

## Раздел I. Алгоритмы обработки информации

УДК 004.89

DOI 10.18522/2311-3103-2025-6-6-21

**Е.М. Герасименко, П.С. Герасименко**

### **АЛГОРИТМ КЛАСТЕРИЗАЦИИ БОЛЬШИХ ГРУПП ЭКСПЕРТОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ИНТЕРПРЕТАЦИОННОГО СТРУКТУРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

*Представлен алгоритм для достижения консенсуса в социальных сетях при крупномасштабном групповом принятии решений с неполной вероятностной нечёткой информацией с элементами неуверенности, который учитывает доверительные отношения экспертов. Предложен метод кластеризации экспертов на основе интерпретационного структурного моделирования для классификации экспертов, а также для повышения эффективности достижения консенсуса. Разработаны операторы распространения и агрегирования доверия для вероятностной нечёткой информации с элементами неопределённости, которые позволяют проводить косвенную оценку доверия и определять весовые коэффициенты экспертов. В результате удаётся сформировать несколько подмножеств экспертов; определить весовые коэффициенты для большого числа экспертов на основе их взаимных отношений доверия. На основе кластеризации экспертов и вычисленного косвенного отношения доверия между экспертами осуществляется принятие решений в ЧС за счёт достижения консенсуса с учётом колеблющейся вероятностной нечёткой информации и определяется наилучшая эвакуационная альтернатива. Оценки, предоставляемые экспертами в виде вероятностных колеблющихся нечётких значений, позволяют эффективно моделировать сомнения, неуверенность, несогласованность экспертов в оценках в случае участия группы экспертов или различных экспертных организаций. Вместе с тем становится возможным учитывать различные значения оценок экспертов в задачах принятия многокритериальных решений, когда эксперты не могут согласовать общие степени принадлежности. Алгоритм позволяет классифицировать большую группу экспертов на несколько подмножеств на основе их отношений социального доверия. Этот метод исключает получение пересекающихся подмножеств, при этом нет необходимости заранее задавать параметры кластеризации. Метод использует исключительно отношения социального доверия между экспертами, тем самым обходя проблему субъективного вмешательства в процесс кластеризации. По сравнению с традиционными методами кластеризации метод кластеризации на основе метода интерпретационного структурного моделирования позволяет эффективно выявить иерархическую структуру взаимоотношений между экспертами и минимизировать число участников крупномасштабного группового принятия решений в социальной сети за счёт снижения размерности множества экспертов. Кластеризация экспертов на основе метода интерпретационного структурного моделирования существенно повышает эффективность и реализуемость крупномасштабного группового принятия решений.*

*Эвакуационное принятие решений; крупномасштабное принятие решений; достижение консенсуса; операторы распространения доверия и агрегирования; интерпретационное структурное моделирование.*

**E.M. Gerasimenko. P.S. Gerasimenko**

### **CLUSTERING ALGORITHM FOR LARGE GROUPS OF EXPERTS BASED ON THE INTERPRETIVE STRUCTURAL MODELING METHOD**

*This article presents an algorithm for achieving consensus in social networks during large-scale group decision-making with incomplete probabilistic fuzzy information containing elements of uncertainty, which takes into account the trust relationships among experts. A method for clustering experts based on interpretive structural modelling is proposed. It serves both to classify experts and to enhance the efficiency of consensus achievement. The study examines trust propagation and aggregation operators for probabilistic fuzzy information with elements of uncertainty. These operators enable indirect trust assessment*

*and determination of experts' weight coefficients. As a result, it becomes possible to form several subsets of experts and to determine weight coefficients for a large number of experts based on their mutual trust relationships. Based on the clustering of experts and the calculated indirect trust relationship between experts, decision-making in emergency situations is carried out by achieving consensus, taking into account fluctuating probabilistic fuzzy information, and the best evacuation alternative is identified. The assessments provided by experts in the form of probabilistic fluctuating fuzzy values allow for effective modelling of doubts, uncertainty, and inconsistencies in expert evaluations when a group of experts or various expert organisations are involved. At the same time, it becomes possible to take into account different expert assessment values in multi-criteria decision-making tasks when experts cannot agree on common membership degrees. The algorithm allows classifying a large group of experts into several subsets based on their social trust relationships. This method prevents the formation of overlapping subsets and does not require pre-setting clustering parameters. It relies exclusively on social trust relationships between experts, thereby avoiding the issue of subjective intervention in the clustering process. Compared to traditional clustering methods, the interpretive structural modelling-based clustering approach effectively reveals the hierarchical structure of relationships among experts. It also minimizes the number of participants in large-scale group decision-making within a social network by reducing the dimensionality of the expert set. Clustering experts based on the interpretive structural modelling method significantly enhances the efficiency and feasibility of large-scale group decision-making.*

*Emergency decision-making; consensus reaching; large-scale group decision-making; trust propagation and aggregation operators; interpretive structural modelling.*

**Введение.** В последние годы чрезвычайные ситуации (ЧС) часто происходят по всему миру, что нередко приводит к разрушительным последствиям. Принятие решений в ЧС характеризуется временными ограничениями, частичной или неполной информацией, а также давлением на экспертов при принятии решений, поэтому принятие решений в ЧС представляет собой серьезную проблему как для государства, так и для общества. ЧС предъявляют высокие требования к качеству принимаемых решений. Однако на практике очень трудно достичь единогласного мнения между лицами, принимающими решения (ЛПР), в случае, когда их больше 20, при этом не ущемив позиции меньшинства. В этой связи различия во мнениях и предпочтениях между ЛПР неизбежны, что делает актуальной задачу разработки эффективных моделей консенсуса. При этом необходимо вовлечение большого числа экспертов из разных областей для эффективного принятия решения в условиях масштабной ЧС, а на его основе – разработка усовершенствованных моделей консенсуса для коллективного принятия решений в больших экспертных группах (КПРБЭГ, от англ. Large Scale Group Decision Making – LSGDM) в условиях ЧС к управлению мнениями меньшинства и их неконструктивным поведением. Вместе с тем, на практике из-за временных ограничений, различий в образовательном уровне или ограниченности знаний большим группам экспертов трудно представлять свои полные оценки по планам действий в ЧС и эвакуационным альтернативам в четком виде. В этой связи важной задачей является задача разработки новых подходов к КПРБЭГ в ЧС с учетом обобщений нечётких множеств, таких как интуиционистские, колеблющиеся и лингвистические нечёткие множества, позволяющих всесторонне учесть сомнения, колебания экспертов, их неуверенность в выборе степени принадлежности, возможность задания оценки в лингвистической, а не в числовой форме.

С развитием информационных технологий и экономики число людей, вовлеченных в процесс принятия решений, резко возросло [1]. С ростом сложности задач принятия решений применение КПРБЭГ – модели в теории принятия решений, которая описывает ситуации с участием более 20 экспертов [2] – становится всё более популярным. Например, при определении плана лечения эпидемического заболевания, такого как COVID-19, или при завершении крупного инженерного проекта к принятию решений привлекаются многие специалисты из разных областей. Таким образом, формируется крупномасштабная группа принятия решений. Цель КПРБЭГ – координировать различия во мнениях между экспертами для выбора альтернативы, которая наилучшим образом признается всеми экспертами.

В последние годы КПРБЭГ приобрело особую актуальность и применялось в различных областях, таких как принятие решений в чрезвычайных ситуациях [3], управление здравоохранением [2] и экономика [4]. Существующие исследования КПРБЭГ можно

условно разделить на две категории. Для первой категории [5] характерно, что эксперты в КПРБЭГ независимы, а вторая категория [6] допускает, что существуют некоторые социальные модели поведения среди экспертов. Например, Джао и др. [7] исследовали задачи КПРБЭГ первой категории с нечеткими лингвистическими наборами терминов и построили модель обратной связи глобальной оптимизации с использованием оптимизации роя частиц (ОРЧ), учитывая стоимость корректировки консенсуса несогласованных экспертов. В рамках сети социального доверия экспертов Джи и др. [8] исследовали КПРБЭГ с лингвистическими переменными из двух кортежей и построили механизм обратной связи, управляемый сообществом, для поддержки консенсуса.

