

13. *Flegontov A.V., Vilkov V.B., Chernykh A.K.* Modelirovanie zadach prinyatiya resheniy pri nechetkikh iskhodnykh dannyykh [Modeling Decision-Making Tasks with Fuzzy Initial Data]. 2nd ed. Saint Petersburg: Lan', 2023, 332 p. ISBN 978-5-507-47841-5. Available at: <https://e.lanbook.com/book/329102> (accessed 27 March 2025).
14. *Il'in V.V.* Po tu storonu proektov. Zapiski konsultanta [Beyond Projects. Consultant's Notes]. 5th ed. Moscow: Laboratoriya znaniy, 2025, 379 p. ISBN 978-5-93208-809-8. Available at: <https://e.lanbook.com/book/451556> (accessed 27 March 2025).
15. *Gavrilova T.A., Kudryavtsev D.V., Muromtsev D.I.* Inzheneriya znaniy. Modeli i metody [Knowledge Engineering. Models and Methods]. 6th ed. Saint Petersburg: Lan', 2023, 324 p. ISBN 978-5-507-46580-4. Available at: <https://e.lanbook.com/book/312842> (accessed 27 March 2025).
16. *Kuznetsov N.V., Sil'vestrov S.N., Pobyvaev S.A.* [i dr.]. Standartizatsiya proektnogo upravleniya: monografiya [Project Management Standardization: monograph]. Moscow: Dashkov i K, 2024, 183 p. Available at: <https://e.lanbook.com/book/463142> (accessed 27 March 2025).
17. *Bobryshev A.N., Agafonova N.P.* Upravlencheskiy uchet po proektam: teoriya i instrumentariy: monografiya [Managerial Accounting for Projects: Theory and Tools: monograph]. Stavropol': StGAU, 2023, 180 p. ISBN 978-5-9596-1896-4. Available at: <https://e.lanbook.com/book/360182> (accessed 27 March 2025).
18. *Makovetskiy M.Yu., Shvets N.S., Barannikov A.L.* Proektnaya deyatelnost' v kontekste obespecheniya ekonomicheskoy bezopasnosti i ustoychivogo razvitiya: monografiya [Project Activities in the Context of Ensuring Economic Security and Sustainable Development], ed. by N.V. Artem'eva, M.Yu. Makovetskogo. Moscow: MUIV, 2024, 199 p. ISBN 978-5-9580-0742-4. Available at: <https://e.lanbook.com/book/443015> (accessed 27 March 2025).
19. *Alekseev G.V., Gonashvili A.S., Kirsanova N.P., Sadykova G.I., Kholyavin I.I., Usmanov I.I.* Zadachi setevogo planirovaniya v ekonomike, tekhnologii i sotsiologii: ucheb. posobie [Tasks of Network Planning in Economics, Technology, and Sociology]. Saint Petersburg, 2023, 118 p.
20. *Anichkin A.S., Semenov V.A.* Ob obobshchennoy matematicheskoy postanovke zadach proektnogo planirovaniya [On the Generalized Mathematical Formulation of Project Planning Tasks], *ITNOU: informatsionnye tekhnologii v nauke, obrazovanii i upravlenii* [ITNOU (Information Technologies in Science, Education, and Management)], 2017, No. 2 (2), pp. 74-86.

Богнюков Александр Алексеевич – Волгоградский государственный технический университет; e-mail: bogniukovv@gmail.com; г. Волгоград, Россия; студент.

Зорькин Дмитрий Юрьевич – Волгоградский государственный технический университет; e-mail: mosh285@gmail.com; г. Волгоград, Россия; преподаватель кафедры ПМ.

Тарасова Ирина Александровна – Волгоградский государственный технический университет; e-mail: irina_a_tarasova@vk.com; г. Волгоград, Россия; зав. кафедрой ПМ; доцент.

Bognyukov Alexander Alekseevich – Volgograd State Technical University; e-mail: bogniukovv@gmail.com; Volgograd, Russia; student.

Zorkin Dmitry Yuryevich – Volgograd State Technical University; e-mail: mosh285@gmail.com; Volgograd, Russia; teacher of PM department.

Tarasova Irina Alexandrovna – Volgograd State Technical University; e-mail: irina_a_tarasova@vk.com; Volgograd, Russia; head of the PM department at; associate professor.

УДК 004.023+519.854.2

DOI 10.18522/2311-3103-2025-4-110-120

А.Б. Клименко

МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОЦЕССА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ В ДИНАМИЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СРЕДАХ

Рассмотрен вопрос моделирования информационного процесса распределения вычислительных ресурсов в геораспределенных гетерогенных динамических вычислительных средах. Актуальность работы обусловлена тем, что к настоящему времени «облачные» системы обработки данных становятся недостаточными в силу необходимости обработки больших объемов данных в режиме реального времени. В связи с этим расширяется применение «туманных» и «краевых»

вычислений, что подразумевает локализацию обработки данных с целью сокращения требуемого для этого времени, с одной стороны, а с другой – ограничения на вычислительные мощности устройств приводит к необходимости распределенного решения вычислительных задач в гетерогенной, динамичной и распределенной в географическом смысле среде. Это влечет необходимость разработки новых методов и алгоритмов распределения вычислительных ресурсов, поскольку ранее разработанные методы не учитывали свойств географической распределенности и динамики вычислительных сред. Также разработанные ранее модели распределения вычислительных ресурсов не учитывают перечисленные свойства, что ставит вопрос о необходимости разработки новой модели. Предложенная в данной работе модель информационного процесса распределения вычислительных ресурсов включает параметры ресурсной стоимости передаваемых по сети данных индивидуально для узлов-участников маршрута передачи данных, а также процесса распределения вычислительных ресурсов, чем и отличается от аналогов. Проведенные экспериментальные исследования подтверждают целесообразность использования предлагаемой модели при распределении вычислительных ресурсов в географически распределенных гетерогенных динамичных вычислительных средах. Практическая значимость заключается в снижении ресурсоемкости процесса распределения вычислительных ресурсов и процесса решения вычислительной задачи.

