

22. *Khovanskov S.A., Khovanskova V.S., Litvinenko V.A.* Otsenka sokrashcheniya vremeni postroeniya svyazyvayushchikh derev'ev tsepey s pomoshch'yu raspredelennoy vychislitel'noy sistemy [Estimation of reduction of time of construction of connecting trees of chains by means of the distributed computing system,] *Informatika, vychislitel'naya tekhnika i inzhenerное образование* [Computer science, computer engineering and engineering education], 2016, No. 4 (28), pp. 34-42.
23. *Shumigin V.K., Lobashev D.G., Bembeev D.A., Khovanskov S.A.* Kompleksnyy podkhod dlya obespecheniya informatsionnoy bezopasnosti v korporativnoy organizatsii [An integrated approach to information security in a corporate organization], *Teoriya i praktika sovremennoy nauki* [Theory and practice of modern science], 2016, No. 6-2 (12), pp. 427-430.
24. *Khovanskova V.S., Khovanskov S.A.* Bezopasnost' mul'tiagentnykh sistem [Safety of multi-agent systems], *Voprosy nauki* [Questions of science], 2015, Vol. 2, pp. 83-87.
25. *Khovanskova V.S., Khovanskov S.A.* Povyshenie stepeni zashchity raspredelennykh vychisleniy [increasing the degree of protection of distributed computing], *Sovremennoe sostoyanie estestvennykh i tekhnicheskikh nauk* [Current state of natural and technical Sciences], 2015, No. XVIII, pp. 96-99.
26. *Khovanskova V.S., Khovanskov S.A.* Metody zashchity raspredelennykh vychisleniy [Methods of protection of distributed computing], *Modernizatsiya sovremennoy obshchestva: problemy, puti razvitiya i perspektivy* [Modernization of modern society: problems, ways of development and prospects], 2015, No. 6, pp. 104-107.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Ю.О. Чернышев.

Ховансков Сергей Андреевич – Южный федеральный университет; e-mail: sah59@mail.ru; 347928, г. Таганрог, ул. Чехова, 2; тел.: 88634676616; кафедра информационной безопасности телекоммуникационных систем; доцент.

Хованскова Вера Сергеевна – e-mail: bepok2010@gmail.com; кафедра информационной безопасности телекоммуникационных систем; аспирантка.

Литвиненко Василий Афанасьевич – e-mail: litv_va@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371651; кафедра систем автоматизированного проектирования; доцент.

Khovanskov Sergey Andreevich – Southern Federal University; e-mail: sah59@mail.ru; 2, Chekhov street, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634676616; the department of information security of telecommunication systems; associate professor.

Khovanskova Vera Sergeevna – e-mail: bepok2010@gmail.com; the department of information security of telecommunication systems; postgraduate student.

Litvinenko Vasily Avanasjevich – e-mail: litv_va@mail.ru; 44, Nekrasovskiy lane, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371651; the department of computer aided design; associate professor.

УДК 004.023

DOI 10.23683/2311-3103-2018-4-210-223

А.С. Аргюхова

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ОПТИМАЛЬНОСТИ (ЭФФЕКТИВНОСТИ) ТЕСТ-КЕЙСА ОТ РАЗЛИЧНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ*

В настоящее время процесс испытания программного продукта является трудоемким, и затратным процессом в материальном плане и по времени, отводимом на этот этап разработки. Сложность программ неуклонно растет, что усложняет процесс их верификации. Разработка методов позволяющих оптимизировать этот этап является актуальной задачей. Возможным решением этой задачи является создание метода оптимизации процесса верифика-

* Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (проекты: № 16-07-00336, № 16-07-00335) в Южном федеральном университете.

ции, основанного на применении наиболее оптимальных и эффективных, тестов при проведении верификации программного продукта. В этой связи важной задачей является исследование зависимости оптимальности (эффективности) тест-кейса от различных показателей, решение которой позволит сэкономить ресурсы и время при разработке программного обеспечения. Данная работа посвящена выявлению и исследованию зависимости оптимальности тестов от влияния различных показателей. В статье будут рассматриваться такие признаки как: $x^{(1)}$ – среднее время выполнения тест-кейса, $x^{(2)}$ – количество прогонов теста, $x^{(3)}$ – критичность тест-кейса, $x^{(4)}$ – сложность тест-кейса, $x^{(5)}$ – количество ранее найденных дефектов, связанных с тест-кейсом. Учет и разбор зависимостей между вышеперечисленными параметрами теста и его влиянием на процесс обнаружения дефектов в разрабатываемой программной системе позволит получить дополнительную информацию для оптимизации процесса верификации. Для решения поставленных задач было проведено исследование зависимостей с использованием корреляционно-регрессионного и дисперсионного анализа. В работе показаны математические выражения искомым зависимостей. Приведены результаты моделирования влияния данных показателей на оптимальность тестов из тестовой выборки. Описан характер искомым математических выражений. Полученные в ходе исследования зависимости оптимальности тест-кейса от его параметров позволят в последствии осуществить переход от верификации конкретной программной системы к целым классам продуктов и систем, то есть унификации и формализации процесса верификации.

Верификация; оптимизация; программные системы; корреляционный анализ.

A.S. Artyukhova

INVESTIGATION OF DEPENDENCE OF THE TEST CASE OPTIMALITY (EFFECTIVENESS) ON VARIOUS INDICATORS

Currently, the process of software testing is a time-consuming and costly in terms of resources and time allocated for this development phase. Programs complexity is strongly growing up, so the process of their verification will complicate. The development of the methods that allow optimizing that stage is an actual task. A possible solution to the problem is the creation of an optimizing method of the verification process, based on the applying the most optimal and effective tests for software verification. In this regard, an important task is to investigate the dependence of the test case optimality (effectiveness) on various indicators, thus, the solution of the problem will save resources and time in the development of software. The paper is devoted to finding and investigating the dependence of the test optimality on the influence of various indicators. The article considers such signs as: $x^{(1)}$ – test-case average execution time, $x^{(2)}$ – a number of runs of the test, $x^{(3)}$ – test case severity, $x^{(4)}$ – test case complexity, $x^{(5)}$ – a number of related bugs that is the number of previously detected defects associated with the test-case. Accounting and analysis of dependencies between the described above parameters of the test and influence of test on the defect detection process in the developing software system provide additional information for verification process optimization. To solve the above issues the correlation-regression and variance analysis have been carried out. The paper contains the mathematical expressions of the required dependencies. The results of influence modeling of these indicators on the optimality of tests from the test set are presented. The nature of the found mathematical expressions is described. The dependencies of the test case optimality on its parameters obtained in the research allow making the transition from verification of a concrete software system to whole classes of software products and systems in future, that is unification and formalization of the verification process.