Из-за сложности реальных задач и неоднозначности человеческих суждений ЛПР сложно выражать свои оценки альтернатив действительными числами. В этой связи, информация, представленная в КПРБЭГ, характеризуется неопределенностью и сложностью, что потенциально делает информацию о принимаемом решении неопределенной и нечеткой. Чтобы охарактеризовать неуверенность ЛПР в процессе принятия решений, Л. Заде [9] ввел нечеткое множество, которое использует функцию принадлежности для описания степени принадлежности элемента множеству. Однако, поскольку нечеткое множество выражает неопределенность в виде задания одной степени принадлежности, оно не может описать сомнения ЛПР при выборе нескольких возможных степеней принадлежности. Поэтому Торра [10] расширил понятие нечеткого множества и предложил концепцию «колеблющегося нечеткого множества (КНМ)» для точной количественной оценки колеблющейся информации, позволяющего ЛПР предоставлять набор из нескольких возможных значений на основе функции принадлежности. Например, при оценке фильмов по десятибалльной шкале пользователь присваивает конкретному фильму оценку 7, при этом считается, что принадлежность этого балла данной оценке фильма «хороший фильм» равна 0,7. Аналогично, принадлежность оценки 6 оценке «хороший фильм» равна 0,6. Предположим, пользователь колеблется между оценками 6 и 7 при составлении отзыва, тогда принадлежность реального балла этого отзыва оценке «хороший фильм» можно выразить с помощью КНМ  $\{0,6,0,7\}$ , что точнее, чем нечеткое значение 0,6 или 0,7, или интервальное число  $[0,6, 0,7]$ . В этом смысле КНМ может точно описывать информацию о принятом решении. До настоящего времени КНМ применялись в различных областях и решали множество проблем принятия решений, таких как управление гостиницами, человеческие ресурсы и экономическое развитие [11].

Однако КНМ не может учитывать вероятность появления каждой степени принадлежности, для чего автором Чжу [12] были предложены вероятностные колеблющиеся нечеткие множества (В-КНМ), включающие вероятностное значение степени принадлежности КНМ. Данная модификация позволяет выражать информацию более точно по сравнению с традиционными КНМ. Авторы Чжан и Ву [13] исследовали некоторые операции над взвешенными колеблющимися нечеткими множествами и представили возможности их применения для многокритериального принятия решений.

В последние годы КНМ привлекли значительное внимание исследователей, и работы в этой области достигли существенных результатов. Среди ключевых достижений можно выделить: функции оценки [14], операторы агрегирования [15], методы принятия решений [16].

Функции оценки играют фундаментальную роль в ранжировании альтернатив при решении задач принятия решений с использованием КНМ. Значительное количество ученых посвятило свои исследования разработке и изучению функций оценки, предложив различные подходы с разных методологических позиций.

В частности, Хиа и Ху [17] первыми определили функцию оценки путем усреднения возможных значений NFE. Фархадия [14] предложил усовершенствованную функцию оценки, учитывающую весовые коэффициенты позиций возможных значений. В последующем исследовании Фархадия [18] представил серию функций оценки, включающую функцию оценки на основе геометрического среднего и функцию минимальной (максимальной) оценки. Ван с соавторами [19] ввели понятие степени отклонения между элементами КНМ, на основе которого была разработана новая функция оценки, учитывающая степень отклонения.

Операторы агрегирования и методы принятия решений выступают в качестве важных инструментов для получения результатов на основе имеющейся информации для принятия решений. Тем не менее следует отметить их ограниченную функциональность: данные инструменты способны эффективно решать лишь стандартные задачи группового принятия решений. При этом они не обладают достаточной компетентностью для работы с задачами крупномасштабного группового принятия, где задействовано более 20 лиц, принимающих решения.

Несмотря на то, что было предложено множество подходов к решению задач группового принятия решений (ГПР) на В-КНМ, все они по своей природе исходят из предположения, что эксперты способны предоставить полную оценочную информацию по альтернативам. Однако в реальных условиях из-за временных ограничений, различий в образовательном уровне или ограниченности знаний, эксперты в масштабных проектах, включающих большое число ЛПР, не могут предоставить полную оценку при решении задач принятия решений.

В связи с этим для устранения проблемы неполной оценки было разработано несколько методов оценивания, применимых к лингвистическим отношениям предпочтений [20], нечётким отношениям предпочтений [21] и лингвистическим контекстам распределения [22]. Все эти методы опираются на известную оценочную информацию, предоставленную авторитетными экспертами, при этом индивидуальные уровни принятия решений экспертов игнорируются. Более того, данные подходы оперируют оценочной информацией, представленной в виде лингвистических множеств, колеблющихся нечетких лингвистических множеств и нечетких множеств предпочтений. Тем не менее, методы оценки, эффективно работающие с КПРБЭГ с учетом В-КНМ, требуют дальнейшего детального рассмотрения и обсуждения.

В процессе КПРБЭГ эксперты не всегда выступают как независимые участники, а доверительные отношения между ними могут существенно влиять на процесс принятия решений. Иными словами, эксперты часто опираются на мнения своих коллег, к которым они прислушиваются, или людей со схожими интересами при принятии решений. Следовательно, доверительные связи между экспертами потенциально могут оказывать влияние на процессы кластеризации, достижения консенсуса и сбора мнений. Предыдущие исследования выявили несколько ключевых функций доверительных отношений в процессе принятия решений: взвешивание экспертных мнений на основе степени доверия [23], нахождение лидеров среди экспертов и содействие эволюции мнений [24], а также формирование корректирующих предложений [25]. Например, Чу и др. [26] предложили подход к анализу сообществ в социальных сетях для повышения эффективности решения задач КПРБЭГ. Тiан и др. [27] разработали методологию анализа социальных сетей для устранения конфликтов в КПРБЭГ при работе с неполной нечеткой информацией второго типа.

В области социальных сетей было разработано множество теорий, включая распространение доверия [28], кластеризацию на основе доверия [29], обнаружение и устранение конфликтов доверия [30]. В качестве примера можно привести работу Лиу и др. [30], где было введено понятие распространения доверия на основе силы отношений и рассмотрена задача КПРБЭГ в социальных сетях с использованием интуиционистских нечетких множеств.

Все исследования в области социальных сетей подтверждают необходимость учета доверительных отношений в задачах КПРБЭГ. Однако многие существующие исследования КПРБЭГ игнорируют доверительные связи между экспертами, что приводит к относительно небольшому количеству работ, рассматривающих данную ситуацию.

Процесс достижения консенсуса (ДК) направлен на устранение конфликтов между экспертами и достижение коллективного решения, максимально приближенного к единогласному решению. На сегодняшний день в области группового принятия решений исследованы различные процессы достижения консенсуса, включая ДК на основе управления согласованностью, ДК в социальных сетях, модель консенсуса с минимальными затратами.

Лиу и др. [31] разработали эффективную структуру управления согласованностью и консенсусом для решения достижения согласия. Лиу и др. [25] учли уверенность экспертов в своих оценках при принятии решений в социальных сетях и предложили механизм обратной связи, основанный на динамических весах и доверии в модели консенсуса.

На основе робастной оптимизации Лю и др. [32] построили модель минимальных затрат для решения проблемы неопределенных затрат. Исследования упомянутых выше моделей консенсуса расширили область применения ГПР. Однако в задачах КПРБЭГ с В-КНМ процессы достижения консенсуса не рассматриваются, что по-прежнему создает значительные ограничения в практических ситуациях.

Целью данной работы является разработка алгоритма достижения консенсуса, который учитывает доверительные отношения в рамках КПРБЭГ с учетом В-КНМ. На основе метода интерпретационного структурного моделирования (ИСМ) представлен процесс кластеризации экспертов для повышения эффективности достижения консенсуса в КПРБЭГ. Данный метод опирается исключительно на социальные доверительные отношения экспертов при проведении кластеризации, что обеспечивает объективность и обоснованность результатов кластеризации.

Представлены операторы распространения доверия и агрегирования, подходящие для В-КНМ. Для достижения процесса представлены методы определения весов как для экспертов, так и для подмножеств.

**Нечёткие колеблющиеся вероятностные колеблющиеся множества.** Колеблющиеся нечеткие множества как расширение нечетких множеств были введены в работе [10]. Вместо одной традиционной функции принадлежности колеблющиеся нечеткие множества обрабатывают возможные значения функций принадлежности, представленные экспертами, из-за сомнений, неуверенности экспертов, несогласованности в оценках в случае участия группы экспертов или различных экспертных организаций. Этот метод позволяет использовать множество возможных значений в задачах принятия многокритериальных решений, когда эксперты не могут согласовать общие степени принадлежности.

*Определение 1.* Пусть  $X$  – эталонное множество. Колеблющееся нечеткое множество (КНМ) на множестве  $X$  – это функция, которая при применении к  $X$  возвращает подмножество  $[0, 1]$ :

$$A = \{ \langle x, h_A(x) \rangle \mid x \in X \}. \quad (1)$$

В (1)  $h_A(x)$  – набор некоторых значений из  $[0, 1]$ , обозначающих возможные степени принадлежности элемента  $x \in X$  множеству  $A$ . Авторы Ху и Хиа [33] называют  $h = h_A(x)$  колеблющимся нечетким элементом (КНЭ).