Распределение вычислительных ресурсов; распределенные вычисления; геораспределенная гетерогенная динамичная вычислительная среда; оптимизация; критерии оптимизации; модель процесса распределения вычислительных ресурсов.

A.B. Klimenko

A MODEL OF RESOURCES ALLOCATION INFORMATION PROCESS IN DYNAMIC DISTRIBUTED COMPUTING ENVIRONMENTS

The article considers the issue of modeling the information process of distributing computing resources in geo-distributed heterogeneous dynamic computing environments. The relevance of the work is due to the fact that by now "cloud" data processing systems are becoming insufficient due to the need to process large volumes of data in real time regime. In this regard, the "fog" and "edge" computing are in use. This implies localization of data processing in order to reduce the time required for this, on the one hand, and on the other hand, limitations on the computing power of devices leads to the need for a distributed solution of computing problems in a heterogeneous, dynamic and geographically distributed environment. This entails the need to develop new methods and algorithms for computing resources allocation, since previously developed methods did not take into account the properties of geographic distribution and dynamics of computing environments. The model of the information process of computing resources allocation proposed in this work includes the parameters of the resource cost of data transfers over the network individually for the nodes participating in the data transfer route, as well as the process of distribution of computing resources, which is what distinguishes it from analogs. The conducted experimental studies confirm the feasibility of the proposed model usage for the computing resources allocation in geo-distributed heterogeneous dynamic computing environments. The practical significance lies in reducing the resource intensity of the process of distribution of computing resources and the process of solving a computing problem.

Computing resource allocation; distributed computing; geo-distributed heterogeneous dynamic computing environment; optimization; optimization criteria; resource allocation process model.

Введение. В настоящее время одним из интенсивно развивающихся направлений в рамках применения распределенных вычислений является их организация в геораспределенных гетерогенных динамичных вычислительных средах (ГГДВС), включающих группы БЛА, группы наземных и подводных роботов, FANET, MANET, VANET, сети датчиков и др. Следует отметить, что для перечисленных вычислительных сред актуальными становятся вопросы ресурсопотребления вычислений и времени решения вычислительных задач, поскольку:

- ◆ в подавляющем количестве примеров используются автономные источники питания;
- ◆ географическая распределенность порождает значительные и малопредсказуемые задержки передачи данных, что противоречит режиму функционирования в реальном времени.

Перечисленные особенности практически не отражены в известных моделях распределения вычислительных ресурсов (ВР). Например, хорошо известные модели построения расписаний [1, 2] из классической теории расписаний ориентированы на ситуацию, когда временем информационных обменов между задачами, распределенными по устройствам в распределенной системе, можно пренебречь, а возможность подсчета ресурсной стоимости транзита данных по фрагменту сети не учитывается. То же может быть сказано и о формализации и моделировании распределения ВР разнообразными задачами n -мерной упаковки [3, 4]: такой моделью может быть формализованы вычисления в системе, где маршрутом передачи данных и возникающими при этом накладными расходами можно пренебречь. Модели распределения вычислительных ресурсов, представленные в [5, 6] позволяют учесть накладные расходы на передачу данных, но при этом передача данных формализована как передача по выделенной шине/процессору, что не позволяет учитывать индивидуальные ресурсные расходы устройств по маршруту следования данных, в то время как это важно: формирование маршрутов транзита данных с включением в них вычислительных устройств без учета их состояния и текущей загруженности может приводить как к задержкам передачи данных, так и к ускоренному истощению автономных источников питания и, как следствие, к сокращению времени жизни ГГДВС.

Если вести речь о динамике ГГДВС, то здесь также следует отметить, что эта особенность никак не отражена в используемых моделях распределения ВР. Существует достаточно широкий круг работ, направленных на выявление наиболее эффективных алгоритмов (в том числе, метаэвристика) для решения той или иной задачи распределения ВР [8–10], однако, к настоящему времени не сформировано методов организации процессов распределения ВР, в которых бы также учитывалась вычислительная сложность распределения ВР, что важно в случаях, когда узел-планировщик является составляющей частью ВС и принимает участие в решении ВЗ. Здесь следует отметить, что к настоящему времени сложилось направление решения задач распределения ВР посредством использования метаэвристических алгоритмов [11–13]. Такой подход обусловлен вычислительной сложностью многокритериальных дискретных задач оптимизации, решение которых приводит к распределению ВР. Применение жадных методов не всегда позволяет получить удовлетворительные результаты, в то время как применение метаэвристик на практике позволяет получить достаточно качественную аппроксимацию оптимального решения за ограниченное время. Однако, процесс поиска решения с применением метаэвристических алгоритмов может быть ресурсоемким, и в этом случае вычислительная сложность самого процесса распределения ВР негативно влияет на значения критериев оценки ресурсопотребления решения ВЗ, в то время как в классических моделях распределения ВР это остается неучтенным. При этом открытым остается вопрос о выборе оптимальной вычислительной сложности применяемой метаэвристики, чтобы получить наилучший результат при минимально возможных ресурсных затратах.