Verification; optimization; software systems; correlation analysis.

Введение. Активное развитие и усложнение программных систем и комплексов влечет за собой и усложнение процесса их верификации. Существует множество различных методов верификации программного обеспечения. Методы верификации программного обеспечения (ПО) предназначены для подтверждения фактов соответствия свойств ПО заявленным требованиям. Такие методы разнообразны и разнородны, как по своему назначению, так и по способам достижения конечного результата.

На современном этапе для эффективного проведения процесса верификации необходимо применять комбинации различных методов верификации, что приводит к определенным трудностям. По этой причине актуально исследование и создание оптимальных методов для накопления, анализа и формализации опыта, накопленного в области интеграции различных методов верификации. В настоящий момент не существует такого достаточно эффективного метода, поэтому исследование и оптимизация методов верификации программных продуктов является актуальной задачей.

Во многих научных исследованиях в качестве возможного решения данной задачи предлагается использовать так называемые эффективные тесты в процессе верификации. Эффективный тест, должен быть: независим (от других тестов в наборе), четко сформулирован, лаконичен и не избыточен. Все выше сказанное подводит нас к выбору признаков для исследования зависимости эффективности тест-кейса. Лаконичность и точность формулировок теста связаны с его временем выполнения и сложностью ($x^{(1)}$ и $x^{(4)}$). Независимость и не избыточность теста связаны с его критичностью и числом прогонов ($x^{(2)}$ и $x^{(3)}$). Нескольким особняком стоит $x^{(5)}$ – количество ранее найденных дефектов, связанных данным тест-кейсом (number of related bugs), этот показатель характеризует скорее то, насколько подвержена ошибкам область, которую проверяет (покрывает) определенный тест.

Актуальным является вопрос выбора параметра теста, характеризующего его оптимальность (эффективность) в процессе верификации программной системы. В работе предлагается исследовать такие параметры как $x^{(1)}$ – среднее время выполнения тест-кейса (average execution time), $x^{(2)}$ – количество прогонов теста (number of runs), $x^{(3)}$ – критичность тест-кейса (severity), $x^{(4)}$ – сложность тест-кейса (complexity), $x^{(5)}$ – количество ранее найденных дефектов, связанных данным тест-кейсом (number of related bugs).

Постановка задачи. В данной работе необходимо исследовать гипотезу об оптимальности (эффективности) некоторого тест-кейса (теста) от различных показателей, и постараться выявить связи этих показателей и закономерности. В данном случае с понятием "эффективность" сопряжено и близкое к нему по содержанию понятие "оптимальность". Последнее трактуется как наилучшее из возможных вариантов, с точки зрения удовлетворения нескольким критериям, взятым поочередно или вместе. Исследование будет проводиться на основе экспериментальных данных. Наиболее распространенным способом обработки экспериментальных данных является метод регрессионного анализа.

Таким образом, в работе изучается линейная (в среднем) зависимость резуль- тативного признака Y – ожидаемой оптимальности (эффективности) тест-кейса от пяти факторных признаков – регрессоров $x^{(1)}$ – среднее время выполнения тест-кейса (average execution time), $x^{(2)}$ – количество прогонов теста (number of runs), $x^{(3)}$ – критичность тест-кейса (severity), $x^{(4)}$ – сложность тест-кейса (complexity), $x^{(5)}$ – количество ранее найденных дефектов, связанных данным тест-кейсом (number of related bugs). Представлено в табл. 1.

В данном случае под критичностью тест-кейса понимается его принадлежность к одной из четырех заранее определенных категорий: критичный, значительный, средний и малозначительный. Стоит заметить однако, что граница определения критичности не совсем четкая, хотя и существуют формальные признаки критичности. Сложность тест-кейса, в данном случае оценивается по 100 бальной шкале, хотя существуют и другие шкалы для оценки сложности.

1. Модель множественного линейного регрессионного анализа признака Y записывается следующим образом:

$$Y_i = a_0 + a_1 x_i^{(1)} + a_2 x_i^{(2)} + a_3 x_i^{(3)} + a_4 x_i^{(4)} + a_5 x_i^{(5)} + \varepsilon_i; i = 1, 2, \dots, 52,$$

где случайные величины ε_i (случайные эффекты влияния на результативный признак неконтролируемых факторов) независимы и имеют одинаковое нормальное распределение $\varepsilon_i = N(0; \sigma_{ELR})$, или, иначе, наблюдения Y_i независимы и имеют нормальное распределение

$$Y_i = N(\mathbf{M}Y_i = a_0 + a_1 x_i^{(1)} + a_2 x_i^{(2)} + a_3 x_i^{(3)} + a_4 x_i^{(4)} + a_5 x_i^{(5)}; \sigma_{Y_i} = \sigma_{ELR}).$$

Функция

$$Y_x = \mathbf{M}(Y/x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, x^{(4)}, x^{(5)}) = a_0 + a_1 x^{(1)} + a_2 x^{(2)} + a_3 x^{(3)} + a_4 x^{(4)} + a_5 x^{(5)}; \sigma_{Y_i} = \sigma_{ELR}.$$

называется линейной функцией множественной регрессии.

2. Определим коэффициент корреляции между показателями, предположительно влияющими на эффективность теста. Полученные числа, указывающие соответствующие значения коэффициентов корреляции ($r_{\text{расчет } i}$) представлены в табл. 2. Некоторые из полученных в табл. 2 коэффициентов корреляции, имеют знак минус, что говорит об обратном соотношении указанных параметров.

