

**М.С. Светлов, А.А. Львов, Д.В. Кленов, П.А. Львов, М.К. Светлова**

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННОГО КАНАЛА  
ПОВЫШЕННОЙ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ  
СТАНДАРТА DVB-T2**

*Рассматривается вариант стандарта DVB-T2 для систем наземного цифрового телерадиовещания (СЦТВ). Анализируется структура каскадного кодирования, заложенная в основу стандарта. Выделяются ключевые каскады кодирования, определяющие основные показатели по помехоустойчивости: кодирование кодом Боуза-Чоудхури-Хоквингема (БЧХ), кодирование низкоплотным кодом с множественными проверками на четность (кодом Галлагера с малой плотностью проверок – МПП), COFDM модуляция, вставка защитных межсимвольных интервалов. В работе предлагается математическая модель информационного канала (ИК) повышенной помехоустойчивости для цифровых систем передачи информации (ЦСПИ), построенных на основе стандарта DVB-T2. Модель отличается наличием каскада защитного кодирования на основе кода с кодовым сигнальным признаком (КСП) и заменой COFDM модуляции одним из вариантов более простой позиционно-импульсной модуляции (ПИМ). Дана краткая характеристика кода на базе КСП и рассмотрены свойства его кодовых слов. Основной целью работы является исследование помехоустойчивости ИК, построенного по предложенной математической модели, и оценка его энергетической эффективности. Задача состоит в определении минимального значения отношения сигнал/шум (ОСШ), гарантированно обеспечивающего заданное или желаемое значение битового коэффициента ошибок (БКО), с последующим сравнением полученного значения этого отношения с известными данными для типовых СЦТВ стандарта DVB-T2. С целью решения указанной задачи построенная модель упрощается исключением из нее некоторых каскадов кодирования за счет введения дополнительных предположений о свойствах входных данных. Упрощенная структура модели ИК содержит три кодека: на базе кодов БЧХ и МПП, а также кода с КСП. В качестве модели сигнала помех в канале связи (КС) рассматриваются случайные аддитивные импульсные помехи с пуассоновским законом распределения и амплитудами, распределенными по закону Гаусса с нулевым математическим ожиданием и ненулевой дисперсией, что соответствует белому гауссовскому шуму. Для расчета энергетической эффективности формулируются прямая и обратная задачи. Прямой задачей является определение искомого минимального значения ОСШ при заданной величине БКО. Обратной задачей – вычисление величины БКО по известной статистике помех в КС и параметрам кодов каждого каскада. Аналитическое решение прямой задачи получить достаточно сложно, поэтому сначала осуществляется решение обратной задачи на базе формул, позволяющих найти величины БКО последовательно для каждого кодека, а затем используется монотонная зависимость величины БКО от значения ОСШ для решения прямой задачи методом двоичного поиска. В работе вычисляются значения ОСШ для зафиксированных в стандарте настроек кодовых каскадов. Полученные расчетные данные соответствуют улучшенной энергетической эффективности предложенной модели ИК ЦСПИ по сравнению с типовыми СЦТВ стандарта DVB-T2.*

*Кодирование; декодирование; математическое моделирование; кодовый сигнальный признак; DVB-T2; энергетическая эффективность.*

**M.S. Svetlov, A.A. L'vov, D.V. Klenov, P.A. L'vov, M.K. Svetlova**

**MATHEMATICAL MODEL OF THE INFORMATION CHANNEL WITH  
IMPROVED NOISE IMMUNITY FOR DVB-T2 DIGITAL SYSTEMS**

*The work considers a version of DVB-T2 standard for digital video broadcasting (DVB) systems. The cascade coding structure, which forms the standard base, is analyzed. The work focuses on the key cascades that influence noise immunity characteristics the most: coding with Bose-Chaudhuri-Hocquenghem (BCH) code, coding with Low-Density Parity-Check (LDPC) code,*

*COFDM modulation, inter-symbol guard interval insertion. The paper suggests the mathematical model of an information channel (IC) with improved noise immunity for the DVB-T2-based digital information transmission systems (DITS). The main innovations are the presence of the protective cascade with code based on code signal feature (CSF) and replacement of the COFDM modulation with a variant of a light-weight pulse-position modulation. The paper shortly describes the code signal feature-based code and lists the key properties of its code words. The main goal of the research is the noise immunity investigation and power efficiency analysis of the IC, founded on the suggested mathematical model. To achieve the given goal the minimal value of the signal-to-noise ratio (SNR), which guarantees a certain level of bit error rate (BER), is calculated and compared to the known data for the typical DVB-T2-based DVB systems. To compute the needed SNR value, the proposed mathematical model is simplified by exclusion of several code cascades and additional assumptions imposition on incoming data structure. The simplified IC model structure contains three codecs: based on the BCH, LDPC codes and code with CSF. The noise in the communication channel (CC) is modeled by random additive pulses. The pulses distribution is defined by the Poisson law, whereas their amplitudes are distributed normally with zero expectation and positive variance, which corresponds to the white Gaussian noise. To calculate the power efficiency, direct and inverse problems are set. The direct problem is a computation of the required minimal SNR value by a given BER. Inverse problem — the BER calculation by known CC noise statistics and parameters of each code cascade. As the analytical solution for the direct problem is difficult to obtain, the inverse problem is solved first using the formulas for consecutive BER computation for each of the codecs. Then, having the BER monotonous dependency from the SNR, the solution of the direct problem is found by the binary search method. The paper provides calculated SNR for a number of code parameters, recommended by the standard. The carried calculations demonstrate higher power efficiency of the suggested IC model for DITS comparing to the typical DVB-T2-based DVB systems.*

*Coding; decoding; mathematical modeling; code signal feature; DVB-T2; power efficiency.*

**Введение.** Стандарт DVB-T2 (Digital Video Broadcasting – Second Generation Terrestrial) для СЦТРВ является широко используемым стандартом, разработанным мировым консорциумом DVB. Стандарт обладает большой гибкостью и позволяет создавать системы различного функционального назначения с широким набором свойств [1]. Появление стандарта DVB-T2 в основном обусловлено его более высокой спектральной эффективностью по сравнению со стандартом предыдущего поколения DVB-T. Повышение спектральной эффективности означает возможность передачи в эфир большего объема данных при фиксированной ширине спектра [2].

