек.) с числами с плавающей запятой, потребуется 2,5 млрд лет для достижения результата по решению задачи отбора проб из известного распределения (реализация процесса *Boson Sampling*), определяемого уравнением

$$h_1^{(v)} + h_2^{(v)} + \dots + h_N^{(v)} = n, \quad (3)$$

тогда как данный результат может быть получен на ГККВС, например, «Цзючжан (Jiuzhang)», «Цзючжан-2», «Цзючжан-3» [10–12], за 200 секунд. Необходимо отметить, что эти компьютеры относятся к классу так называемых квантовых симуляторов – вариантов квантовых вычислителей, решающих одну задачу или узкий класс задач.

Таким образом вычислительный ресурс ВР, предоставляемый ЯСКФ – $ВР_{ЯСКФ}$, равен произведению производительности ЯСКФ – $P_{ЯСКФ}$ на время его использования $t_{ЯСКФ}$. Тогда, учитывая, что в 1 год $\approx 31\,536\,000$ секунд

$$ВР_{ЯСКФ} = P_{ЯСКФ} \times t_{ЯСКФ} = 442 \cdot 10^{15} \times 2,5 \cdot 10^9 \times 31,536 \cdot 10^6 \approx 34,85 \cdot 10^{33}. \quad (4)$$

Но согласно принятому основному тезису, такой же вычислительный ресурс (4) предоставляет ГККВС за 200 секунд

$$ВР_{ГККВС} = P_{ГККВС} \times t_{ГККВС} = P_{ГККВС} \times 200. \quad (5)$$

Тогда, приравнявая выражения (4) и (5), оцениваем производительность ГККВС как

$$P_{ГККВС} = \frac{ВР_{ЯСКФ}}{200} = \frac{34,85 \cdot 10^{33}}{2 \cdot 10^2} \approx 1,7 \cdot 10^{32}. \quad (6)$$

операций с плавающей запятой в секунду.

Области применения точных и предельных распределений. Для решения статистических задач по разделению гипотез о принадлежности последовательностей к равновероятному распределению необходимо уметь вычислять точные распределения в тех областях параметров последовательностей, в которых не применимы предельные распределения. Например Р.А. Фишер (*R.A. Fisher*) в [13] рекомендует ограничение k , основанное на отношении объема выборки n к мощности алфавита N : $k = n/N$ и предлагает применять предельные распределения при $k \geq 5$. Таким образом предельные распределения предлагается использовать для анализа последовательностей с параметрами N и n , для которых

$$F = \{(N, n) \mid \text{для каждого } N = 2, 3, \dots; n = 5N, 5N + 1, 5N + 2 \dots\}, \quad (7)$$

назовем эту область областью предельных распределений или областью Фишера и обозначим через F . На рис. 1 область Фишера (область 1), для которой нет прямой необходимости вычислять точные распределения так как можно применять предельные, представляет собой площадь, ограниченную снизу прямой, реализующей линейную функцию $y=5 \cdot x$ рис. 1.



Рис. 1. Области параметров выборки применения предельных (1) и точных (2) распределений

Количество пар параметров выборки (N, n) в области, ограниченной сверху прямой по предположению Р. Фишера ($n = 5 \cdot N$) [13: 73], в которой не применимы предельные распределения, при ограничении мощности алфавита 256 знаками ($N = 2, 3, \dots, 256$) равно

$$|\{(N, n) : N = 2, 3, \dots, 256; n \leq 5 \cdot N\}| = \sum_{i=2}^{256} 5 \cdot i = 164475 \quad (8)$$

и частично показано на рис. 1. Область 1 – это область параметров последовательностей, для анализа которых могут быть применены предельные распределения, а область 2 – назовем её областью необходимого расчета распределений, так как в ней необходимо пользоваться точными распределениями, которые предварительно должны быть вычислены [14].

Методы расчета точных распределений. Необходимо отметить большой вклад в разработку методов расчета точных распределений внесенный в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН г. Москва работами под руководством д.ф.м.н., действительного члена Академии криптографии РФ **Андрея Михайловича Зубкова** [15–18].

Теперь из существующих методов расчета точных распределений рассмотрим два основных метода.

Первый метод – это метод первой кратности (МПК) [19], основанный на решении уравнения кратности типов (уравнения первой кратности)

$$h_1 + h_2 + \dots + h_N = n, \quad (9)$$

где $\{h_i \mid i = \overline{1:N}\}$ есть частота встречаемости знака a_i алфавита последовательности $A_N = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ мощности N в последовательности длины n . Вычислительная сложность расчета точного распределения методом МПК – $C_{МПК}(P_T\{S_{N,n} \geq x\})$ определяется аналитическим выражением из [19]

$$C_{МПК}(P_T\{S_{N,n} \geq x\}) = (n+1)^N \cdot 3N + C_{N+n-1}^N \cdot (8N + n + 2 \log_2 C_{N+n-1}^N + 5), \quad (10)$$

Второй метод – это метод основанный на решении систем линейных уравнения (СЛУ) вида

$$\begin{cases} \mu_0^{(v)} + \mu_1^{(v)} + \dots + \mu_n^{(v)} = N \\ 1 \cdot \mu_1^{(v)} + 2 \cdot \mu_2^{(v)} + \dots + n \cdot \mu_n^{(v)} = n \end{cases}, \quad (11)$$

где $\mu_j^{(v)}$ есть число значений $h_i^{(v)}$ из уравнения (9), равных j . Так как вектор $\{\mu_0^{(v)}, \mu_1^{(v)}, \dots, \mu_n^{(v)}\}$ называют вектором второй маркировки или второй кратности то метод основанный на решении СЛУ (11) называют методом второй кратности (МВК). Его вычислительная сложность $C_{МВК}(P_T\{S_{N,n} \geq x\})$ определяется следующим выражением [20],

$$C_{МВК}(P_T\{S_{N,n} \geq x\}) \leq P_{L_{\mu(N,n)}} \times 5n + K_{\mu}(N,n) \cdot (5 \cdot (n+1) + 2(N+n) + 3) + 2 \times K_{\mu}(N,n) \cdot \log_2 K_{\mu}(N,n) + 2 \cdot K_{\mu}(N,n), \tag{12}$$

где $P_{L_{\mu(N,n)}}$ – ограничение на количество опробуемых векторов возможных решений СЛУ (11), а $K_{\mu}(N,n)$ – число её неотрицательных целочисленных решений, которые вычислены в [21].

