

**Ильюшин Юрий Валерьевич** – Санкт-Петербургский горный университет; e-mail: Pyushin\_YuV@pers.spmi.ru; 199106, Санкт-Петербург, Васильевский остров, 21 линия, д. 2; тел.: 89111783523; кафедра системного анализа и управления; доцент.

**Першин Иван Митрофанович** – e-mail: Pershin\_IM@pers.spmi.ru; тел.: 89187903619; кафедра системного анализа и управления; профессор.

**Pyushin Yury Valerievich** – St. Petersburg Mining University; e-mail: Pyushin\_YuV@pers.spmi.ru; 199106, St. Petersburg, Vasilievsky Island, 21 line 2; phone: +79111783523; the department of system analysis and control; associate professor.

**Pershin Ivan Mitrofanovich** – e-mail: Pershin\_IM@pers.spmi.ru; phone: +79187903619; the department of system analysis and control; professor.

УДК 28;50

DOI 10.23683/2311-3103-2018-5-198-210

**И.М. Першин, А.В. Малков, Г.Е. Веселов, М.И. Першин****АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ДОБЫЧИ  
ГИДРОМИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ**

*Проблема рационального природопользования в области добычи гидроминерального сырья требует применения новых технологических решений, обеспечивающих экологическую безопасность эксплуатации гидроминеральной базы при возрастающих потребностях в гидроминеральном сырье. Используя принципы и методы систем с распределенными параметрами, удастся (при заданных полях депрессионной воронки отражающих желаемый технологический режим эксплуатации месторождения минеральных вод) обеспечить увеличение дебита. Желаемый технологический режим обеспечивается системой управления параметрами гидролитосферного процесса. Входным воздействием на объект управления (гидролитосферный процесс) служат дебиты добывающих скважин. Функцией выхода – понижение уровня в зонах расположения скважины. Проблема выбора исполнительного устройства (определение числа добывающих скважин и их расположения) является одной из центральных при решении задачи проектирования распределенных систем управления гидролитосферными процессами. Добывающие скважины оказывают существенное воздействие на понижение уровня в зонах их расположения. Математически описать это воздействие можно с использованием соотношения Дзейкоба, использующего значения гидравлических параметров водоносных горизонтов. Определение этих параметров – сложная и дорогостоящая задача. В статье рассматривается технология проектирования системы управления одной добывающей скважиной и переход к распределенным системам управления гидролитосферными процессами. Приводится структура и методика вычисления параметров аппроксимирующего звена описывающего изменение уровня по пространственной координате. Для определения параметров рассматриваемого звена проводятся либо экспериментальные исследования, либо численное моделирование объекта управления. Используя аппроксимирующее звено, в статье рассматривается решение задачи выбора числа добывающих скважин исходя из обеспечения максимального дохода за выбранный срок эксплуатации месторождения. При этом было задано одинаковым понижение уровня в зонах расположения добывающих скважин, обеспечивающее заданный технологический режим эксплуатации месторождения, а так же геометрические границы расположения скважин. Безусловно, выбор числа добывающих скважин может осуществляться исходя и из других критериев. Проектирование распределенных систем управления совокупностью добывающих скважин рассмотрено в литературе по синтезу систем с распределенными параметрами.*

*Гидролитосферные процессы; добывающие скважины; оптимизация; депрессионная воронка.*

I.M. Pershin, A.V. Malkov, G.E. Veselov, M.I. Pershin

**AUTOMATION OF HYDROMINERAL RAW MATERIALS PRODUCTION TECHNOLOGICAL PROCESSES**

*The problem of rational nature management in the field of mining of hydromineral raw materials requires the use of new technological solutions that ensure the environmental safety of operating the hydromineral base with increasing demands for hydromineral raw materials. Using the principles and methods of systems with distributed parameters, it is possible (with the given fields of the depression funnel reflecting the desired technological mode of operation of the mineral water field) to increase the flow rate. The desired process mode is provided by the system for controlling the parameters of the hydro-lithospheric process. The input impact on the control object (hydro-lithospheric process) is the flow rates of producing wells. The exit function is to lower the level in the zones where the well is located. The problem of choosing an actuator (determining the number of production wells and their location) is one of the central ones in solving the design problem of distributed control systems for hydro-lithospheric processes. Production wells have a significant impact on lowering the level in the areas of their location. Mathematically, this effect can be described using the Jacob ratio, using the values of the hydraulic parameters of the aquifers. Determining these parameters is a complex and expensive task. The article discusses the technology of designing a single production well control system and the transition to distributed control systems for hydro-lithospheric processes. The structure and methodology for calculating the parameters of the approximating link describing the change in the level of the spatial coordinate is given. To determine the parameters of the considered link, either experimental studies or numerical modeling of the control object are carried out. Using an approximation link, the article discusses the solution to the problem of selecting the number of producing wells based on ensuring maximum income for a selected field life. At the same time, the same level of reduction was set in the zones of production wells, ensuring the specified technological mode of field operation, as well as the geometric boundaries of the wells. Of course, the choice of the number of producing wells can be made on the basis of other criteria. Designing distributed control systems for a set of production wells is discussed in the literature on the synthesis of systems with distributed parameters.*

*Hydrolithosphere processes; production wells; optimization; depression funnel.*

**Состояние проблемы.** Гидролитосфера – это одна из основных оболочек биосферы, от сохранения целостности которой во многом зависят все живые существа. Неблагоприятная ситуация с поверхностными водами, утилизация отходов, интенсивная добыча минеральных ресурсов - основные причины антропогенного воздействия на гидролитосферу, следствием этого воздействия является истощение и загрязнение водных ресурсов [1–4]. Управление технологическими процессами добычи гидроминерального сырья предполагает решение следующих задач: совершенствование методов определения гидравлических параметров водоносных горизонтов; совершенствование методов построения математических моделей рассматриваемых процессов (принципы и методы описания математических моделей рассматриваемых объектов приведены в [5–10]); совершенствование принципов и методов управления рассматриваемыми процессами. Входным воздействием на объект управления служат дебиты добывающих скважин. Функцией выхода - понижение уровня в зонах расположения скважины. Поскольку определение гидравлических параметров водоносных горизонтов – сложная и дорогостоящая задача, то рассматривается задача аппроксимации динамических и статических характеристик объекта с использованием экспериментальных данных.