Таблица 1

№ п / п	Y	x ⁽¹⁾	x ⁽²⁾	x ⁽³⁾	x ⁽⁴⁾	x ⁽⁵⁾
1	74	1,9	369	3	100	2
2	66	3,83	127	2	50	3
3	73	1,5	165	2	99	1
4	69	3,2	384	1	87	3
5	68	2,8	182	2	95	2
6	75	1,58	211	4	99	1
7	53	4,7	353	3	35	4
8	73	2,03	168	4	99	2
9	66	1,88	245	4	99	1
10	74	2	179	1	99	1
11	73	1,7	251	2	99	1
12	70	4,5	160	3	68	3
13	57	2,7	230	4	81	2
14	69	1,94	288	1	99	1
15	47	6,94	220	3	18	5
16	71	1,5	166	1	85	1
17	74	1,83	129	2	99	1
18	64	1,83	293	1	99	1
19	63	3,33	163	4	88	3
20	66	6,67	172	4	62	4
21	43	5,94	205	1	53	4
22	67	2,4	157	3	99	2
23	73	1,47	259	1	99	1
24	73	1,88	336	4	88	2
25	65	4,9	281	4	73	4

Окончание табл. 1

26	73	2,06	252	2	97	2
27	75	1,4	248	1	77	1
28	65	2,1	193	4	93	2
29	60	3,77	257	4	48	3
30	69	3,21	355	1	81	3
31	44	6,68	334	1	73	5
32	65	1,82	198	2	97	1
33	58	4,48	247	4	52	3
34	63	3,35	264	4	90	3
35	73	1,99	316	3	98	1
36	72	1,8	316	4	100	1
37	74	1,4	282	2	95	1
38	74	1,8	305	1	99	1
39	74	1,3	238	3	97	1
40	71	2,5	144	3	93	2
41	76	1,55	266	4	99	1
42	66	3,51	329	1	78	3
43	68	1,65	143	3	96	2
44	74	1,9	216	2	94	2
45	74	1,8	375	4	97	1
46	75	1,6	338	3	99	1
47	67	1,84	229	4	78	2
48	75	2,1	361	1	99	1
49	69	2,47	135	3	87	2
50	51	6,81	134	4	24	5
51	76	3,1	271	2	93	3
52	62	4,37	173	1	76	3

Таблица 2

Фактор влияния	Коэффициент корреляции
$x^{(1)}$	-0,808381893
$x^{(2)}$	0,09767698
$x^{(3)}$	-0,061368937
$x^{(4)}$	0,754271463
$x^{(5)}$	-0,775608401

3. Рассчитана матрица оценок коэффициентов парной корреляции [ввиду симметричности этой матрицы (\hat{r}_{ij}) в результатах работы приводится только часть матрицы – не выше главной диагонали]. Результаты представлены в табл. 3.

Таблица 3

	<i>Y</i>	$x^{(1)}$	$x^{(2)}$	$x^{(3)}$	$x^{(4)}$	$x^{(5)}$
<i>Y</i>	1					
$x^{(1)}$	-	1				
$x^{(2)}$	0,09767698	-	1			
$x^{(3)}$	-	0,08390344	-	1		
$x^{(4)}$	0,75427146	-	0,13766109	-	1	
$x^{(5)}$	-	0,94045891	-	0,13228124	-	1

Дадим статистическую оценку выполненных расчетов, т.е. проверим на адекватность рассматриваемые события. Для этого сопоставим рассчитанные значения коэффициентов с табличным показателем $r_{крит}$, находим, что для уровня значимости (т.е. вероятности допустимой ошибки в прогнозе) $\alpha = 0,05$ и заданного числа измерений n табличное значение $r_{крит} = 0,7$. Жирным шрифтом выделены коэффициенты корреляции, оценки которых по модулю превосходят 0,7.

В случаях когда выполняется соотношение $|r_{расч}| \geq r_{крит}$, можно с уверенностью 95 % полагать, что между рассматриваемыми числовыми совокупностями существует корреляционная связь. Вместе с тем обсуждаемые причины можно ранжировать по степени влияния.

На основе анализа матрицы оценок коэффициентов парной корреляции делаем вывод: наиболее сильна линейная связь результативного признака *Y* с факторным признаками $X^{(1)}$, $X^{(4)}$ и $X^{(5)}$, поскольку модули оценок соответствующих коэффициентов парной корреляции достаточно велики:

$$|\hat{r}(Y;X^{(1)})| = 0,803, |\hat{r}(Y;X^{(4)})| = 0,754 \text{ и } |\hat{r}(Y;X^{(5)})| = 0,776.$$

Линейная связь *Y* с $X^{(2)}$ и с $X^{(3)}$ выражена слабее.

Достаточно сильна линейная связь между каждой парой регрессоров $X^{(1)}$, $X^{(4)}$ и $X^{(5)}$: $|r(X^{(1)};X^{(4)})| = 0,833$, $|r(X^{(1)};X^{(5)})| = 0,940$, $|r(X^{(4)};X^{(5)})| = 0,808$ — это может свидетельствовать о коллинеарности регрессоров $X^{(1)}$ и $X^{(4)}$, $X^{(1)}$ и $X^{(5)}$, $X^{(4)}$ и $X^{(5)}$. Малые абсолютные значения оценок коэффициентов корреляции между остальными регрессорами говорят об относительно слабой линейной связи между ними.