Определения значений границ параметров точных распределений доступных для вычисления. Для определения параметров точных распределений $P_T\{S_{N,n} \geq x\}$ – мощности алфавита N и объема выборки (длины последовательности) n , для которых они могут быть вычислены введем несколько предположений:

1. о наличии работающего прототипа фотонной вычислительной системы (УГЭФВС) с производительностью 10^{19} оп./сек.;
2. о наличии квантовой вычислительной системы (ГККВС) с требуем количеством кубит [20] производительностью $1,7 \cdot 10^{32}$ оп./сек.;
3. о наличии квантового алгоритма решения линейного уравнения кратности типов вида (9) [8], используемого для вычисления точных распределений методом первой кратности МПК;
4. о наличии квантового алгоритма решения системы линейных уравнений второй кратности вида (11), используемого для вычисления точных распределений методом второй кратности (МВК).

Теперь определим значение вычислительного ресурса (количество операций) $BP_{BT}(t)$, предоставляемого вычислительными системами на базе рассматриваемых вычислительных технологий $BT = \{МВС, УГЭФВС, ГККВС\}$ в течении периода использования t , равного 1 (одному) месяцу ($2\,592\,000$ секунд) $t = 2\,592\,000$ сек. Вычислительный ресурс $BP_{BT}(t)$ равен произведению производительности $BT - P_{BT}$ на величину периода времени t

$$BP_{BT}(t) = P_{BT} \times t, \tag{13}$$

значения для многопроцессорных (МВС), фотонных (УГЭФВС) и квантовых (ГККВС) вычислительных технологий приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения вычислительного ресурса, предоставляемого вычислительными технологиями за 1 месяц

	Вычислительные технологии BT		
	Многопроцессорные МВС	Фотонные УГЭФВС	Квантовые ГККВС
Производительность (операций в секунду)	10^{18}	10^{19}	$1,7 \cdot 10^{32}$
Вычислительный ресурс BP_{BT} за 1 месяц (число операций)	$2,592 \cdot 10^{24}$	$2,592 \cdot 10^{25}$	$4,406 \cdot 10^{38}$

Множество параметров N и n точных распределений $P_T \{S_{N,n} \geq x\}$, которые могут быть вычислены некоторым методом M при использовании вычислительной системы на базе вычислительной технологии BT определяются из соотношения

$$C_M(P_T \{S_{N,n} \geq c\}) \leq BP_{BT}, \quad (14)$$

где $C_M(P_T \{S_{N,n} \geq c\}) \leq BP_{BT}$ – вычислительная сложность (число операций), которое необходимо произвести для вычисления точного распределения $P_T \{S_{N,n} \geq x\}$ с параметрами N и n при применении метода M . Поэтому определим максимальные значения параметров N и n , для которых эти вычисления возможны. Для этого для каждого значения мощности алфавита N от 2 до 32768 вычислим максимальное значение $n - n(N)$, для которого вычислительная сложность метода $M - C_M(P_T \{S_{N,n} \geq x\})$ не превышает вычислительного ресурса $BP - BP_{BT}$, предоставленного вычислительной технологией BT . Таким образом максимальные значения параметров распределений N и $n - \text{Max}(N, n)_{(M, BT)}$

$$\text{Max}(N, n)_{(M, BT)} = \{ (2, \max n(2)), (3, \max n(3)), \dots, (256, \max n(256)) \}, \quad (15)$$

где

$$\max n(j) = \max_i \{ i \mid \text{пока } C_M(P_T \{S_{j,i} \geq x\}) \leq BP_{BT} \}. \quad (16)$$

Были проведены вычисления максимальных значения параметров распределений N и $n - \text{Max}(N, n)_{(M, BT)}$, которые могут быть рассчитаны методами $M = \{\text{МПК}, \text{МБК}\}$ при применении вычислительных технологий $BT = \{\text{МВС}, \text{УГЭФВС}, \text{ГККВС}\}$. Результаты вычислений сведены в табл. 2 и проиллюстрированы на рис. 2. Для минимизации табл. 2 строки, повторяющиеся в столбцах 1–6, не приводятся.

Таблица 2

Максимальные значения параметров распределений

Мощность алфавита N	Длина последовательностей (объём выборки) n						Максимум по Р. Фишеру ($n=5 \cdot N$)
	МПК МВС 10^{18}	МПК Фотон 10^{19}	МПК Квант $1,7 \times 10^{32}$	МБК МВС 10^{18}	МБК Фотон 10^{19}	МБК Квант $1,7 \times 10^{32}$	
	1	2	3	4	5	6	7
2	>130	>170	>450	37	39	61	10
3	>130	>170	>450	37	39	60	15
4	>130	>170	>450	37	38	60	20
5	>130	>170	>450	37	38	60	25
6	>130	>170	>450	37	38	60	30
7	>130	>170	>450	37	38	60	35
8	>130	>170	>450	36	38	60	40
9	>130	>170	>450	36	38	60	45
10	>130	>161	>450	36	38	60	50
11	119	146	>450	36	38	60	55
12	79	96	>450	36	38	60	60
13	55	66	>450	36	38	60	65
14	41	49	435	36	38	60	70
15	31	37	249	36	38	59	75
16	25	29	190	36	38	59	80
17	20	23	151	36	38	59	85
18	17	19	111	36	38	59	90
19	14	16	86	36	37	59	95
20	12	14	68	36	37	59	100
21	10	12	55	36	37	59	105

