

Раздел II. Моделирование процессов и систем

УДК 004.421

DOI 10.23683/2311-3103-2018-3-68-81

О.Ю. Воронков, Д.Г. Ковтун, С.А. Синютин

МЕТОД РАСЧЁТА ТРАЕКТОРИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА СЯОЛИНЯ

Описан метод моделирования хода рентгеновских лучей сквозь объёмное пространство вокселей на базе алгоритма Ву Сяолиня для растеризации векторных прямых со сглаживанием. Предлагаемый метод предназначен для получения трёхмерных лучевых сумм и системной матрицы в процессе проектирования медицинской установки для томосинтеза, обладающей ограниченными углами считывания проекций исследуемого объекта. Обобщённо описана конструкция рентгеновского устройства, имеющего несколько режимов работы, в том числе режим томосинтеза, приведены его технические характеристики. Пояснено преимущество излагаемого метода перед встроенными возможностями программного пакета MatLab и перед созданным ранее для того же устройства алгоритмом без сглаживания. Изложены общие принципы предлагаемого алгоритма построения хода лучей в пространстве вокселей, изображена его блок-схема. Отображены итоги вычислительного эксперимента в среде MatLab по построению хода лучей сквозь математический фантом, двумерных и трёхмерных лучевых сумм. Объяснено понятие системной матрицы, необходимой для функционирования определённого класса алгоритмов томографической реконструкции. Актуальность работы состоит в развитии томосинтеза, выступающего в роли более дешёвой, быстрой и безопасной методики в сравнении с полной томографией, для решения свойственных которому задач нет готовых программных продуктов, в связи с чем возникает необходимость в разработке специальных алгоритмов и программ, ориентированных на поставленную проблему. Научная новизна работы заключена в применении двумерного алгоритма Сяолиня из области компьютерной графики к области рентгенографии посредством расширения этого алгоритма до трёхмерного варианта с учётом всех особенностей конструкции медицинской установки.

Томография, томосинтез; лучевые суммы; системная матрица; компьютерное моделирование; ограниченные углы съёма; алгоритм Сяолиня.

O.Yu. Voronkov, D.G. Kovtun, S.A. Sinyutin

THE METHOD OF X-RAY DISTRIBUTION TRAJECTORIES CALCULATION BASED ON THE XIAOLIN'S LINE ALGORITHM

The paper describes a method for simulating the X-ray path through the voxel space based on the Xiaolin Wu algorithm for vector lines rasterizing with smoothing. The proposed method is designed to obtain three-dimensional ray sums and a system matrix in the design of a medical device for tomosynthesis having limited viewing angles of the projected object. General design of the X-ray device having several modes of operation including the mode of tomosynthesis is described, its technical characteristics are given. The advantage of the method before the built-in capabilities of the MatLab software package and before the previously created algorithm without anti-aliasing for the same device is explained. The general principles of the proposed algorithm for constructing the rays path in the space of voxels are outlined, and a block diagram is shown. The results of the computational experiment in the MatLab environment for constructing the ray path through a mathematical phantom, two-dimensional and three-dimensional ray sums are shown. The concept of the system matrix necessary for the functioning of a certain class of tomo-

graphic reconstruction algorithms is explained. The urgency of the work consists in the development of tomosynthesis as a cheaper, quicker and safer method in comparison with the full tomography, while there are no ready-made software products for the intrinsic problems solution, so it becomes necessary to develop special algorithms and programs oriented to the posed problem. The scientific novelty of the work lies in the application of the two-dimensional Xiaolin's line algorithm from the field of computer graphics to the field of radiography by expanding this algorithm to a three-dimensional version taking into account all the features of the medical device design.

Tomography; tomosynthesis; ray sums; system matrix; computer modeling; limited angles of removal; Xiaolin's line algorithm.

Введение. Компьютерная томография, необходимая для неразрушающего послонного изучения внутреннего пространства объекта, активно используется в различных областях деятельности, например, в медицине, дефектоскопии и прочих. Общие сведения об этом методе приведены в работах [1–10]. В настоящее время, помимо полноценной томографии, также развивается подход, именуемый *томосинтезом* [1, 2], преимущества которого заключаются в компактности, дешевизне оборудования, малом времени сканирования, приводящем к низкому облучению пациента [11–17]. Данная работа посвящена описанию метода получения трёхмерных лучевых сумм и системной матрицы, предназначенной для итерационных методов томографической реконструкции, в медицинской установке [1, 2], одним из назначений которой является томосинтез.

