

**Ильюшин Юрий Валерьевич** – Санкт-Петербургский горный университет; e-mail: Pyushin\_YuV@pers.spmi.ru; 199106, Санкт-Петербург, Васильевский остров, 21 линия, д. 2; тел.: 89111783523; кафедра системного анализа и управления; доцент.

**Pyushin Yury Valerievich** – St. Petersburg Mining University; e-mail: Pyushin\_YuV@pers.spmi.ru; 199106, St. Petersburg, Vasilievsky Island, 21 line 2; phone: +79111783523; the department of system analysis and control; associate professor.

УДК 681.5

DOI 10.23683/2311-3103-2018-5-186-198

**Ю.В. Ильюшин, И.М. Першин****МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО  
РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С ИМПУЛЬСНЫМ  
ВХОДНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ**

*Появление и развитие теории систем с распределенными параметрами (СРП) обусловлено сложностью и нестандартностью методов исследования, анализа и синтеза. Таким образом, задачи теории систем с распределенными параметрами являются значительно более сложными, чем сосредоточенными. Это связано с необходимостью пространственно-распределенного анализа текущего состояния объекта управления, в том числе переменного во времени, которое в свою очередь, расширяется класс возможных воздействий на объект управления (например, пространственно-временных управлений). Для анализа таких систем применение теории систем с распределенными параметрами становится неприемлемой. Особенностью исследования систем с распределенными параметрами является разработка математического аппарата и методик их исследования. Стоит отметить, что среди нелинейных систем, есть класс систем с одним нелинейным элементом, для которых применим разработанный аппарат с небольшими изменениями. Например, импульсные системы с распределенными параметрами. В таких системах один представленный в виде группы элементов может образовать многомерную, многоуровневую систему. Тогда основной задачей синтеза таких систем становится поиск возможных решений, исходя из поиска возможных состояний системы, обеспечивающих устойчивую работоспособность системы. Таких возможных решений бывает огромное количество, в зависимости от различных начальных и граничных условий, вида реакции на отклонения от заданного режима и т.д. Характеристика нелинейных звеньев описывается с указанием логических условий. В связи с нелинейной характеристикой, выходная переменная не будет пропорциональна входной переменной. Исходя из этого реакция замкнутой системы, например, на импульсный сигнал будет зависеть от мощности данного сигнала. В случае анализа динамических колебательных систем, то обратить внимание на затухание переходного процесса, которое появляется из-за изменения периода колебаний. Таким образом, из-за отсутствия единого метода решения нелинейных распределенных систем необходимо осуществлять синтез частного метода решения задачи. В статье построена математическая модель пространственно двухмерного объекта управления. Построена передаточная функция многомерной системы. Предложена методика определения устойчивости пространственно распределенного объекта управления с импульсным входным воздействием. Проведен анализ полученных результатов. Сделан вывод об обобщении результатов исследования на класс систем с распределенными параметрами входным воздействием которых является импульсный сигнал.*

*Распределенные системы; тепловое поле; импульсное входное воздействие.*

Yu.V. Ilyushin, I.M. Pershin

**METHODOLOGY FOR THE DETERMINATION OF THE STABILITY  
IN A SPATIALLY DISTRIBUTED CONTROL OBJECT WITH IMPULSE  
INPUT IMPACT**

*The emergence and development of the theory of systems with distributed parameters (DPS) is due to the complexity and non-standard methods of research, analysis and synthesis. Thus, the problems of the theory of systems with distributed parameters are much more complex than concentrated. This is due to the need for a spatially distributed analysis of the current state of the control object, including variable in time. Which in turn expands the class of possible impacts on the control object (for example, space-time controls). For the analysis of such systems, the application of the theory of systems with distributed parameters becomes unacceptable. A feature of the study of systems with distributed parameters is the development of a mathematical apparatus and methods of their study. It is worth noting that among nonlinear systems, there is a class of systems with one nonlinear element, for which the developed apparatus is applicable with minor modifications. For example, pulse systems with distributed parameters. In such systems, one represented as a group of elements can form a multidimensional, multilevel system. Then the main task of the synthesis of such systems becomes the search for possible solutions, based on the search for possible states of the system that ensure the stable operation of the system. There are a huge number of such possible solutions, depending on the different initial and boundary conditions, the type of reaction to deviations from the specified mode, etc. The characteristic of non-linear links is described with indication of logical conditions. Due to the nonlinear characteristic, the output variable will not be proportional to the input variable. Based on this, the response of a closed system, for example, to a pulse signal will depend on the power of this signal. In the case of analysis of dynamic oscillatory systems, pay attention to the attenuation of the transition process, which appears due to changes in the oscillation period. Thus, due to the lack of a single method for solving nonlinear distributed systems, it is necessary to carry out the synthesis of a particular method for solving a problem. The article builds a mathematical model of a two-dimensional spatial control object. The transfer function of the multidimensional system is constructed. A method for determining the stability of a spatially distributed control object with a pulse input is proposed. The analysis of the results is carried out. The conclusion is made about the generalization of the results of research on a class of systems with distributed parameters whose input action is a pulsed signal.*

*Distributed systems; thermal field; impulse input effect.*

**Введение.** Импульсные системы управления можно анализировать методами классической математики и теории управления. Однако, в случае необходимости исследования объектов управления сложной геометрической формы или пространственной распределённости входных воздействий – распределённых систем, данный анализ становится крайне затруднительным. Это связано с малой проработкой математического аппарата импульсных распределённых систем.