22	9	10	46	36	37	59	110
23	8	9	38	36	37	59	115
24	7	8	33	36	37	59	120
25	6	7	28	36	37	59	125
26	6	7	24	36	37	59	130
27	5	6	21	36	37	59	135
28	5	5	19	36	37	59	140
29	4	5	17	36	37	59	145
30	4	5	15	36	37	59	150
31	4	4	14	36	37	59	155
32	4	4	12	35	37	59	160
33	3	4	11	35	37	59	165
34	3	3	10	35	37	59	170
35	3	3	10	35	37	59	175
36	3	3	9	35	37	59	180
37	2	3	8	35	37	59	185
38	2	3	8	35	37	59	190
39	2	2	7	35	37	59	195
40	2	2	7	35	37	59	200
41	2	2	6	35	37	59	205
43	2	2	6	35	37	59	215
44	2	2	5	35	37	59	220
46	2	2	5	35	37	59	230
47	1	2	4	35	37	59	235
48	1	2	4	35	37	59	240
49	1	1	4	35	37	59	245
52	1	1	4	35	37	59	260
53	1	1	3	35	37	59	265
59	1	1	3	35	37	59	295
60	1	1	2	35	37	59	300
61	1	1	2	35	37	58	305
73	1	1	2	35	37	58	365
74	0	1	2	35	37	58	370
75		1	2	35	37	58	375
76		0	2	35	37	58	380
77		0	1	35	37	58	385
79			1	35	37	58	395
80			1	35	36	58	400
117			1	35	36	58	585
118			0	35	36	58	590
131				35	36	58	655
132				34	36	58	660
248				34	36	58	1240
249				34	36	57	1245
256				34	36	57	1280

Значения в колонках 1–6 отражены на рис. 2 в областях 1–6, при этом значения для длин последовательности n , превышающих соответствующие значения в колонке 8 ($5 \cdot N$), позволяющие применять предельные распределения не отображаются. Области значений пар параметров показаны с перекрытием таким образом, что область 1 представлена полностью, а следующие области от 2 до 8 включают в себя все предыдущие и изображены только приращением относительно предыдущей области.

Анализ возможностей применения вычислительных технологий для расчета точных распределений. Для сравнения возможностей применения вычислительных технологий для расчета точных распределений (ТР), вначале, определим соотношение количества пар параметров ТР, для которых они могут быть рассчитаны методами $M = \{МПК, МВК\}$ при

применении вычислительных технологий $BT = \{MBC, УГЭФВС, ГККВС\} - TP(M, BT)$, принимая за 100% количество пар параметров (N, n) из области 7 необходимого расчета TP при $\{N = 2:256, n = 1:5N\}$, которое равно

$$|\{(N, n): N = 2, 3, \dots, 256; n \leq 5 \cdot N\}| = \sum_{i=2}^{256} 5 \cdot i = 164475 \cdot \quad (17)$$

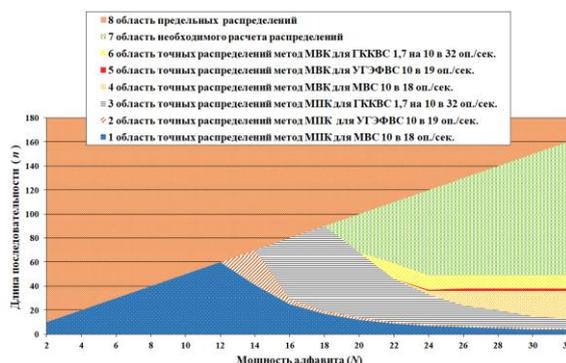


Рис. 2. Области параметров выборок, доступных для расчета точных распределений для различных вычислительных технологий различными методами расчетов

Теперь определим значения количества пар параметров, для которых могут быть вычислены TP для всех M и BT

$$\{TP(M, BT) | M = \{МПК, MBK\}; BT = \{MBC, УГЭФВС, ГККВС\}\}.$$

При этом всегда будем учитывать, что если $n(N) \geq 5 \cdot N$, то значение $n(N)$ принимается равным $5 \cdot N - n(N) = 5 \cdot N$. Это принято потому, что возможность расчета TP для каждого такого случая (N, n) не имеет необходимости, так как можно пользоваться известными предельными распределениями [22: 610]. Для каждого такого случая данная ситуация подсвечена в табл. 2.

Рассмотрим применение для расчета TP метода МПК, основанного на решении уравнения кратности типов (9).

Методом МПК с использованием вычислительного ресурса MBC – многопроцессорные технологии, за один месяц $BP_{MBC} = 2,592 \times 10^{24}$ (табл. 1) могут быть вычислены TP из области параметров мощности

$$TP(МПК, MBC) = \sum_{N=2}^{12} 5 \cdot N + \sum_{N=13}^{256} \max n(N, BP_{MBC} = 2,592 \cdot 10^{24})$$

и учитывая, что для алфавита мощности N более 73 TP вычислено при данном ограничении BP_{MBC} быть не может, то

$$TP(МПК, MBC) = \sum_{N=2}^{12} 5 \cdot N + \sum_{N=13}^{73} \max n(N, BP_{MBC} = 2,592 \cdot 10^{24}) = 731' \quad (18)$$

что составляет 0,44% от общего числа необходимых для расчета TP (17).