Особое внимание в стандарте второго поколения уделено помехоустойчивости создаваемых на его основе СЦТРВ. Для надежной передачи информации предусмотрено многокаскадное кодирование, главными элементами которого являются каскады кодирования линейным циклическим кодом БЧХ и кодом с МПП [3].

Каскадное кодирование с применением корректирующих кодов является распространенным способом повышения информационной надежности ЦСПИ. Каскадные коды, как правило, обладают высокой корректирующей способностью, а системы, построенные на их основе, относительно просты в реализации [4–6]. Впервые подобный метод был предложен Дэвидом Форни [7]. Чаще всего на практике применяются двухкаскадные коды, в которых в качестве внутреннего кода используются двоичные непрерывные или блоковые коды, а в качестве внешнего – различные варианты БЧХ кодов [8, 9].

Однако, несмотря на использование надежного многокаскадного кодирования, помехоустойчивость ЦСПИ, построенных по стандарту DVB-T2, может оказаться не достаточной в условиях действия случайных импульсных помех большой интенсивности, когда  $i_{\text{сп}} = f_{\text{сп}}/f_{\text{к}} \geq 3$  ( $i_{\text{сп}}$  – интенсивность импульсной случайной помехи;  $f_{\text{сп}}$ ,  $f_{\text{к}}$  – частоты помехи и кода, соответственно). Одним из способов обеспечения надежной приемопередачи в условиях действия помех большой интенсивности является применение защитного кодирования [5]. Результаты применения защитного кода на основе КСП для улучшения помехоустойчивости ЦСПИ исследованы в работах [10–12].

Еще одной особенностью DVB-T2 систем, унаследованной от предыдущего поколения стандарта, является использование COFDM модуляции, предполагающей наличие в транспортном потоке межсимвольных защитных интервалов, призванных бороться с эхо-сигналами, возникающими из-за переотражений основного сигнала от окружающих объектов или при работе нескольких передатчиков в одном и том же радиочастотном канале. При всей своей эффективности данный подход обладает и существенным недостатком: наличие защитных интервалов негативно сказывается на пропускной способности канала [2, 13]. Как показывают исследования [14, 15], использование кода на основе КСП позволяет существенно уменьшить межсимвольные защитные интервалы, а в ряде случаев и вовсе исключить их из транспортного потока.

В данной работе предлагается применение кода с КСП для повышения помехоустойчивости ИК ЦСПИ, построенных по стандарту DVB-T2. Показано, что включение кода с КСП в структуру модели ИК позволяет повысить информационную надежность ИК и улучшить его энергетическую эффективность в системах рассматриваемого стандарта.

**1. Математическая модель информационного канала повышенной помехоустойчивости.** Математическая модель ИК системы, реализующей стандарт DVB-T2, может быть структурно представлена в виде совокупности устройств кодирования (КУ), декодирования (ДКУ) и КС (рис. 1). В данной модели опущены каскады кодирования, не представляющие принципиального интереса с точки зрения оценки помехоустойчивости. В частности, модель не содержит блоков разделения потоков, удаления пустых пакетов, компенсации задержек и некоторых других.

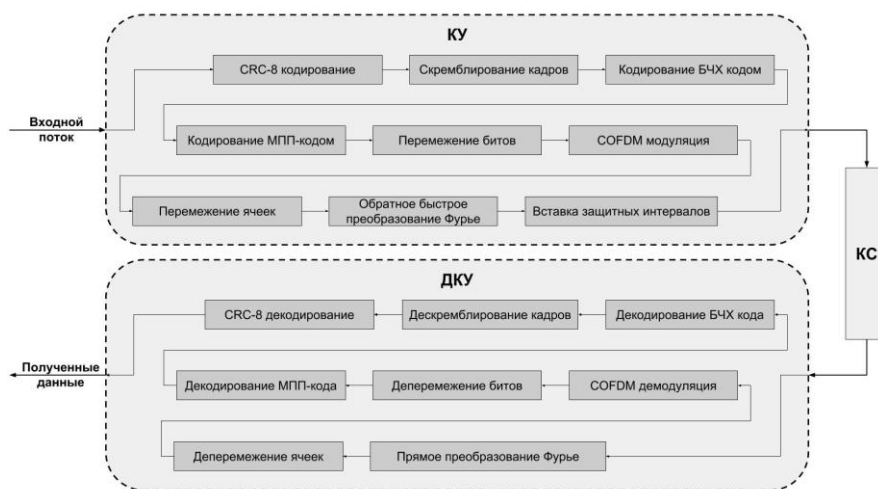


Рис. 1. Упрощенная структура математической модели ИК ЦСТРВ стандарта DVB-T2

Для улучшения помехоустойчивости предлагается в дополнение к каскадам с БЧХ и МПП кодами добавить защитный каскад с кодом на основе КСП. Введение защитного каскада кодирования позволяет исключить некоторые имеющиеся блоки, в том числе заменить COFDM модуляцию одним из вариантов более простой ПИМ. Предлагаемая модель ИК повышенной помехоустойчивости с каскадом защитного кодирования структурно приведена на рис. 2.

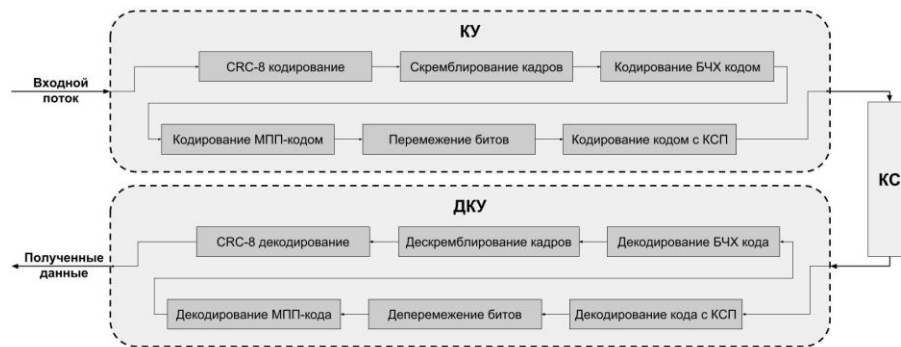


Рис. 2. Структура математической модели ИК повышенной помехоустойчивости

Анализ помехоустойчивости рассматриваемой модели ИК проведем с учетом следующих утверждений:

- ♦ CRC-8 кодирование отвечает только за проверку целостности данных. При несовпадении контрольной суммы ДКУ отбрасывает поврежденные кадры. Данный процесс не влияет на итоговые вероятности исходов приема, следовательно, его рассмотрение может быть опущено.