В данной статье предложена новая математическая модель информационного процесса распределения ВР (ИПРВР), которая отличается от моделей распределения ВР на основе теории расписаний тем, что учитывает ресурсную стоимость транзита данных по ГГДВС индивидуально для каждого участника процесса передачи данных, а так же ресурсную стоимость процесса распределения ВР.

1. Постановка решаемой задачи. К настоящему времени одной из актуальных научных проблем является рациональная организация вычислительных процессов в вычислительных средах, образованных в результате участия мобильных автономных устройств. Примерами таких вычислительных сред представляются группы автономных мобильных роботов, рой дронов, географически распределенных сети датчиков, устройства «Интернета вещей». Вынужденная локализация обработки данных приводит к тому, что на краю сети надлежит решать задачи относительно высокой вычислительной сложности, но в то же время устройства, составляющие край сети, не обладают столь высокими вычислительными мощностями, как устройства, образующие «облачную» платформу. Это приводит к необходимости решения проблемы распределения вычислительных ресурсов (ВР) среди маломощных устройств, обладающих автономными источниками питания и, соответственно, к необходимости снижения ресурсных затрат для решения вычислительных задач (ВЗ).

При решении ВЗ устройствами края сети возникают обмены данными. В случае значимых объемов передаваемых данных устройства, образующие маршруты передачи данных, тратят ресурсы на передачу данных, что должно учитываться при распределении ВР. Модели ИПРВР, используемые в настоящее время, не учитывают индивидуальных ресурсных расходов узлов, составляющих маршруты передачи данных, усредняя их до канала передачи данных, вносящего временную задержку [5, 6]. Однако, для описываемых вычислительных сред важным является не только время, а ресурсная стоимость в более широком смысле для каждого узла: перегрузка вычислительного устройства приведет к ускоренному расходу электроэнергии, что потенциально приведет к сокращению длительности жизни сети.

ИПРВР реализуется устройством, на которое возложена роль планировщика. При этом ИПРВР является ВЗ, несущей дополнительную вычислительную нагрузку, и предшествующую решению ВЗ приложения. При необходимости частого перепланирования (что характерно для динамических сред), либо при необходимости частого планирования решения интенсивного потока ВЗ ресурсные накладные расходы на ИПРВР также могут быть существенными.

Целью данного исследования является разработка математической модели ИПРВР в ГГДВС с учетом ресурсных индивидуальных расходов узлов на передачу данных при решении ВЗ и ресурсной стоимости ИПРВР. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- ◆ сформулировать показатели эффективности распределения ВР на основе опубликованных работ;
- ◆ сформулировать критерий эффективности ИПРВР в ГГДВС;
- ◆ разработать математическую модель ИПРВР в ГГДВС и на ее основе сформулировать задачу оптимизации;
- ◆ провести экспериментальное исследование ИПРВР в ГГДВС с использованием разработанной модели с целью демонстрации целесообразности ее применения.

2. Методика исследования. 2.1. Показатели эффективности распределения вычислительных ресурсов. Опираясь на ряд публикаций [14–20] сформируем набор показателей эффективности процесса РВР, который будет далее использован для формирования обобщенного критерия оценки эффективности ИПРВР в ГГДВС.

Для дальнейшей формализации будем использовать матрицу назначения задач на устройства $H = \|h_{ij}\|$, где

$$h_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если задача } j \text{ назначена на устройство } i; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (1)$$

Также введем матрицу смежности $V = \|v_{jz}\|$, где

$$v_{jz} = \begin{cases} v_{jz}, & \text{если подзадача } j \text{ передает данные подзадаче } z, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2)$$

Сформулируем показатели эффективности распределения ВР следующим образом:

1. Стоимость привлекаемых ресурсов для одного узла:

$$Co_i^1 = \sum_{j=1}^N co_i w_{ij} h_{ij}, \quad (3)$$

где w_{ij} – вычислительная сложность вычислительной задачи (ВЗ) оцененная в млн. проц. инстр.

2. Стоимость привлекаемых ресурсов для фрагмента сети:

$$Co = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N co_i w_{ij} h_{ij}. \quad (4)$$

3. Энергозатраты одного узла для решения задачи:

$$E_i = E_{i_receive} + E_{i_comp} + E_{i_send} \quad (5)$$

$$E_{i_receive} = \sum_{j=1}^N v_j^{in} h_{ij} e_{ij}^{receive}, \quad (6)$$

где v_{in} – объем входящих данных [Мбит], e_{ij} – энергозатраты на прием 1 бита информации.

$$E_{i_comp} = \sum_{j=1}^N w_j h_{ij} e_{ij}^{comp}, \quad (7)$$

где w_j – вычислительная сложность задачи, в [млн. проц. инструкций], e_{ij}^{comp} – энергозатраты на выполнение одной инструкции при решении i -м узлом j -й задачи.

$$E_{i_send} = \sum_{j=1}^N v_j^{out} h_{ij} e_{ij}^{send}, \quad (8)$$

где v_j^{out} – объем исходящих данных [10^3 бит], e_{ij}^{send} – энергозатраты на отправку одного бит данных.