**Постановка задачи.** Рассмотрим классическую импульсную систему управления:

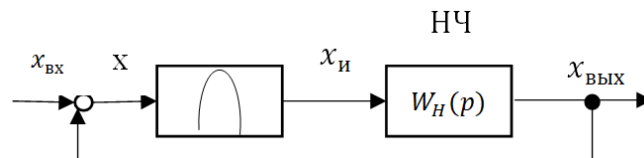


Рис. 1. Структурная схема импульсной САУ

Система содержит ИЗ и непрерывную часть с передаточной функцией  $W_H(p)$ . На вход ИЗ подается непрерывная величина, на выходе получаем последовательность импульсов.

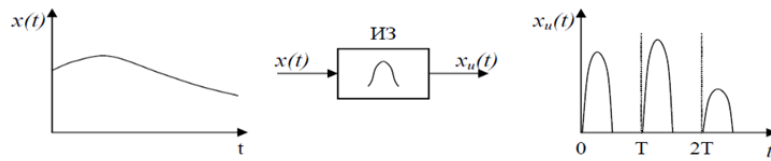


Рис. 2. Виды импульсов

Форма импульсов произвольна и зависит от конкретной реализации звена. Она характеризуется функцией  $f(t)$ , равной нулю вне интервала  $0 < t \leq T$ . Для периода  $0 \leq t < \infty$  импульсный сигнал

$$x_u(t) = \sum_{l=0}^{\infty} x(lT) f(t - lT).$$

Для расчета заменим реальное ИЗ – идеальным (простейшим) импульсным звеном (ИИЗ) и формирующим звеном (ФЗ), которые соединяются

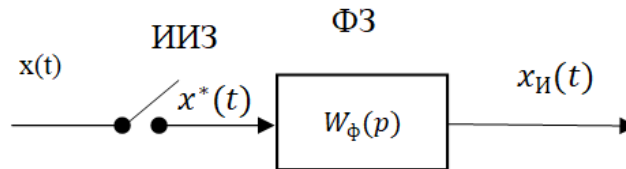


Рис. 3. Структурная схема импульсной САУ

ИИЗ преобразует  $x(t)$  в  $x^*(t)$ , который представляет собой последовательность мгновенных импульсов с амплитудой равной  $x(t)$  и периодом  $T$ , причем площадь каждого импульса равна значению  $x(t)$  в момент  $T_1$ . При  $t = lT$  следует  $x^*(lT) = x(lT) \delta(t - lT)$ , то есть амплитуда  $\rightarrow \infty$ , поэтому изображение  $x^*(t)$  условное и импульсы изображаются разной длины условно пропорциональной их площади.

Допустим, что при  $t < 0$ ,  $x(t) = 0$ . Тогда последовательность импульсов  $x^*(t)$  может быть записана:

$$x^*(t) = \sum_{l=0}^{\infty} x(lT) \delta(t - lT),$$

где  $x(lT)$  – значение входного сигнала в момент времени  $lT$ ,  $\delta(t)$  – дельта-функция со свойствами:  $\delta(t) = 1'(t)$ ;  $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$ ; функция  $\delta(t)$  равна нулю везде, кроме точки  $t = 0$ .

На входе формирующего звена в момент времени  $t = lT$  действует импульс  $x^*(t)$ , площадь которого равна  $x(lT) \cdot l$ .

Формирующее звено должно иметь реакцию на единичный импульс (то есть весовую функцию), тождественную форме действующих в системе импульсов.

$$w_{\phi}(t) = f(t).$$

Для этого передаточная функция ФЗ должна быть равна изображению функции  $f(t)$ , так как изображением единичного импульса является единица, т.е.

$$W_{\phi}(p) = F(p).$$

Таким образом, передаточная функция ФЗ  $W_{\Phi}(p)$  зависит от формы импульса на выходе реального ИЗ и определяется по выражению:

$$W_{\Phi}(p) = \int_0^{\infty} w_{\Phi}(t)e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt.$$

Для распространенного случая, когда формируются импульсы прямоугольной формы (длительности  $\gamma T$ ), передаточная функция формирователя имеет вид:

$$W_{\Phi}(p) = \frac{1 - e^{-\gamma T p}}{p},$$

Если  $\gamma = 1$ , то

$$W_{\Phi}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}.$$

Такой формирователь называют фиксатором нулевого порядка и он преобразует импульсный сигнал в ступенчатый.

Следовательно, выходной сигнал формирующего звена будет иметь вид последовательности импульсов с формой  $f(t)$ , то есть

$$x_u(t) = \sum_{l=0}^{\infty} x(lT)w_{\Phi}(t - lT).$$

С учетом этого получим эквивалентную схему импульсной системы.