Описание установки. Описание предлагаемой установки для томосинтеза излагается в соответствии с материалами [1, 2] с некоторыми изменениями. Схема установки показана на рис. 1. На данном изображении для его упрощения не выдержаны пропорции между размерами элементов.

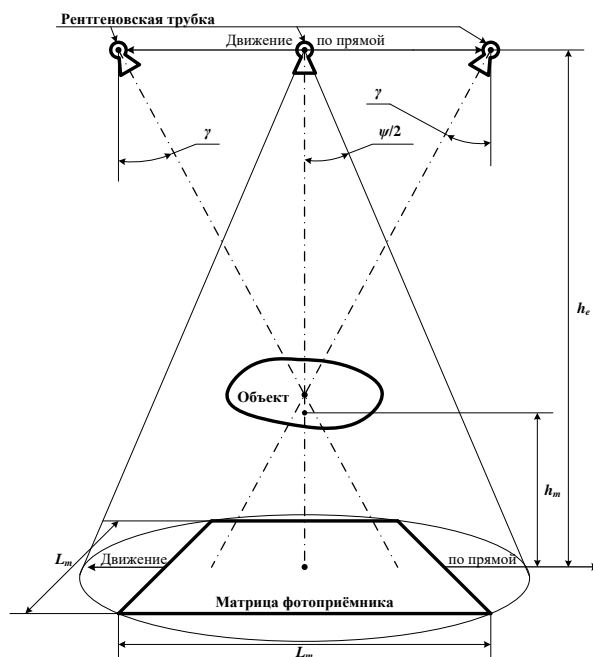


Рис. 1. Схема медицинской установки

В режиме томосинтеза установка функционирует следующим образом. Из рентгеновской трубки выходит конический пучок лучей, пронизывающих объект и попадающих на плоскость матрицы фотоприёмника. Для получения проек-

ций объекта с разных его сторон трубка движется по прямой и одновременно отклоняет пучок лучей, а фотоприёмник перемещается по прямой в противоположную сторону, в результате чего центральные лучи всегда проходят через центр объекта и попадают в центр матрицы. Угол ψ раствора конусного пучка лучей рассчитан так, чтобы фотоприёмник полностью охватывался пучком. Источник излучения считается точечным.

Характеристики установки отражены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики медицинской установки

Параметр	Обозначение	Значение
Форма матрицы фотоприёмника	–	Квадратная
Длина/ширина матрицы фотоприёмника	L_m	0,43 м
Количество сенсоров матрицы фотоприёмника в одном ряду	N_p	1024 шт.
Расстояние от линии траектории рентгеновской трубки до линии траектории матрицы фотоприёмника	h_e	1,05–1,8 м
Расстояние от нижней границы объекта до линии траектории матрицы фотоприёмника	h_m	0,08 м
Угол отклонения центра пучка лучей	γ	$\pm 30^\circ$
Размеры вокселя (длина×ширина×высота)	–	420×420×1000 мкм

Описание предлагаемого подхода. Как и в предыдущих публикациях [1, 2], процесс получения лучевых сумм и системной матрицы ведётся в среде программного пакета *MatLab* [18–22]. Как было указано ранее [1, 2], встроенные функции преобразования Радона и веерно-лучевого преобразования не соответствуют геометрическим особенностям предлагаемой медицинской установки. По этой причине авторами работ [1, 2] был предложен метод получения лучевых сумм на базе алгоритма Брезенхема [23, 24] для растеризации векторных прямых без сглаживания. Однако отсутствие сглаживания приводит к недостаточной точности получаемых результатов, так как не учитываются доли вклада рядом стоящих вокселей в общую лучевую сумму, что оказывается довольно критично на границах областей объекта, обладающих разной плотностью. Кроме того, важнейшим моментом выступает тот факт, что учёт долей вклада рядом расположенных вокселей является первостепенным залогом точности вычисляемой системной матрицы, и без сглаживания получаемая системная матрица оказывается довольно далека от реальности. Всё вышесказанное приводит к заключению о недостаточном совершенстве описанного в материалах [1, 2] подхода.