Методика выбора числа добывающих скважин, использующая известное решение Джейкоба, рассмотрена в [1, 11]. Эта методика ориентирована на вычисление достаточно большого числа гидродинамических параметров объекта с помощью обработки большого объема опытно-фильтрационных работ. Рассматриваемая в статье методика использует данные реакции объекта управления на статическое и динамическое входные воздействия, что существенно упрощает решение поставленной задачи.

**Основные этапы методики** оптимального выбора числа добывающих скважин поясним на следующем примере. Рассмотрим месторождение минеральных вод, схема которого приведена на рис. 1. При этом имеется возможность либо физического эксперимента на реальном объекте, либо численного эксперимента с использованием математической модели объекта.

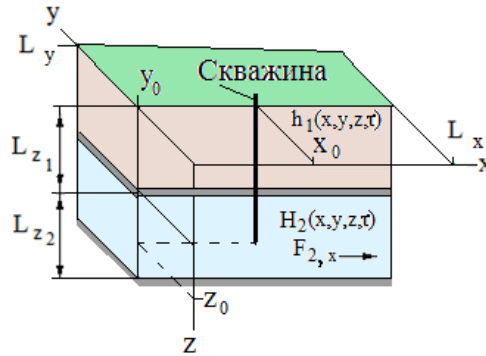


Рис. 1. Схема месторождения

Математическая модель рассматриваемого объекта записывается в виде [7–9].

#### Грунтовые воды

$$\frac{\partial h_1(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = k_{1,x} \frac{\partial^2 h_1(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + k_{1,y} \frac{\partial^2 h_1(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + k_{1,z} \frac{\partial^2 h_1(x, y, z, \tau)}{\partial z_1^2};$$

$$0 < x < L_x; 0 < y < L_y; 0 < z < L_{z_1}.$$

#### Эксплуатационный пласт

$$\frac{\partial H_2(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{\eta_2} \left( k_{2,x} \frac{\partial^2 H_2(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + k_{2,y} \frac{\partial^2 H_2(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + k_{2,z} \frac{\partial^2 H_2(x, y, z, \tau)}{\partial z_2^2} \right) + V(\tau) \cdot \delta(x_0, y_0, z_0);$$

$$0 < x < L_x; 0 < y < L_y; 0 < z < L_{z_2}.$$

Граничные условия (условия Дарси) между пластами задаются в виде

#### Грунтовые воды – верхний пласт

$$h_1(x, y, L_{z_1}, \tau) = h_1(x, y, L_{z_1}, \tau) + b_1 \cdot (H_2(x, y, 0, \tau) - h_1(x, y, L_{z_1}, \tau)),$$

$$H_2(x, y, 0, \tau) = H_2(x, y, 0, \tau) - b_1 \cdot (H_2(x, y, 0, \tau) - h_1(x, y, L_{z_1}, \tau)).$$

где  $b_1 = 0,00003 \text{ сут.}^{-1}$  – параметр перетекания.

$$\text{Нижняя граница пласта: } \partial H_2(x, y, L_{z_2}, \tau) / \partial z = 0$$

$$\text{Боковые грани: } h_1(0, y, z, \tau) = h_{1,0}; H_2(0, y, z, \tau) = H_{2,01},$$

$$\partial h_1(L_x, y, z, \tau) / \partial x = 0; H_2(L_x, y, z, \tau) = H_{2,02}.$$

$$h_1(x, 0, z, \tau) = h_1(x, L_y, z, \tau) = h_{1,0},$$

При формировании граничных условий по координате  $y$ , полагаем, что мощность пласта такова, что возмущения от заборных скважин не влияют на состояние пласта в граничных точках:

$$H_2(x, 0, z, \tau) = H_2(x, L_y, z, \tau) = H_{2,01} - (H_{2,01} - H_{2,02}) \cdot x / L_x,$$

где  $h_{1,0}=z$  ( $0 < z < L_{z1}$ ),  $H_{2,01}=85$  м.,  $H_{2,02}=65$  м. – начальные состояния невозмущенных грунтовых вод и пласта.

Физические параметры объекта [1]:  $h_1$  – напор в горизонте грунтовых вод;  $H_2$  – напор в изучаемом водоносном горизонте; коэффициенты фильтрации по соответствующим координатам:  $k_{1,x}= 0.198$  м/сут.,  $k_{1,y}= 0.196$  м/сут.,  $k_{1,z}= 0.148$  м/сут.,  $k_{2,x}= 0.146$  м /сут.,  $k_{2,y}= 0,148$  м /сут.,  $k_{2,z}= 0.024$  м/сут.;  $\eta_2= 0.000581/м.$  – упругость пласта;  $V(\tau)$  – понижение напора, вызванное воздействием (дебитом) добывающей скважины;  $\delta(x_0, y_0, z_0)$  – функция, равная единице, если  $x=x_0, y=y_0, z=z_0$ , и равная нулю в других случаях;  $x, y, z$  – пространственные координаты;  $\tau$  – время.

Геометрические данные месторождения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Геометрические данные

Lx	Ly	Lz <sub>1</sub>	Lz <sub>2</sub>
350 м.	300 м.	45 м.	150 м.