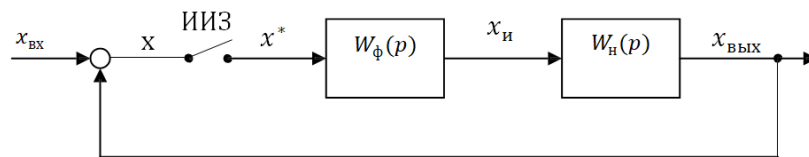


Рис. 4. Структурная схема импульсной САУ

ФЗ и непрерывная часть соединены последовательно и образуют приведенную НЧ с передаточной функцией

$$W_{\Phi H}(p) = W_{\Phi}(p) W_H(p).$$

Важной особенностью ИС является недопустимость перемещения ИЗ через непрерывное звено в структурных схемах.

Пусть при  $t < 0$ ,  $x(t) = 0$ , тогда сигнал  $x^*(t)$  равен сумме модулированных и смещенных единичных импульсных функций

$$x^*(t) = \sum_{l=0}^{\infty} x(lT)\delta(t - lT). \quad (1)$$

Изображение последовательности  $x^*(t)$  определяется формулой прямого преобразования Лапласа

$$X^*(p) = \int_0^{\infty} x^*(t)e^{-pt} dt. \quad (2)$$

Подставив (1) в (2) и изменив порядок выполнения операций, получим

$$X^*(p) = \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^{\infty} x(lT)\delta(t - lT)e^{-pt} dt. \quad (3)$$

Интеграл будет равен

$$\int_0^{\infty} x(lT)\delta(t - lT)e^{-pt} dt = x(lT)e^{-plT}.$$

Здесь учитывается, что подынтегральное выражение всюду равно нулю, за исключением моментов времени  $t = lT$  и интеграл от импульсной функции равен 1 по определению. Тогда

$$X^*(p) = \sum_{l=0}^{\infty} x(lT)e^{-plT}. \tag{4}$$

Выражение (4) называют дискретным преобразованием Лапласа.

Изображение  $X^*(p)$  соответствует трансцендентной функции от  $p$ , поэтому целесообразно произвести замену переменной:

$$e^{pT} = z. \tag{5}$$

Тогда (4) примет вид

$$X(z) = \sum_{l=0}^{\infty} x(lT)z^{-l}. \tag{6}$$

Выражение (6) называют  $z$ -преобразованием дискретного сигнала.

Разложим входное воздействие  $x^*(t)$  в ряд Фурье. Учитывая граничные условия, входное воздействие может быть представлено в виде:

$$X^*(j\omega) = \int_0^{\infty} x^*(x, y, t)e^{-j\omega t} dt. \tag{7}$$

Аналогичным способом можно получить дискретное преобразование Фурье:

$$X^*(j\omega) = \sum_{l=0}^{\infty} x(lT)e^{-j\omega lT}, \tag{8}$$

где  $X^*(j\omega)$  – изображение Фурье или спектр.

Важной особенностью спектра дискретного сигнала является его периодичность по оси частот с периодом

$$\omega_{\Pi} = \frac{2\pi}{T}.$$

Это вытекает из (8)

$$e^{-j(\omega+r\omega_{\Pi})lT} = e^{-j\omega lT} e^{-j\omega l 2\pi} = e^{-j\omega lT},$$

где  $r=0,1,2,\dots$

Тогда импульсная система управления с распределенными параметрами примет вид.

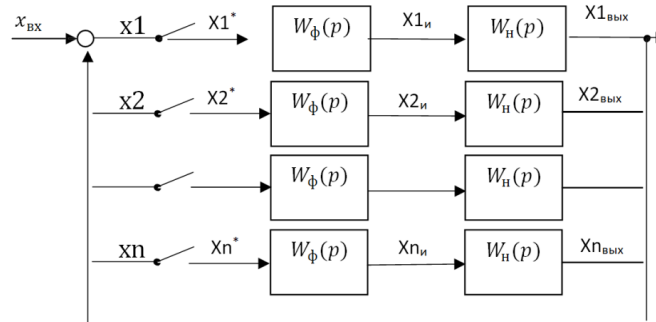


Рис. 5. Структурная схема импульсной САУ с распределенными параметрами

Если параметры распределенного объекта не зависят от времени, то соответствующий ему распределенный блок будем называть стационарным. Импульсная переходная функция такого блока может быть записана в виде:

$$X(x, t, \rho, \tau) = X(x, \rho, t - \tau). \tag{9}$$

Стационарные распределенные блоки удобно записывать в терминах преобразования Лапласа сигнала  $W(x, p, t)$ .

$$W(x, p, s) = \int_0^{\infty} \exp(-st) f(x, p, t) dt$$

где  $W(x, p, s)$  называется передаточной функцией рассматриваемого распределенного блока.

В терминах преобразования Лапласа по времени распределенный блок может быть описан соотношением:

$$\bar{Q}(x, s) = \int_{D_1} W(x, \rho, s) \bar{\omega}(\rho, s) d\rho$$

где  $\bar{Q}(x, s)$ ,  $\bar{\omega}(\rho, s)$  – преобразования по Лапласу функции  $Q(x, t)$ ,  $\omega(\xi, \tau)$  соответственно.