*Определение 2.* Пусть  $X$  – эталонное множество, тогда вероятностное колеблющееся нечеткое В-КНМ  $H$  на  $X$  – это функция, которая определяется как

$$H = \{ \langle x, h_x(p_x) \rangle \mid x \in X \},$$

где  $h_x$  и  $p_x$  – два множества, значения элементов которых лежат внутри интервала  $[0, 1]$ .  $h_x$  отражает возможные степени принадлежности элемента  $x \in X$  множеству  $H$ ;  $p_x$  – возможные распределения для степени принадлежности  $h_x$ .  $h_x(p_x)$  называется вероятностным колеблющимся нечетким элементом (В-КНЭ). Для удобства В-КНЭ  $h_x(p_x)$  записывается в виде  $h(p)$ .

$$h(p) = \{ \gamma_l(p_l) \mid l = 1, 2, \dots, \#h \},$$

где степени принадлежности  $\gamma_l$  располагаются в возрастающем порядке  $\gamma_1 < \gamma_2 < \dots < \gamma_{\#h}$ .  $p_l$  – вероятность степени принадлежности  $\gamma_l$ , которая удовлетворяет условию  $\sum_{l=1}^{\#h} p_l = 1$ .  $\#h$  – количество элементов  $\gamma_l(p_l)$  в  $h(p)$ .

Степень принадлежности  $\gamma_l$  представляет собой степень нерешительности эксперта при выборе между несколькими возможными значениями и находится в диапазоне  $[0, 1]$ . Чем ближе степень принадлежности  $\gamma_l$  к 1, тем выше степень принадлежности  $x$  к  $X$ . Чем ближе степень принадлежности  $\gamma_l$  к 0, тем ниже степень принадлежности  $x$  к  $X$ . Функция В-КНЭ может не только выражать степень принадлежности, но и представлять распределение степеней принадлежности. Например, если эксперт оценивает эвакуационную альтернативу, и он на 20% уверен, что оценка альтернативы может быть 0,5, а затем на 60% уверен, что оценка может быть 0,7, то информация об оценке может быть представлена в виде:  $\{0,5(0,2), 0,7(0,6)\}$ .

Для ранжирования различных В-КНЭ предлагается следующая функция оценки:

*Определение 3.* Задан В-КНЭ  $h(p) = \{ \gamma_l(p_l) \mid l = 1, 2, \dots, \#h \}$ . Его оценка  $s$  определяется как  $s(h(p)) = \sum_{l=1}^{\#h} \gamma_l p_l$ .

Для двух В-КНЭ  $h_1(p)$  и  $h_2(p)$ ,  $h_1(p)$  превосходит  $h_2(p)$ , если  $s(h_1(p)) > s(h_2(p))$ , что обозначается  $h_1(p) > h_2(p)$ . Если  $s(h_1(p)) = s(h_2(p))$ , необходимо использовать степень отклонения.

*Определение 4.* Задан В-КНЭ  $h(p) = \{\gamma_l(p_l) \mid l = 1, 2, \dots, \#h\}$ . Его степень отклонения  $d$  определяется как  $d(h(p)) = \sum_{l=1}^{\#h} (\gamma_l - s(h(p)))^2 p_l$ .

Следовательно, два В-КНЭ  $h_1(p)$  и  $h_2(p)$  могут быть ранжированы согласно следующим правилам:

- 1) Если  $s(h_1(p)) > s(h_2(p))$ , то  $h_1(p) > h_2(p)$ .
- 2) Если  $s(h_1(p)) = s(h_2(p))$  и  $d(h_1(p)) > d(h_2(p))$ , то  $h_1(p) < h_2(p)$ .
- 3) Если  $s(h_1(p)) = s(h_2(p))$  и  $d(h_1(p)) < d(h_2(p))$ , то  $h_1(p) > h_2(p)$ .
- 4) Если  $s(h_1(p)) = s(h_2(p))$  и  $d(h_1(p)) = d(h_2(p))$ , то  $h_1(p) \sim h_2(p)$ , что означает, что  $h_1(p)$  и  $h_2(p)$  индифферентны.

В реальных задачах значения В-КНЭ обычно различаются, что усложняет вычисления. Для решения этой проблемы необходимо добавить значения к В-КНЭ с меньшим количеством значений, чтобы нормализовать его значение относительно других В-КНЭ. При этом В-КНЭ, к которому добавляются значения, должен сохранять свою исходную информацию без каких-либо изменений, поэтому предлагается метод нормализации для В-КНЭ.

*Определение 5.* Даны два различных В-КНЭ  $h_1(p) = \{\gamma_{1_l}(p_{1_l}) \mid l = 1, 2, \dots, \#h_1\}$  и  $h_2(p) = \{\gamma_{2_l}(p_{2_l}) \mid l = 1, 2, \dots, \#h_2\}$ . При этом длина  $h_1(p)$  больше, чем  $h_2(p)$ , т.е.  $\#h_1 > \#h_2$ . Для нормализации  $h_2(p)$ , элемент  $\gamma_{2_\pi}(p_{2_\pi})$  ( $\pi = \#h_2 + 1, \#h_2 + 2, \dots, \#h_1$ ) добавляется к  $h_2(p)$ , где  $\gamma_{2_\pi} = \max\{\gamma_{2_l}\}$  и  $p_{2_\pi} = 0, l = 1, 2, \dots, \#h_2, \pi = \#h_2 + 1, \#h_2 + 2, \dots, \#h_1$ .

**Анализ социальных сетей.** Анализ социальных сетей направлен на изучение взаимоотношений между социальными субъектами – членами групп, предприятиями или государствами [21, 24]. Данный подход позволяет построить модель взаимосвязей между участниками группы. В социальной сети выделяют три элемента: множество экспертов, взаимосвязи между ними и социометрические данные, что представлено на рис. 1 и в табл. 1.

Таблица 1

Различные элементы в анализе социальных сетей

Социометрическое представление	Алгебраическое представление
$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{aligned} &e_1 Re_2, e_1 Re_3, e_1 Re_4 \\ &e_2 Re_3 \\ &e_5 Re_2, e_5 Re_3, e_5 Re_4 \\ &e_6 Re_3, e_6 Re_4 \end{aligned}$

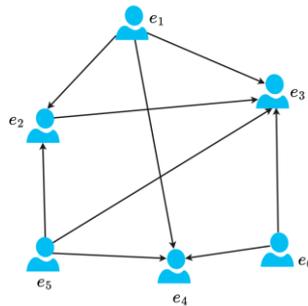


Рис. 1. Граф, соответствующий представлениям элементов в табл. 1

(1) Социометрическое представление формализует доверительные отношения между экспертами. В рамках этой модели  $t_{ij} = 1$  означает, что эксперт  $e_i$  напрямую доверяет эксперту  $e_j$ . В противном случае значение  $t_{ij}$  равно 0, если нет доверительных отношений между экспертами  $e_i$  и  $e_j$ . Для множества экспертов в табл. 1 социометрическая матрица соответствует матрице смежности  $AD = (ad)_{ij_{m \times m}}$ .

(2) Алгебраическое представление. Это представление позволяет эксперту различать несколько различных отношений и представляет собой комбинацию отношений.

(3) Граф: социальная сеть представлена графом  $G(V, E)$ , где  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  – множество узлов,  $V$  – множество рёбер.  $e_i \rightarrow e_j$  означает наличие прямых доверительных отношений между  $e_i$  и  $e_j$ .

Однако в традиционных методах анализа социальных сетей указанная выше социометрическая величина представляет собой только двоичное значение 0 или 1. Эти значения в социометрии могут быть измерены на основе реалистичных доверительных отношений между экспертами. В социометрии значение 0 означает, что нет прямых доверительных отношений между экспертами. Однако значение 1 означает, что один эксперт может напрямую доверять другому эксперту в социальной сети.

В социометрии значения 0 и 1 могут не подходить для описания неопределённости в доверительных отношениях между экспертами. Для решения этой проблемы дадим определение концепции вероятностной колеблющейся нечёткой социометрии, которая представлена ниже.

*Определение 6.* Вероятностная колеблющаяся нечёткая социометрия  $T = (t_{ij})_{m \times m}$  на множестве  $E$  – это отношение  $E \times E$  с  $V_A E \times E \rightarrow [0, 1]$  и  $v_A(e_i, e_j) = t_{ij}$ , где  $t_{ij}$  – значение доверия, которое эксперт  $e_i$  присваивает эксперту  $e_j$  и которое задается как В-КНЭ.

*Пример 1.* Согласно определению 6 предположим, что доверительные отношения между семью экспертами представлены в форме ориентированного графа (см. табл. 1 и рис. 1). Соответствующая социометрическая матрица  $T = (t_{ij})_{m \times m}$  представлена на рис. 2.

$$\begin{pmatrix} 0 & \{0,4(0,2), 0,3(0,5), 0,9(0,4)\} & \{0,3(0,5), 0,6(0,1), 0,7(0,3)\} & \{0,6(0,4), 0,2(0,4), 0,7(0,7)\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \{0,7(0,4), 0,2(0,4), 0,8(0,6)\} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{0,2(0,3), 0,7(0,1), 0,5(0,3)\} & \{0,5(0,2), 0,7(0,3), 0,4(0,2)\} & \{0,1(0,3), 0,5(0,5), 0,7(0,2)\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \{0,2(0,3), 0,5(0,1), 0,7(0,4)\} & \{0,5(0,4), 0,9(0,2), 0,6(0,3)\} & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 2. Социометрическая матрица для графа на рис. 1

В рамках социометрического представления:

$t_{12} = \{0,4(0,2), 0,3(0,5), 0,9(0,4)\}$  означает, что значение доверия, присвоенное экспертом  $e_1$  эксперту  $e_2$ , равно  $\{0,4(0,2), 0,3(0,5), 0,9(0,4)\}$ ;

$t_{31} = 0$  указывает на отсутствие прямого доверительного отношения от эксперта  $e_3$  к эксперту  $e_1$ .