При использовании вычислительного ресурса УГЭФВС – фотонные технологии, за один месяц $BP_{УГЭФВС} = 2,592 \cdot 10^{25}$ (табл. 1) могут быть вычислены TP из области параметров мощности

$$TP(МПК, УГЭФВС) = \sum_{N=2}^{13} 5 \cdot N + \sum_{N=14}^{256} \max n(N, BP_{УГЭФВС} = 2,592 \cdot 10^{25})$$

и учитывая, что для алфавита мощности N более 75 TP вычислено при данном ограничении $BP_{УГЭФВС}$ быть не может, то

$$TP(МПК, УГЭФВС) = \sum_{N=2}^{13} 5 \cdot N + \sum_{N=14}^{75} \max n(N, BP_{УГЭФВС} = 2,592 \cdot 10^{25}) = 786' \quad (19)$$

что составляет 0,48% от общего числа необходимых для расчета TP (17).

При использовании вычислительного ресурса ГККВС – квантовые технологии, за один месяц $BP_{ГККВС} = 4,406 \cdot 10^{38}$ (табл. 1) могут быть вычислены ТР из области параметров мощности

$$TP(МПК, ГККВС) = \sum_{N=2}^{18} 5 \cdot N + \sum_{N=19}^{256} \max n(N, BP_{ГККВС} = 4,406 \cdot 10^{38})$$

и учитывая, что для алфавита мощности N более 117 ТР вычислено при данном ограничении $BP_{ГККВС}$ быть не может, то

$$TP(МПК, ГККВС) = \sum_{N=2}^{18} 5 \cdot N + \sum_{N=19}^{119} \max n(N, BP_{ГККВС} = 4,406 \cdot 10^{38}) = 1549, \quad (20)$$

что составляет 0,94% от общего числа необходимых для расчета ТР (17).

Теперь рассмотрим применение для расчета ТР метода МВК, основанного на решении систем линейных уравнений (11).

Методом МВК с использованием вычислительного ресурса МВС – многопроцессорные технологии, за один месяц $BP_{МВС} = 2,592 \cdot 10^{24}$ (табл. 1) могут быть вычислены ТР из области параметров мощности

$$TP(МВК, МВС) = \sum_{N=2}^7 5 \cdot N + \sum_{N=8}^{256} \max n(N, BP_{МВС} = 2,592 \cdot 10^{24}) = 8749, \quad (21)$$

что составляет 5,32% от общего числа необходимых для расчета ТР (17).

При использовании вычислительного ресурса УГЭФВС – фотонные технологии, за один месяц $BP_{УГЭФВС} = 2,592 \cdot 10^{25}$ (табл. 1) методом МВК могут быть вычислены ТР из области параметров мощности

$$TP(МВК, УГЭФВС) = \sum_{N=2}^7 5 \cdot N + \sum_{N=8}^{256} \max n(N, BP_{УГЭФВС} = 2,592 \cdot 10^{25}) = 9182, \quad (22)$$

что составляет 5,58% от общего числа необходимых для расчета ТР (17).

При использовании вычислительного ресурса ГККВС – квантовые технологии, за один месяц $BP_{ГККВС} = 4,406 \cdot 10^{38}$ (табл. 1) методом МВК могут быть вычислены ТР из области параметров мощности

$$TP(МВК, ГККВС) = \sum_{N=2}^{12} 5 \cdot N + \sum_{N=13}^{256} \max n(N, BP_{ГККВС} = 4,406 \cdot 10^{38}) = 14579, \quad (23)$$

что составляет 8,86% от общего числа необходимых для расчета ТР (17).

Полученные выше значения, отражающие возможность расчета точных распределений (ТР), совместно приведены в табл. 3.

Таблица 3

Возможности методов расчета точных распределений при использовании различных вычислительных технологий

№ п/п	Метод расчета	Параметры	Вычислительные технологии производительность (оп./сек.)		
			многопроцессорные МВС (10^{18})	фотонные УГЭФВС (10^{19})	квантовые ГККВС ($1,7 \cdot 10^{32}$)
1	МПК	Размер области расчета (количество пар параметров)	731	786	1549
2		Размер области расчета в % от размера всей области необходимого расчета	0,44	0,48	0,94
3		Максимальная мощность алфавита N при $n=2$	46	48	76

4		Максимальная длина последовательности n при мощность алфавита $N=2$	>130	>170	>450
5	МВК	Размер области расчета (количество пар параметров)	8749	9182	14579
6		Размер области расчета в % от размера всей области необходимого расчета	5,32	5,58	8,86
7		Максимальная мощность алфавита N при $n=2$	>32768	>32768	>32768
8		Максимальная длина последовательности n при мощность алфавита $N=2$	37	39	61

Анализируя данные табл. 3, необходимо отметить, что применение метода МВК по сравнению с методом МПК увеличивает возможности по расчету ТР, что подтверждает предыдущие выводы по сравнению двух этих методов [23]:

1) применение метода МВК по сравнению с методом МПК позволяет увеличить количество возможных для расчета ТР для всех вычислительных технологий: в 11,9 раза для МВС, в 11,7 раз для УГЭФВС и в 9,4 раза для ГККВС (строки 1 и 5 табл. 1);

2) использование метода МПК ограничивает мощность алфавита N выборок, для которых возможен расчет ТР – 46 знаками для МВС, 48 знаками для УГЭФВС и 76 знаками для ГККВС (строка 3 табл. 3), при этом метод МВК таких ограничений не несет (строка 7 табл. 3);

3) в областях малых значений мощности алфавита N выборок (строки 4 и 8 табл. 1) метод МПК позволяет по сравнению с методом МВК рассчитывать ТР для выборок большего объема n , хотя в этом нет прямой необходимости, так как в этой области (рис. 1 область 1) применимы предельные распределения;

Данные из табл. 3 по увеличению возможностей расчета ТР с ростом производительности применяемых вычислительных технологий приведены в табл. 4 и проиллюстрированы на рис. 2., где значения на рис. а, определяющие число ТР, показаны в логарифмическом виде.