- ♦ При скремблировании исходная последовательность данных суммируется по модулю 2 с псевдослучайной последовательностью, образуя поток данных с приближенно равномерным распределением в нем двоичных символов. Для оценки помехоустойчивости детали процесса скремблирования не важны. В связи с этим исключим каскады скремблирования и дескремблирования из рассмотрения, заменив их предположением о равномерности распределения символов нулей и единиц во входных данных.

- ♦ Предполагается, что помехи распределены равномерно по всей длине кодовой комбинации. Кроме того, можно считать, что помехи являются рассредоточенными из-за перемежения битов кодового слова. Введя данное предположение, перемежение и деперемежение битов можно также исключить из дальнейшего рассмотрения.

В итоге получим упрощенную математическую модель ИК повышенной помехоустойчивости с применением первичного кода (ПК) БЧХ, вторичного кода (ВК) с МПП и третичного (защитного) кода (ТК) на основе КСП (рис. 3). Именно для такой модели ИК проводится анализ помехоустойчивости.

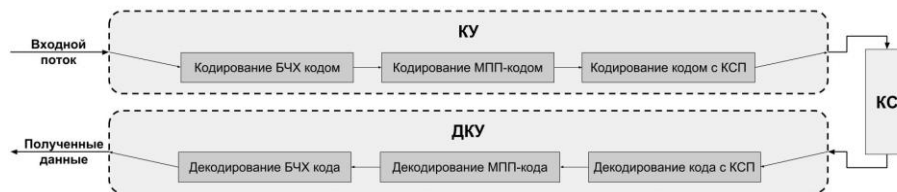


Рис. 3. Структура упрощенной математической модели ИК повышенной помехоустойчивости

В процессе кодирования БЧХ кодом к информационному блоку из  $m_{\text{БЧХ}}$  битов добавляется  $k_{\text{БЧХ}}$  контрольных БЧХ битов и формируется кодовое слово БЧХ кода, содержащее  $n_{\text{БЧХ}} = m_{\text{БЧХ}} + k_{\text{БЧХ}}$  битов. Оно же является информационной нагрузкой для МПП-кода, т.е.  $n_{\text{БЧХ}} = m_{\text{МПП}}$ . К кодовому слову БЧХ кода добавляется  $k_{\text{МПП}}$  контрольных битов кода с МПП, и образуется кодовое слово МПП-кода,

содержащее  $n_{\text{МПП}} = m_{\text{МПП}} + k_{\text{МПП}}$  битов, называемое кадром опережающей коррекции ошибок или FEC (Forward Error Correction) кадром. Стандарт DVB-T2 подразумевает использование FEC кадров двух видов: обычных, длиной 64800 битов, и коротких, длиной 16200 битов. Также стандарт фиксирует набор скоростей кодирования МПП-кода  $V_m = m_{\text{МПП}}/n_{\text{МПП}}$ . Каждой скорости кодирования соответствует своя настройка БЧХ кода, позволяющая корректировать определенное количество ошибок  $s_{\text{БЧХ}}$  [1, 3].

**2. Код на основе КСП.** Подробное описание кода с КСП приведено в [11, 14], а в [16] представлены алгоритмы кодирования и декодирования. Здесь рассмотрим кратко лишь основные характеристики этого кода.

По своей структуре код на основе КСП является комбинаторным нелинейным неразделимым кодом с постоянным весом. Его кодовые слова – двоичные последовательности длины  $n$ , начинающиеся и заканчивающиеся символами единиц. Все последовательности имеют одинаковый вес  $m_1$ , т.е. содержат  $m_1$  единичных символов каждая. В целях упрощения структуры КУ и ДКУ, а также для повышения скорости передачи информации длина  $n$  кодовых слов ТК должна быть минимальной. В общем случае имеется ровно  $K$  кодовых слов ТК – по числу символов в алфавите ВК. Набор кодовых слов обозначается через  $A = \{A_i\}_{i \in [1, K]}$ . Для улучшения помехоустойчивости вводятся дополнительные ограничения на весь набор кодовых слов. А именно: в наборе  $A$  должно выполняться так называемое интервальное условие [17]: все попарные разности номеров позиций с символами единиц должны быть уникальными, за исключением разности номеров, образованной парой номеров позиций  $(1, n)$ . Интервальное условие является достаточно сильным. Его выполнение гарантирует достижение максимально возможного значения минимального кодового расстояния  $d_{\text{min}} = 2(m_1 - 2)$  между кодовыми словами [17], обеспечивает отсутствие в наборе  $A$  кодовых слов, являющихся циклическими сдвигами (перестановками) других кодовых слов этого же набора [18], а также уменьшает вероятность ложного приема, для возникновения которого требуется воздействие как минимум  $m_1 - 1$  импульсов помех [19].

На физическом уровне (в КС) сигнал передается как последовательность  $m_1$  рабочих импульсов принципиально малой длительности  $\tau$ , занимающих временные позиции, соответствующие по номерам единичным разрядным символам кодовых слов. При этом первый рабочий импульс формируется с некоторой фиксированной начальной задержкой  $\Delta t_0$  относительно поступления сигнала ВК на кодер ТК. Последующие рабочие импульсы формируются через интервалы времени, кратные значению элементарной задержки  $\Delta t$ . Формирование серии импульсов завершается за время  $T_A = \Delta t_0 + (n - 1)\Delta t$ . Для корректной работы кодера должно выполняться неравенство  $T_A \leq T_p$ , где  $T_p$  – длительность одного символа ВК.