В социальной сети некоторые эксперты могут не иметь информации о конкретном участнике, то есть не способны напрямую присвоить ему значение доверия. Однако возможно построить косвенное доверительное отношение, чтобы определить, можно ли доверять неизвестному эксперту.

В рамках социальной сети некоторые эксперты могут не обладать информацией о конкретном участнике, что означает невозможность прямого присвоения ему значения доверия. Однако можно сформировать косвенное доверительное отношение с целью определения степени доверия к неизвестному эксперту – посредством привлечения доверенных третьих лиц.

Как показано на рис. 3, прямое значение доверия от эксперта  $e_i$  к эксперту  $e_i$  отсутствует. Косвенное доверие может быть построено на основе свойства транзитивности доверия: эксперт  $e_i$  способен присвоить косвенное значение доверия эксперту  $e_j$  через доверенное третье лицо  $e_d$ .

Описанный подход, именуемый методом t-нормы, был предложен Виктором и соавторами [34]. Пусть  $e_i \rightarrow e_d \rightarrow e_j$  – путь распространения доверия от эксперта  $e_i$  к эксперту  $e_j$ . В этом случае значение доверия  $t_{ij}$  может быть получено с использованием t-нормы.

$$t_{ij} = T(t_{id}, t_{dj}) = \frac{t_{id} t_{dj}}{1 + (1 - t_{id})(1 - t_{dj})},$$

где  $t_{id}, t_{dj} \in [0, 1]$ ,  $t_{id}$  – уровень доверия от эксперта  $e_i$  к  $e_d$ ,  $t_{dj}$  – уровень доверия от эксперта  $e_d$  к  $e_j$ .

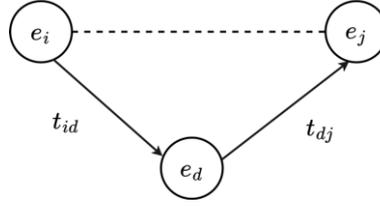


Рис. 3. Косвенное распространение доверия

В ряде случаев может существовать несколько путей передачи доверия от  $e_i$  к эксперту  $e_j$ , что проиллюстрировано на рис. 4. В частности, имеются два пути передачи доверия от эксперта  $e_i$  к эксперту  $e_j$ :  $e_i \rightarrow e_{d1} \rightarrow e_j$  и  $e_i \rightarrow e_{d2} \rightarrow e_j$ .

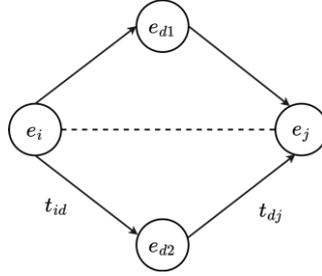


Рис. 4. Множественные пути распространения доверия

Чжан и соавторы [35] предложили оператор агрегирования доверия в социальной сети, основанный на применении оператора взвешенного усреднения (ОВУ). Данный оператор задаётся следующим образом.

*Определение 7.* Пусть  $P^\beta: e_i \rightarrow \dots \rightarrow e_j$  ( $\beta = 1, 2, \dots, u$ ) – множество  $u$  путей доверия от  $e_i$  к  $e_j$  и  $t_{ij}^\beta$  обозначает информацию о доверии от  $e_i$  к  $e_j$  через путь  $P^\beta$ .

Тогда агрегированное значение доверия от эксперта  $e_i$  к эксперту  $e_j$  определяется следующим образом:

$$t_{ij} = \text{ОВУ}(t_{ij}^1, t_{ij}^2, \dots, t_{ij}^u) = \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta t_{ij}^{\mu(\beta)},$$

где  $t_{ij}^{\mu(\beta)}$  –  $\beta$  – ое наибольшее значение в  $\{t_{ij}^1, t_{ij}^2, \dots, t_{ij}^u\}$ ,  $\omega'_\beta$  – вес, такой что  $\omega'_\beta \geq 0$  и  $\sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta = 1$ .

*Определение 8.* Матрица достижимости  $RE = (re_{ij})_{m \times m}$  графа  $G(V, E)$  также является булевой матрицей. Значение  $re_{ij}$  равно 1, если вершина  $e_i$  может достичь  $e_j$  за конечное число шагов (по пути определённой длины), и 0 – в противном случае. Иными словами:

$$re_{ij} = \begin{cases} 1, & e_i \rightarrow e_j \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Матрица достижимости  $RE = (re_{ij})_{m \times m}$  для множества из  $m$  экспертов может быть вычислена по формуле:

$$RE = (AD + I)^r,$$

где  $AD$  – матрица смежности графа доверия;  $I$  – единичная матрица того же порядка, что и  $AD$ ;  $r$  – показатель степени, определяемый условием:

$$AD + I \neq (AD + I)^2 \neq (AD + I)^3 \neq \dots \neq (AD + I)^{r-1} \neq (AD + I)^r = (AD + I)^{r+1}.$$

Значение  $re_{ij} = 1$  означает, что эксперт  $e_i$  может достичь эксперта  $e_j$  через конечное число шагов распространения доверия (т. е. существует путь передачи доверия между ними).

Значение  $re_{ij} = 0$  указывает на отсутствие какой-либо цепочки доверия между  $e_i$  и  $e_j$ .

Для экспертов, представленных в табл. 1, матрица достижимости  $RE$  отражает:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для экспертов в области группового принятия решений с учётом уровней доверия (LSGDM), опираясь на информацию об их доверительных связях, строится матрица смежности. Затем с помощью алгоритма Уоршелла [36] вычисляется матрица достижимости.

На основании матрицы достижимости  $RE$  определяется множество достижимости  $RE(e_i)$  для эксперта  $e_i$ . Например, множество достижимости для эксперта  $e_2$  имеет вид:  $RE(e_2) = \{e_2, e_3\}$ . Это означает, что эксперт  $e_2$  может иметь прямые или косвенные доверительные связи с экспертами  $e_2, e_3$ .

**Определение 9** [37]. Множество antecedентов (предшествующих элементов)  $AN(e_i)$  эксперта  $e_i$  – это множество таких экспертов, которые могут достичь эксперта  $e_i$  в матрице достижимости или в ориентированном графе.

Для эксперта  $e_2$  (см. рис. 1) множество antecedентов  $AN(e_2)$  составляет:  $AN(e_2) = \{e_1, e_2, e_5\}$ .

**Определение 10** [37]. Множество общих элементов  $CO(e_i)$  – это пересечение множества достижимости  $RE(e_i)$  и множества antecedентов  $AN(e_i)$  для эксперта  $e_i$ .

Для эксперта  $e_2$  (см. рис. 1) множество общих элементов:  $CO(e_2) = \{e_2\}$ .

**Определение 11** [37]. Множество начальных элементов  $BE(E)$  – это множество экспертов, которые влияют на других участников, но при этом не подвержены влиянию со стороны иных элементов системы.

Для экспертов на рис. 1 множество начальных элементов  $BE(E) = \{e_1, e_5, e_6\}$ .

**Кластеризация экспертов на основе ИСМ.** В данном разделе представлен метод кластеризации на основе метода ИСМ и операторы распространения и агрегирования доверия в вероятностно-нечётких условиях с колебаниями (В-КНМ) для социальных сетей.

Ввиду сложности задач КПРБЭГ для повышения эффективности процесса согласования консенсуса ДК в социальных сетях часто применяется кластеризация экспертов. Основная идея кластеризации экспертов заключается в группировке участников с сопоставимым уровнем компетенций в отдельные подмножества. На сегодняшний день предложено множество методов кластеризации, включая: алгоритм серой кластеризации [38]; алгоритм K-means [39]; нечёткий алгоритм C-means [40].

Ключевой принцип этих методов заключается в том, что эксперты внутри одного подмножества должны обладать схожими характеристиками. Методы кластеризации широко применяются в различных областях, таких как электронная коммерция, классификация генов и распознавание объектов.

В контексте кластеризации экспертов метод ИСМ позволяет разделить сложную экспертную систему на несколько подмножеств; структурировать систему в многоуровневую иерархическую модель.

Поскольку метод ИСМ базируется преимущественно на доверительных связях между экспертами, результаты кластеризации обладают высокой наглядностью в задачах КПРБЭГ.