Рассчитаем оценки $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4, \hat{a}_5$ и SEL_R параметров модели линейной регрессии. Результаты представлены в табл. 4. Получаем оценки $a_0 = 66,65$, $\hat{a}_1 = -2,6$, $\hat{a}_2 = 0,000726$, $\hat{a}_3 = 0,22$, $\hat{a}_4 = 0,104$, $\hat{a}_5 = -0,634$ параметров $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$. Таким образом, оценка линейной функции регрессии такова:

$$\hat{y}_x = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x^{(1)} + \hat{a}_2 x^{(2)} + \hat{a}_3 x^{(3)} + \hat{a}_4 x^{(4)} + \hat{a}_5 x^{(5)} = \\ = 61,97 - 3,37 x^{(1)} + 0,000384 x^{(2)} + 0,23 x^{(3)} + 0,085 x^{(4)} + 0,207 x^{(5)}.$$

Таблица 4

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%
<i>Y</i> -пересечение	66,6519305	7,756557743	8,59297806	4,0136E-11	51,0387896	82,2651
$x^{(1)}$	-2,61508964	1,402680306	-1,8643519	0,0686607	-5,4385387	0,20836
$x^{(2)}$	0,00072675	0,009414174	0,07719693	0,9388017	-0,0182230	0,01968
$x^{(3)}$	0,22249431	0,585954669	0,3797125	0,7059063	-0,9569713	1,40196
$x^{(4)}$	0,10486838	0,061445167	1,70669853	0,0946213	-0,0188143	0,22855
$x^{(5)}$	-0,63429908	1,717753427	-0,3692608	0,7136277	-4,0919574	2,82336

В табл. 5 «Вывод остатка», содержится *предсказанное* Y – это \hat{y}_i , рассчитанные по построенному уравнению регрессии, и остатки – это разности $(y_i - \hat{y}_i)$. Зная эти остатки, рассчитаем среднюю относительную ошибку аппроксимации (в процентах):

$$\delta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i}$$

В условиях примера $\delta \approx 0,054 = 5,4\%$.

В табл. 6 «Регрессионная статистика» приведены:

а) оценка коэффициента множественной линейной детерминации

$$\hat{R}^2 = (Y/x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)}) = 0,68$$

Таблица 5

<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное</i>	<i>Остатки</i>
1	71,83715157	2,162848429
2	60,513944	5,486056004
3	73,04186777	-0,041867766
4	66,00585963	2,994140371
5	68,60083332	-0,600833317
6	73,3110795	1,688920498
7	56,41823006	-3,418230055
8	71,46874003	1,531259969
9	72,55126195	-6,551261952
10	71,52200307	2,477996931
11	72,58134994	0,41865006
12	60,89594161	9,104058392
13	67,87405742	-10,87405742
14	71,75812369	-2,758123694
15	48,04671065	-1,046710649
16	71,35194294	-0,35194294
17	72,15272535	1,84727465
18	72,04941728	-8,049417282
19	66,27763855	-3,277638553
20	54,188903	11,811097
21	54,51060273	-11,51060273
22	70,27066835	-3,270668353
23	72,96614021	0,033859789
24	70,82954457	2,170455433
25	60,05037905	4,94962095
26	70,79660858	2,203391419
27	70,83409802	4,165901981
28	70,67464214	-5,674642135
29	61,00057814	-1,000578143
30	65,32942286	3,670577138

Окончание табл. 5

31	54,13225498	-10,13225498
32	72,01928493	-7,019284926
33	59,55607055	-1,556070546
34	66,50847479	-3,508474795
35	71,98783833	1,012161673
36	72,91693642	-0,916936422
37	72,96893244	1,031067564
38	72,13659092	1,863409084
39	73,63069567	0,369304334
40	69,37050144	1,629498556
41	73,42950319	2,570496813
42	64,21139546	1,788604538
43	71,90720602	-3,907206023
44	70,87425496	3,125745037
45	72,64520927	1,354790728
46	73,12858006	1,871419937
47	69,80770264	-2,807702639
48	71,39276176	3,607238236
49	68,81320317	0,18679683
50	49,17587677	1,824123235
51	67,03695093	8,96304907
52	61,63930934	0,360690663

(R-квадрат) — судя по наблюдениям, 68 % вариации оптимальности тест-кейса обусловлено влиянием на нее рассматриваемыми параметрами;

б) оценка коэффициента множественной линейной корреляции

$$\hat{R} = (Y/x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)})=0,82.$$

(Множественный R) – такова, судя по наблюдениям, степень линейной зависимости Y от X⁽¹⁾, X⁽²⁾, ..., X^(m);

в) оценка нормированного коэффициента линейной детерминации

$$\tilde{R} = (Y/x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)})=0,64.$$

(Нормированный R-квадрат) – в отличие от коэффициента \hat{R}^2 , который при включении в имеющуюся линейную регрессионную модель дополнительного регрессора всегда увеличивается, нормированный коэффициент детерминации \tilde{R}^2 может и увеличиваться, и уменьшаться; чем больше \tilde{R}^2 , тем более адекватно уравнение регрессии;

г) стандартная ошибка регрессии $s_{ELR} = 4,89$ (стандартная ошибка).

Таблица 6

Множественный R	0,822530342
R-квадрат	0,676556164
Нормированный R-квадрат	0,641399226
Стандартная ошибка	4,891592505
Наблюдения	52

4. Рассмотрим табл. 7 «Дисперсионный анализ».

В столбце «df» приводятся количества степеней свободы $m = 5$, $n - m = 46$, $n - 1 = 51$ соответственно случайных величин

Таблица 7

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	5	2302,307616	460,4615233	19,24388726	2,73596E-10
Остаток	46	1100,673153	23,92767724		
Итого	51	3402,980769			

$$SS_{\text{регр}} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad SS_{\text{ост}} = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - Y_i)^2 \quad SS_{\text{итог}} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2,$$

значения которых, равные соответственно 2302,31; 1100,67 и 3402,98, приводятся в столбце «SS»; а в столбце «MS» приведены значения величин

$$MS_{\text{регр}} = SS_{\text{регр}} / m, \quad MS_{\text{ост}} = SS_{\text{ост}} / (n - m - 1),$$

равные соответственно 460,46 и 23,93.

Нетрудно убедиться в том, что

$$SS_{\text{регр}} = n \hat{\sigma}_Y^2 \hat{R}^2, \quad \text{а } SS_{\text{ост}} = n \hat{\sigma}_Y^2 (1 - \hat{R}^2).$$

Проверка гипотезы $H_0: a_1 = a_2 = \dots = a_m = 0$ производится на основе анализа статистики

$$F_{m;n-m-1} = \frac{MS_{\text{регр}}}{MS_{\text{ост}}} = \frac{SS_{\text{регр}}/m}{SS_{\text{ост}}/(n-m-1)} = \frac{\hat{R}^2/m}{(1-\hat{R}^2)/(n-m-1)}$$

имеющей (в предположении справедливости H_0) распределение Фишера–Снедекора с m и $(n - m - 1)$ степенями свободы. В данном случае наблюдаемое значение статистики $F_{5;46}$ равно 19,24, что больше критической точки $f_{0,05;5;46} = 2,4$, поэтому гипотеза H_0 отвергается на 5 %-ном уровне значимости.