При моделировании объекта управления будем полагать, что число точек дискретизации по координатам:  $x \rightarrow (N_x=13), y \rightarrow (N_y=13), z \rightarrow (N_{z1}=9, N_{z2}=9)$ . Соответственно шаги дискретизации были заданы в виде:  $\Delta x=L_x/(N_x-1); \Delta y=L_y/(N_y-1); \Delta z_1=L_{z1}/(N_{z1}-1); \Delta z_2=L_{z2}/(N_{z2}-1)$ ; Добывающая скважина осуществляет забор гидроминерального сырья в «точке»  $N_{x0}=7, N_{y0}=7, N_{z20}=5$ . Входным воздействием на объект управления служит дебит добывающей скважины  $Q(\tau)$ , который связана с функцией  $V(\tau)$  следующим соотношением

$$V(\tau)=K_v \cdot Q(\tau). \tag{1}$$

Поскольку имеется рабочая скважина, с использованием которой осуществляют добычу гидроминерального сырья. При этом дебит рассматриваемой скважины составляет  $1000 \text{ м}^3/\text{сут}$ . Проведем эксперимент на реальном объекте - скачком увеличим дебит на  $100 \text{ м}^3/\text{сут}$ . ( $1000+100$ ).

$$(100 \text{ м}^3/\text{сут}.=100/(3600 \cdot 24)=0.0011574 \text{ м}^3/\text{сек}.).$$

Понижение уровня в установившемся режиме, в области расположения заборного устройства скважины, составило 3.5м. Коэффициент передачи объекта управления  $K_1$ , равный отношению функции выхода (понижения уровня) к входному воздействию (0.001157)

$$K_1=3.5/0.0011574=3024.019.$$

Верификация математической модели объекта управления. Процедура верификации распадается на следующие этапы:

1. Выберем в формуле (1) значение  $K_v=0.0308$ . Используя численную модель объекта управления, промоделируем гидролитосферный процесс при входном воздействии  $Q(\tau)=-100 \text{ м}^3/\text{сут}$ . (знак – в математической модели показывает, что мы извлекаем из пласта гидроминеральное сырье). Подавая входное воздействие  $Q$  ( $Q(\tau) = -100 \text{ м}^3/\text{сут}.=-100/(3600 \cdot 24)=-0.001157 \text{ м}^3/\text{сек}.$ ), определим изменение уровня в области расположения скважины ( $x=x_0, y=y_0, z=z_0$ ). Это изменение составило  $-2.408456$  м. (график рис. 2).

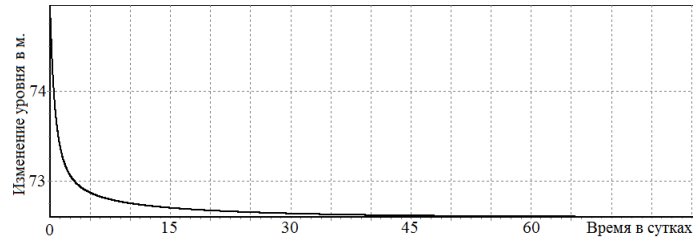


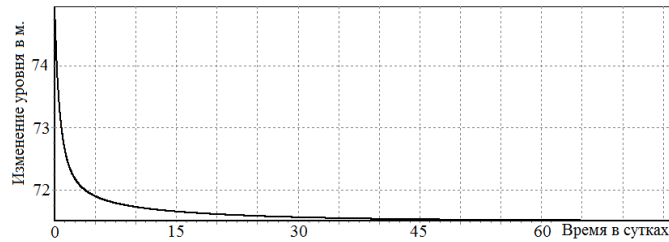
Рис. 2. График изменения уровня

2. Вычислим поправку к выбранному коэффициенту  $K_v$ . Эта поправка будет равна  $K_p = 3.5 \text{ м.} / 2.408456 \text{ м.} = 1.45213$ .

Приведенная выше формула (1) преобразуется к виду:

$$V(\tau) = K_v \cdot K_p \cdot Q(\tau) = 0.0308 \cdot 1.45213 \cdot Q(\tau). \quad (2)$$

Используя численную модель объекта управления, с учетом (2), промоделируем гидролитосферный процесс при входном воздействии  $Q(\tau) = -100 \text{ м}^3/\text{сут.}$ . По результатам моделирования построен график, приведенный на рис. 3.

Рис. 3. График изменения уровня в скорректированной модели пласта в точке  $x=x_0, y=y_0, z=z_0$ 

Используя результаты моделирования, определим статический коэффициент передачи математической модели объекта управления  $K_1 = (\text{изменение уровня в установившемся режиме}) / (\text{входное воздействие})$ .

$$K_1 = -3.499097 / (-0.001157) = 3023.239.$$

Статические коэффициенты передачи реального объекта и математической модели рассматриваемого объекта близки.

На рис. 4 приведены значения рассогласования уровней в точках дискретизации (разница между полем уровней в установившемся режиме при воздействии  $Q=100 \text{ м}^3/\text{сут.}$  и полем уровней невозмущенного состояния пласта).

$z = 75 \text{ м.}$

	$\Delta x$	$\Delta x$	...	X									
$\Delta y$	0.0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.0
$\Delta y$	0.0	-0.011467	-0.023869	-0.037792	-0.052753	-0.066064	-0.072181	-0.066022	-0.052675	-0.037693	-0.023775	-0.011407	0.0
	0.0	-0.022900	-0.048161	-0.077668	-0.111408	-0.144229	-0.161465	-0.144150	-0.111264	-0.077488	-0.047990	-0.022792	0.0
	0.0	-0.034013	-0.072734	-0.121000	-0.182301	-0.252122	-0.299357	-0.252017	-0.182109	-0.120760	-0.072507	-0.033871	0.0
	0.0	-0.043989	-0.096104	-0.166880	-0.270948	-0.420588	-0.570707	-0.420465	-0.270724	-0.166603	-0.095842	-0.043826	0.0
	0.0	-0.051330	-0.114598	-0.208844	-0.374037	-0.697409	-1.261722	-0.697277	-0.373797	-0.208545	-0.114317	-0.051155	0.0
	0.0	-0.054149	-0.122332	-0.230288	-0.450920	-1.068271	3.499097	-1.068135	-0.450674	-0.229984	-0.122045	-0.053970	0.0
	0.0	-0.051330	-0.114598	-0.208844	-0.374037	-0.697409	-1.261722	-0.697277	-0.373797	-0.208545	-0.114317	-0.051155	0.0
	0.0	-0.043989	-0.096104	-0.166880	-0.270948	-0.420588	-0.570707	-0.420465	-0.270724	-0.166603	-0.095842	-0.043826	0.0
	0.0	-0.034013	-0.072734	-0.121000	-0.182301	-0.252122	-0.299357	-0.252017	-0.182109	-0.120760	-0.072507	-0.033871	0.0
	0.0	-0.022900	-0.048161	-0.077668	-0.111408	-0.144229	-0.161465	-0.144150	-0.111264	-0.077488	-0.047990	-0.022792	0.0
	0.0	-0.011467	-0.023869	-0.037792	-0.052753	-0.066064	-0.072181	-0.066022	-0.052675	-0.037693	-0.023775	-0.011407	0.0
	0.0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.0