В алгоритме кластеризации используются следующие обозначения:

- ◆  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  – конечное множество экспертов;
- ◆  $S = \{S_1, \dots, S_k, \dots, S_v\}$  – конечное множество подмножеств;
- ◆  $AD = (ad_{ij})_{m \times n}$  – матрица смежности для экспертов;
- ◆  $RE = (re_{ij})_{m \times m}$  – матрица достижимости для  $m$  экспертов;
- ◆  $RE(e_i)$  – множество достижимости эксперта  $e_i$ ;
- ◆  $AN(e_i)$  – предшествующее множество эксперта  $e_i$ ;
- ◆  $CO(e_i)$  – множество совпадений (пересечение) для эксперта  $e_i$

Для повышения эффективности достижения консенсуса в задачах КПРБЭГ в ЧС на основе транспортировки потоков в нечётких условиях [41–43] в социальных сетях был разработан алгоритм выявления иерархической структуры экспертов – исключительно на основе информации об их доверительных связях.

**Алгоритм кластеризации на основе ИСМ**

*Вход:* Матрица смежности  $AD = (ad_{ij})_{m \times n}$   $m$  экспертов.

*Выход:* Подмножества  $S_1, \dots, S_k, \dots, S_v$ .

*Шаг 1.* Матрица смежности  $AD = (ad_{ij})_{m \times n}$  находится согласно социальному графу  $G(V, E)$ .

*Шаг 2.* Найти матрицу достижимости экспертов.

*Шаг 3.* Эксперты  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$  делятся на независимые подмножества. Сначала определяется множество  $BE(E)$ , затем два эксперта  $e_i$  и  $e_j$  произвольно выбираются из  $BE(E)$ . Если  $RE(e_i) \cap RE(e_j) = \emptyset$ , эксперт  $e_i$  и эксперты в  $RE(e_i)$  принадлежат одному множеству, а  $e_j$  и эксперты в  $RE(e_j)$  принадлежат другому множеству. Если  $RE(e_i) \cap RE(e_j) \neq \emptyset$ , все эксперты принадлежат одному классу.

*Шаг 4.* Иерархический уровень эксперта определяется для каждого множества. Для первого множества  $N_1$  эксперт  $e_i$  находится на верхнем уровне иерархии, если  $CO(e_i) = RE(e_i)$ . После этого эксперт  $e_i$  удаляется из множества  $N_1$ . Затем определяется новое множество  $N'_1$ . Во множестве  $N'_1$  эксперты снова ранжируются по уровням иерархии, начиная с высшего уровня.

*Шаг 5.* В соответствии с иерархическими уровнями экспертов строится многоуровневый иерархический ориентированный граф. На выходе получаются множества  $S_1, \dots, S_k, \dots, S_v$ .

*Шаг 6.* Конец.

*Пример 2.* Предположим, что  $E = \{e_1, e_2 \dots e_6\}$  – это множество из 6 экспертов, их исходные отношения социального доверия представлены в табл. 1 и на рис. 1.

Согласно социометрии, представленной в табл. 1, матрица смежности  $AD = (ad_{ij})_{6 \times 6}$  6 экспертов имеет вид:

$$AD = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

На основании равенства  $AC = (AD + I)^r$  матрица достижимости  $RE = (re_{ij})_{6 \times 6}$  для 6 экспертов может быть получена при  $r = 2$ .

$$RE = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

1). Согласно матрице достижимости  $RE = (re_{ij})_{6 \times 6}$ , множество начальных элементов  $BE(E) = \{e_1, e_5, e_6\}$ . Так как  $RE(e_5) \cap RE(e_6) \neq \emptyset$ , то  $RE(e_5) \cap RE(e_6) = \{e_2, e_3, e_4, e_5\} \cap \{e_3, e_4, e_6\} = \{e_3, e_4\}$ . Следовательно, эксперты  $e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$  принадлежат уровню иерархии  $N_1$ , эксперт  $e_1$  принадлежит уровню иерархии  $N_2$ .

2). Определяем уровни иерархии для множества  $N_1$ . Для  $e_3: RE(e_3) = \{e_3\}$   $AN(e_3) = \{e_2, e_3, e_5, e_6\}$ ,  $COE(e_3) = \{e_3\}$ . Удаляем данную вершину из множества. Следовательно, эксперт  $e_3$  находится на верхнем уровне иерархии.

Для  $e_4: RE(e_4) = \{e_4\}$ ,  $AN(e_4) = \{e_4, e_5, e_6\}$ ,  $COE(e_4) = \{e_4\}$ . Удаляем данную вершину из множества.

Следовательно, вершины  $e_3$  и  $e_4$  находятся на верхнем уровне иерархии.

3) Рассмотрим иерархию вершин  $\{e_2, e_5, e_6\}$ . Для  $e_2: RE(e_2) = \{e_2\}$ ,  $AN(e_2) = \{e_2, e_5\}$ ,  $COE(e_2) = \{e_2\}$ .

Для  $e_5: RE(e_5) = \{e_2, e_5\}$ ,  $AN(e_5) = \{e_5\}$ ,  $COE(e_2) = \{e_2\}$ .

Для  $e_6: RE(e_6) = \{e_6\}$ ,  $AN(e_6) = \{e_6\}$ ,  $COE(e_6) = \{e_6\}$ .

Следовательно, вершины  $e_2$  и  $e_6$  находятся на втором уровне иерархии. Вершина  $e_5$  расположена на третьем уровне. Иерархическая структура представлена на рис. 5.

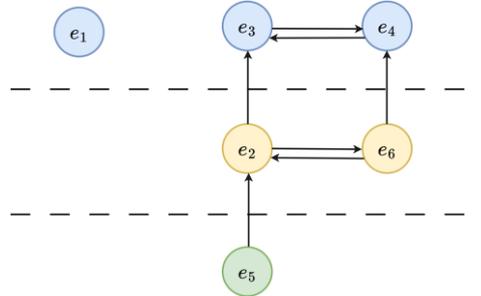


Рис. 5. Иерархическая структура для примера 2

**Операторы распространения и агрегирования доверия для вероятностно-нечёткой колеблющейся информации.** На основе  $t$ -нормы предложен оператор распространения доверия для вероятностно-нечётких элементов (В-КНЭ), предназначенный для передачи значений доверия в формате В-КНЭ между экспертами.

*Определение 12.* Пусть  $e_i \rightarrow e_{\sigma(1)} \rightarrow e_{\sigma(2)} \rightarrow \dots \rightarrow e_{\sigma(f)} \rightarrow e_j$  – путь распространения доверия от  $e_i$  к  $e_j$ . Полагаем, что  $t_{i\sigma(1)} = \{\gamma_{i\sigma(1)l}(p_{i\sigma(1)l}) \mid l = 1, 2, \dots, \#h\}$ ,  $t_{\sigma(1)\sigma(2)} = \{\gamma_{\sigma(1)\sigma(2)l}(p_{\sigma(1)\sigma(2)l}) \mid l = 1, 2, \dots, \#h\}, \dots, t_{\sigma(f)j} = \{\gamma_{\sigma(f)jl}(p_{\sigma(f)jl}) \mid l = 1, 2, \dots, \#h\}$  – набор нормализованных В-КНЭ которые выражают значения доверия. Если распространение доверия от  $e_i$  к  $e_j$  – это  $e_i \rightarrow e_{\sigma(1)} \rightarrow e_j$ , то оператор распространения доверия В-ОРД определяется как

$$\begin{aligned}
 & \text{В – ОРД } (t_{\sigma(1)j}) = \\
 & \left\{ \frac{\gamma_{i\sigma(1)1}\gamma_{i\sigma(1)j_1}}{1+(1-\gamma_{i\sigma(1)1})(1-\gamma_{\sigma(1)j_1})} \times \left( \frac{p_{i\sigma(1)1}p_{\sigma(1)j_1}}{1+(1-p_{i\sigma(1)1})(1-p_{\sigma(1)j_1})} \right), \frac{\gamma_{i\sigma(1)2}\gamma_{i\sigma(1)j_2}}{1+(1-\gamma_{i\sigma(1)2})(1-\gamma_{\sigma(1)j_2})} \times \right. \\
 & \left. \left( \frac{p_{i\sigma(1)2}p_{\sigma(1)j_2}}{1+(1-p_{i\sigma(1)2})(1-p_{\sigma(1)j_2})} \right), \dots, \frac{\gamma_{i\sigma(1)\#h}\gamma_{i\sigma(1)j_{\#h}}}{1+(1-\gamma_{i\sigma(1)\#h})(1-\gamma_{\sigma(1)j_{\#h}})} \times \left( \frac{p_{i\sigma(1)\#h}p_{\sigma(1)j_{\#h}}}{1+(1-p_{i\sigma(1)\#h})(1-p_{\sigma(1)j_{\#h}})} \right) \right\}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

*Пример 3.* Пусть  $t_{i\sigma(1)} = \{0,5(0,6), 0,3(0,2), 0,7(0,3)\}$  и  $t_{i\sigma(1)j} = \{0,7(0,4), 0,4(0,6), 0,8(0,5)\}$ . Тогда на основе (2) доверительное значение  $t_{ij}$  от эксперта  $e_i$  к  $e_j$  определяется как  $\text{В – ОРД } (t_{i\sigma(1)}, t_{\sigma(1)j}) = \left\{ \frac{0,5 \times 0,7}{1+(1-0,5)(1-0,7)} \times \left( \frac{0,6 \times 0,4}{1+(1-0,6)(1-0,4)} \right), \frac{0,3 \times 0,4}{1+(1-0,3)(1-0,4)} \times \left( \frac{0,2 \times 0,6}{1+(1-0,2)(1-0,6)} \right), \frac{0,7 \times 0,8}{1+(1-0,7)(1-0,8)} \times \left( \frac{0,3 \times 0,5}{1+(1-0,3)(1-0,5)} \right) \right\} = \{0,30(0,19), 0,08(0,09), 0,53(0,11)\}$ .