Гипотезу H_0 можно проверить и так: если *значимость F* (рассчитанный уровень значимости гипотезы H_0) оказывается больше принятого уровня значимости α (в данном случае $\alpha = 0,05$), то гипотезу H_0 принимают (и говорят, что уравнение регрессии статистически незначимо, не адекватно), а если *значимость F* оказывается меньше α , гипотезу H_0 отвергают (уравнение значимо, адекватно). Для данной модели значимость F равна $2,74 \times 10^{-10}$ – уравнение значимо.

Наблюдаемое значение статистики $F_{\alpha;m;n-m-1}$ и рассчитанный уровень значимости гипотезы H_0 приводятся в таблице «Дисперсионный анализ» (столбцы «F» и «Значимость F»).

Проверим теперь гипотезы $H_0^{(j)}: a_j = 0$ при альтернативах $H_1^{(j)}: a_j \neq 0, j=1, 2, 3, 4, 5$.

В выделенной таблице (в результатах работы программы «Регрессия» – табл. 4) в столбце «t-статистика» приводятся значения статистики $T_{n-m-1}^{(j)} = \hat{a}_j / s_{\hat{a}_j}$, которая при выполнении гипотезы $H_0^{(j)}$ имеет распределение Стьюдента с $(n - m - 1)$ степенью свободы. Область отклонения гипотезы $H_0^{(j)}$ (на уровне значимости α) такова: $|T_{n-m-1}^{(j)}| > t_{\alpha;n-m-1}$.

В задаче значение статистики $T_{46}^{(1)}$ равно $-1,86$, статистики $T_{46}^{(2)} = 0,077$, статистики $T_{46}^{(3)} = 0,38$, статистики $T_{46}^{(4)} = 1,71$, статистики $T_{46}^{(5)} = 0,37$. Так как критическая точка $t_{0,05;46} = 2,0$, то гипотезы $H_0^{(1)}: a_1 = 0$, $H_0^{(2)}: a_2 = 0$, $H_0^{(3)}: a_3 = 0$, $H_0^{(4)}: a_4 = 0$, $H_0^{(5)}: a_5 = 0$ не отвергаются (оценки $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4, \hat{a}_5$ параметров a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 незначимы).

В той же таблице в столбце «*P-значение*» приводятся рассчитанные уровни значимости гипотез $H_0^{(j)}$ – это вероятности $p_j = 2P\{T_{n-m-1}^{(j)} > |t^{(j)}|\}$ (гипотезу $H_0^{(j)}$ отвергают при альтернативе $H_1^{(j)}$, если $p_j < \alpha$).

Так как $p_1 = 1,403$, $p_2 = 0,009$, $p_3 = 0,586$, $p_4 = 0,061$, $p_5 = 1,718$, то гипотезы $H_0^{(1)}: a_1 = 0$, $H_0^{(2)}: a_2 = 0$, $H_0^{(3)}: a_3 = 0$, $H_0^{(4)}: a_4 = 0$, $H_0^{(5)}: a_5 = 0$ не отвергаются.

Эти же гипотезы можно проверить при помощи интервальных оценок параметров уравнения регрессии. Все в той же таблице в столбцах «*Нижние 95%*» и «*Верхние 95%*» приводятся нижние и верхние границы интервальных оценок параметров a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 .

Результаты, полученные в пункте 4 и далее в пункте 5, систематизированы в табл. 8.

5. В построенном уравнении регрессии большинство коэффициентов оказались незначимы, и такое уравнение нельзя считать приемлемым.

Исключим из уравнения регрессор $x^{(2)}$, при котором коэффициент незначим, а соответствующая этому коэффициенту абсолютная величина значения статистики $T_{(46)}^{(2)}$ равно 0,077, является наименьшей (рассчитанный уровень значимости $p_3 = 0,939$ является наибольшим).

Оценка линейной функции регрессии будет такой:

$$\hat{y}_x = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x^{(1)} + \hat{a}_3 x^{(3)} + \hat{a}_4 x^{(4)} + \hat{a}_5 x^{(5)} = 66,8 - 2,63 x^{(1)} + 0,216 x^{(3)} + 0,105 x^{(4)} - 0,618 x^{(5)}.$$

стандартная ошибка $s_{ELR} = 4,84$, средняя относительная ошибка аппроксимации $\delta \approx 5,4\%$, оценка коэффициента множественной линейной корреляции равна 0,82, оценка коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,68, оценка нормированного коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,65.

Гипотеза H_0 о том, что все параметры при регрессорах одновременно равны нулю, отвергается на 5%-ном уровне значимости, поскольку *значимость F* (равная $5,12 \times 10^{-11}$) меньше принятого уровня значимости $\alpha = 0,05$.

Так как $p_1 = 0,0634$, $p_3 = 0,708$, $p_4 = 0,089$, $p_5 = 0,716$, то гипотезы не отвергаются.

Теперь исключим из уравнения регрессор $x^{(5)}$, при котором коэффициент незначим, а соответствующая этому коэффициенту абсолютная величина значения статистики $T_{(46)}^{(5)}$, равно 0,366, является наименьшей (рассчитанный уровень значимости $p_5 = 0,716$ является наибольшим). Оценка линейной функции регрессии будет такой:

$$\hat{y}_x = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x^{(1)} + \hat{a}_3 x^{(3)} + \hat{a}_4 x^{(4)} = 66,54 - 3,04 x^{(1)} + 0,186 x^{(3)} + 0,108 x^{(4)}.$$

стандартная ошибка $s_{ELR} = 4,8$, средняя относительная ошибка аппроксимации $\delta \approx 5,4\%$, оценка коэффициента множественной линейной корреляции равна 0,82, оценка коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,68, оценка нормированного коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,66.