Полные энергозатраты фрагмента сети, участвующего в вычислительном процессе:

$$E_0 = \sum_{i=1}^N E_i. \quad (9)$$

4. Надежность узла:

$$P_i(\tau) = e^{-\lambda_{oi} t_i \cdot 2^{\frac{kD_i}{10}}}, \quad (10)$$

где D_i – загруженность вычислительного узла, k – коэффициент, связывающий загруженность и температуру вычислителя, t_i – время предполагаемой эксплуатации узла.

Учитывая, что подсчет ВБР сети затруднителен в смысле разделения ее на параллельные и последовательные соединения узлов, будем для совокупности узлов использовать стоимостную функцию, представляющую мультипликативную свертку значений ВБР.

Тогда показатель ВБР для фрагмента сети будет иметь вид:

$$P_0(\tau) = \prod_{i=1}^m e^{-\lambda_{oi} t_i \cdot 2^{\frac{kD_i}{10}}}. \quad (11)$$

5. Показатель выравнивания вычислительной нагрузки имеет вид:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(D_i - D_i')^2}{M}}, \quad (12)$$

где D_i' – математическое ожидание загруженности узла.

6. Показатель нагрузки на сеть

Будем полагать показатель эффективности нагрузки на сеть суммарным количеством объемов данных, отправляемых в сетевую инфраструктуру каждым узлом, на котором размещена вычислительная задача, включая задачи транзита данных, вычислительная сложность которых включает вычислительную сложность приема и отправки некоторого объема данных. Задача транзита данных формируется как результат генерации маршрута передачи данных с последующим внесением изменений в матрицу V .

Соответственно, суммарная нагрузка на сеть в виде передаваемых в сеть данных будет иметь вид:

$$V_0 = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N h_{ij} \sum_{z=1, h_{iz}=0}^N v_{jz}. \quad (13)$$

2.2. Обобщенный критерий эффективности ИПРВР. Введем переменные A, U, Ro , где A – матрица назначения задач на узлы, размером $N \times M$, N – число задач, M – число узлов, U – доля процессорного ресурса, выделяемая для решения j -й задачи на i -м узле, Ro – множество маршрутов передачи данных от j к $j+1$ задаче.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где

$$a_{ij} = \begin{cases} t_{ij}, & \text{если задача } j \text{ назначена на узел } i, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & \cdots & u_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & \cdots & u_{nm} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где u_{ij} – количество процессорных ресурсов, выраженных в долях, выделяемых в рамках вычислительного устройства для задачи j . Ro – маршруты передачи данных между задачами, расположенными на различных узлах $Ro = \{Ro_j\} = \{\{i\}_{j,j+1}\}, \forall i \leq m, \forall j \leq n$.

Пусть S_0, P_0, s^0, p^0 множества показателей эффективности ИПРВР, зависящие от переменных A, U, Ro , где:

$S_0 = \{s_k(A, U, Ro)\}, k = 1..K$ – множество показателей эффективности, принятых для всей сети;

$P_0 = \{p_l(A, U, Ro)\}, l = 1..L$ – множество показателей эффективности, специфичные для отдельных узлов.

Множества S_0 и P_0 формируются из показателей эффективности, описанных выше, но могут быть расширены в соответствии с необходимостью.

Пусть элементы множеств нормализованы, упорядочены и сведены в следующие матрицы:

$$S'_0 = |Co_{norm}(A, U, Ro), E_0^{norm}(A, U, Ro), P_0(\tau, A, U, Ro), \Delta(A, U, Ro), V_0^{norm}(A, U, Ro) | \quad (16)$$

$$P'_0 = |Co_{norm}^1(A, U, Ro), E_i^{norm}(A, U, Ro), P_i(\tau, A, U, Ro), V_i^{norm}(A, U, Ro)|. \quad (17)$$

Также будем полагать, что имеется возможность выбора показателей эффективности РВР: для этого введем матрицы с бинарными значениями элементов s^0 и p^0 :

$$s^0 = |s_z|, z = 1..|S_0|; \quad (18)$$

$$p^0 = |p_x|, x = 1..|P_0|, \quad (19)$$

где

$$s_z = \begin{cases} 1, & \text{если } z - \text{й элемент выбран,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

$$p_x = \begin{cases} 1, & \text{если } x - \text{й элемент выбран,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

При этом необходимо также учесть накладные ресурсные расходы непосредственно процесса РВР, а также ресурсные расходы по миграции задач на целевые узлы. Обозначим их $\alpha(g_r)$ и $\beta(A)$ соответственно, где g_r – вычислительная сложность ИПРВР. Тогда обобщенный критерий эффективности ИПРВР будет иметь вид:

$$I = \min_{A, U, Ro, g_r} \prod_{z=1}^{|S_0|} \mu(s'_{0z}(A, U, Ro)s_z) \prod_{x=1}^{|P_0|} \mu(p'_{0x}(A, U, Ro)p_x) + \alpha(g_r) + \beta(A), \quad (20)$$

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = 0; \\ x, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

2.3. Математическая модель ИПРВР в ГГДВС

1. Входные данные

♦ Множество графов задач $G_I = \{\{G_{I_s}\}_v\}$, $G_{I_s} = \{g_j, R\}$, где G_{I_s} – ориентированный ациклический граф, g_j – вычислительная сложность задачи j ; $R = \{r_k\}$ – множество ребер взвешенных объемами передаваемых данных [Мбит].

♦ Граф сети $G_2 = \{Y, C, t\}$, $Y = \{\gamma_i\}$ – характеристики узлов, $i=1..M$; $C = \{c_k\}$ – скорости каналов передачи данных, $k=1..Z$, где M – число вершин, Z – число каналов передачи данных.