Подберем параметры кода с КСП, обеспечивающие максимально возможную для стандарта DVB-T2 пропускную способность ИК в 50,35 Мбит/с [20, 21]. При таком режиме работы ИК на передачу одного бита информации тратится время порядка 17 нс. За это время кодер ТК должен сформировать рабочую последовательность из  $m_1$  рабочих импульсов, для чего берется короткий интервал  $\Delta t$  (порядка наносекунды) в сочетании с малым значением  $m_1$ . Как показывает анализ помехоустойчивости кода на основе КСП, в большинстве случаев оптимальным значением веса кода является  $m_1 = 3$  [22]. В этом случае  $n = 6$  является минимально возможной длиной кодовых слов, обеспечивающей выполнение интервального условия. Рабочий импульс  $\tau$  должен быть короче  $\Delta t$ , поэтому целесообразно брать  $\tau = 1/3$  нс. При рассмотренных параметрах ТК возможно формирование кодовой комбинации за отведенное время и выполнение условия  $T_A \leq T_p$ . Детали реализации КУ и ДКУ с учетом имеющейся элементной базы в данной статье не рассматриваются. Дальнейшие расчеты и анализ проводятся для выбранных параметров кода с КСП.

**3. Анализ энергетической эффективности модели информационного канала с защитным кодом.** Для стандарта DVB-T2 известны характеристики энергетической эффективности, зависящие от порядка COFDM модуляции, скорости кодирования и размера кодового слова МПП-кода. Для каждого набора параметров приводится минимальное значение ОСШ, обеспечивающее величину БКО  $K_{0ш} \leq 10^{-11}$  после декодирования БЧХ кода [3, 23].

Для оценки эффективности предложенной модели требуется вычислить минимальное значение ОСШ, необходимое для достижения того же уровня БКО, и сравнить полученное значение с имеющимися данными для типовых СЦТРВ стандарта DVB-T2.

Будем считать, как было сказано выше, что в КС действуют случайные импульсные помехи интенсивности  $i_{сп}$ . При этом появление помех подчиняется закону Пуассона – вероятность воздействия  $k \geq 0$  импульсов помех на бит (символ разряда) МПП-кода выражается формулой

$$p(k) = \frac{i_{сп}^k}{k!} e^{-i_{сп}}. \quad (1)$$

Применение закона Пуассона предполагает соразмерность длительностей импульса помехи и рабочего импульса. Если более широкий импульс помехи воздействует на несколько временных позиций кода (нулевых и/или единичных), то он рассматривается как несколько независимых импульсов помех с соответствующей вероятностью появления. Амплитуды помех распределены нормально с нулевым математическим ожиданием  $\mu$  и ненулевой дисперсией  $\sigma^2$ , что соответствует белому гауссовскому шуму.

Перед проведением основных вычислений, получим вспомогательную формулу для подсчета ОСШ. В качестве базового возьмем представление

$$\text{ОСШ} = \sigma_{A_c}^2 / \sigma_{A_{сп}}^2, \quad (2)$$

где  $A_c$  и  $A_{сп}$  – амплитуды рабочего сигнала и шума, соответственно. По определению, среднее квадратическое значение непрерывной величины  $a(t)$  на отрезке  $[T_1, T_2]$  выражается формулой:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} a^2(t) dt}. \quad (3)$$

Так как символ ВК передается с помощью  $m_1$  рабочих импульсов кода с КСП ( $n - m_1$  позиций ТК – нулевые), справедливо выражение

$$\sigma_{A_c}^2 = \frac{1}{T_p - 0} \int_0^{T_p} A_c^2(t) dt = \frac{m_1 A_c^2 \tau}{T_p}. \quad (4)$$

Похожим образом вычисляется  $\sigma_{A_{сп}}^2$  за время  $T_p$ . Учитывая соразмерность длины импульса помехи длине рабочего импульса  $\tau$ , получим формулу:

$$\sigma_{A_{сп}}^2 = i_{сп} M(A_{сп}^2) \tau / T_p, \quad (5)$$

где  $M(a)$  – математическое ожидание случайной величины  $a$ . Из свойств моментов случайной величины имеем  $\sigma^2 = M(A_{сп}^2) - \mu^2$  [24], следовательно,  $M(A_{сп}^2) = \sigma^2 + \mu^2$ . Используем данное выражение в (5):

$$\sigma_{A_{сп}}^2 = i_{сп} (\sigma^2 + \mu^2) \tau / T_p. \quad (6)$$

Подставив (4) и (6) в (2), получим окончательную формулу для ОСШ:

$$\text{ОСШ} = \frac{\sigma_{A_c}^2}{\sigma_{A_{сп}}^2} = \frac{m_1 A_c^2 \tau}{T_p} \frac{T_p}{i_{сп} (\sigma^2 + \mu^2) \tau} = \frac{m_1}{i_{сп}} \frac{A_c^2}{\sigma^2 + \mu^2}. \quad (7)$$

Прямые формулы для расчета ОСШ при заданном уровне ошибок получить сложно, поэтому сначала решим обратную задачу: найдем значение БКО на выходе декодера БЧХ при заданных параметрах КС и соответствующих настройках кодеров БЧХ кода, МПП-кода и кода с КСП. Затем подберем параметры КС, дающие требуемое значение  $K_{\text{ОШ}}$ , и для них вычислим ОСШ по формуле (7).

Поиск  $K_{\text{ОШ}}$  для исследуемой модели ИК разбивается на 3 подзадачи:

1. По параметрам КС получить вероятности исходов приема кода с КСП.
2. Для заданных вероятностей исходов приема кода с КСП вычислить  $K_{\text{ОШ}}$  после декодера кода с МПП.
3. По заданному  $K_{\text{ОШ}}$  после декодера кода с МПП вычислить  $K_{\text{ОШ}}$  после декодера кода БЧХ.