Могут существовать различные пути распространения доверия среди экспертов в социальных графах. Оператор агрегирования доверия был использован для получения коллективной доверительной информации из различных путей. Оператор упорядоченного взвешенного усреднения используется для агрегирования В-КНЭ доверительной информации из различных путей.

*Определение 13.* Пусть  $P^\beta: e_i \rightarrow \dots \rightarrow e_j$  ( $\beta = 1, 2, \dots, u$ ) является множеством  $u$  доверительных путей от  $e_i$  к  $e_j$  и  $t_{ij}^\beta = \{\gamma_{ijl}^\beta(p_{ijl}^\beta) \mid l = 1, 2, \dots, \#h\}$  определяет доверительную информацию от  $e_i$  к  $e_j$  через путь  $P^\beta$ . В-КНЭ оператор агрегирования доверия (В-ОАД) задается как

$$\begin{aligned}
 B - \text{ОАД}(t_{ij}^1, t_{ij}^2, \dots, t_{ij}^u) &= \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta t_{ij}^{\mu(\beta)} \\
 &= \left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta t_{ij_1}^{\mu(\beta)} \left( \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta p_{ij_1}^{\mu(\beta)} \right), \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta t_{ij_2}^{\mu(\beta)} \left( \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta p_{ij_2}^{\mu(\beta)} \right), \dots, \\ \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta t_{ij_{\#h}}^{\mu(\beta)} \left( \sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta p_{ij_{\#h}}^{\mu(\beta)} \right) \end{array} \right\}, \quad (3)
 \end{aligned}$$

где  $t_{ij}^{\mu(\beta)}$  – наибольшее  $\beta$ -ое значение из множества  $\{t_{ij}^1, t_{ij}^2, \dots, t_{ij}^u\}$  и  $\omega'_\beta$  – вес, такой что  $\omega'_\beta \geq 0$  и  $\sum_{\beta=1}^u \omega'_\beta = 1$ . Вес  $\omega'_\beta$  может быть вычислен согласно подходу, ориентированному на нечёткие квантификаторы, с опорой на пропорциональный нечёткий квантификатор в рамках нечёткой логики  $Q$ .

$$\omega'_\beta = Q\left(\frac{\beta}{u}\right) - Q\left(\frac{\beta-1}{u}\right), \quad (\beta = 1, 2, \dots, u), \quad (4)$$

$$\text{где } Q(a) = \begin{cases} 0, & a < b \\ \frac{a-b}{g-b}, & b \leq a \leq g \\ 1, & a > g, \end{cases}$$

$g, a, b \in [0, 1]$ .  $(g, b)$  параметры, которые представляют квантификаторы «Все», «Большинство», «По крайней мере половина» и «Наибольшее возможное число». Как правило, значения для  $(g, b)$  – это  $(0, 1)$ ,  $(0, 3)$ ,  $(0, 8)$ ,  $(0, 0, 5)$  и  $(0, 5, 1)$ .

*Пример 4.* Предположим существуют три доверительных пути от эксперта  $e_1$  к эксперту  $e_3$  после удаления доверительных путей длиной более 2. Данные пути:  $P^1: e_2 \rightarrow e_8 \rightarrow e_4$ ,  $P^2: e_2 \rightarrow e_{10} \rightarrow e_4$ ,  $P^3: e_2 \rightarrow e_{12} \rightarrow e_4$ . Доверительные значения в каждом доверительном пути представляют собой  $t_{24}^1 = \{0,32(0,15), 0,40(0,08), 0,58(0,03)\}$ ,  $t_{24}^2 = \{0,10(0,18), 0,41(0,06), 0,55(0,09)\}$ ,  $t_{24}^3 = \{0,13(0,07), 0,19(0,16), 0,22(0,18)\}$  и могут быть агрегированы с помощью В-ОАД. Вес  $\omega'_\beta$  В-ОАД в может быть вычислен согласно подходу, ориентированному на нечёткие квантификаторы. Вес  $\omega'_\beta$ :  $\omega'_1 = 0,053$ ,  $\omega'_2 = 0,697$ ,  $\omega'_3 = 0,250$ .

Общее доверительное значение может быть вычислено как  $t_{24} = B - \text{ОАД}(t_{24}^1, t_{24}^2, t_{24}^3) = \{0,119(0,151), 0,354(0,086), 0,469(0,109)\}$ .

Таким образом, на основе разработанного алгоритма становится возможным принимать решения в ЧС в сложных условиях, когда имеется более 20 экспертов, на основе достижения консенсуса в социальных сетях с неполной вероятностной нечёткой информацией. На первом этапе алгоритма осуществляется кластеризация экспертов на основе интерпретационного структурного моделирования для классификации экспертов, а также для повышения эффективности достижения консенсуса. На втором этапе осуществляется косвенное отношение доверия между экспертами для определения весов экспертов. На следующем этапе будет достигнут консенсус с учетом колеблющейся вероятностной нечеткой информации и определена наилучшая эвакуационная альтернатива.

**Заключение.** В данной статье рассматривается проблема крупномасштабного группового принятия решений с учётом социального сетевого контекста при неполной вероятностной нечёткой информации с элементами неуверенности. Предлагаются также подходы к управлению процессом достижения консенсуса.

В рамках предложенной методологии к принятию решений большими группами экспертов был разработан метод кластеризации на основе интерпретационного структурного моделирования, позволяющий снизить сложность обработки данных при работе с большим числом экспертов, связанных отношениями доверия. Предложены операторы распространения и агрегирования доверия для вероятностной нечёткой информации с элементами неуверенности, которые позволяют оценивать уровень доверия между экспертами, не имеющими прямых связей. В результате удаётся сформировать несколько

подмножеств экспертов; определить весовые коэффициенты для большого числа экспертов на основе их взаимных отношений доверия. На основе кластеризации экспертов и вычисленного косвенного отношения доверия между экспертами осуществляется принятие решений в ЧС за счет достижения консенсуса с учетом колеблющейся вероятностной нечеткой информации и определяется наилучшая эвакуационная альтернатива.

В настоящее время наше исследование можно развить в нескольких перспективных направлениях. Во-первых, интеграция мнения пользователей относительно реакции на ЧС, полученных из онлайн-социальных платформ, в предложенную методологию для решения задачи крупномасштабного группового принятия решений с учетом социального сетевого контекста при ЧС. Во-вторых, исследование процесса достижения консенсуса при крупномасштабном групповом принятии решений в условиях динамических социальных сетей. В-третьих, разработка алгоритма, который проверяет индивидуальный уровень принятия решений экспертов и позволяет оценить пропущенные значения в неполных вероятностных нечетких матрицах решений с элементами неуверенности.

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет принимать эффективные решения большими группами экспертов в условиях неполноты информации, сомнений и неуверенности экспертов за счет достижения консенсуса и учета мнений меньшинства.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-71-10121-П, <https://rscf.ru/project/22-71-10121-П/в-Южном-федеральном-университете>.*