Таблица 4

Увеличение возможностей расчета точных распределений при использовании более производительных вычислительных технологий

№ п/п	Параметры возможности расчета точных распределений	Методы расчета					
		МПК			МВК		
		Вычислительные технологии					
		МВС (10^{18})	УГЭФВС (10^{19})	ГККВС ($1,7 \cdot 10^{32}$)	МВС (10^{18})	УГЭФВС (10^{19})	ГККВС ($1,7 \cdot 10^{32}$)
1	Размер области расчета (количество пар параметров)	731	786	1549	8749	9182	14579
2	Размер области расчета в % от размера всей области необходимого расчета	0,44	0,48	0,94	5,32	5,58	8,86
3	Увеличение возможностей расчета (число раз)	1	1,075	1,971	5,648	1,049	1,588

Анализ данных показывает, что при увеличении производительности используемых вычислительных технологий происходит рост возможностей по расчету ТР, но даже при использовании самых мощных из них квантовых технологий он не превосходит 8,86% от общего количества ТР, необходимых для расчета при проведении статистического анализа дискретных последовательностей в алфавитах мощности N до 256 знаков.

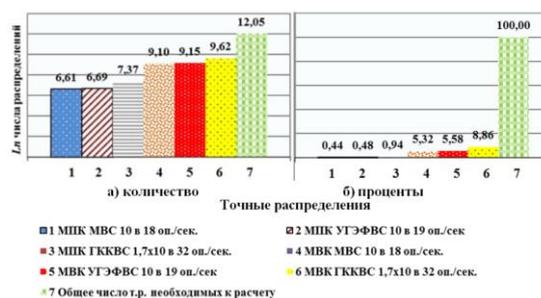


Рис. 3. Области параметров выборок доступных для расчета точных распределений для различных методов и вычислительных технологий

Заключение и выводы. Для решения задачи расчета точных распределений вероятностей значений статистик, определяющих обоснованность применения статистических методов анализа дискретных последовательностей, проведено исследование возможности применения перспективных фотонных и квантовых вычислительных технологий в целях определения максимальных значений параметров последовательностей (выборок), для которых они могут быть рассчитаны.

В результате проведенных исследований было установлено следующее:

1. Расчет точных распределений, необходимыми для анализа дискретных последовательностей, является вычислительно трудоемкой задачей, для решения которой требуется применение наиболее высокопроизводительных вычислительных систем, основанных как на современных многопроцессорных вычислительных технологиях, так и на перспективных фотонных и квантовых технологиях.

2. Для определения возможности применения современных и перспективных вычислительных технологий для расчета точных распределений были проанализированы возможности использования имеющихся методов их расчета, основанных на нахождении неотрицательных целочисленных решений линейного уравнения либо системы линейных уравнений.

3. Показано, что дискретные фотонные вычислительные технологии в виде универсальных гибридных электронно-фотонных вычислительных систем могут быть применены для расчета точных распределений имеющимися методами при наличии действующих образцов вычислительной техники.

4. Квантовые вычислительные технологии, основанные на квантовой суперпозиции и запутанности, при наличии работающего технического образца могут быть применены к методам расчета распределений, основанным на решении линейного уравнения кратности типов, и, при наличии квантового алгоритма решения системы линейных уравнений, к методу, основанному на его решении.

5. Применение дискретных фотонных технологий позволяет увеличить общее количество вычисленных точных распределений и увеличить значение параметров последовательностей, для которых они могут быть рассчитаны.

5.1. Позволяет при использовании метода МВК незначительно в 1,049 раза увеличить по сравнению с применением многопроцессорных технологий число рассчитанных точных распределений и довести их количество до 5,58% от общего необходимо количества рассчитываемых распределений.

5.2. Применение метода МВК обеспечивает расчет точных распределений для длин последовательностей не более 32 знаков, но для всех алфавитов мощности менее 32758 знаков.

6. Применение квантовых вычислительных технологий позволяет увеличить общее количество рассчитанных точных распределений и увеличить значения параметров последовательностей, для которых они могут быть рассчитаны при применении метода МПК, основанного на решении линейного уравнения.

6.1. Увеличить количество рассчитанных точных распределений в 2,14 и в 1,96 раза по сравнению с применением многопроцессорных и фотонных технологий соответственно, но при этом общее число вычисленных точных распределений составит менее одного процента (0,94%) от общего количества.

6.2. Увеличить в 1,65 и 1,58 раза мощность алфавита при расчете распределений для последовательностей длины 2 и увеличить его до 76 знаков.

7. Результаты применения квантовых технологий при расчете точных распределений с использованием метода МПК, основанного на решении линейного уравнения, уступают результатам применения фотонных и даже многопроцессорных технологий при использовании для расчета распределений метода МВК, основанного на решении системы линейных уравнений. Так, количество точных распределений, рассчитанных с помощью более производительных квантовых технологий в 5,66 и 5,94 раза меньше количества точных распределений, рассчитанных с помощью многопроцессорных и фотонных технологий, соответственно, при применении метода МВК, основанного на решении системы линейных уравнений.