♦ Предполагаемое время эксплуатации системы t и время предполагаемой эксплуатации узлов t_i .

Каждый узел сети описывается следующим кортежем:

$$\gamma_i = \langle p_i, c_{0i}^1, e_i^{receive}, e_i^{comp}, e_i^{send}, \lambda_0^i, t^i \rangle,$$

где p_i – производительность узла;

c_{0i}^1 – стоимость операции вычислителя;

$e_i^{receive}$ – энергозатраты вычислителя на прием 1 бит данных;

e_i^{comp} – средние энергозатраты на одну процессорную инструкцию;
 e_i^{send} – энергозатраты вычислителя на отправку 1 бит данных;
 λ_0^i – интенсивность отказов i -го узла;
 t^i – предполагаемое время эксплуатации i -го узла.

s_z, p_z обозначающие выбор показателей эффективности РВР.

2. Контролируемые параметры (переменные): A, U, Ro .

3. Ограничения на значения контролируемых параметров (переменных):

Задается множество ограничений $constr = \{constr_k\}$, которое в целом определяется особенностями узлов/ политиками владельцев узлов. Обозначенное множество ограничений включает также следующие:

♦ Время начала выполнения задачи i на узле j не меньше чем время завершения предыдущей задачи с учетом времени передачи данных по маршруту Ro_j :

$$t_{ij} + \frac{g_j}{u_{ij}p_i} + \tau(Ro_j) \leq t_{l_{j+1}}, \tag{21}$$

где $\tau(Ro_j)$ – время передачи данных по маршруту от задачи j к задаче $j+1$, i, l – узлы, на которых расположены задачи $j, j+1$ соответственно.

♦ Нагрузка каждого узла не превышает 1, с учетом нагрузки, возникающей при транзите данных задач, не расположенных на узле.

$$\forall i: \frac{\sum_{j=1}^n \frac{g_j}{u_{ij}p_i} + \sum_{k=1, k \neq j}^n \frac{\xi r_k}{u_{ij}p_i}}{T} \leq 1. \tag{22}$$

где $i \in Ro_k, Ro_k \in \{Ro\}, \xi$ – коэффициент, определяющий вычислительную сложность приема/передачи 1 бит данных в процессорных операциях.

♦ Ограничение на время выполнения задачи: $T < T_0$, где T – фактическое время завершения решения задачи, T_0 – заданное время.

ИПРВР реализует принятие решения по распределению ВР, то есть, реализуется решением следующей задачи оптимизации: имея заданные $s^0, p^0, G_1, G_2, constr$, найти значения A, U, Ro чтобы обеспечить

$$\prod_{z=1}^{|S_0|} \mu(s'_{oz}(A, U, Ro)s_z) \prod_{x=1}^{|P_0|} \mu(p'_{ox}(A, U, Ro)p_x) + \alpha(g_r) + \beta(A) \rightarrow min.$$

3. Экспериментальное исследование целесообразности применения модели.

Проведенный эксперимент направлен на:

- ♦ выяснение целесообразности применения в модели учета транзитной нагрузки для распределения задач;
- ♦ выяснение целесообразности введения штрафной функции $\alpha(g_r)$.

На рис. 2 приведены, соответственно, граф фрагмента сети и граф вычислительной задачи для решения. Вершины графа сети взвешены производительностями, вершины графа вычислительной задачи – вычислительными сложностями.

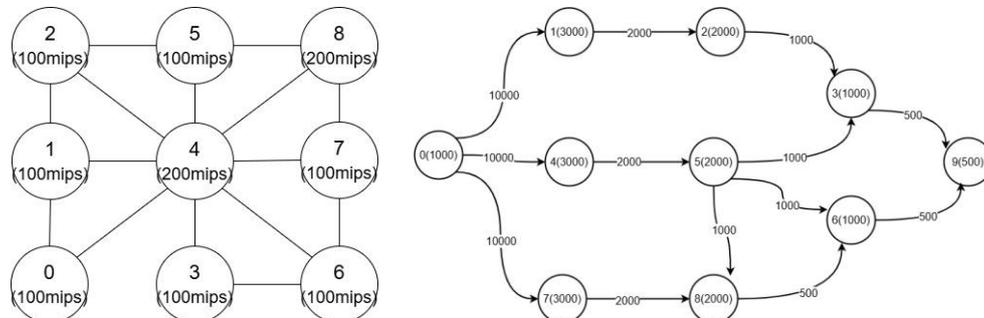


Рис. 2. Фрагмент вычислительной сети и вычислительная задача

При использовании классической модели составления расписания для параллельных независимых машин и задач с ограничением на следование, было получено распределение, представленное на рис. 3.

На рис. 3 видно, что при этом в наличии многочисленные обмены данными через сеть между задачами, размещенными на различных узлах. Также перегружен узел 4 по причине транзита значительного объема данных.