y

Рис. 4. Рассогласования уровней

**Определение параметров аппроксимирующего звена.** Определим реакцию объекта на динамическое входное воздействие

$$Q(\tau) = 0.0011574 \cdot \sin(\omega_1 \cdot \tau), \omega_1 = 0.00001.$$

По результатам моделирования построен график, приведенный на рис. 5

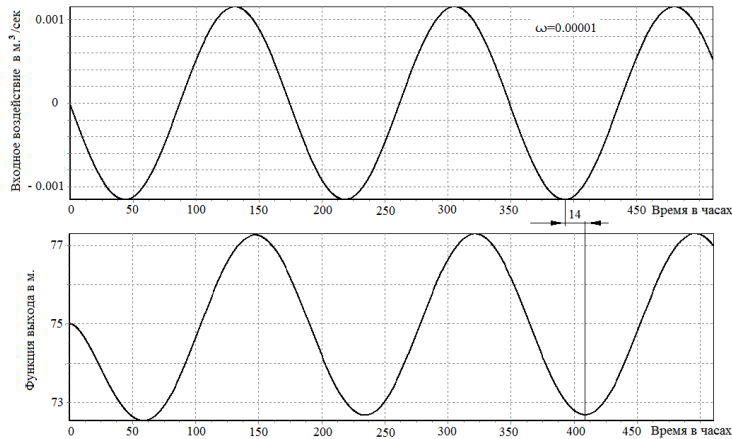


Рис. 5. Реакция объекта на динамическое входное воздействие в точке  $x=x_0, y=y_0, z=z_0$

С использованием динамических характеристик (см. рис. 5), определим сдвиг по фазе сигнала выхода относительно входного сигнала (период колебаний входного сигнала составляет 174.53 час.)  $\Delta\varphi_1 = -2\pi \cdot 14 / 174.53 = -0.54 \text{ рад}$ .

**Методика определения параметров аппроксимирующего звена.** Исследования, приведенные в [12, 13] показывают, что для описания динамических характеристик рассматриваемых объектов может быть рекомендовано следующее аппроксимирующее звено:

$$W_a(s) = \frac{K}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta), \quad \beta = \left( \frac{s}{a} + G \right)^{1/2}, \quad (3)$$

где  $G$ -параметр, учитывающий радиус влияния скважины,  $s$ -оператор Лапласа. В рассматриваемом случае  $G = (\pi/L_y)^2$ ,  $K$  и  $a$  параметры, значения которых определяются в соответствии со следующей методикой:

1. Полагая в (1)  $\omega = 0$  и приравнявая статический коэффициент усиления аппроксимирующего звена значению  $K_1$ , получим:

$$3023.239 = \frac{K}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta), \quad \beta = ((\pi / 300)^2)^{1/2}.$$

Решая уравнение, получим  $K = 3087.05719458$ .

2. Полагая в (1)  $s = j\omega$  ( $\omega = \omega_1$ ), запишем соотношение для определения фазы аппроксимирующего звена

$$\Delta\varphi_1 = -\text{Im}(\beta_{\omega_1}) - \arctan(\text{Im}(\beta_{\omega_1}) / (\text{Re}(\beta_{\omega_1}) + 1)), \quad \beta_{\omega_1} = \left( \frac{j\omega_1}{a} + G \right)^{1/2}. \quad (4)$$

3. Подставляя в исходное уравнение (4)  $\omega_1 = 0.00001$ ,  $\Delta\varphi_1 = -0.54$  и решая численным методом, получим:  $a = 0.0000525$ .

Аппроксимирующее звено, для рассматриваемого выше объекта, записывается в виде

$$W_a(s) = \frac{3087.05719458}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta), \quad \beta = \left( \frac{s}{0.0000525} + (\pi / 300)^2 \right)^{1/2}. \quad (5)$$

**Определение влияния дебита скважины на различные участки пласта.** Рассмотренное выше звено описывает взаимосвязь понижения уровня (в окрестности  $r_0=1$ ) и дебита скважины (рис. 6).

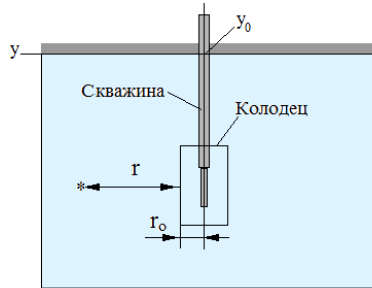


Рис. 6. Схема для расчета понижения уровня в произвольной точке

Введем в аппроксимирующее звено (3) составляющую  $k \cdot r$ , учитывающую изменение уровня от  $r$  в статическом режиме (см. рис. 6).

$$W_a(s) = \frac{K}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r_0 + k \cdot r)), \quad \beta = \left( \frac{s}{a} + G \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Запишем соотношение (6) в статическом состоянии

$$W_a(r) = \frac{K}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r_0 + k \cdot r)), \quad \beta = (G)^{1/2}.$$

где  $k$  – параметр, значение которого определяется с использованием экспериментальных данных, или результатов моделирования объекта управления.