Рассмотрим структурную схему 5 более подробно. Передаточная функция рассматриваемого соединения может быть записана в виде:

$$W(x, \rho, s) = \sum_{i=1}^n W_i(x, \rho, s)$$

Аналогично могут быть записаны импульсная переходная функция и передаточная функция последовательно соединенных блоков (см. рис. 5).

$$W(x, \rho, t, \tau) = W_n(x, \rho, t, \tau) \otimes W_{n-1}(x, \rho, t, \tau) \otimes \dots \otimes W_1(x, \rho, t, \tau)$$

Передаточная функция последовательного соединения блоков имеет вид:

$$W(x, \rho, s) = \prod_{i=1}^n \otimes W_i(x, \rho, s), \quad (10)$$

где  $\otimes$  – означает интегрирование двух связанных с этим символом функций по области, которой принадлежат две пространственные переменные.

**Методика и пример.** Распределенный объект – пластина конечных размеров, в которой осуществляется процесс распространения тепла [4–6] (см. рис. 6).

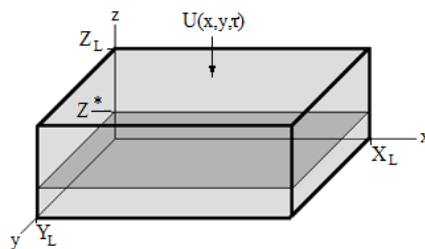


Рис. 6. Объект управления

Математическая модель объекта описывается уравнением:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right),$$

$$0 < x < x_L, 0 < y < y_L, 0 < z < z_L,$$

где  $T(x, y, z, \tau)$  – фазовая переменная;  $x, y, z$  – пространственные координаты;  $a$  – заданный коэффициент;  $x_L, y_L, z_L$  – заданные числа.

Граничные и начальные условия для рассматриваемого объекта имеют вид:

$$T(0, y, z, \tau) = T(x, 0, z, \tau) = T(x_L, y, z, \tau) = T(x, y, z, \tau) = 0$$

$$\frac{\partial T(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad (3) \quad \lambda \cdot \partial T(x, y, z_L, \tau) / \partial z = U(x, y, \tau),$$

$$T(x, y, z, 0) = 0.$$

Функцией выхода является значение температурного поля

$$T(x, y, z=Z^*, \tau),$$

где  $Z^*$  – заданное число ( $0 < Z^* < Z_L$ ).

Разложим входное воздействие  $U(x, y, \tau)$  в ряд Фурье. Учитывая граничные условия, входное воздействие может быть представлено в виде:

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} C_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\tilde{\varphi}_{\gamma} \cdot y),$$

где  $\psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / X_L$ ;  $\tilde{\varphi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / Y_L$ .

В [4, 5–7] получена передаточная функция объекта по каждой пространственной моде входного воздействия, которая может быть записана в виде

$$W_{0, \eta, \gamma}(s) = \frac{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot z^*) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot z^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta, \gamma} \cdot (\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot z_L) - \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot z_L))}, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}),$$

$$\beta_{\eta, \gamma} = \left( \frac{s}{a} + \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2 \right)^{1/2},$$

где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

В [1–5] введено понятие обобщенной координаты ( $G$ ), дискретные значения которой ( $G_{\eta, \gamma}$ ) определяются из соотношения:

$$G_{\eta, \gamma} = \psi_{\eta}^2 + \tilde{\varphi}_{\gamma}^2, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty}).$$

Тогда передаточная функция разомкнутой импульсной системы может быть записана в виде:

$$W^*_{P}(G_{\eta, \gamma}, s) = (1 - \exp(-st)) \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{t} \cdot \sum_{r=-\infty}^{r=\infty} ((E_1 \cdot \left[ \frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} \cdot G_{\eta, \gamma} \right] + E_4 \cdot \left[ \frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} \cdot G_{\eta, \gamma} \right]) \cdot \frac{1}{s} +$$

$$+ E_2 \cdot \left[ \frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} \cdot G_{\eta, \gamma} \right] \cdot s) \cdot \frac{\exp(\beta(G_{\eta, \gamma}) \cdot z^*) + \exp(-\beta(G_{\eta, \gamma}) \cdot z^*)}{\lambda \cdot \beta(G_{\eta, \gamma}) \cdot (\exp(\beta(G_{\eta, \gamma}) \cdot z_L) - \exp(-\beta(G_{\eta, \gamma}) \cdot z_L))},$$

$$\beta = \left( \frac{s + j\omega_u}{a} + G_{\eta, \gamma} \right)^{1/2},$$

$$(\eta, \gamma = \overline{1, \infty}).$$

Передаточная функция разомкнутой импульсной системы по каждой пространственной моде, может быть представлена в виде отношения трансцендентных функций. Передаточная функция импульсной распределенной системы по  $\eta, \gamma$  контуру управления допускает эквивалентные преобразования (рис. 7).