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Liu X., Xu Y.J., Herrera F. Consensus model for large-scale group decision making based on fuzzy preference relation with self-confidence: Detecting and managing overconfidence behaviors // *Inf. Fusion*. – 2019. – Vol. 52. – P. 245-256.
2. Li S.L., Wei C.P. A large-scale group decision making approach in healthcare service based on subgroup weighting model and hesitant fuzzy linguistic information // *Computers & Industrial Engineering*. – 2020. – Vol. 144.
3. Wu Z.B., Xu J.P. A consensus model for large-scale group decision making with hesitant fuzzy information and changeable clusters // *Information Fusion*. – 2018. – Vol. 41. – P. 217-231.
4. Lu Y.L., Xu Y.J., Huang J., Wei J., Herrera-Viedma E. Social network clustering and consensus-based distrust behaviors management for large-scale group decision-making with incomplete hesitant fuzzy preference relations // *Applied Soft Computing*. – 2022. – Vol. 117.
5. Rodríguez R.M., Labella A., Sesma-Sara M., Bustince H., Martínez L. A cohesion-driven consensus reaching process for large scale group decision making under a hesitant fuzzy linguistic term sets environment // *Computers & Industrial Engineering*. – 2021. – Vol. 155.
6. Gai T., Cao M., Chiclana F., Zhang Z., Dong Y., Herrera-Viedma E., Wu J. Consensus-trust driven bidirectional feedback mechanism for improving consensus in social network large-group decision making // *Group Decision and Negotiation*. – 2023. – Vol. 32 (1). – P. 45-74.
7. Zhao M.K., Guo J., Wu J., Xu Z.S. A global optimization feedback model with PSO for large scale group decision making in hesitant fuzzy linguistic environments // *Expert Systems with Applications*. – 2023. – Vol. 228.
8. Ji F., Wu J., Chiclana F., Wang S., Fujita H., Herrera-Viedma E. The overlapping community driven feedback mechanism to support consensus in social network group decision making // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. – 2023. – P. 1-15.
9. Zadeh L.A. Fuzzy sets // *Information and Control*. – 1965. – Vol. 8(3). – P. 338-353.
10. Torra V. Hesitant fuzzy sets // *International Journal of Intelligent Systems*. – 2010. – Vol. 25 (6). – P. 529-539.
11. Yang H., Wang G.X.F., Zhang Y. A clustering-based method for large-scale group decision making in the hesitant fuzzy set environment // *Computers & Industrial Engineering*. – 2023. – Vol. 183.
12. Zhu B. Decision Method for Research and Application Based on Preference Relation. – Southeast University, Nanjing. – 2014.
13. Zhang Z.M., Wu C. Weighted hesitant fuzzy sets and their application to multi-criteria decision making // *Br. J. Math. Comput. Sci.* – 2014. – Vol. 4. – P. 1091-1123.
14. Farhadinia, B. A novel method of ranking hesitant fuzzy values for multiple attribute decision-making problems // *International Journal of Intelligent Systems*. – 2013. – Vol. 28 (8). – P. 752-767.
15. Kamaci H., Petchimuthu S., Akcetin E. Dynamic aggregation operators and Einstein operations based on interval-valued picture hesitant fuzzy information and their applications in multi-period decision making // *Computational and Applied Mathematics*. – 2021. – Vol. 40 (4).

16. Yang W., Wang C.J., Liu Y., Sun Y. Hesitant Pythagorean fuzzy interaction aggregation operators and their application in multiple attribute decision-making // *Complex & Intelligent Systems*. – 2019. – Vol. 5 (2). – P. 199-216.
17. Xia M. M., Xu, Z.S. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making // *International Journal of Approximate Reasoning*. – 2011. – Vol. 52(3). – P. 395-407.
18. Farhadinia B. A series of score functions for hesitant fuzzy sets // *Information Sciences*. – 2014. – Vol. 277. – P. 102-110.
19. Wang B. L., Liang J.Y., Pang, J.F. Deviation degree: A perspective on score functions in hesitant fuzzy sets // *International Journal of Fuzzy Systems*. – 2019. – Vol. 21(7). – P. 2299-2317.
20. Zhang X.Y., Zhang H.Y., Wang J.Q. Discussing incomplete 2-tuple fuzzy linguistic preference relations in multi-granular linguistic MCGDM with unknown weight information // *Soft Comput.* 2019. – Vol. 2. – P. 2015-2032.
21. Liang Q., Liao X.W., Liu J.P. A social ties-based approach for group decision-making problems with incomplete additive preference relations // *Knowl.-Based Syst.* – 2017. – Vol. 119. – P. 68-86.
22. Zhang B.W., Liang H.M., Gao Y. et al. The optimization-based aggregation and consensus with minimum-cost in group decision making under incomplete linguistic distribution context // *Knowl.-Based Syst.* – 2018. – Vol.162. – P. 92-102.
23. Wu J., Chiclana F., Fujita H. et al. A visual interaction consensus model for social network group decision making with trust propagation // *Knowl.-Based Syst.* – 2017. – Vol. 122. – P. 39-50.
24. Dong Y.C., Ding Z.G., Martinez L. et al. Managing consensus based on leadership in opinion dynamics // *Inform. Sci.* – 2017. – Vol. 397. – P. 187-205.
25. Liu X., Xu Y.J., Montes R. et al. Social network group decision making: Managing self-confidence-based consensus model with the dynamic importance degree of experts and trust-based feedback mechanism, // *Inform. Sci.* – 2019. – Vol. 505. – P. 215-232.
26. Chu J.F., Wang Y.M., Liu X.W. et al. Social network community analysis based large-scale group decision making approach with incomplete fuzzy preference relations // *Inf. Fusion.* – 2020. –Vol. 60. – P. 98-120.
27. Tian Z.P., Nie R.X., Wan J.Q. Social network analysis-based consensus- supporting framework for large-scale group decision-making with incomplete interval type-2 fuzzy information // *Inform. Sci.* – 2019. Vol. 5. – P. 446-471.
28. Wu J., Xiong R.Y., Chiclana F. Uninorm trust propagation and aggregation methods for group decision making in social network with four tuple information // *Knowl.-Based Syst.* – 2016. – Vol. 96. – P. 29-39.
29. Z.J., Luo H.Y., Lin X.D. et al. A trust-similarity analysis-based clustering method for large-scale group decision-making under a social network // *Inf. Fusion.* –2020. – Vol. 63. – P. 13-29.
30. Liu B.S., Zhou Q., Ding R.X. et al. Large-scale group decision making model based on social network analysis: trust relationship-based conflict detection and elimination // *European J. Oper. Res.* – 2019. – Vol. 502. – P. 446-471.
31. Liu N.N., He Y., Xu Z.S. A new approach to deal with consistency and consensus issues for hesitant fuzzy linguistic preference relations // *Appl. Soft Comput.* – 2019. – Vol. 76. – P. 400-415.
32. Lu Y.L., Xu Y.J., Herrera-Viedma E. et al. Consensus of large-scale group decision making in social network: the minimum cost model based on robust optimization // *Inform. Sci.* – 2021. – Vol. 547. – P. 910-930.
33. Xu Z. Hesitant Fuzzy Sets Theory // *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. – 2014. – Vol. 314.
34. Victor P. Cornelis C., Cock M.D. et al. Practical aggregation operators for gradual trust and distrust // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2011. – Vol. 184. – P. 126-147.
35. Zhang H.J., Palomares I., Dong Y.C. et al. Managing non-cooperative behaviors in consensus-based multiple attribute group decision making: An approach based on social network analysis // *Knowl.-Based Syst.* – 2018. – Vol. 162. – P. 29-45.
36. Warshall S. A theorem on boolean matrices // *J. ACM.* – 1962. – Vol. 9. – P. 11-12.
37. Wang Y.L. *Systems Engineering*. – China Machine Press. – 2020.
38. Liu S.F., Lin Y. *Grey Systems: Theory and Applications*. – Springer Science & Business Media. – 2010.
39. Wu Z.B. Xu J.P. A consensus model for large-scale group decision making with hesitant fuzzy information and changeable clusters // *Inf. Fusion.* – 2018. – Vol. 41. – P. 217-231.
40. Bezdek J.C., Ehrlich R., Full W. FCM: The fuzzy c-means clustering algorithm // *Comput. Geosci.* – 1984. – Vol. 10. – P. 191-203.
41. Герасименко Е.М., Кравченко Д.Ю., Курейчик В.В., Кулиев Э.В., Кравченко Ю.А., Ю.А., Родзин С.И. Модифицированный биоинспирированный метод поддержки принятия решений по предупреждению и ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций // *Информационные технологии*. – 2023. – Т. 29, № 8. – С. 423-436.

42. Kacprzyk J., Bozhenyuk A., Gerasimenko E. Lexicographic maximum dynamic evacuation modeling with partial lane reversal based on hesitant fuzzy TOPSIS [Formula presented] // *Applied Soft Computing*. – 2023. – Vol. 144.
43. Курейчик В.В., Герасименко Е.М. Интегрированный алгоритм многокритериального группового принятия решений для задач эвакуации // *Информатика и автоматизация*. – 2025. – Т. 24. – No. 5. – С. 1284-1332.