8. Применение фотонных и квантовых вычислительных технологий, даже при наличии работающих технических образцов и разработанных квантовых алгоритмов решения систем линейных уравнений не решает целиком проблему расчета точных распределений для последовательностей в алфавитах мощности даже до 256 знаков, так как максимально позволяют провести расчет всего лишь 5,58% распределений для фотонных и 8,86% распределений для квантовых технологий от общего числа требующих расчета точных распределений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мельников С.Ю., Мецераков Р.В., Пересыткин В.А. Некоторые аспекты применения технологий искусственного интеллекта в задачах защиты информации (Обзор) // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2024. – № 5 (241). – С. 58-68. – ISSN 1999-9429. – DOI 10.18522/2311-3103-2024-5-58-68.
2. Мельников А.К., Ронжин А.Ф. Обобщенный статистический метод анализа текстов, основанный на расчете распределений вероятности значений статистик // Информатика и её применения. – 2016. – Т. 10. – Вып. 4 (октябрь-декабрь). – С. 89-95. – ISSN 1992-2264.
3. Мельников А.К. Сложность расчета точных распределений вероятности симметричных аддитивно разделяемых статистик и область применения предельных распределений // Доклады ТУСУР. – Томск, 2017. – Т. 20, № 4. – С. 126-130. – ISSN 1818-0442. – doi: 10.21293/1818-0442-2017-20-4-126-130.
4. Зелюкин Н.Б., Мельников А.К. Сложность расчета точных распределений вероятности значений статистик и область применения предельных распределений // Электронные средства и системы управления: Матер. докладов XIII Междунар. науч.-практ. конф. (29 ноября – 1 декабря 2017 г.): в 2 ч. Ч. 2. – Томск: В-Спектр, 2017. – С. 84-90. – ISBN 978-591191-364-9.
5. Список TOP500 редакция от 06/2025. – <https://www.top500.org> (дата обращения: 08.07.2025).
6. Создан прототип компьютера, работающего со «скоростью света». – <https://news.mail.ru/society/65613497/> (дата обращения: 08.04.2025).
7. Российские учёные к 2027 году представят компьютер, работающий «со скоростью света». – <https://habr.com/ru/news/863000/> (дата обращения: 08.04.2025).
8. Алиев Ф.К., Букин Е.Г., Корольков А.В., Матвеев Е.А. Квантовая фотонная компьютерная технология решения сложных вычислительных задач систем высокой доступности // Системы высокой доступности. – 2021. – Т. 17, № 14. – С. 34-54. – DOI: <https://doi.org/10.18127/j20729472-202104-03>.
9. Японский суперкомпьютер Fugaku упрочил свое лидерство в списке TOP500. – URL: <https://www.ixbt.com/news/2020/11/18/japonskij-superkompjuter-fugaku-uprochil-svoe-liderstvo-v-spiske-top500.html> (дата обращения: 25.03.2021).
10. Han-Sen Zhong, Hui Wang, Yu-Hao Deng et al. Quantum computational advantage using photons. – URL: <https://science.sciencemag.org/content/370/6523/1460.full> (дата обращения: 15.10.2024).
11. Han-Sen Zhong et al. Phase Programmable Gaussian Boson Sampling Using Stimulated Squeezed Light. Phys. Rev. Lett. 127/180502 Published 25 October 2021.
12. Lars S. Madsen et al. Quantum computational advantage with a programmable photonic processor // Nature. – 2022. – Vol. 606. – P. 75-81. – DOI: 10.1038/s41586-022-04725-x.
13. Фишер Р.А. Статистические методы для исследователей: пер. с англ. – М.: Госстатиздат, 1958. – 73 с.

14. Мельников А.К. Применение точных и предельных приближений распределений вероятностей значений статистик при решении задачи обработке текстов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2018. – № 8 (202). – С. 114-135. – ISSN 1999-9429. – doi: 10.23683/2311-3103-2018-8-114-135.
15. Зубков А.М., Филина М.В. Точное вычисление распределений с помощью цепей Маркова // ПДМ. Приложение. – 2012. – № 5. – С. 114-116.
16. Филина М.В. Алгоритмы точного вычисления распределений статистики Пирсона и результаты численных экспериментов // XV Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (Тюмень, 29–31 октября 2014 г.), ИВТ СО РАН, Новосибирск, 2014. – С. 52.
17. Зубков А.М., Филина М.В. Алгоритм точного вычисления распределений разделимых статистик и его применения // Аналитические и вычислительные методы в теории вероятностей и ее приложениях (Москва, 23–27 октября 2017 г.) / ред. А.В. Лебедев, РУДН, Москва, 2017. – С. 490-494.
18. Зубков А.М., Филина М.В. Вычисление распределений статистик с помощью цепей Маркова // Дискретная математика. – 2020. – 32:4. – С. 38-51.
19. Мельников А.К. Алгоритмическая сложность расчета точных приближений распределений вероятностей значений статистик методом решения уравнения первой кратности типов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2020. – № 7 (217). – С. 52-67. – ISSN 1999-9429. – DOI 10.18522/2311-3103-2020-7-52-67.
20. Мельников А.К., Левин И.И., Дордопуло А.И., Слостен Л.М. Оценка возможностей перспективных вычислительных технологий для расчета точных приближений распределений вероятностей значений статистик // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2022. – № 4 (228). – С. 50-62. – ISSN 1999-9429. – doi: 10.18522/2311-3103-2022-4-50-62.
21. Мельников А.К. Ограничение количества различных опробуемых векторов для получения всех решений системы линейных уравнений второй кратности на многопроцессорной вычислительной системе // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2021. – № 2 (219). – С. 167-181. – ISSN 1999-9429. – doi: 10.18522/2311-3103-2021-2-167-181.
22. Крамер Г. Математические методы статистики: пер. с англ. – М. Мир, 1975. – 648 с.
23. Мельников А.К. Выбор метода расчета точных приближений дискретных распределений вероятностей значений статистик // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2021. – Т. 18, № 6 (204). – С. 39-48. – DOI 10.14489/vkit.2021.06.pp.039-048.