Для решения первой подзадачи воспользуемся формулами нахождения вероятностей правильного ( $p_{\text{пп}}$ ) и ложного ( $p_{\text{лп}}$ ) приемов, а также защитного отказа ( $p_{\text{зо}}$ ) для кода с КСП [18]. Формулы верны при выполнении набором кодовых слов  $A$  интервального условия.

$$p_{\text{пп}} = (1 - r_{10})^{m_1} (1 - r_{01}^{m_1 - 2}), \quad (8)$$

$$p_{\text{лп}} = (1 - r_{10})^2 (1 - (1 - r_{10})^{m_1 - 2}) r_{01}^{m_1 - 2}, \quad (9)$$

$$p_{\text{зо}} = 1 - (1 - r_{10})^{m_1} (1 - r_{01}^{m_1 - 2}) - (1 - r_{10})^2 (1 - (1 - r_{10})^{m_1 - 2}) r_{01}^{m_1 - 2}. \quad (10)$$

Здесь  $r_{i,1-i}$  ( $i = 0; 1$ ) – вероятности трансформации символа  $i$  в  $1 - i$ . Для вероятностей  $r_{i,1-i}$  справедливо выражение

$$r_{i,1-i} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(i_{\text{сн}} \tau / T_{\text{р}})^k}{k!} e^{-i_{\text{сн}} \tau / T_{\text{р}}} r_{i,1-i}^{(k)}, \quad (11)$$

где,  $r_{i,1-i}^{(k)}$  – вероятности трансформации символа  $i$  в  $1 - i$  при воздействии ровно  $k \geq 0$  импульсов помех, вычисляющиеся по следующим формулам:

$$r_{01}^{(k)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{k}\sigma} \int_h^{+\infty} e^{-\frac{(\xi - k\mu)^2}{2k\sigma^2}} d\xi, \quad (12)$$

$$r_{10}^{(k)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{k}\sigma} \int_{-\infty}^{h - A_c} e^{-\frac{(\xi - k\mu)^2}{2k\sigma^2}} d\xi. \quad (13)$$

В формулах (12, 13)  $h$  – пороговое значение порогового устройства первой решающей схемы ДКУ кода с КСП. Для простоты вычислений в данной работе примем  $h = 0,5A_c$ .

Вторая и третья подзадачи схожи. Исходными данными для каждой из них являются длина кодового слова  $n$ , число информационных битов  $m$ , максимальное количество исправляемых кодом ошибок  $s$  и вероятность ложного приема одного бита информации  $p_e$ . Количество ошибок, исправляемых БЧХ кодом, приведено в [1, 3]. Для МПП-кода данное значение не известно в силу итеративности алгоритмов декодирования, поэтому воспользуемся эмпирической формулой определения количества  $S_{\text{МПП}}$  исправляемых ошибок в зависимости от длины  $n_{\text{МПП}}$  кодового слова и скорости  $V_m$  МПП-кода [25]:

$$S_{\text{МПП}} = \left\lfloor \frac{n_{\text{МПП}}(V_m - 0,0342 \ln n_{\text{МПП}} - 0,7101)}{-0,731 \ln n_{\text{МПП}} - 0,2957} - 1 \right\rfloor. \quad (14)$$

В качестве  $p_e$  для второй подзадачи выступает сумма вероятностей  $p_{\text{лп}} + p_{\text{зо}}$ , а для третьей подзадачи –  $K_{\text{ОШ}}$ , вычисленный во второй подзадаче. БКО каждой из подзадач вычисляется по формуле:

$$K_{\text{ОШ}} = \frac{\sum_{i=s}^n C_n^i p_e^i (1-p_e)^{n-i} (i-s) \frac{m}{n}}{n} \quad (15)$$

В (15) первая дробь – БКО (по определению) для всего кодового слова, а вторая – пропорциональное масштабирование результата на его информационную часть.

Теперь, имея аналитическое решение обратной задачи, будем численно решать прямую задачу. Значение  $K_{\text{ОШ}}$  для БЧХ кода является монотонно убывающей функцией от ОСШ. Значит, задачу определения ОСШ по значению  $K_{\text{ОШ}}$  можно решить методом двоичного поиска.

Вычисленные значения ОСШ приведены в табл. 1. Для сравнения в таблице также указаны значения ОСШ для стандартного DVB-T2 ИК при использовании COFDM модуляции различных порядков с обратным преобразованием Фурье, но без применения кода с КСП.

Таблица 1

**Минимальные значения величины ОСШ, гарантирующие значения БКО  
 $K_{\text{ОШ}} \leq 10^{-11}$  после БЧХ декодирования**

$V_m$	ОСШ <sub>КСП</sub> (дБ)	ОСШ <sub>QAM-16</sub> (дБ)	ОСШ <sub>QAM-64</sub> (дБ)	ОСШ <sub>QAM-256</sub> (дБ)	$n_{\text{МПП}}$ (бит)
1/2	4,69	6,0	9,9	13,2	64800
3/5	5,97	7,6	12,0	16,1	64800
2/3	6,82	8,9	13,5	17,8	64800
3/4	7,86	10,0	15,1	20,0	64800
4/5	8,51	10,8	16,1	21,3	64800
5/6	8,98	11,4	16,8	22,0	64800
4/9	3,48	5,5	9,2	12,6	16200
3/5	5,83	7,9	12,3	16,9	16200
2/3	6,79	9,1	13,8	18,1	16200
11/15	7,75	10,3	15,5	20,3	16200
7/9	8,40	11,1	16,4	21,6	16200
37/45	9,09	11,7	17,1	22,4	16200

Из полученных данных следует, что применение кода на основе КСП повышает энергетическую эффективность ИК и позволяет снизить требования по ОСШ в среднем на 2–3 дБ по сравнению с использованием QAM-16 модуляции, на 6–9 дБ по сравнению с QAM-64 модуляцией и на 9–13 дБ по сравнению с модуляцией QAM-256.