## REFERENCES

1. Liu X., Xu Y.J., Herrera F. Consensus model for large-scale group decision making based on fuzzy preference relation with self-confidence: Detecting and managing overconfidence behaviors, *Inf. Fusion*, 2019, Vol. 52, pp. 245-256.
2. Li S.L., Wei C.P. A large-scale group decision making approach in healthcare service based on subgroup weighting model and hesitant fuzzy linguistic information, *Computers & Industrial Engineering*, 2020, Vol. 144.
3. Wu Z.B., Xu J.P. A consensus model for large-scale group decision making with hesitant fuzzy information and changeable clusters, *Information Fusion*, 2018, Vol. 41, pp. 217-231.
4. Lu Y.L., Xu Y.J., Huang J., Wei J., Herrera-Viedma E. Social network clustering and consensus-based distrust behaviors management for large-scale group decision-making with incomplete hesitant fuzzy preference relations, *Applied Soft Computing*, 2022, Vol. 117.
5. Rodríguez R.M., Labella A., Sesma-Sara M., Bustince H., Martínez L. A cohesion-driven consensus reaching process for large scale group decision making under a hesitant fuzzy linguistic term sets environment, *Computers & Industrial Engineering*, 2021, Vol. 155.
6. Gai T., Cao M., Chiclana F., Zhang Z., Dong Y., Herrera-Viedma E., Wu J. Consensus-trust driven bidirectional feedback mechanism for improving consensus in social network large-group decision making, *Group Decision and Negotiation*, 2023, vol. 32(1), pp. 45–74.
7. Zhao M.K., Guo J., Wu J., Xu Z.S. A global optimization feedback model with PSO for large scale group decision making in hesitant fuzzy linguistic environments, *Expert Systems with Applications*, 2023, Vol. 228.
8. Ji F., Wu J., Chiclana F., Wang S., Fujita H., Herrera-Viedma E. The overlapping community driven feedback mechanism to support consensus in social network group decision making, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2023, pp. 1-15.
9. Zadeh L.A. Fuzzy sets, *Information and Control*, 1965, Vol. 8 (3), pp. 338-353.
10. Torra V. Hesitant fuzzy sets, *International Journal of Intelligent Systems*, 2010, Vol. 25 (6), pp. 529-539.
11. Yang H., Wang G.X.F., Zhang Y. A clustering-based method for large-scale group decision making in the hesitant fuzzy set environment, *Computers & Industrial Engineering*, 2023, Vol. 183.
12. Zhu B. Decision Method for Research and Application Based on Preference Relation. Southeast University, Nanjing, 2014.
13. Zhang Z.M., Wu C. Weighted hesitant fuzzy sets and their application to multi-criteria decision making, *Br. J. Math. Comput. Sci.*, 2014, Vol. 4, pp. 1091-1123.
14. Farhadinia, B. A novel method of ranking hesitant fuzzy values for multiple attribute decision-making problems, *International Journal of Intelligent Systems*, 2013, Vol. 28 (8), pp. 752-767.
15. Kamaci H., Petchimuthu S., Akcetin E. Dynamic aggregation operators and Einstein operations based on interval-valued picture hesitant fuzzy information and their applications in multi-period decision making, *Computational and Applied Mathematics*, 2021, Vol. 40 (4).
16. Yang W., Wang C.J., Liu Y., Sun Y. Hesitant Pythagorean fuzzy interaction aggregation operators and their application in multiple attribute decision-making, *Complex & Intelligent Systems*, 2019, Vol. 5 (2), pp. 199-216.
17. Xia M.M., Xu, Z.S. Hesitant fuzzy information aggregation in decision making, *International Journal of Approximate Reasoning*, 2011, Vol. 52 (3), pp. 395-407.
18. Farhadinia B. A series of score functions for hesitant fuzzy sets, *Information Sciences*, 2014, vol. 277, pp. 102-110.
19. Wang B. L., Liang J. Y., Pang, J. F. Deviation degree: A perspective on score functions in hesitant fuzzy sets, *International Journal of Fuzzy Systems*, 2019, Vol. 21 (7), pp. 2299-2317.
20. Zhang X.Y., Zhang H.Y., Wang J.Q. Discussing incomplete 2-tuple fuzzy linguistic preference relations in multi-granular linguistic MCGDM with unknown weight information, *Soft Comput.*, 2019, Vol. 2, pp. 2015-2032.
21. Liang Q., Liao X.W., Liu J.P. A social ties-based approach for group decision-making problems with incomplete additive preference relations, *Knowl.-Based Syst.*, 2017, Vol. 119, pp. 68-86.
22. Zhang B.W., Liang H.M., Gao Y. et al. The optimization-based aggregation and consensus with minimum-cost in group decision making under incomplete linguistic distribution context, *Knowl.-Based Syst.*, 2018, Vol. 162, pp. 92-102.

23. Wu J., Chiclana F., Fujita H. et al. A visual interaction consensus model for social network group decision making with trust propagation, *Knowl.-Based Syst.*, 2017, Vol. 122, pp. 39-50.
24. Dong Y.C., Ding Z.G., Martínez L. et al. Managing consensus based on leadership in opinion dynamics, *Inform. Sci.*, 2017, Vol. 397, pp. 187-205.
25. Liu X., Xu Y.J., Montes R. et al. Social network group decision making: Managing self-confidence-based consensus model with the dynamic importance degree of experts and trust-based feedback mechanism, *Inform. Sci.*, 2019, Vol. 505, pp. 215-232.
26. Chu J.F., Wang Y.M., Liu X.W. et al. Social network community analysis based large-scale group decision making approach with incomplete fuzzy preference relations, *Inf. Fusion*, 2020, Vol. 60, pp. 98-120.
27. Tian Z.P., Nie R.X., Wan J.Q. Social network analysis-based consensus-supporting framework for large-scale group decision-making with incomplete interval type-2 fuzzy information, *Inform. Sci.*, 2019, Vol. 5, pp. 446-471.
28. Wu J., Xiong R.Y., Chiclana F. Uninorm trust propagation and aggregation methods for group decision making in social network with four tuple information, *Knowl.-Based Syst.*, 2016, Vol. 96, pp. 29-39.
29. Du Z.J., Luo H.Y., Lin X.D. et al. A trust-similarity analysis-based clustering method for large-scale group decision-making under a social network, *Inf. Fusion*, 2020, Vol. 63, pp. 13-29.
30. Liu B.S., Zhou Q., Ding R.X. et al. Large-scale group decision making model based on social network analysis: trust relationship-based conflict detection and elimination, *European J. Oper. Res.*, 2019, Vol. 502, pp. 446-471.
31. Liu N.N., He Y., Xu Z.S. A new approach to deal with consistency and consensus issues for hesitant fuzzy linguistic preference relations, *Appl. Soft Comput.*, 2019, Vol. 76, pp. 400-415.
32. Lu Y.L., Xu Y.J., Herrera-Viedma E. et al. Consensus of large-scale group decision making in social network: the minimum cost model based on robust optimization, *Inform. Sci.*, 2021, Vol. 547, pp. 910-930.
33. Xu Z. Hesitant Fuzzy Sets Theory, *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 2014, Vol. 314.
34. Victor P. Cornelis C., Cock M.D. et al. Practical aggregation operators for gradual trust and distrust, *Fuzzy Sets and Systems*, 2011, Vol. 184, pp. 126-147.
35. Zhang H.J., Palomares I., Dong Y.C. et al. Managing non-cooperative behaviors in consensus-based multiple attribute group decision making: An approach based on social network analysis, *Knowl.-Based Syst.*, 2018, Vol. 162, pp. 29-45.
36. Warshall S. A theorem on boolean matrices, *J. ACM*, 1962, Vol. 9, pp. 11-12.
37. Wang Y.L. Systems Engineering. China Machine Press, 2020.
38. Liu S.F., Lin Y. Grey Systems: Theory and Applications. Springer Science & Business Media, 2010.
39. Wu Z.B. Xu J.P. A consensus model for large-scale group decision making with hesitant fuzzy information and changeable clusters, *Inf. Fusion*, 2018, Vol. 41, pp. 217-231.
40. Bezdek J.C., Ehrlich R., Full W. FCM: The fuzzy c-means clustering algorithm, *Comput. Geosci*, 1984, Vol. 10, pp. 191-203.
41. Gerasimenko E.M., Kravchenko D.Yu., Kureichik V.V., Kuliev E.V., Kravchenko Yu.A., Rodzin S.I. Modifitsirovanny bioinspirirovanny metod podderzhki prinyatiya resheniy po preduprezhdeniyu i likvidatsii posledstviy chrezvychainykh situatsiy [A modified bio-inspired method for decision-support in prevention and response to emergency situations], *Informatsionnye tekhnologii* [Information Technologies], 2023, Vol. 29, No. 8, pp. 423-436.
42. Kasprzyk J., Bozhenyuk A., Gerasimenko E. Lexicographic maximum dynamic evacuation modeling with partial lane reversal based on hesitant fuzzy TOPSIS [Formula presented], *Applied Soft Computing*, 2023, Vol. 144.
43. Kureichik V.V., Gerasimenko E.M. Integrirovanny algoritm mnogokriterial'nogo gruppovogo prinyatiya resheniy dlya zadach evakuatsii [An integrated algorithm for multi-criteria group decision-making in evacuation planning], *Informatika i avtomatizatsiya* [Computer Science and Automation], 2025, Vol. 24, No 5, pp. 1284-1332.

**Герасименко Евгения Михайловна** – Южный федеральный университет; e-mail: egerasimenko@sfned.ru; г. Таганрог, Россия, тел.: 88634371651; кафедра систем автоматизированного проектирования им. В.М. Курейчика; доцент.

**Герасименко Петр Сергеевич** – Южный федеральный университет; e-mail: pege@sfned.ru; г. Таганрог, Россия, тел.: 88634371651; кафедра систем автоматизированного проектирования им. В.М. Курейчика; м.н.с.

**Gerasimenko Evgeniya Michailovna** – Southern Federal University; e-mail: egerasimenko@sfned.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371651; V.M. Kureichik Computer-Aided Design Systems Department; associate professor.

**Gerasimenko Petr Sergeevich** – Southern Federal University; e-mail: pege@sfned.ru; Taganrog, Russia; phone: +78634371651; V.M. Kureichik Computer-Aided Design Systems Department; junior researcher.