Гипотеза H_0 о том, что все параметры при регрессорах одновременно равны нулю, отвергается на 5%-ном уровне значимости, поскольку *значимость F* (равная $8,6 \times 10^{-12}$) меньше принятого уровня значимости $\alpha = 0,05$.

Так как $p_1 = 0,0003$, $p_3 = 0,742$, $p_4 = 0,077$, гипотезы $H_0^{(3)}: a_3 = 0$, $H_0^{(4)}: a_4 = 0$, отвергаются, а гипотеза $H_0^{(1)}: a_1 = 0$ не отвергается.

Исключим регрессор $x^{(3)}$, при котором коэффициент незначим, оценка линейной функции регрессии будет такой:

$$\hat{y}_x = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x^{(1)} + \hat{a}_4 x^{(4)} = 67,30 - 3,061 x^{(1)} + 0,105 x^{(4)}.$$

стандартная ошибка $s_{ELR} = 4,75$, средняя относительная ошибка аппроксимации $\delta \approx 5,4\%$, оценка коэффициента множественной линейной корреляции равна 0,82, оценка коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,67, оценка нормированного коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,66.

Гипотеза H_0 о том, что все параметры при регрессорах одновременно равны нулю, отвергается на 5%-ном уровне значимости, поскольку *значимость* F (равная $1,11 \times 10^{-12}$) оказалась меньше принятого уровня значимости $\alpha = 0,05$.

Так как $p_1 = 0,0002$, $p_4 = 0,079$, гипотеза $H_0^{(1)}: a_1 = 0$ отвергается, $H_0^{(2)}: a_2 = 0$ не отвергается.

Исключим регрессор $x^{(4)}$, при котором коэффициент незначим, оценка линейной функции регрессии будет такой:

$$\hat{y}_x = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 x^{(1)} = 79,40 - 4,21 x^{(1)}.$$

стандартная ошибка $s_{ELR} = 4,86$, средняя относительная ошибка аппроксимации $\delta \approx 5,6\%$, оценка коэффициента множественной линейной корреляции равна 0,81, оценка коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,65, оценка нормированного коэффициента множественной линейной детерминации равна 0,65.

Гипотеза H_0 о том, что все параметры при регрессорах одновременно равны нулю, отвергается на 5%-ном уровне значимости, поскольку *значимость* F (равная $4,28 \times 10^{-13}$) оказалась меньше принятого уровня значимости $\alpha = 0,05$.

Так как $p_1 = 4,28 \times 10^{-13}$, то гипотеза $H_0^{(1)}: a_1 = 0$ отвергается.

Наилучшим уравнением является уравнение, полученное на четвертом шаге (см. таблицу 8), поскольку и само уравнение, и все его коэффициенты значимы. В это уравнение оказались включены факторы $X^{(1)}$ и $X^{(2)}$, линейная связь между которыми, судя по наблюдениям, невелика: $|\hat{r}(X^{(1)}; X^{(2)})| = 0,576$. Судя по этому уравнению:

а) более 70 % дисперсии оптимальности тест-кейса (Y) связано с линейным влиянием $x^{(1)}$ и $x^{(2)}$ (так как $\hat{R}^2 = 0,73$);

б) рассчитанное по уравнению число \hat{y}_i – это точечная оценка генерального среднего оптимальности тест-кейса при условии, что значения факторных признаков ($x^{(1)}$ и $x^{(2)}$) зафиксированы на каких-то уровнях, а именно $x^{(1)} = x_i^{(1)}$, $x^{(2)} = x_i^{(2)}$. Например, точечная оценка генерального среднего значения оптимальности тест-кейса при значениях регрессоров на первом объекте равна

$$\hat{y}_x = 73,68 - 3,22 \times 1,9 + 0,000349 \times 16\,848 = 73,43.$$

а реальная оптимальность теста равна $y_1 = 74$, остаток $y_1 - \hat{y}_1 = 0,57$. В тех объектах, в которых остатки $y_i - \hat{y}_i$ положительны, цена за рекламу выше среднего уровня, а в тех, где остатки отрицательны — ниже среднего уровня. Так, например, на первом объекте $y_1 - \hat{y}_1 = 0,57$, а на втором $y_1 - \hat{y}_1 = -2,25$.

в) увеличение $x^{(1)}$ на единицу [при неизменном значении $x^{(2)}$] сопровождается наибольшим изменением средней оптимальности теста (уменьшением на 3,22 условных единицы); увеличение $x^{(1)}$ на единицу сопровождается и наибольшим максимально возможным с 95%-ной вероятностью изменением результативного признака (уменьшением оптимальности на 4,18), так как 95%-ные интервальные оценки параметров a_1 и a_2 таковы: $(-4,18; -2,27)$ и $(0,000153; 0,000544)$;

г) анализ коэффициентов эластичности

$$\mathcal{E}_{Y|x^{(1)}} = \hat{a}_1 \frac{x^{(1)}}{\bar{y}} = -3,22 \times \frac{2,38}{67,48} = -0,135$$

$$\mathcal{E}_{Y|x^{(2)}} = \widehat{a}_2 \frac{\overline{x^{(2)}}}{\bar{y}} = 0,000349 \times \frac{8421,9}{67,48} = 0,044$$

показывает, что увеличение $x^{(1)}$ на 1 % (при неизменном значении $x^{(2)}$) сопровождается наибольшим процентным изменением средней оптимальности тест-кейса – ее уменьшением на 0,135 %; увеличение $x^{(1)}$ на 1 % сопровождается и наибольшим максимально возможным с 95 %-ной вероятностью процентному изменением оптимальности – ее уменьшением на $\left| -4,18 \frac{2,83}{67,48} \right| = 0,175$.