**Заключение.** В работе предложена математическая модель ИК повышенной помехоустойчивости для ЦСПИ на базе стандарта DVB-T2. Главной особенностью предложенной модели является введение дополнительного защитного каскада кодирования с кодом на основе КСП, упрощающего структуру ИК за счет замены COFDM модуляции и обратного преобразования Фурье более простым вариантом ПИМ. Это позволяет уйти от передачи по КС аналоговых синусно-косинусных составляющих сигнала и передавать цифровой сигнал в его импульсном виде. При такой замене появляется возможность уменьшить межсимвольный защитный интервал, что положительно сказывается на пропускной способности ИК. Одновременно новая модель ИК характеризуется возросшей энергетической эффективностью по сравнению со стандартом. Проведенные расчеты показывают, что при действии в КС белого гауссовского шума применение защитного кодирования позволяет снизить требования к ОСШ на величину от 2 дБ до 13 дБ по сравнению с различными типами COFDM модуляции.



БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). – DVB Document Final draft ETSI EN 302 755 V1.3.1 (2011-11).
2. *Карякин В.Л.* Цифровое телевидение: учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., переработанное и дополненное. – М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2013. – 448 с.
3. *Дворкович В.П., Дворкович А.В.* Цифровые видеоинформационные системы (теория и практика). – М.: Техносфера, 2012. – 1008 с. ISBN 978-5-94836-336-3.
4. *Peterson W.W., Weldon E.J.* Error-correcting codes. – Cambridge, Massachusetts and London, England: The MIT Press Publ., 1972. – 593 p.
5. *Юргенсон Р.И.* Помехоустойчивость цифровых систем передачи телемеханической информации. – Л.: Энергия, 1971. – 250 с.
6. *Гладких А.А.* Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающем канале связи. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 379 с.
7. *Форни Д.* Каскадные коды. – М.: Мир, 1970. – 207 с.
8. *Золотарев В.В., Овечкин Г.В.* Помехоустойчивое кодирование. Методы и алгоритмы: Справочник / под ред. чл.-корр. РАН Ю.Б. Зубарева. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004. – 126 с.
9. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – 2-е изд. – М.: Издательский дом "Вильямс", 2003. – 1104 с.
10. *Светлов М.С., Львов А.А., Кленов Д.В.* Принципы обеспечения повышенной надежности дистанционного тестового контроля // Мат. 13 Междунар. конф. "Актуальные проблемы электронного приборостроения". – Саратов, 2017. – С. 403-408.
11. *Львов А.А., Светлов М.С., Мартынов П.В.* Повышение информационной надежности цифровых систем с QAM/COFDM модуляцией // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: "Математика. Механика. Информатика". – 2014. – Т. 14, № 4, Ч. 1. – С. 473-482.
12. *L'vov A.A., Klenov D.V., Svetlov M.S., Sytnik A.A., Dolinina O.N.* Increasing of information reliability of digital communication channels under conditions of high intensity noise // Proc. of the X Internat. Scientific and Technical Conf. "Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines(Dynamics)". – Omsk: Omsk State Technical University, Omsk, Russia, – November 15-17, 2017. IEEE Catalog Number: CFP17RAB-CDR.
13. *Шахнович И.* Современные технологии беспроводной связи. – М.: Техносфера, 2006. – 288 с. ISBN: 5-94836-070-9.
14. *Мартынов П.В., Светлов М.С.* Повышение помехоустойчивости в цифровых системах передачи информации с радиоканалами // Вестник Саратовского государственного технического университета. – 2012. – № 1 (64). – Вып. 2. – С. 328-331.
15. *Львов А.А., Светлов М.С., Мартынов П.В.* Исключение защитных интервалов при передаче сигналов в системах с QAM/COFDM модуляцией // Сб. тр. III Междунар. науч. конф. "Проблемы управления, передачи и обработки информации" (АТМ-2013). – 2013. – Т. 2. – С. 39-44.
16. *Svetlov M.S., L'vov A.A., Klenov D.V., Dolinina O.N.* Algorithms of Coding and Decoding for Code with Code Signal Feature // Proc. of the 2017 IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIconRus), St. Petersburg, Russia. – 2017. – P. 748-752. DOI: 10.1109/EIconRus.2017.7910666.
17. *Светлов М.С., Львов А.А., Кленов Д.В., Балабан О.М.* Некоторые свойства кода на основе кодового сигнального признака // Мат. 13 Междунар. конф. "Перспективные информационные технологии" (ПИТ 2017). – Самара, 2017. – С. 992-995. ISBN: 978-5-93424-784-4.
18. *Кленов Д.В., Светлов М.С., Львов А.А., Львов П.А., Светлова М.К.* Математическая модель информационного канала с кодеком на базе кодового сигнального признака // Мат. 8-й Всерос. науч. конф. "Системный синтез и прикладная синергетика" (ССПС-2017). – пос. Нижний Архыз, 2017. – С. 322-330.
19. *Светлов М.С., Львов А.А., Кленов Д.В.* Влияние интервального условия на помехоустойчивость информационного канала // Мат. Междунар. конф. "Информационно-коммуникационные технологии в науке, производстве и образовании" (ICIT-2017). – Саратов, 2017. – С. 144-150. ISBN: 978-5-9758-9676-4.

20. Frequency and network planning aspects of DVB-T2. REPORT, VERSION 4.1.1. – Geneva, October 2014.
21. Шахнович И. DVB-T2 — новый стандарт цифрового телевизионного вещания // Электроника: Наука, Технология, Бизнес. – 2009. – №6. – С. 30-35.
22. Светлов М.С., Львов А.А., Кленов Д.В., Мельникова Н.И. Оптимизация параметров вторичного кода с кодовым сигнальным признаком в каналах с заданной статистикой // Мат. 5-й Междунар. юбилейн. науч. конф. "Проблемы управления, обработки и передачи информации" (УОПИ-2017). – Саратов, 2017. – С. 182-188.
23. Digital Video Broadcasting (DVB); Implementation guidelines for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). ETSI TS 102 831 V1.2.1 (2012-08).
24. Математическая энциклопедия / Главный редактор И.М. Виноградов. – М.: Советская энциклопедия, 1979. – 1104 с.
25. Uryvsky L., Osypchuk S. The analytical description of regular LDPC codes correcting ability // Transport and Telecommunication. – 2014. – Vol. 15, No. 3. – P. 177-184.