REFERENCES

1. Mel'nikov S.Yu., Meshcheryakov R.V., Peresyipkin V.A. Nekotorye aspekty primeneniya tekhnologiy iskusstvennogo intellekta v zadachakh zashchity informatsii (Obzor) [Some aspects of application of artificial intelligence technologies in information security (review)], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2024, No. 5 (241), pp. 58-68. ISSN 1999-9429. DOI 10.18522/2311-3103-2024-5-58-68.
2. Mel'nikov A.K., Ronzhin A.F. Obobshchennyi statisticheskiy metod analiza tekstov, osnovannyi na raschete raspredeleniy veroyatnosti znacheniy statistik [Generalized statistical method of text analysis based on calculation of probability distribution of statistical values], *Informatika i ee primeneniya* [Informatics and its applications], 2016, Vol. 10, Issue 4 (October-December), pp. 89-95. ISSN 1992-2264.
3. Mel'nikov A.K. Slozhnost' rascheta tochnykh raspredeleniy veroyatnosti simmetrichnykh additivno razdelyaemykh statistik i oblast' primeneniya predel'nykh raspredeleniy [The complexity of calculating the exact probability distributions of symmetric additive-separated statistics and the application of limit distributions], *Doklady TUSUR* [Proceedings of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics]. Tomsk, 2017, Vol. 20, No. 4, pp. 126-130. ISSN 1818-0442. doi: 10.21293/1818-0442-2017-20-4-126-130.
4. Zelyukin N.B., Mel'nikov A.K. Slozhnost' rascheta tochnykh raspredeleniy veroyatnosti znacheniy statistik i oblast' primeneniya predel'nykh raspredeleniy [The complexity of calculating exact probability distributions of statistical values and the scope of application of limit distributions], *Elektronnye sredstva i sistemy upravleniya: Mater. dokladov XIII Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (29 noyabrya – 1 dekabrya 2017 g.)* [Electronic means and control systems: Proceedings of the XIII International scientific and practical conference (November 29 – December 1, 2017)]: In 2 part. Part 2. Tomsk: V-Spektr, 2017, pp. 84-90. ISBN 978-591191-364-9.
5. Spisok TOP500 redaktsiya ot 06/2025 [TOP500 list, edition 06/2025]. Available at: <https://www.top500.org> (accessed 08 July 2025).
6. Sozdan prototip komp'yutera, rabotayushchego so «skorost'yu sveta» [A prototype computer that works at the “speed of light” has been created]. Available at: <https://news.mail.ru/society/65613497/> (accessed 08 April 2025).

7. Rossiyskie uchenye k 2027 godu predstavlyat komp'yuter, rabotayushchiy «so skorost'yu sveta» [Russian scientists to present computer operating at “speed of light” by 2027]. Available at: <https://habr.com/ru/news/863000/> (accessed 08 April 2025).
8. Aliev F.K., Bukin E.G., Korol'kov A.V., Matveev E.A. Kvantovaya fotonnaya komp'yuternaya tekhnologiya resheniya slozhnykh vychislitel'nykh zadach sistem vysokoy dostupnosti [Quantum photonic computer technology for solving complex computational problems of high-availability systems], *Sistemy vysokoy dostupnosti* [High availability systems], 2021, Vol. 17, No. 14, pp. 34-54. DOI: <https://doi.org/10.18127/j20729472-202104-03>.
9. Yaponskiy superkomp'yuter Fugaku uprochil svoe liderstvo v spiske TOP500 [Japanese supercomputer Fugaku strengthened its leadership in the TOP500 list]. Available at: <https://www.ixbt.com/news/2020/11/18/japonskiy-superkompjuter-fugaku-uprochil-svoe-liderstvo-v-spiske-top500.html> (accessed 25 March 2021).
10. Han-Sen Zhong, Hui Wang, Yu-Hao Deng et al. Quantum computational advantage using photons. Available at: <https://science.sciencemag.org/content/370/6523/1460.full> (accessed 15 October 2024).
11. Han-Sen Zhong et al. Phase Programmable Gaussian Boson Sampling Using Stimulated Squeezed Light. *Phys. Rev. Lett.* 127/180502 Published 25 October 2021.
12. Lars S. Madsen et al. Quantum computational advantage with a programmable photonic processor, *Nature*, 2022, Vol. 606, pp. 75-81. DOI: 10.1038/s41586-022-04725-x.
13. Fisher R.A. Statisticheskie metody dlya issledovateley [Statistical methods for researchers]: transl. from Engl. Moscow: Gosstatizdat., 1958, 73 p.
14. Mel'nikov A.K. Primenenie tochnykh i predel'nykh priblizheniy raspredeleniy veroyatnostey znacheniy statistik pri reshenii zadachi obrabotke tekстов [Application of exact and limit approximations of statistics probability distributions for the problem of text processing], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2018, No. 8 (202), pp. 114-135. ISSN 1999-9429. doi: 10.23683/2311-3103-2018-8-114-135.
15. Zubkov A.M., Filina M.V. Tochnoe vychislenie raspredeleniy s pomoshch'yu tsepey Markova [Exact calculation of distributions using Markov chains], *PDM. Prilozhenie* [PDM. Appendix], 2012, No. 5, pp. 114-116.
16. Filina M.V. Algoritmy tochnogo vychisleniya raspredeleniy statistiki Pirsona i rezul'taty chislennykh eksperimentov [Algorithms for the exact calculation of Pearson statistics distributions and the results of numerical experiments], *XV Vserossiyskaya konferentsiya molodykh uchenykh po matematicheskomu modelirovaniyu i informatsionnym tekhnologiyam (Tyumen', 29–31 oktyabrya 2014 g.)*, *IVT SO RAN, Novosibirsk, 2014* [XV All-Russian Conference of Young Scientists on Mathematical Modeling and Information Technology (Tyumen, October 29–31, 2014), ICT SB RAS, Novosibirsk, 2014], pp. 52.
17. Zubkov A.M., Filina M.V. Algoritm tochnogo vychisleniya raspredeleniy razdelimyykh statistik i ego primeneniya [An algorithm for the exact calculation of distributions of separable statistics and its applications], *Analiticheskie i vychislitel'nye metody v teorii veroyatnostey i ee prilozheniyakh (Moskva, 23–27 oktyabrya 2017 g.)* [Analytical and computational methods in probability theory and its applications (Moscow, October 23–27, 2017)], red. A.V. Lebedev, RUDN, Moscow, 2017, pp. 490-494.
18. Zubkov A.M., Filina M.V. Vychislenie raspredeleniy statistik s pomoshch'yu tsepey Markova [Calculating distributions of statistics using Markov chains], *Diskretnaya matematika* [Discrete Mathematics], 2020, 32:4, pp. 38-51.
19. Mel'nikov A.K. Algoritmicheskaya slozhnost' rascheta tochnykh priblizheniy raspredeleniy veroyatnostey znacheniy statistik metodom resheniya uravneniya pervoy kratnosti tipov [Algorithmic complexity of calculating exact approximations of probability distributions of statistical values by solving the equation of the first multiplicity of types], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2020, No. 7 (217), pp. 52-67. ISSN 1999-9429. DOI 10.18522/2311-3103-2020-7-52-67.
20. Mel'nikov A.K., Levin I.I., Dordopulo A.I., Slasten L.M. Otsenka vozmozhnostey perspektivnykh vychislitel'nykh tekhnologiy dlya rascheta tochnykh priblizheniy raspredeleniy veroyatnostey znacheniy statistik [Analysis of advanced computer technologies for calculation of exact approximations of statistics probability distributions], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2022, No. 4 (228), pp. 50-62. ISSN 1999-9429. DOI 10.18522/2311-3103-2022-4-50-62.
21. Mel'nikov A.K. Ogranichenie kolichestva razlichnykh oprobuemykh vektorov dlya polucheniya vsekh resheniy sistemy lineynykh uravneniy vtoroy kratnosti na mnogoprotsessornoy vychislitel'noy sisteme [Limiting the number of different test vectors to obtain all solutions of a system of linear equations of the second multiplicity on multiprocessor computer system], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2021, No. 2 (219), pp. 167-181. ISSN 1999-9429. doi: 10.18522/2311-3103-2021-2-167-181.