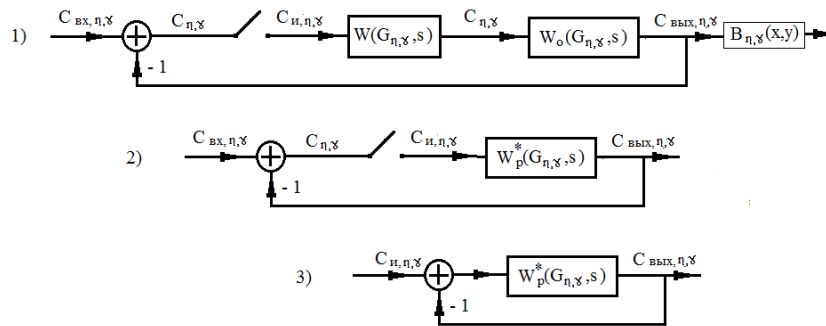


Рис. 7. Эквивалентные преобразования

Замкнутую распределенную систему со скалярной функцией входа структурно можно представить бесконечной совокупностью независимых контуров.

Передающая функция замкнутой системы по выбранной пространственной моде может быть представлена в виде

$$W_{\eta, \gamma}^{**}(s) = \frac{W^*(G_{\eta, \gamma}, s)}{1 + W^*(G_{\eta, \gamma}, s)}. \quad (11)$$

Пусть передающая функция по  $\eta, \gamma$  ( $\eta, \gamma = \overline{1, \infty}$ ) контуру управления (см. рис. 7), имеет вид:

$$W_{\eta, \gamma}^{**}(s) = \frac{\Pi_{\eta, \gamma}(s)}{M_{\eta, \gamma}(s)},$$

$$M_{\eta, \gamma}(s) = a_{0, \eta, \gamma} \cdot \exp(st) + a_{1, \eta, \gamma} \cdot \exp(2st) + a_{2, \eta, \gamma} \cdot \exp(3st) + a_{3, \eta, \gamma} \cdot \exp(4st) + \dots$$

$$\Pi_{\eta, \gamma}(s) = b_{0, \eta, \gamma} \cdot \exp(st) + b_{1, \eta, \gamma} \cdot \exp(2st) + b_{2, \eta, \gamma} \cdot \exp(3st) + b_{3, \eta, \gamma} \cdot \exp(4st) + \dots$$

где  $M_{\eta, \gamma}(s)$ -характеристический полином по  $\eta, \gamma$  пространственной моде.

Полагая  $\exp(st)=z$ , характеристический полином может быть записан в виде

$$M_{\eta, \gamma}(z) = a_{0, \eta, \gamma} \cdot z + a_{1, \eta, \gamma} \cdot z^2 + a_{2, \eta, \gamma} \cdot z^3 + a_{3, \eta, \gamma} \cdot z^4 + \dots$$

Известно, что для устойчивости системы по  $\eta, \gamma$  пространственной моде, корни характеристического полинома должны находиться внутри окружности  $r=1$  (рис. 8).

Работать с бесконечным набором окружностей не всегда удобно. Перейдем от набора окружностей по каждой пространственной моде к функциональной зависимости  $(G, s)$ . Для этого заменим  $G_{\eta, \gamma}$  непрерывной функцией  $G$  с областью определения  $[G = G_{1,1} \dots \infty]$ . В этом случае, при изменении  $G$  до  $G_{1,1} \dots \infty$ , охватятся все дискретные значения функции  $G_{\eta, \gamma}$ , определенные для любых значений  $\eta, \gamma \in [1, \infty]$ . От совокупности окружностей, перейдем к цилиндру (рис. 9).

Критерий устойчивости импульсных распределенных систем формулируется следующим образом: для устойчивости импульсной распределенной системы достаточно, что бы все корни характеристических полиномом пространственных мод должны находиться внутри цилиндра ( $r=1, G_{1,1} \leq G \leq \infty$ ).



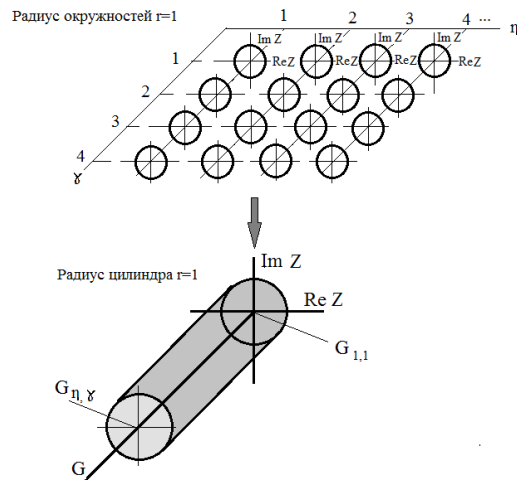


Рис. 8. Переход от бесконечного набора окружностей к цилиндру

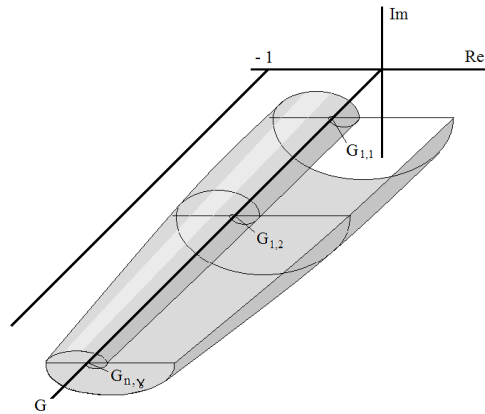


Рис. 9. Пространственный годограф импульсной системы

С использованием обобщенной координаты, передаточная функция замкнутой системы (1), может быть записана в виде

$$W^{**}(G, s) = \frac{W^*(G, s)}{1 + W^*(G, s)},$$

$$G_{1,1} \leq G \leq \infty$$

Приведенные выше исследования позволяют сформулировать критерий устойчивости Найквиста для импульсных распределенных систем: положим, что разомкнутая импульсная распределенная система не имеет полюсов, лежащих в правой полуплоскости, тогда для устойчивости замкнутой системы достаточно, чтобы при изменении  $\omega$  от 0 до  $\omega_n/2$  пространственный годограф  $W^*(G, j\omega)$  не охватывал линию  $(\text{Re}=-1, \text{Im}=0, G)$  (см. рис. 9).