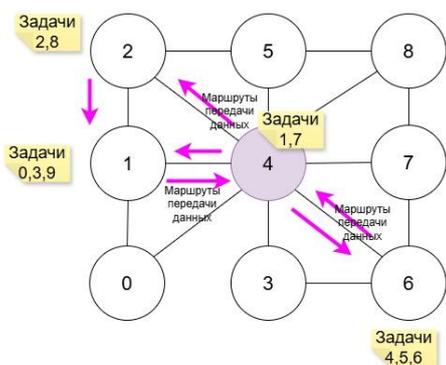


Рис. 3. Распределение задач без учета транзита данных

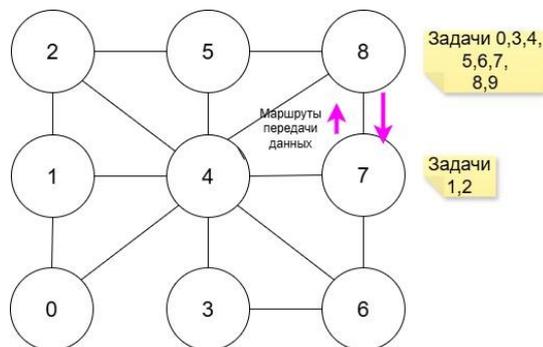


Рис. 4. Распределение задач с учетом транзита данных

На рис. 4 решение задачи оптимизации, сформулированной на основе математической модели ИПРВР в ГГДВС, значительно отличается от решения на рис. 3: существенно сокращены межузловые обмены данными, равно как отсутствуют маршруты, где имеет место передача данных по транзитным узлам.

Индивидуальные энергозатраты каждого узла показаны на диаграмме рис. 5.

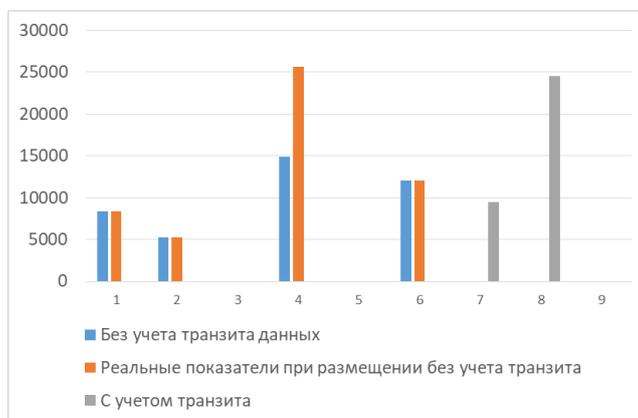


Рис. 5. Энергозатраты узлов сети на решения задачи

На рис. 5 показаны энергозатраты узлов, рассчитанные при помощи модели без учета транзита данных, при этом показана также реальная ситуация – более 30% неучтенных энергозатрат, которые приходятся на транзит данных.

При этом общее энергопотребление системы (рис. 6) снижено на 34% при использовании модели с учетом транзита данных.

Таким образом, вполне очевидной является целесообразность использования модели ИПРВР в ГГДВС при распределении вычислительных задач.

Далее, рассмотрим пример влияния ресурсоемкости ИПРВР на общее энергопотребление системы. Для этого будем считать ИПРВР отдельной задачей, которую также можно распределить на один из узлов сети. При распределении с учетом транзита дан-

ных с использованием алгоритма роя частиц был получен ряд размещений (табл. 1). При этом в среднем при возрастании ресурсоемкости ИПРВР энергозатраты также возросли на 12,2%.



Рис. 6. Общие энергозатраты системы

Таблица 1

Энергозатраты на решение ВЗ и ИПРВР

| | Вычислительная сложность ИПРВР = $500 \cdot 10^9$ проц. оп. | Вычислительная сложность ИПРВР = $1000 \cdot 10^9$ проц. оп. |
|---------------------------------|--|---|
| Размещение 1 | $16641 \cdot 10^9$ [пДж] | $18605 \cdot 10^9$ [пДж] |
| Размещение 2 | $18260 \cdot 10^9$ [пДж] | $20949 \cdot 10^9$ [пДж] |
| Размещение 3 | $18819 \cdot 10^9$ [пДж] | $22142 \cdot 10^9$ [пДж] |
| Размещение 4 | $17916 \cdot 10^9$ [пДж] | $18234 \cdot 10^9$ [пДж] |
| Размещение 5 | $16033 \cdot 10^9$ [пДж] | $18570 \cdot 10^9$ [пДж] |
| Повышение энергозатрат на 12,2% | | |

Таким образом, процесс РВР в рамках заданных значений оказывает влияние на ресурсоемкость ИПРВР, и его учет также целесообразен.

Заключение. В данной статье представлена математическая модель ИПРВР в ГГДВС, учитывающая такие особенности ГГДВС как геораспределенность, гетерогенность и динамика. В отличие от ранее разработанных моделей, предлагаемая модель ИПРВР в ГГДВС имеет параметры, позволяющие учесть ресурсную стоимость передачи данных для всех узлов, участвующих при формировании маршрута, а также параметр, определяющий ресурсную стоимость самого ИПРВР, что и составляет новизну модели. Ряд проведенных экспериментов продемонстрировал целесообразность использования такой модели как с точки зрения снижения ресурсоемкости выполнения ВЗ (до 34%), так и с точки зрения ресурсоемкости ИПРВР в ГГДВС (до 12,2% повышение ресурсных затрат при удвоении ресурсоемкости ИПРВР). Практическую значимость результатов исследования составляет снижение ресурсной стоимости ИПРВР и реализации ВЗ в ГГДВС. На основе предложенной модели ИПРВР целесообразна разработка алгоритмов планирования вычислений при локальной обработке данных группами устройств.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Конвей Р.В., Максвелл В.Л., Миллер Л.В. Теория расписаний: пер. с англ. В.А. Кокотушкина, Д.Г. Михалева / под ред. Г.П. Башарина. – М.: Наука, 1975. – 359 с.
2. Танаев В.С., Гордон В.С., Шафранский Я.М. Теория расписаний. Одностадийные системы. – М.: Наука, 1984.
3. Lastra-Díaz, Juan & Ortuño, M. Teresa. Mixed-integer programming models for irregular strip packing based on vertical slices and feasibility cuts // European Journal of Operational Research. – 2023. – 313. 10.1016/j.ejor.2023.08.009.