Для рассмотренного выше процесса, полагая  $r_0=1$ , статическая составляющая может быть записана в виде

$$W_a(r) = \frac{3087.05719458}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta \cdot (1 + k \cdot r)), \quad \beta = \left( (\pi / 300)^2 \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Для определения значения параметра  $k$  воспользуемся вычисленными значениями рассогласования уровней  $\Delta H_2(x=x_0, y_\gamma, z_0)$ , ( $\gamma=1 \dots N_\gamma$ ) (см. рис. 4 и рис. 7).

0.000000  
 -0.072181  
 -0.161465  
 -0.299357  
 -0.570707  
 -1.261722  
 -3.499097  
 -1.261722  
 -0.570707  
 -0.299357  
 -0.161465  
 -0.072181  
 0.000000

Рис. 7. Рассогласования уровней ( $\Delta H_2(x=x_0, y_\gamma, z_0)$ )

Вычисление параметра  $k$  будем осуществлять исходя из минимума суммы квадратов отклонений функции (7) в точках дискретизации ( $y_\gamma = 1 \dots N_{y0}$ ), от вычисленных значений, приведенных на рис. 7.

$$\sum_{\gamma=1}^{N_{y0}} \left( \frac{K}{\beta+1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r \cdot k + r_0)) \cdot Q - \Delta H_2(x_0, y_\gamma, z_0) \right)^2 \rightarrow \min .$$

Вычисленное значение параметра  $k = 3.724976$ .

Взаимосвязь параметров депрессионной воронки в статическом режиме, по координате  $y(r+r_0)$ , (см. рис. 6, рис. 1) для рассматриваемого месторождения записываются в виде

$$\Delta H_2(r+r_0) = \frac{3087.05719458 \cdot G}{\beta+1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r \cdot 3.724976 + r_0)). \quad (8)$$

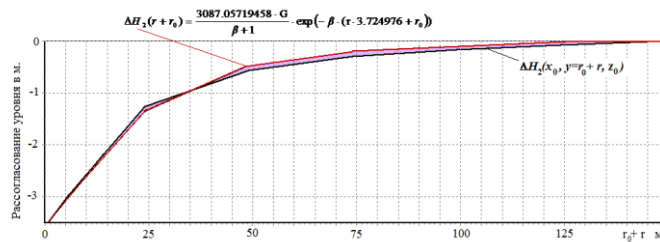


Рис. 8. График рассогласования уровней

Полученная модель депрессионной воронки (8) достаточно точно описывает процесс  $\Delta H_2(x=x_0, y_\gamma, z_0)$  (см. рис. 8 и рис. 7). При проектировании распределенной системы управления одной из центральных задач является задача выбора оптимального числа добывающих скважин.

**Выбор оптимального числа добывающих скважин.** При выходе на стационарный режим понижение уровня в точке установки  $i$ -ой скважины определяется суммой влияний  $i$ -й добывающей скважины, всех остальных добывающих скважин рассматриваемого пласта, имеющих дебит  $Q_j$ . При этом, параметры  $K$  и  $r_0$ , для каждой  $i$ -й скважины могут быть разные, соответственно  $K_i$  и  $r_{0,i}$ . Рассматриваемое влияние, в соответствии с (8) описывается следующим соотношением:

$$\Delta H_i = \frac{K_i \cdot Q_i}{\beta+1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r_{0,i})) + \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{K_j \cdot Q_j}{\beta+1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r_{i,j} + r_{0,j})), \beta = (G)^{1/2}, \quad (9)$$

( $i=1 \dots n$ ),

где  $\Delta H_i$  – понижение уровня в рассматриваемой  $i$ -й скважине ( $i=1 \dots n$ );  $r_{i,j} + r_{0,j}$  – расстояние от  $i$ -й до  $j$ -й взаимодействующей скважины (рис. 9);  $n$  – число скважин;  $Q_i$  – дебит  $i$ -ой скважины;  $Q_j$  – дебит  $j$ -ой скважины.

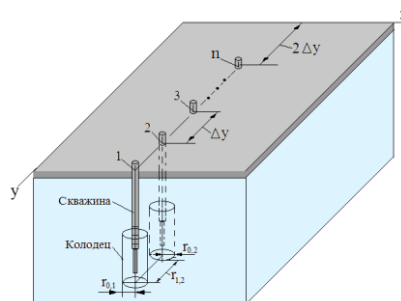


Рис. 9. Схема определения  $r_{i,j}$



Полагая

$$C_i = \frac{K_i}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r_{0,i})), \quad C_{i,j} = \frac{K_j}{\beta + 1} \cdot \exp(-\beta \cdot (r_{i,j} + r_{0,i})), \quad \beta = (G)^{1/2},$$

соотношение (9) преобразуется к виду

$$\Delta H_i = C_i \cdot Q_i + \sum_{j=1, j \neq i}^n C_{i,j} \cdot Q_j, \quad C. \quad (10)$$

Запишем уравнение (10) в матричном виде

$$\begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \dots \\ \Delta H_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1, C_{1,2}, \dots, C_{1,n} \\ C_{2,1}, C_2, \dots, C_{2,n} \\ \dots \\ C_{n,1}, C_{n,2}, \dots, C_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ H_n \end{bmatrix}.$$

Преобразуя, получим матричное уравнение для определения дебитов добывающих скважин

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1, C_{1,2}, \dots, C_{1,n} \\ C_{2,1}, C_2, \dots, C_{2,n} \\ \dots \\ C_{n,1}, C_{n,2}, \dots, C_n \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \dots \\ \Delta H_n \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Матричное уравнение (11) позволяет определить дебиты добывающих скважин, исходя из заданных значений  $\Delta H_i$  – понижений уровня ( $i=1 \dots n$ ).