**Заключение.** В статье предложена прикладная теория и методы синтеза распределенных, нелинейных объектов управления. Применение данных методов зависит не только от времени, но и от распределенности по пространственной области, занимаемой объектом. В этой связи, принципиально расширяется класс управ-

ляющих воздействий, прежде всего за счет возможности включения в их число пространственно-временных управлений, описываемых функциями нескольких переменных – времени и пространственных координат [1–11].

Все вышеперечисленные достоинства применения подхода позволяют строить системы регулирования, в которых задачи решаются комплексно с учетом пространственно-временных управлений, происходящих в рассматриваемом объекте. Эффективность регулирования обеспечивается динамическими характеристиками и реакцией системы на внешние возмущения [12–22].

Основными результатами работы являются:

- ◆ построен пространственный годограф;
- ◆ сформулирован и продемонстрирован критерий абсолютной устойчивости импульсной системы управления.

Таким образом результаты представленные в данной статье вносят свой вклад в развитие теории систем с распределёнными параметрами.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ильюшин Ю.В., Чернышев А.Б.* Устойчивость распределенных систем с дискретными управляющими воздействиями // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 12 (113). – С. 166-171.
2. *Ильюшин Ю.В., Чернышев А.Б.* Определение шага дискретизации для расчета теплового поля трехмерного объекта управления // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – № 6 (119). – С. 192-200.
3. *Ильюшин Ю.В.* Методика расчета оптимального количества нагревательных элементов в зависимости от значений температурного поля изотропного стержня // Научно технические ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. Т. 2. – 2011. – № 6-2 (138). – С. 48-53.
4. *Ильюшин Ю.В.* Стабилизация температурного поля туннельных печей конвейерного типа // Научно технические ведомости СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2011. – № 3 (126). – С. 67-72.
5. *Чернышев А.Б.* Модифицированный критерий абсолютной устойчивости нелинейных распределенных систем управления // Известия вузов. Сев.-Кавк. регион. Технические науки. – 2009. – № 3 (151) – С. 38-41.
6. *Ilyushin Y.V., Pershin I. M., Pervukhin D.A., Afanaseva O.V.* Design of distributed systems of hydrolithosphere processes management. A synthesis of distributed systems // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Power supply of mining companies. Vol. 87.
7. *Ilyushin Y.V., Pershin I. M., Pervukhin D.A., Afanaseva O.V.* Design of distributed systems of hydrolithosphere processes management. Selection of optimal number of extracting wells // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Power supply of mining companies. Vol. 87.
8. *Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И.* Системы передачи и обработки распределенной информации // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 5 (166). – С. 198-211.
9. *Малков А.В., Першин И.М., Помеляйко И.С.* Математическая модель кисловодского месторождения углекислых минеральных вод // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 7 (168). – С. 116-125.
10. *Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И.* Аппроксимационные модели передаточных функций распределенных объектов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 7 (168). – С. 126-138.
11. *Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И.* Синтез распределенных систем управления гидrolитосферными процессами месторождений минеральных вод // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2014. – № 8 (157). – С. 123-137.
12. *Kolesnikov A., Zarembo Ya., Puchkov L., & Zarembo V.* Zinc Electrochemical Reduction on a Steel Cathode in a Weak Electromagnetic Field // Russian Journal of Physical Chemistry A. – 2007. – Vol. 8 (10). – P. 1715-1717. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/s0036024407100330>.

13. *Pershin I.* Analysis and synthesis of systems with distributed parameters. – Pyatigorsk: RIA-KMV, 2007.
14. *Pleshivtseva Y., & Rapoport E.* The Successive Parameterization Method of Control Actions in Boundary Value Optimal Control Problems for Distributed Parameter Systems // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2009. – Vol. 48 (3). – P. 351-362. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/S1064230709030034>.
15. *Rapoport E.* Alternance Properties of Optimal Solutions and Computational Algorithms in Problems of Semi-Infinite Optimization of Controlled Systems // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 1996. – Vol. 35 (4). – P. 581-591.
16. *Rapoport E.* Structural Parametric Synthesis of Automatic Control Systems with Distributed Parameters // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2006. – Vol. 45 (4). – P. 553-566. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/S1064230706040071>.
17. *Rapoport E., & Pleshivtseva Y.* Combined Optimization of Metal Hot Forming Line with Induction Pre-Heating // *IEEE 26th Convention of Electrical and Electronics Engineers, Israel, Eilat*. – 2010.
18. *Rapoport E., & Pleshivtseva Yu.* Models and Methods of Semi-Infinite Optimization Inverse Heat-Conduction Problems // *Heat Transfer Research*. – 2006. – Vol. 37 (3). – P. 221-231.
19. *Tikhonov A., & Samarsky A.* Equations of mathematical physics. – Moscow: Science, 1965.
20. *Zaremba V., & Kolesnikov A.* Background Resonant Acoustic Control of Heterophase Processes // *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. – 2006. – Vol. 40 (5). – P. 483-495. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/s0040579506050058>.
21. *Zaremba V., Kolesnikov A., & Ivanov E.* Background Electromagnetic-Acoustic Control of Structural And Plastic Properties of Metals // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. – 2006. – Vol. 70 (8). – P. 1239-1243.
22. *Zaremba V., Kiseleva O., Kolesnikov A., Burnos N., & Suvorov K.* Structuring of Inorganic Materials in Weak Rf Electromagnetic Fields // *Inorganic Materials*. – 2004. – Vol. 40 (1). – P. 86-91. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1023/B:INMA.0000012184.66606.59>.