4. *Coffman Jr., Edward G., Garey M.R.; Johnson David S., Tarjan Robert Endre.* Performance Bounds for Level-Oriented Two-Dimensional Packing Algorithms // *SIAM J. Comput.* – 1980. – 9 (4). – P. 808-826. – DOI: 10.1137/0209062.
5. *Барский А.Б.* Параллельные процессы в вычислительных системах. Планирование и организация. – М.: Радио и связь, 1990.
6. *Топорков В.В.* Модели распределенных вычислений. – М.: Физматлит, 2004. – 315 p. – ISBN 5-9221-0495-0.
7. *Yang H. et al.* An improved spherical evolution with enhanced exploration capabilities to address wind farm layout optimization problem // *Eng. Appl. Artif. Intell.* – 2023. 123, 106198, 106198. – <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106198>.
8. *Aksoy İ.C., & Mutlu M.M.* Comparing the performance of metaheuristics on the Transit Network Frequency Setting Problem // *Journal of Intelligent Transportation Systems.* – 2024. – P. 1-20. – <https://doi.org/10.1080/15472450.2024.2392722>.
9. *Naka E., Zeqo E., & Kaziu A.* Performance Analysis of Metaheuristic Algorithms on Benchmark Functions // *Interdisciplinary Journal of Research and Development.* – 2024. – 11 (2), 10. – <https://doi.org/10.56345/ijrdv11n202>.
10. *Tshewang Phuntsho, Tad Gonsalves.* Metaheuristics Portfolio Optimization for Resource-Constrained Project Scheduling Problems with Milestones Payments, 14 July 2024, PREPRINT (Version 1) available at Research Square. – <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-4725224/v1>.
11. *Cuevas E., Rosas Caro J.C., Alejo Reyes A., González Ayala P., Rodríguez A.* The Simulated Annealing Method // In: *Optimization in Industrial Engineering. Synthesis Lectures on Engineering, Science, and Technology.* – Springer, Cham, 2025. – https://doi.org/10.1007/978-3-031-74027-5_8.
12. *Di Chen.* Application of Improved Genetic Algorithms in Path Planning // *Journal of Internet Technology.* – Dec. 2024. – Vol. 25, No. 7. – P. 1091-1099.
13. *Kaid H., Al-Ahmari A., Al-Shayea A., Abouel Nasr E., Kamrani A.K., Mahmoud H.A.* Metaheuristics for optimizing unrelated parallel machines scheduling with unreliable resources to minimize makespan // *Advances in Mechanical Engineering.* – 2022. – 14 (5). – DOI: 10.1177/16878132221097023.
14. *Wang Q., Chen S.* Latency-minimum offloading decision and resource allocation for fog-enabled Internet of Things networks // *Trans. Emerg. Telecommun. Technol.* – 2020, 31, e3880.
15. *Kopras B., Idzikowski F., Chen W.C., Wang T.J., Chou C.T., Bogucka H.* Latency-Aware Virtual Network Embedding using Clusters for Green Fog Computing // In *Proceedings of the 2020 IEEE Globecom Workshops, Taipei, Taiwan, 7–11 December 2020.*
16. *Khumalo N., Oyerinde O., Mfupe L.* Reinforcement Learning-based Computation Resource Allocation Scheme for 5G Fog-Radio Access Network // In *Proceedings of the 2020 Fifth International Conference on Fog and Mobile Edge Computing (FMEC), Paris, France, 20–23 April 2020.* – P. 353-355.
17. *Salehnia T. et al.* SDN-based optimal task scheduling method in Fog-IoT network using combination of AO and WOA // *Handbook of Whale Optimization Algorithm.* – Elsevier, 2024. – P. 109-128.
18. *Salimi R., Azizi S., Abawajy J.* A greedy randomized adaptive search procedure for scheduling IoT tasks in virtualized fog–cloud computing // *Trans. Emerg. Telecommun. Technol.* – 2024. – Vol. 35, No. 5.
19. *Vakilian S., Fanian A.* Enhancing Users' Quality of Experienced with Minimum Energy Consumption by Fog Nodes Cooperation in Internet of Things // In *Proceedings of the 2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Tabriz, Iran, 4–6 August 2020.*
20. *Vakilian S., Moravvej S.V., Fanian A.* Using the Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm in Collaboration with the Fog Nodes in the Internet of Things Three-layer Architecture // In *Proceedings of the 2021 29th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Tehran, Iran, 18–20 May 2021.* – P. 509-513.