## REFERENCES

1. Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). DVB Document Final draft ETSI EN 302 755 V1.3.1 (2011-11).
2. Karyakin V.L. Tsifrovoye televidenie: ucheb. posobie dlya vuzov [[Digital television: Tutorial for universities]. 2nd ed., reworked and improved. Moscow: SOLON-PRESS, 2013, 448 p.
3. Dvorkovich V.P., Dvorkovich A.V. Tsifrovyye videoinformatsionnyye sistemy (teoriya i praktika) [Digital video and information systems (theory and practice)]. Moscow: Tekhnosfera, 2012, 1008 p. ISBN: 978-5-94836-336-3.
4. Peterson W.W., Weldon E.J. Error-correcting codes. Cambridge, Massachusetts and London, England: The MIT Press Publ., 1972, 593 p.
5. Jurgenson R.I. Pomekhoustoychivost' tsifrovyykh sistem peredachi telemekhanicheskoy informatsii [Noise immunity of the telemechanical information transmission digital systems]. Leningrad: Energiya, 1971, 250 p.
6. Gladkikh A.A. Osnovy teorii myagkogo dekodirovaniya izbytochnykh kodov v stirayushchem kanale svyazi [Theory fundamentals of the redundant codes soft decoding in the communication channel with erasures]. Ulyanovsk: UISTU, 2010, 379 p.
7. Forney D. Kaskadnye kody [Concatenated Codes]. Moscow: Mir, 1970, 207 p.
8. Zolotarev V.V., Ovechkin G.V. Pomekhoustoychivoe kodirovanie. Metody i algoritmy: Spravochnik [Noise immune coding. Methods and algorithms: Reference book], under the editorship of member-corr. RAS Yu.B. Zubarev. Moscow: Goryachaya liniya-Telekom, 2004, 126 p.
9. Sklar B. Tsifrovaya svyaz'. Teoreticheskie osnovy i prakticheskoe primeneniye. 2 ed. [Digital Communications: Fundamentals and Applications (2nd Edition)]. Moscow: Izdatel'skiy dom "Vil'yams", 2003, 1104 p.
10. Svetlov M.S., L'vov A.A., Klenov D.V. Printsipy obespecheniya povyshennoy nadezhnosti distantsionnogo testovogo kontrolya [Principles of ensuring high reliability of remote test monitoring], *Mat. 13 Mezhdunar. konf. "Aktual'nye problemy elektronnoy priborostroeniya"* [Proc. of the 13th Int. Conf. "Actual Problems of Electron Devices Engineering"]. Saratov, 2016, pp. 403-408.
11. L'vov A.A., Svetlov M.S., Martynov P.V. Povysheniye informatsionnoy nadezhnosti tsifrovyykh sistem s QAM/COFDM modulyatsiyey [Increasing of Information Reliability of Digital Systems with QAM/COFDM-Modulation], *Izvestiya Saratovskogo Universiteta. Novaya seriya. Ser.: "Matematika. Mekhanika. Informatika."* [Proceedings of the Saratov University. New Series. Series: "Mathematics. Mechanics. Informatics."], 2014, Vol. 14, Iss. 4, Part 1, pp. 473-482.
12. L'vov A.A., Klenov D.V., Svetlov M.S., Sytnik A.A., Dolinina O.N. Increasing of information reliability of digital communication channels under conditions of high intensity noise, *Proc. of the X Int. Sci. and Tech. Conf. "Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)"*. Omsk: Omsk State Technical University, Omsk, Russia, November 15-17, 2017. IEEE Catalog Number: CFP17RAB-CDR.
13. Shakhnovich I. Sovremennyye tekhnologii besprovodnoy svyazi [Modern wireless communications technologies]. Moscow: Tekhnosfera, 2006, 288 p. ISBN: 5-94836-070-9.

14. Martynov P.V., Svetlov M.S. Povyshenie pomekhoustoychivosti v tsifrovyykh sistemakh peredachi informatsii s radiokanalami [Information reliability increasing for digital data transmission systems with radio channels], *Vestnik Saratovskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta* [Bulletin of Saratov State Technical University], 2012, No. 1 (64), Iss. 2, pp. 328-331.
15. L'vov A.A., Svetlov M.S., Martynov P.V. Isklyuchenie zashchitnykh intervalov pri peredache signalov v sistemakh s QAM/COFDM modulyatsiey [Guard intervals exclusion during signal transmission in the systems with QAM/COFDM modulation], *Sb. tr. III Mezhdunar. nauch. konf. "Problemy upravleniya, peredachi i obrabotki informatsii" (ATM-2013)* [Proc. of the III Int. sci. conf. "Problems of Control, Information Processing and Transmission" (ATM-2013)], 2013, Vol. 2, pp. 39-44.
16. Svetlov M.S., L'vov A.A., Klenov D.V., Dolinina O.N. Algorithms of Coding and Decoding for Code with Code Signal Feature, *Proc. of the 2017 IEEE Conf. of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIconRus)*. St. Petersburg, Russia, 2017, pp. 748-752. DOI: 10.1109/EIconRus.2017.7910666.
17. Svetlov M.S., L'vov A.A., Klenov D.V., Balaban O.M. Nekotorye svoystva koda na osnove kodovogo signal'nogo priznaka [Several properties of the code signal feature-based code], *Mat. 13 Mezhdunar. konf. "Perspektivnye informatsionnye tekhnologii" (PIT 2017)* [Proc. of the 13th Int. Sci. Tech. Conf. "Prospective information technologies" (PIT 2017)]. Samara, 2017, pp. 992-995. ISBN: 978-5-93424-784-4.
18. Klenov D.V., L'vov A.A., L'vov P.A., Svetlov M.S., Svetlova M.K. Matematicheskaya model' informatsionnogo kanala s kodekom na baze kodovogo signal'nogo priznaka [Mathematical model of the information channel with code signal feature-based codec], *Mat. 8-y Vseros. nauch. konf. "Sistemnyy sintez i prikladnaya sinergetika" (SSPS-2017)* [Proc. of the 8th All-Russian Conf. "System synthesis and applied synergy" (SSPS-2017)]. Nizhniy Arkhyz, 2017, pp. 322-330.
19. Svetlov M.S., L'vov A.A., Klenov D.V. Vliyanie interval'nogo usloviya na pomekhoustoychivost' informatsionnogo kanala [Interval precondition influence on information channel noise immunity], *Mat. Mezhdunar. konf. "Informatsionno-kommunikatsionnye tekhnologii v nauke, proizvodstve i obrazovanii" (ICIT-2017)* [Proc. of the Int. Conf. "International Conference on Information Technologies" (ICIT-2017)]. Saratov, 2017, pp. 144-150. ISBN: 978-5-9758-9676-4.
20. Frequency and network planning aspects of DVB-T2. REPORT, VERSION 4.1.1. Geneva, October 2014.
21. Shakhnovich I. DVB-T2 — novyy standart tsifrovogo televizionnogo veshchaniya [DVB-T2 is a new standard of digital video broadcasting], *Elektronika: Nauka, Tekhnologiya, Biznes* [Electronics: Science, Technology, Business], 2009, Vol. 6, pp. 30-35.
22. Svetlov M.S., L'vov A.A., Klenov D.V., Mel'nikova N.I. Optimizatsiya parametrov vtorichnogo koda s kodovym signal'nym priznakom v kanalakh s zadannoy statistikoy [Optimization of the code signal feature-based secondary code parameters in the channels with known statistics], *Mat. 5-y Mezhdunar. yubileyn. nauch. konf. "Problemy upravleniya, obrabotki i peredachi informatsii" (UOPI-2017)* [Proc. of the 5th Int. Jubilee Sci. Conf. "Problems of control, information processing and transmission" (CIPT-2017)]. Saratov, 2017.
23. Digital Video Broadcasting (DVB); Implementation guidelines for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). ETSI TS 102 831 V1.2.1 (2012-08).
24. Vinogradov I.M. Matematicheskaya entsiklopediya [Mathematical encyclopedia]. Moscow, Soviet encyclopedia Publ., 1979, 1104 p.
25. Uryvsky L., Osypchuk S. The analytical description of regular LDPC codes correcting ability, *Transport and Telecommunication*, 2014, Vol. 15, No. 3, pp. 177-184.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Д.К. Андрейченко.