Суммарный дебит (Q) может быть определен из соотношения

$$Q = \sum_{j=1}^n Q_j. \quad (12)$$

Положим, что имеется предприятие, осуществляющее добычу гидроминерального сырья, которое продает потребителям. Для рассматриваемого месторождения минеральных вод: заданное понижение уровня составляет 4м.;  $r_{0,i}=1$ м.; цена 1 м<sup>3</sup> добытого сырья, за вычетом НДС, составляет 250 руб.; налог на недропользование 7.5 %; затраты на бурение, обустройство и содержание одной скважины за 10 лет эксплуатации составляют 25 млн. руб. Прибыль за десять лет эксплуатации рассматриваемого месторождения составит:

$$\Pi = Q \cdot 250 \cdot (365 \cdot 10) \cdot 0.925 - 25000000 \cdot n. \quad (13)$$

**Постановка задачи.** Для рассматриваемого месторождения требуется определить число добывающих скважин, обеспечивающих максимальную прибыль за десять лет эксплуатации месторождения.

**Методика решения задачи оптимизации.** Рассматриваемая методика распадается на следующие этапы:

1. Для заданного значения  $L_y$  и выбранного числа скважин  $n$  (полагая, что крайние скважины (1 и  $n$ ) расположены на расстоянии  $2 \cdot \Delta y$  от границ (см. рис. 9)), определим  $\Delta y = L_y / (n+3)$ .

2. По соотношениям (11)–(12) вычисляем дебиты добывающих скважин и суммарный дебит.

3. Используя соотношение (13) определим прибыль за десять лет эксплуатации месторождения. По результатам расчетов построены графики, которые приведены на рис. 10.

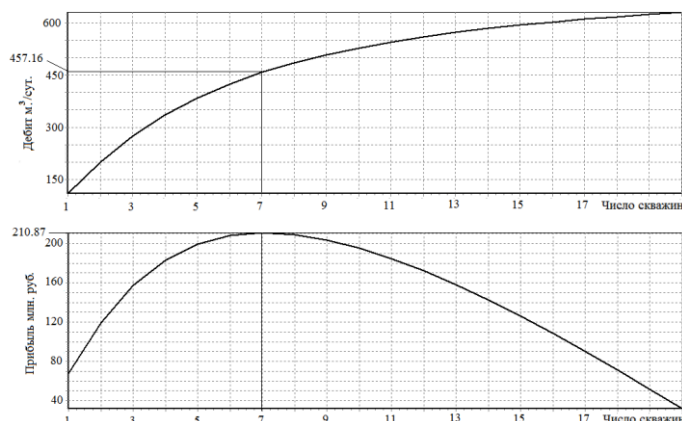


Рис. 10. Результаты расчетов

Как следует из расчетов (см. рис. 10) при заданном значении  $L_y=300$  м, и заданных условиях ( $\Delta H_i = 4$  м.,  $r_{0,i}=1$  м., цена  $1 \text{ м}^3$  добытого сырья, за вычетом НДС, составляет 250 руб; налог на недропользование 7.5 %; затраты на бурение, обустройство и содержание одной скважины за 10 лет эксплуатации составляют 25 млн. руб.) оптимально выбрать 7 добывающих скважин. При этом суточный дебит составит  $457.17 \text{ м}^3$ , а прибыль за 10 лет эксплуатации месторождения 210.87 млн. руб. (см. рис.10). Вычисленное значение шага между добывающими скважинами  $\Delta y=30$  м. (см. рис. 9).

**Заключение.** Проблема выбора исполнительного устройства (определение числа добывающих скважин и их расположения) является одной из центральных при решении задачи проектирования распределенных систем управления гидроритосферными процессами. В статье рассматривается решение задачи выбора числа добывающих скважин исходя из обеспечения максимального дохода за выбранный срок эксплуатации месторождения. Безусловно, выбор числа добывающих скважин может осуществляться исходя и из других критериев. При этом, для описания методики, используется математическая модель объекта управления. Если имеется реальный объект, состоящий из добывающей скважины и ряда наблюдательных скважин [1], то данные, используемые в рассматриваемой методике, могут быть получены экспериментально.

Методика синтеза распределенных систем управления достаточно подробно изложена в [13–20]. Эта методика предполагает, что определено число добывающих скважин и их расположение. Если имеется возможность экспериментального исследования, то для оценки динамических характеристик, выбираются две пространственные моды входного воздействия и исследуется поведение объекта [1, 16]. Если не имеется возможности экспериментального исследования, то используют численную модель объекта управления. В результате реализации методики синтезируется распределенный регулятор, который управляет дебитами всех добывающих скважин.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Малков А.В., Першин И.М., Помеляйко И.С., Першин М.И., Уткин В.А., и др. Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод. Системный анализ, диагностика, прогноз и управление. – М.: Наука, 2015. – 283 с.
2. Малков А.В., Помеляйко И.С., Першин И.М. Особенности эколого-гидрогеологического мониторинга курортных территорий на примере Кисловодска // Вопросы курортологии, физиотерапии и лечебной физической культуры. – 2018. – Т. 95. – Вып. 2. 2'. – С. 80-82.