REFERENCES

1. *Konvey R.V., Maksvell V.L., Miller L.V.* Теория расписаний [Theory of scheduling]: transl. from engl. by V.A. Kokotushkina, D.G. Mikhaleva, ed. by G.P. Basharina. Moscow: Nauka, 1975. 359 p.
2. *Tanaev V.S., Gordon V.S., SHafranskiy Ya.M.* Теория расписаний. Odnostadiynye sistemy [Scheduling theory. Single stage systems]. Moscow: Nauka, 1984.
3. *Lastra-Diaz, Juan & Ortuño, M. Teresa.* Mixed-integer programming models for irregular strip packing based on vertical slices and feasibility cuts, *European Journal of Operational Research*, 2023. 313. 10.1016/j.ejor.2023.08.009.
4. *Coffman Jr., Edward G., Garey M.R.; Johnson David S., Tarjan Robert Endre.* Performance Bounds for Level-Oriented Two-Dimensional Packing Algorithms, *SIAM J. Comput.*, 1980, 9 (4), pp. 808-826. DOI: 10.1137/0209062.
5. *Barskiy A.B.* Parallel'nye protsessy v vychislitel'nykh sistemakh. Planirovanie i organizatsiya [Parallel processes in computing systems. Planning and organization]. Moscow: Radio i svyaz', 1990.
6. *Toporkov V.V.* Modeli raspredelennykh vychisleniy [Distributed computing models]. Moscow: Fizmatlit, 2004, 315 p. ISBN 5-9221-0495-0.

7. Yang H. et al. An improved spherical evolution with enhanced exploration capabilities to address wind farm layout optimization problem, *Eng. Appl. Artif. Intell.*, 2023. 123, 106198, 106198. Available at: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106198>.
8. Aksoy İ.C., & Mutlu M.M. Comparing the performance of metaheuristics on the Transit Network Frequency Setting Problem, *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 2024, pp. 1-20. Available at: <https://doi.org/10.1080/15472450.2024.2392722>.
9. Naka E., Zeqo E., & Kaziu A. Performance Analysis of Metaheuristic Algorithms on Benchmark Functions, *Interdisciplinary Journal of Research and Development*, 2024, 11 (2), 10. Available at: <https://doi.org/10.56345/ijrdv11n202>.
10. Tshewang Phuntsho, Tad Gonsalves. Metaheuristics Portfolio Optimization for Resource-Constrained Project Scheduling Problems with Milestones Payments, 14 July 2024, PREPRINT (Version 1) available at Research Square. Available at: <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-4725224/v1>.
11. Cuevas E., Rosas Caro J.C., Alejo Reyes A., González Ayala P., Rodríguez A. The Simulated Annealing Method, In: *Optimization in Industrial Engineering. Synthesis Lectures on Engineering, Science, and Technology*. Springer, Cham, 2025. Available at: https://doi.org/10.1007/978-3-031-74027-5_8.
12. Di Chen. Application of Improved Genetic Algorithms in Path Planning, *Journal of Internet Technology*. Dec. 2024, Vol. 25, No. 7, pp. 1091-1099.
13. Kaid H., Al-Ahmari A., Al-Shayea A., Abouel Nasr E., Kamrani A.K., Mahmoud H.A. Metaheuristics for optimizing unrelated parallel machines scheduling with unreliable resources to minimize makespan, *Advances in Mechanical Engineering*, 2022, 14 (5). DOI: 10.1177/16878132221097023.
14. Wang Q., Chen S. Latency-minimum offloading decision and resource allocation for fog-enabled Internet of Things networks, *Trans. Emerg. Telecommun. Technol*, 2020, 31, e3880.
15. Koprás B., Idzikowski F., Chen W.C., Wang T.J., Chou C.T., Bogucka H. Latency-Aware Virtual Network Embedding using Clusters for Green Fog Computing, In *Proceedings of the 2020 IEEE Globecom Workshops, Taipei, Taiwan, 7–11 December 2020*.
16. Khumalo N., Oyerinde O., Mfupe L. Reinforcement Learning-based Computation Resource Allocation Scheme for 5G Fog-Radio Access Network, In *Proceedings of the 2020 Fifth International Conference on Fog and Mobile Edge Computing (FMEC), Paris, France, 20–23 April 2020*, pp. 353-355.
17. Salehnia T. et al. SDN-based optimal task scheduling method in Fog-IoT network using combination of AO and WOA, *Handbook of Whale Optimization Algorithm*. Elsevier, 2024, pp. 109-128.
18. Salimi R., Azizi S., Abawajy J. A greedy randomized adaptive search procedure for scheduling IoT tasks in virtualized fog–cloud computing, *Trans. Emerg. Telecommun. Technol.*, 2024, Vol. 35, No. 5.
19. Vakilian S., Fanian A. Enhancing Users' Quality of Experienced with Minimum Energy Consumption by Fog Nodes Cooperation in Internet of Things, In *Proceedings of the 2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Tabriz, Iran, 4–6 August 2020*.
20. Vakilian S., Moravvej S.V., Fanian A. Using the Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm in Collaboration with the Fog Nodes in the Internet of Things Three-layer Architecture, In *Proceedings of the 2021 29th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE), Tehran, Iran, 18–20 May 2021*, pp. 509-513.

Клименко Анна Борисовна – Российский государственный гуманитарный университет; e-mail: anna_klimenko@mail.ru; г. Москва, Россия; к.т.н.; доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики.

Klimenko Anna Borisovna – Russian State University for Humanities; e-mail: anna_klimenko@mail.ru; cand. in eng. sc.; associate professor of Fundamental and Applied Mathematics Department.

УДК 330.4

DOI 10.18522/2311-3103-2025-4-120-127

С.И. Носков, С.В. Беляев

ГРУППИРОВКА ПРЕДИКТОРОВ В КОМБИНИРОВАННОЙ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ

Дан краткий обзор публикаций по применению при математическом моделировании сложных систем комбинированных конструкций, содержащих в качестве составных элементов известные модельные формы. В частности, рассмотрены: алгоритм оценки параметров для создания математических моделей динамических систем; структурированные математические модели кислородного электрода и биологической очистки сточных вод; комбинированная модель, вклю-