22. *Kramer G.* Matematicheskie metody statistiki [Mathematical methods of statistics]: transl. from Engl. Moscow: Mir, 1975, 648 p.
23. *Mel'nikov A.K.* Vybora metoda rascheta tochnykh priblizheniy diskretnykh raspredeleniy veroyatnostey znacheniy statistik [Choosing the Method of Exact Approximations of Discrete Statistics Probability Distributions], *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy* [Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy], 2021, Vol. 18, No. 6 (204), pp. 39-48. DOI 10.14489/vkit.2021.06.pp.039-048.

Мельников Андрей Кимович – АО «Вычислительные решения»; e-mail: anta-mak@umail.ru; ak@comp-sol.ru; г. Москва, Россия; тел.: 84957693030; г.н.с.; д.т.н.; доцент ВАК.

Melnikov Andrey Kimovich – JSC "Computing Solutions"; e-mail: anta-mak@umail.ru; ak@comp-sol.ru; Moscow, Russia; phone: +74957693030; chief researcher officer, dr. of eng. sc.; associate professor of the Higher Attestation Commission.

УДК 519.857.6:656.025.415

DOI 10.18522/2311-3103-2025-6-136-145

И.Н. Розенберг, И.А. Дубчак

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНВАРИАНТОВ НЕЧЕТКОГО ГРАФА ДЛЯ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ СЛОЖНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

Рассматриваются вопросы оценки устойчивости транспортно-логистических систем (ТЛС) в условиях неопределенности, которые играют ключевую роль в обеспечении эффективного функционирования цепей поставок. Устойчивость систем анализируется в контексте их способности адаптироваться к внешним и внутренним воздействиям, таким как экономические колебания, изменение спроса, стихийные бедствия и технологические сбои. В данной статье предлагается использовать инварианты нечетких множеств, а именно нечеткое доминирующее множество, для оценки и анализа устойчивости транспортно-логистических систем в условиях неопределенности. Показано, что нечеткое доминирующее множество позволяет решать задачу размещения распределительных узлов в транспортно-логистической системе. Приведены примеры нахождения нечетких доминирующих множеств для нечетких и нечетких темпоральных графов как моделей транспортно-логистической системы. Нечеткие темпоральные графы также позволяют проводить более адекватное моделирование и анализ систем в случаях, когда параметр времени является одним из важных факторов. Практическая значимость исследования заключается в возможности проектирования более надежных и адаптивных ТЛС, способных эффективно функционировать в условиях неопределенности. Результаты могут быть использованы для оптимизации логистических процессов, снижения затрат и повышения устойчивости цепочек поставок. Полученные выводы также открывают перспективы для дальнейших исследований в области интеграции методов искусственного интеллекта и анализа больших данных в управлении транспортными системами. Дальнейшие исследования предлагается направить на интеграцию методов оптимизации потоков с учетом временных факторов и разработку цифровых двойников ТЛС.

Транспортно-логистическая система (ТЛС); неопределенность; устойчивость системы; нечеткий граф; нечеткий темпоральный граф; нечеткое доминирующее множество; динамические параметры.

I.N. Rozenberg, I.A. Dubchak

USING FUZZY GRAPH INVARIANTS FOR THE STABILITY ANALYSIS OF COMPLEX TRANSPORT SYSTEMS

This article examines the issues of assessing the sustainability of transport and logistics systems (TLS) under conditions of uncertainty, which play a key role in ensuring the effective functioning of supply chains. The sustainability of systems is analyzed in the context of their ability to adapt to external and internal influences, such as economic fluctuations, changes in demand, natural disasters and technological failures. In this paper, it is proposed to use fuzzy graph invariants, namely, a fuzzy dominating set, to assess and analyze the sustainability of transport and logistics systems under uncertainty. It is shown that a fuzzy dominating set allows solving the problem of placing distribution hubs in a transport and logistics system. Examples of finding fuzzy dominating sets for fuzzy and fuzzy temporal graphs as the models of transport and logistic system are presented. Fuzzy temporal graphs also allow for more adequate modeling and analysis of systems in cases where the time parameter is one of the important factors. The practi-