## REFERENCES

1. *Ilyushin Yu.V., Chernyshev A.B.* Ustoychivost' raspredelennykh sistem s diskretnymi upravlyayushchimi vozdeystviyami [Stability of distributed systems with discrete control actions], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2010, No. 12 (113), pp. 166-171.
2. *Ilyushin Yu.V., Chernyshev A.B.* Opredelenie shaga diskretizatsii dlya rascheta teplovogo polya trekhmernogo ob'ekta upravleniya [Determining the discretization step for calculating the thermal field of a three-dimensional control object], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2011, No. 6 (119), pp. 192-200.
3. *Ilyushin Yu.V.* Metodika rascheta optimal'nogo kolichestva nagrevatel'nykh elementov v zavisimosti ot znacheniy temperaturnogo polya izotropnogo sterzhnya [Method of calculating the optimal number of heating elements depending on the values of the temperature field of an isotropic rod], *Nauchno tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Ser. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie* [Scientific technical statements SPbGPU. Ser. Computer science. Telecommunications. Control. Vol. 2], 2011, No. 6-2 (138), pp. 48-53.
4. *Ilyushin Yu.V.* Stabilizatsiya temperaturnogo polya tunnel'nykh pechey konveyernogo tipa [Stabilization of the temperature field of conveyor-type tunnel furnaces], *Nauchno tekhnicheskie vedomosti SPbGPU. Ser. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie* [Scientific technical statements SPbGPU. Ser. Computer science. Telecommunications. Control], 2011, No. 3 (126), pp. 67-72.
5. *Chernyshev A.B.* Modifitsirovannyy kriteriy absolyutnoy ustoychivosti nelineynykh raspredelennykh sistem upravleniya [Modified criterion of absolute stability of nonlinear distributed control systems], *Izvestiya vuzov. Sev.-Kavk. region. Tekhnicheskie nauki* [University News. North-Caucasian Region. Technical Sciences Series], 2009, No. 3 (151), pp. 38-41.
6. *Ilyushin Y.V., Pershin I. M., Pervukhin D.A., Afanaseva O.V.* Design of distributed systems of hydrolithosphere processes management. A synthesis of distributed management systems, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Power supply of mining companies*, Vol. 87.

7. Ilyushin Y.V., Pershin I. M., Pervukhin D.A., Afanaseva O.V. Design of distributed systems of hydrolithosphere processes management. Selection of optimal number of extracting wells, *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Power supply of mining companies*, Vol. 87.
8. Pershin I.M., Veselov G.E., Pershin M.I. Sistemy peredachi i obrabotki raspredelennoy informatsii [Systems for the transmission and processing of distributed information], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, No. 5 (166), pp. 198-211.
9. Malkov A.V., Pershin I.M., Pomelyayko I.S. Matematicheskaya model' kislovodskogo mestorozhdeniya uglekislykh mineral'nykh vod [Mathematical model of the Kislovodsk carbonate mineral water field], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, No. 7 (168), pp. 116-125.
10. Pershin I.M., Veselov G.E., Pershin M.I. Approksimatsionnye modeli peredatochnykh funktsiy raspredelennykh ob'ektov [Approximation models of transfer functions of distributed objects], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, No. 7 (168), pp. 126-138.
11. Pershin I.M., Veselov G.E., Pershin M.I. Sintez raspredelennykh sistem upravleniya gidrolitosfernymi protsessami mestorozhdeniy mineral'nykh vod [Synthesis of distributed control systems for hydrolithospheric processes of mineral water deposits], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2014, No. 8 (157), pp. 123-137.
12. Kolesnikov A., Zarembo Ya., Puchkov L., & Zarembo V. Zinc Electrochemical Reduction on a Steel Cathode in a Weak Electromagnetic Field, *Russian Journal of Physical Chemistry A*, 2007, Vol. 8 (10), pp. 1715-1717. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/s0036024407100330>.
13. Pershin I. Analysis and synthesis of systems with distributed parameters. Pyatigorsk: RIA-KMV, 2007.
14. Pleshivtseva Y., & Rapoport E. The Successive Parameterization Method of Control Actions in Boundary Value Optimal Control Problems for Distributed Parameter Systems, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2009, Vol. 48 (3), pp. 351-362. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/S1064230709030034>.
15. Rapoport E. Alternance Properties of Optimal Solutions and Computational Algorithms in Problems of Semi-Infinite Optimization of Controlled Systems, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 1996, Vol. 35 (4), pp. 581-591.
16. Rapoport E. Structural Parametric Synthesis of Automatic Control Systems with Distributed Parameters, *Journal of Computer and Systems Sciences International*, 2006, Vol. 45 (4), pp. 553-566. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/S1064230706040071>.
17. Rapoport E., & Pleshivtseva Y. Combined Optimization of Metal Hot Forming Line with Induction Pre-Heating, *IEEE 26th Convention of Electrical and Electronics Engineers, Israel, Eilat, 2010*.
18. Rapoport E., & Pleshivtseva Yu. Models and Methods of Semi-Infinite Optimization Inverse Heat-Conduction Problems, *Heat Transfer Research*, 2006, Vol. 37 (3), pp. 221-231.
19. Tikhonov A., & Samarsky A. Equations of mathematical physics. Moscow: Science, 1965.
20. Zarembo V., & Kolesnikov A. Background Resonant Acoustic Control of Heterophase Processes, *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2006, Vol. 40 (5), pp. 483-495. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1134/s0040579506050058>.
21. Zarembo V., Kolesnikov A., & Ivanov E. Background Electromagnetic-Acoustic Control of Structural And Plastic Properties of Metals, *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*, 2006, Vol. 70 (8), pp. 1239-1243.
22. Zarembo V., Kiseleva O., Kolesnikov A., Burnos N., & Suvorov K. Structuring of Inorganic Materials in Weak Rf Electromagnetic Fields, *Inorganic Materials*, 2004, Vol. 40 (1), pp. 86-91. Retrieved January 22, 2014, from <http://dx.doi.org/10.1023/B:INMA.0000012184.66606.59>.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.Б. Чернышев.