**Светлов Михаил Семенович** – Институт проблем точной механики и управления РАН (г. Саратов); e-mail: svetlovms@yandex.ru; 410028, г. Саратов, ул. Рабочая, 24; д.т.н.; в.н.с.

**Львов Алексей Арленович** – Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина; e-mail: alvova@mail.ru; 410054, Саратов, ул. Политехническая, 77; д.т.н.; профессор.

**Кленов Дмитрий Викторович** – e-mail: dmklenov@yandex.ru; тел.: +79172092447; аспирант.

**Светлова Марина Константиновна** – e-mail: marinasv1992@gmail.com; преподаватель.

**Львов Петр Алексеевич** – Энгельское ОКБ «Сигнал» им. А.И. Глухарева; e-mail: peter.lvov@gmail.com; 413119, Саратовская обл., г. Энгельс-19, квартал 5, 14; к.т.н.; нач. отдела.

**Svetlov Michael Semenovich** – Institute of Precision Mechanics and Control of RAS; e-mail: svetlovms@yandex.ru; 24, Rabochaya street, Saratov, 410028, Russia; dr. of eng. sc.; leading researcher.

**L'vov Alexey Arlenovich** – Yuri Gagarin State Technical University of Saratov; e-mail: alvova@mail.ru; 77, Politechnicheskaya str., Saratov, 410054, Russia; dr. of eng. sc.; professor.

**Klenov Dmitry Viktorovich** – e-mail: dmklenov@yandex.ru; phone: +79172092447; post-graduate student.

**Svetlova Marina Konstantinovna** – e-mail: marinasv1992@gmail.com; lecturer.

**L'vov Peter Alexeevich** – OJSC “Signal” Engels Design Bureau named after A.I. Glukharev; e-mail: peter.lvov@gmail.com; 413119, block 5, 14, Engels-19, Saratov Region, Russia; cand. of eng. sc. department head.

УДК 681.5

DOI 10.23683/2311-3103-2018-5-100-110

**А.Л. Ляшенко**

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПАРОВОГО КОТЛА ТЕПЛОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ**

*Рассмотрена необходимость регулирования питания котельных агрегатов, регулирование давления в барабане котла и поддержания технологических параметров на заданном уровне, а также возможные аварийные ситуации, которые могут возникнуть в случае нарушения технологических процессов. В качестве объекта управления рассмотрен паровой котел БКЗ-75-39 ГМА, установленный на теплоэлектростанции. В статье представлено описание парового котла. Для мониторинга параметров паровой котельной установки теплоэлектростанции, предлагается рассмотреть котельный агрегат как объект с распределенными параметрами. Для разработки математической модели объекта управления была рассмотрена функциональная схема данного котла с основным оборудованием и технологическими потоками жидкостей и газов. Разработана методика моделирования объектов данного класса как объектов с распределенными параметрами. Рассмотрение процессов, протекающих в экранных трубах, позволило составить дифференциальные уравнения движения, описывающие течение одно- и двухфазной рабочей среды в трубах парогенератора. Полученные уравнения были записаны с соблюдением условия сохранения баланса массы, энергии и количества движения. Разработанная методика математического моделирования распространения тепла в экранных трубах котельного агрегата позволила составить математическую модель для рассматриваемого объекта. Данная математическая модель получилась достаточно сложной, и решить полученную систему дифференциальных уравнений в частных производных аналитически (выделить передаточную функцию) не представляется возможным. Для численного анализа рассматриваемого объекта управления были составлены дискретная модель уравнений и вычислительный алгоритм. В процессе составления дискретных моделей были решены задачи «стыковки» граничных условий, обеспечения устойчивости вычислительной схемы и выбраны шаги дискретизации по пространственным переменным. Для компьютерного моделирования было специально разработано программное обеспечение. С его помощью были рассчитаны значения температур в контрольных точках. Значения, полученные путем моделирования, совпали с пока-*