3. *Першин И.М., Малков А.В., Першин М.И.* Оперативное и стратегическое управление режимами эксплуатации гидrolитосферных объектов // Недропользование XXI век. – Январь 2014. – № 6а (44). – С. 40-47.
4. *Помеляйко И.С., Першин И.М.* Системный анализ экологического состояния зоны гипергенеза курорта Кисловодска // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. – 2013. – № 3 (36). – С. 74-80.
5. *Першин И.М., Малков А.В., Першин М.И.* Математические модели гидrolитосферных процессов // Недропользование XXI век. – 2018. – № 3. – С. 56-65.
6. *Martirosyan A.V., Martirosyan K.V., Pershin I.M.* Analysis of the Caucasus Mineral Waters' Field's Modeling // Modern Applied Science. – 2015. – Vol. 9. – P. 204.
7. *Pershin I.M., Drovosekova T.I.* Peculiarities of modelling hydro-lithospheric processes in the region of Kavkazskiyе Mineralnye Vody (caucasus mineral springs) // Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM 2016. 7519732. – P 215-217.
8. *Pershin I.M., Pervukhin D.A., Ilyushin Y.V., Afanaseva O.V.* Design of distributed systems of hydro-lithosphere processes management // A synthesis of distributed management systems. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 87. – 2017. 032029. – P. 1-7.
9. *Drovosekova T.I., Pershin I.M.* Peculiarities of modelling hydro-lithospheric processes in the region of Kavkazskiyе Mineralnye Vody (caucasus mineral springs) // Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM 2016. 7519732. – P. 215-217.
10. *Малков А.В., Першин И.М., Першин М.И.* Оптимизация количества водозаборных скважин при эксплуатации месторождений минеральных вод // Недропользование XXI век. – Февраль 2015. – № 1 (51). – С. 100-104.
11. *Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И.* Методы аппроксимации передаточных функций распределенных объектов // Системный синтез и прикладная синергетика: Сб. научных трудов VII Всероссийской научной конференции. – 2015. – С. 106-117.
12. *Першин М.И.* Исследование погрешностей динамических характеристик распределенных объектов при аппроксимации // Современная наука и инновации. – 2014. – Вып. № 4 (8). – С. 46-50.
13. *Малков А.В., Першин И.М.* Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. – М.: Научный мир, 2012. – 476 с.
14. *Малков А.В., Першин И.М.* Синтез распределенных регуляторов для систем управления гидrolитосферными процессами. – М.: Научный мир, 2007. – 364 с.
15. *Першин И.М., Дубогрей В.Ф., Малков А.В.* Методика синтеза распределенных систем управления режимами эксплуатации месторождений минеральных вод // Известия вузов. Геология и разведка. – 2012. – № 2. – С. 74-78.
16. *Веселов Г.Е., Першин М.И.* Проектирование распределенных систем управления гидrolитосферными процессами // Известия вузов. Геология и разведка. – 2016. – № 1. – С. 99-105.
17. *Першин И.М., Кузьмин Н.Н., Малков А.В.* Формирование целевых функций в задачах управления гидrolитосферными процессами // 5-я Российская мультikonференция по проблемам управления: Материалы конференции «Информационные технологии в управлении» (ИТУ-2012). – 2012. – С. 622-632.
18. *Малков А.В., Першин И.М.* Синтез распределенных регуляторов для систем управления гидrolитосферными процессами // Мир лингвистики и коммуникации. – 2007. – № 2. – С. 235.
19. *Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И.* Синтез распределенных систем управления гидrolитосферными процессами месторождений минеральных вод // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2014. – № 8 (157). – С. 123-137.
20. *Pershin I.M., Pervukhin D.A., Ilyushin Y.V., Afanaseva O.V.* Design of distributed systems of hydro-lithosphere processes management // Selection of optimal number of extracting wells IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 87. – 2017. 032030. – P. 1-6.

## REFERENCES

1. *Malkov A.V., Pershin I.M., Pomelyayko I.S., Pershin M.I., Utkin V.A., i dr.* Kislovodskoe mestorozhdenie uglekislykh mineral'nykh vod. Sistemnyy analiz, diagnostika, prognoz i upravlenie [Kislovodsk deposits of acidulous waters. System analysis, diagnostics, forecasting and management]. Moscow: Nauka, 2015, 283 p.

2. *Malkov A.V., Pomelyayko I.S., Pershin I.M.* Osobennosti ekologo-gidrogeologicheskogo monitoringa kurortnykh territoriy na primere Kislovodsk [Features of ecological and hydrogeological monitoring of resort areas on the example of Kislovodsk], *Voprosy kurortologii, fizioterapii i lechebnoy fizicheskoy kul'tury* [Questions of balneology, physiotherapy and physical therapy], 2018, Vol. 95, Issue 2. 2', pp. 80-82.
3. *Pershin I.M., Malkov A.V., Pershin M.I.* Operativnoe i strategicheskoe upravlenie rezhimami ekspluatatsii gidrolitosfernykh ob'ektov [Operational and strategic management modes of operation hydrolithosphere objects], *Nedropol'zovanie XXI vek* [Subsoil use XXI century], January 2014, No. 6a (44), pp. 40-47.
4. *Pomelyayko I.S., Pershin I.M.* Sistemnyy analiz ekologicheskogo sostoyaniya zony gipergeneza kurorta Kislovodsk [System analysis of the ecological state of the hypergenesis zone of Kislovodsk], *Vestnik Severo-Kavkazskogo federal'nogo universiteta* [Bulletin of the North Caucasus Federal University], 2013, No. 3 (36), pp 74-80.
5. *Pershin I.M., Malkov A.V., Pershin M.I.* Matematicheskie modeli gidrolitosfernykh protsessov [Mathematical models hydrolithosphere processes], *Nedropol'zovanie XXI vek* [Subsoil use XXI century], 2018, No. 3, pp. 56-65.
6. *Martirosyan A.V., Martirosyan K.V., Pershin I.M.* Analysis of the Caucasus Mineral Waters' Field's Modeling, *Modern Applied Science*, 2015, Vol. 9, pp. 204.
7. *Pershin I.M., Drovosekova T.I.* Peculiarities of modelling hydro-lithospheric processes in the region of Kavkazskiy Mineralnye Vody (caucasus mineral springs), *Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM 2016. 7519732*, pp. 215-217.
8. *Pershin I.M., Pervukhin D.A., Ilyushin Y.V., Afanaseva O.V.* Design of distributed systems of hydrolithosphere processes management, *A synthesis of distributed management systems. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science 87*, 2017. 032029, pp. 1-7.
9. *Drovosekova T.I., Pershin I.M.* Peculiarities of modelling hydro-lithospheric processes in the region of Kavkazskiy Mineralnye Vody (caucasus mineral springs), *Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM 2016. 7519732*, pp. 215-217.
10. *Malkov A.V., Pershin I.M., Pershin M.I.* Optimizatsiya kolichestva vodozabornyykh skvazhin pri ekspluatatsii mestorozhdeniy mineral'nykh vod [Optimization of the number of water wells in the operation of mineral water fields], *Nedropol'zovanie XXI vek* [Subsoil use XXI century], February 2015, No. 1 (51), pp. 100-104.
11. *Pershin I.M., Veselov G.E., Pershin M.I.* Metody approksimatsii peredatochnyykh funktsiy raspredelennykh ob'ektov [Methods of approximation of transfer functions of distributed objects], *Sistemnyy sintez i prikladnaya sinergetika: Sb. nauchnykh trudov VII Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii* [System synthesis and applied synergetics: Proceedings of the VII all-Russian scientific conference], 2015, pp. 106-117.
12. *Pershin M.I.* Issledovanie pogreshnostey dinamicheskikh kharakteristik raspredelennykh ob'ektov pri approksimatsii [Investigation of errors of dynamic characteristics of distributed objects in the approximation], *Sovremennaya nauka i innovatsii* [Modern science and innovation], 2014, Issue No. 4 (8), pp. 46-50.
13. *Malkov A.V., Pershin I.M.* Sistemy s raspredelennymi parametrami. Analiz i sintez [Systems with distributed parameters. Analysis and synthesis]. Moscow: Nauchnyy mir, 2012, 476 p.
14. *Malkov A.V., Pershin I.M.* Sintez raspredelennykh regulyatorov dlya sistem upravleniya gidrolitosfernymi protsessami [The synthesis of distributed controllers for control systems hydrolithosphere processes]. Moscow: Nauchnyy mir, 2007, 364 p.
15. *Pershin I.M., Dubogrey V.F., Malkov A.V.* Metodika sinteza raspredelennykh sistem upravleniya rezhimami ekspluatatsii mestorozhdeniy mineral'nykh vod [Methods of synthesis of distributed control systems modes of operation of mineral water deposits], *Izvestiya vuzov. Geologiya i razvedka* [Proceedings of Higher Schools. Geology and Exploration], 2012, No. 2, pp. 74-78.
16. *Veselov G.E., Pershin M.I.* Proektirovanie raspredelennykh sistem upravleniya gidrolitosfernymi protsessami [Design of distributed control systems hydrolithosphere processes], *Izvestiya vuzov. Geologiya i razvedka* [Proceedings of Higher Schools. Geology and Exploration], 2016, No. 1, pp. 99-105.