Таблица 8

Шаг	Уравнение, интервальные оценки коэффициентов, наблюдаемые значения статистики T, P-значения	\widehat{R}^2	\bar{R}^2	S_{ELR}	δ	F	$f_{0,05;m;n-m-1}$
1	$\hat{y}_x = 61,97 - 3,5 x^{(1)} + 0,00038 x^{(2)}$ (47,21;76,73) (-7,13;0,13) (0,000127;0,000641) (t _{0,05;49} =2,013) -1,94 3,0 0,058 0,004 $+0,23 x^{(3)} + 0,085 x^{(4)} + 0,207 x^{(5)}$ (-0,806;1,264) (-0,026;0,196) (-0,412;0,825) 0,45 1,55 0,67 0,658 0,128 0,504	0,74	0,71	4,38	4,6%	26,31	2,417
2	$\hat{y}_x = 62,93 - 3,52 x^{(1)} + 0,000383 x^{(2)} + 0,082 x^{(4)}$ (48,95;76,91) (-7,11;0,073) (0,000128;0,000638) (-0,027;0,191) (t _{0,05;49} =2,011) -1,97 3,02 1,51 0,055 0,004 0,136 $+0,206 x^{(5)}$ (-0,407;0,818) 0,676 0,502	0,74	0,72	4,34	4,6%	33,41	2,570
3	$\hat{y}_x = 64,88 - 2,41 x^{(1)} + 0,000328 x^{(2)} + 0,079 x^{(4)}$ (52,24;77,52) (-3,86;0,96) (0,000133;0,000524) (-0,029;0,187) (t _{0,05;49} =2,011) -3,35 3,38 1,48 0,002 0,001 0,146	0,74	0,72	4,32	4,6%	44,90	2,798
4	$\hat{y}_x = 73,68 - 3,22 x^{(1)} + 0,000349 x^{(2)}$ (69,59;77,77) (-4,18; -2,27) (0,000153;0,000544) (t _{0,05;49} =2,009) -6,77 3,58 0,000000015 0,00079	0,73	0,71	4,37	4,8%	64,70	3,187

Заключение. В работе было проведено моделирование зависимости параметров тест кейса и ожидаемой оптимальности (эффективности) тест-кейса. Полученные в ходе исследования зависимости оптимальности тест-кейса от его параметров позволят в дальнейшем перейти к оптимизации процесса верификации программных продуктов в целом, что в последствии повлечет переход от верификации конкретного программного продукта к целым классам продуктов, т.е. унификации и формализации процесса верификации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кристин Л., Грегори Д.* Гибкое тестирование: практическое руководство для тестировщиков ПО и гибких команд. – М.: ООО «И Д. Вильямс», 2010. – 464 с.
2. *Дастин Э., Рэшка Д., Пол Д.* Автоматизированное тестирование программного обеспечения // Внедрение, Управление, Эксплуатация. – М.: ЛОРИ, 2003. – 588 с.
3. *Блэк Р.* Ключевые процессы тестирования. Планирование, подготовка, проведение, совершенствование. – М.: ЛОРИ, 2006. – 544 с.
4. *Калинина В.Н., Соловьев В.И.* Компьютерный практикум по прикладной статистике и основам эконометрики: учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Вега-Инфо, 2010. – 140 с.

5. *Дуброва Т.А.* Статистические методы прогнозирования в экономике: учеб. пособие. – М.: Московский государственный университет экономики, статистики и информатики, 2004. – 136 с.
6. *Шапков В.Б.* Прикладной регрессионный анализ. Многофакторная регрессия: учеб. пособие. – Оренбург: ГОУ ВПО ОГУ, 2003. – 363 с.
7. *Бурякова Н.А., Чернов А.В.* Классификация частично формализованных и формальных моделей и методов верификации программного обеспечения // Инженерный вестник дона. – 2010. – № 4.
8. *Артюхова А.С.* Проблемы автоматизации тестирования и подходы к их решению // Научное периодическое издание “CETERIS PARIBUS”. – М.: ЕФИР, 2016. – № 10. – С. 5-11. – URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=27218935>.
9. *Майерс Г., Баджетт Т., Сандлер К.* Искусство тестирования программ. – 3-е изд. – М.: Диалектика, 2012. – 272 с.
10. *Zhu H., Hall P.A.V., May J.H.R.* Software Unit Test Coverage and Adequacy // ACM Computing Surveys. – 1997. – Vol. 29 (4). – P. 366-427.
11. *Watts S.H.* Introduction to the Personal Software Process. – Addison-Wesley Professional, 1996. – 278 p.
12. *Канер С., Фолк Д., Нгуен Е.К.* Тестирование программного обеспечения. Фундаментальные концепции менеджмента бизнес-приложений. – К.: ДиаСофт, 2001. – 544 с.
13. *Artyukhova A.S.* Test coverage criteria completeness study in genetetic algorithm for test generation // Научное периодическое издание “CETERIS PARIBUS”. – М.: ЕФИР, 2016. – № 11. – С. 4-8. – URL: <http://efir-msk.ru/sbornik/CR-1-2016.pdf>.
14. *Курейчик В.М., Родзин С.И.* Компьютерный синтез программных агентов и артефактов // Программные продукты и системы. – 2004. – № 1. – С. 23-27.
15. *Курейчик В.В., Родзин С.И., Родзина Л.С.* Мобильное обучение: контекстная адаптация и сценарный подход // Открытое образование. – 2013 – № 4 (99). – С. 75-82.
16. *Артюхова А.С.* Проблемы проектирования web-интерфейса средствами генетического программирования // Научное периодическое издание “IN SITU”. – М.: ЕФИР, 2016. – № 11. – С. 17-20. – URL: <http://efir-msk.ru/sbornik/IS-11-2016.pdf>.
17. *Rodzin S., Rodzina L.* Theory of Bioinspired Search for Optimal Solutions and its Application for the Processing of Problem-Oriented Knowledge // В сб.: 8th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies, AICT 2014 - Conference Proceedings 8. 2014. – С. 7035930
18. *Кадашев Д.В., Кузнецов А.А.* Система распределенного unit-тестирования «Testing GRID» // Вестник НГУ. – 2007. – Т. 5. – Вып. 1. – С. 20-27.
19. IEEE Guide to Software Engineering Body of Knowledge, SWEBOOK, 2004.
20. *Бек К.* Экстремальное программирование: разработка через тестирование. Библиотека программиста. – СПб.: Питер, 2003. – 224 с.