**Ильюшин Юрий Валерьевич** – Санкт-Петербургский горный университет; e-mail: Pyushin\_YuV@pers.spmi.ru; 199106, Санкт-Петербург, Васильевский остров, 21 линия, д. 2; тел.: 89111783523; кафедра системного анализа и управления; доцент.

**Першин Иван Митрофанович** – e-mail: Pershin\_IM@pers.spmi.ru; тел.: 89187903619; кафедра системного анализа и управления; профессор.

**Pyushin Yury Valerievich** – St. Petersburg Mining University; e-mail: Pyushin\_YuV@pers.spmi.ru; 199106, St. Petersburg, Vasilievsky Island, 21 line 2; phone: +79111783523; the department of system analysis and control; associate professor.

**Pershin Ivan Mitrofanovich** – e-mail: Pershin\_IM@pers.spmi.ru; phone: +79187903619; the department of system analysis and control; professor.

УДК 28;50

DOI 10.23683/2311-3103-2018-5-198-210

**И.М. Першин, А.В. Малков, Г.Е. Веселов, М.И. Першин****АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ДОБЫЧИ  
ГИДРОМИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ**

*Проблема рационального природопользования в области добычи гидроминерального сырья требует применения новых технологических решений, обеспечивающих экологическую безопасность эксплуатации гидроминеральной базы при возрастающих потребностях в гидроминеральном сырье. Используя принципы и методы систем с распределенными параметрами, удастся (при заданных полях депрессионной воронки отражающих желаемый технологический режим эксплуатации месторождения минеральных вод) обеспечить увеличение дебита. Желаемый технологический режим обеспечивается системой управления параметрами гидролитосферного процесса. Входным воздействием на объект управления (гидролитосферный процесс) служат дебиты добывающих скважин. Функцией выхода – понижение уровня в зонах расположения скважины. Проблема выбора исполнительного устройства (определение числа добывающих скважин и их расположения) является одной из центральных при решении задачи проектирования распределенных систем управления гидролитосферными процессами. Добывающие скважины оказывают существенное воздействие на понижение уровня в зонах их расположения. Математически описать это воздействие можно с использованием соотношения Дзейкоба, использующего значения гидравлических параметров водоносных горизонтов. Определение этих параметров – сложная и дорогостоящая задача. В статье рассматривается технология проектирования системы управления одной добывающей скважиной и переход к распределенным системам управления гидролитосферными процессами. Приводится структура и методика вычисления параметров аппроксимирующего звена описывающего изменение уровня по пространственной координате. Для определения параметров рассматриваемого звена проводятся либо экспериментальные исследования, либо численное моделирование объекта управления. Используя аппроксимирующее звено, в статье рассматривается решение задачи выбора числа добывающих скважин исходя из обеспечения максимального дохода за выбранный срок эксплуатации месторождения. При этом было задано одинаковым понижение уровня в зонах расположения добывающих скважин, обеспечивающее заданный технологический режим эксплуатации месторождения, а так же геометрические границы расположения скважин. Безусловно, выбор числа добывающих скважин может осуществляться исходя и из других критериев. Проектирование распределенных систем управления совокупностью добывающих скважин рассмотрено в литературе по синтезу систем с распределенными параметрами.*

*Гидролитосферные процессы; добывающие скважины; оптимизация; депрессионная воронка.*