17. *Pershin I.M., Kuz'min N.N., Malkov A.V.* Formirovanie tselevykh funktsiy v zadachakh upravleniya gidrolitosfernymi protsessami [The formation of the objective functions in problems of control hydrolithosphere processes], *5-ya Rossiyskaya mul'tikonferentsiya po problemam upravleniya: Materialy konferentsii «Informatsionnye tekhnologii v upravlenii» (ITU-2012)* [5th Russian multi-conference on management: Proceedings of the conference "Information technologies in management" (ITU-2012)], 2012, pp. 622-632.
18. *Malkov A.V., Pershin I.M.* Sintez raspredelennykh regulyatorov dlya sistem upravleniya gidrolitosfernymi protsessami [The synthesis of distributed controllers for control systems hydrolithosphere processes], *Mir lingvistiki i kommunikatsii* [The world of linguistics and communication], 2007, No. 2, pp. 235.
19. *Pershin I.M., Veselov G.E., Pershin M.I.* Sintez raspredelennykh sistem upravleniya gidrolitosfernymi protsessami mestorozhdeniy mineral'nykh vod [Synthesis of distributed control systems hydrolithosphere processes of mineral waters], *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2014, No. 8 (157), pp. 123-137.
20. *Pershin I.M., Pervukhin D.A., Ilyushin Y.V., Afanaseva O.V.* Design of distributed systems of hydrolithosphere processes management, *Selection of optimal number of extracting wells IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science* 87, 2017. 032030, pp. 1-6.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.Б. Чернышев.

**Першин Иван Митрофанович** – Северо-Кавказский федеральный университет, филиал в г. Пятигорске; e-mail: ivmp@yandex.ru; 357500, г. Пятигорск, просп. 40 лет октября, 56; тел.: 88793973927; кафедра управления в технических системах; зав. кафедрой; д.т.н.; профессор.

**Малков Анатолий Валентинович** – ООО «Нарзан-гидроресурсы»; e-mail: Anatol.Malkov@yandex.ru; 357700, г. Кисловодск, ул. Кирова, 43; тел.: +78793729139; директор; к.г.-м.н.; д.т.н.

**Веселов Геннадий Евгеньевич** – Южный федеральный университет; e-mail: gev@sfedu.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: +78634360450; Институт компьютерных технологий и информационной безопасности; директор; д.т.н.; профессор.

**Першин Максим Иванович** – e-mail: maksimpershin@bkmail.ru; тел.: 89280093030; Институт компьютерных технологий и информационной безопасности; аспирант.

**Pershin Ivan Mitrofanovich** – North-Caucasian Federal University, a branch in the town of Pyatigorsk; e-mail: ivmp@yandex.ru; 357500, Pyatigorsk, ave. 40 years on October 56; phone: +78793973927; the department of management of technical systems; head of department; dr. of eng. sc.; professor.

**Malkov Anatoly Valentinovitch** – LLC "Narzan-hydro"; e-mail: Anatol.Malkov@yandex.ru; Kislovodsk, Kirov Street, 43; phone: +78793729139; Director; cand. of geological-mineralogical sc.; dr. of eng. sc.; professor.

**Veselov Gennady Evgen'evich** – Southern Federal University; e-mail: gev@sfedu.ru; 2, Chekhov street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +78634360450; Institute of Computer Technology and Information Security; director; dr. of eng. sc.; professor.

**Pershin Maksim Ivanovich** – e-mail: maksimpershin@bkmail.ru; phone: +79280093030; Institute of Computer Technology and Information Security; postgraduate student.