REFERENCES

1. *Krispin L., Gregori D.* Gibkoe testirovanie: prakticheskoe rukovodstvo dlya testirovshchikov PO i gibkikh komand [Agile Testing. A practical guide for testers and agile teams]. Moscow: ООО «I D. Vil'yams», 2010, 464 p.
2. *Dastin E., Reshka D., Pol D.* Avtomatizirovannoe testirovanie programmnoho obespecheniya [Automated software testing], *Vnedrenie, Upravlenie, Eksploatatsiya* [Introduction, Management and Performance]. Moscow: LORI, 2003, 588 p.
3. *Blek R.* Klyuchevye protsessy testirovaniya. Planirovanie, podgotovka, provedenie, sovershenstvovanie [Critical Testing Processes: Plan, Prepare, Perform, Perfect]. Moscow: LORI, 2006, 544 p.
4. *Kalinina V.N., Solov'ev V.I.* Komp'yuternyy praktikum po prikladnoy statistike i osnovam ekonometriki: ucheb. posobie dlya studentov vuzov [Computer workshop on applied statistics and basics of econometrics: textbook for University students]. Moscow: Vega-Info, 2010, 140 p.
5. *Dubrova T.A.* Statisticheskie metody prognozirovaniya v ekonomike: ucheb. posobie [Statistical methods of forecasting in the economy: a textbook]. Moscow: Moskovskiy gosudarstvennyy universitet ekonomiki, statistiki i informatiki, 2004, 136 p.

6. *Shashkov V.B.* Prikladnoy regressionnyy analiz. Mnogofaktornaya regressiya: ucheb. posobiye [Applied regression analysis. Multivariate regression: a textbook]. Orenburg: GOU VPO OGU, 2003, 363 p.
7. *Buryakova N.A., Chernov A.V.* Klassifikaciya chastichno formalizovannykh i formal'nykh modeley i metodov verifikacii programmnoy obespecheniya [Classification of partially formalized and formal models and methods of software verification], *Inzhenernyy vestnik dona* [Engineering Bulletin of the Don], 2010, No. 4.
8. *Artyukhova A.S.* Problemy avtomatizatsii testirovaniya i podkhody k ikh resheniyu [Problems of test automation and approaches to their solution], *Nauchnoe periodicheskoe izdanie "CETERIS PARIBUS"* [Scientific periodical "CETERIS PARIBUS"]. Moscow: EFIR, 2016, No. 10, pp. 5-11. Available at: <http://elibrary.ru/item.asp?id=27218935>.
9. *Mayers G., Badzhett T., Sandler K.* Iskusstvo testirovaniya program [The art of software testing]. 3 ed. Moscow: Dialektika, 2012, 272 p.
10. *Zhu H., Hall P.A.V., May J.H.R.* Software Unit Test Coverage and Adequacy, *ACM Computing Surveys*, 1997, Vol. 29 (4), pp. 366-427.
11. *Watts S.H.* Introduction to the Personal Software Process. Addison-Wesley Professional, 1996, 278 p.
12. *Kaner S., Folk D., Nguen E.K.* Testirovanie programmnoy obespecheniya. Fundamental'nye kontseptsii menedzhmenta biznes-prilozheniy [Software testing. Fundamental concepts of business application management]. Kiev: DiaSoft, 2001, 544 p.
13. *Artyukhova A.S.* Test coverage criteria completeness study in genetic algorithm for test generation, *Nauchnoe periodicheskoe izdanie "CETERIS PARIBUS"* [Scientific periodical "CETERIS PARIBUS"]. Moscow: EFIR, 2016, No. 11, pp. 4-8. Available at: <http://efir-msk.ru/sbornik/CR-1-2016.pdf>.
14. *Kureychik V.M., Rodzin S.I.* Komp'yuternyy sintez programmnykh agentov i artefaktov [Computer synthesis of software agents and artifacts], *Programmnye produkty i sistemy* [Software products and systems], 2004, No. 1, pp. 23-27.
15. *Kureychik V.V., Rodzin S.I., Rodzina L.S.* Mobil'noe obuchenie: kontekstnaya adaptatsiya i stsennyy podhod [Mobile learning: contextual adaptation and scenario approach], *Otkrytoe obrazovanie* [Open education], 2013, No. 4 (99), pp. 75-82.
16. *Artyukhova A.S.* Problemy proektirovaniya web-interfeysa sredstvami geneticheskogo programmirovaniya [Problems of web-interface design by means of genetic programming], *Nauchnoe periodicheskoe izdanie "IN SITU"* [Scientific periodical "in SITU"]. Moscow: EFIR, 2016, No. 11, pp. 17-20. Available at: <http://efir-msk.ru/sbornik/IS-11-2016.pdf>.
17. *Rodzin S., Rodzina L.* Theory of Bioinspired Search for Optimal Solutions and its Application for the Processing of Problem-Oriented Knowledge, *8th IEEE International Conference on Application of Information and Communication Technologies, AICT 2014 - Conference Proceedings 8. 2014*, pp. 7035930.
18. *Kadashev D.V., Kuznetsov A.A.* Sistema raspredelennoy unit-testirovaniya «Testing GRID» [System of the distributed unit-testing "testing GRID"], *Vestnik NGU* [Vestnik NSU], 2007, Vol. 5, Issue 1, pp. 20-27.
19. IEEE Guide to Software Engineering Body of Knowledge, SWEBOK, 2004.
20. *Bek K.* Ekstremal'noe programmirovaniye: razrabotka cherez testirovanie. Biblioteka programmista [Extreme programming: test-driven development. Programmer's library]. Saint Petersburg: Piter, 2003, 224 p.

Статью рекомендовала к опубликованию д.т.н., профессор Л.С. Лисицына.

Артюхова Антонина Сергеевна – Южный федеральный университет; e-mail: antonina1992@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634314945; кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ; аспирант.

Artyukhova Antonina Sergeevna – Southern Federal University; e-mail: antonina1992@gmail.com; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634314945; the department of software engineering; postgraduate student.