В связи с этим в настоящей работе предлагается адаптация к решению задачи томосинтеза более нового алгоритма для растеризации векторных прямых, предполагающего сглаживание и называемого алгоритмом Ву (V) Сяолия [23, 25]. Его оригинальный вариант тоже двумерный, созданный для работы на плоскости, и так же, как алгоритм Брезенхема в публикациях [1, 2], в этой работе он применяется к трёхмерному пространству вокселей, т.е. объёмных пикселей, посредством независимого его использования для плоскостей xOz и yOz . В отличие от алгоритма Брезенхема, на каждом шаге закрашивающего лишь один пиксель растра, в двумерном алгоритме Сяолия требуется рассмотрение двух соседних пикселей с перераспределением суммарной яркости между ними в зависимости от того, к како-

му из них исходная векторная прямая ближе. В трёхмерном случае для перераспределения яркости одновременно задействовано четыре вокселя. Как и в алгоритме Брезенхема, имеет место отслеживание ошибки, однако отличие в том, что превышение критического её значения, равного 1, приводит к перестроению на соседний ряд пар пикселей в двумерном варианте и на соседний ряд четвёрок вокселей в трёхмерном варианте с сопутствующим уменьшением значения ошибки на 1.

Аналогично алгоритму Брезенхема, необходимо несколько разновидностей алгоритма Сяолиня, зависящих от направления прямой (вверх и вправо или вверх и влево) и угла её наклона к вертикали (меньше или больше 45°). В данной томографической установке углы испускания лучей могут быть как положительными, так и отрицательными, а также превышать значение 45° в плоскости xOz , по причине чего требуется учёт этих условий. Рассмотрение углов более 45° имеет тем большее значение, что, в соответствии с таблицей 1, в трёхмерном пространстве вокселей последние имеют вытянутую по вертикали форму, в связи с чем необходимость в использовании варианта алгоритма Сяолиня для углов больше 45° возникает с момента, когда реальные углы испускания лучей ещё гораздо меньше этого значения.

Блок-схема алгоритма моделирования прохождения лучей сквозь пространство вокселей для получения трёхмерных лучевых сумм и/или системной матрицы (для обоих случаев процедура построения лучей одинакова) показана на рис. 2.

Моделирование. Так же, как в публикации [1], для проведения вычислительного эксперимента было написано несколько программ на языке *MatLab* в целях проверки правильности работы алгоритма, но теперь уже в полном диапазоне изменения угла γ и с учётом перемещения матрицы фотоприёмника относительно сканируемого объекта. Для моделирования использован математический фантом в виде схематичного макета головы человека, несколько срезов которого в разных плоскостях приведено в статье [1]. В ходе эксперимента были учтены соотношения между линейными размерами вокселя: как уже отмечалось ранее, он вытянут по вертикали. По этой причине потребовалось сокращение разрешения итогового фантома по оси аппликат, осуществляемое на каждом этапе моделирования после ввода разрешения исходного фантома.

Первая программа отображает на экране ход лучей по алгоритму Сяолиня сквозь фантом. В этой программе реализован усечённый вариант алгоритма с рис. 2, исключаяющий перемещение по оси ординат. Ниже представлена информация, вводимая пользователем в командном окне *MatLab*:

```
Ввод значений параметров в вокселях
Разрешение математического фантома: 128
Шаг следования рентгеновских лучей: 10
Диапазон перемещения трубки: от -225 до 225
Три смещения трубки от центра фотоприёмника
(ввод в форме матрицы-вектора): dTM = [-200 0 200]
```

Имитация прохождения рентгеновских лучей сквозь фантом по алгоритму Сяолиня, исполняемая этой программой, показана на рис. 3. Разрешение фантома и шаг следования рентгеновских лучей выбирались исходя из соображений наглядности. Поскольку *MatLab* выводит на экран изображения, состоящие из пикселей строго квадратной формы, использованный для данного моделирования срез итогового фантома оказывается, напротив, сжатым вдоль вертикальной оси. Из рис. 3 видна правильность построения лучей при разных положениях трубки относительно фотоприёмника.

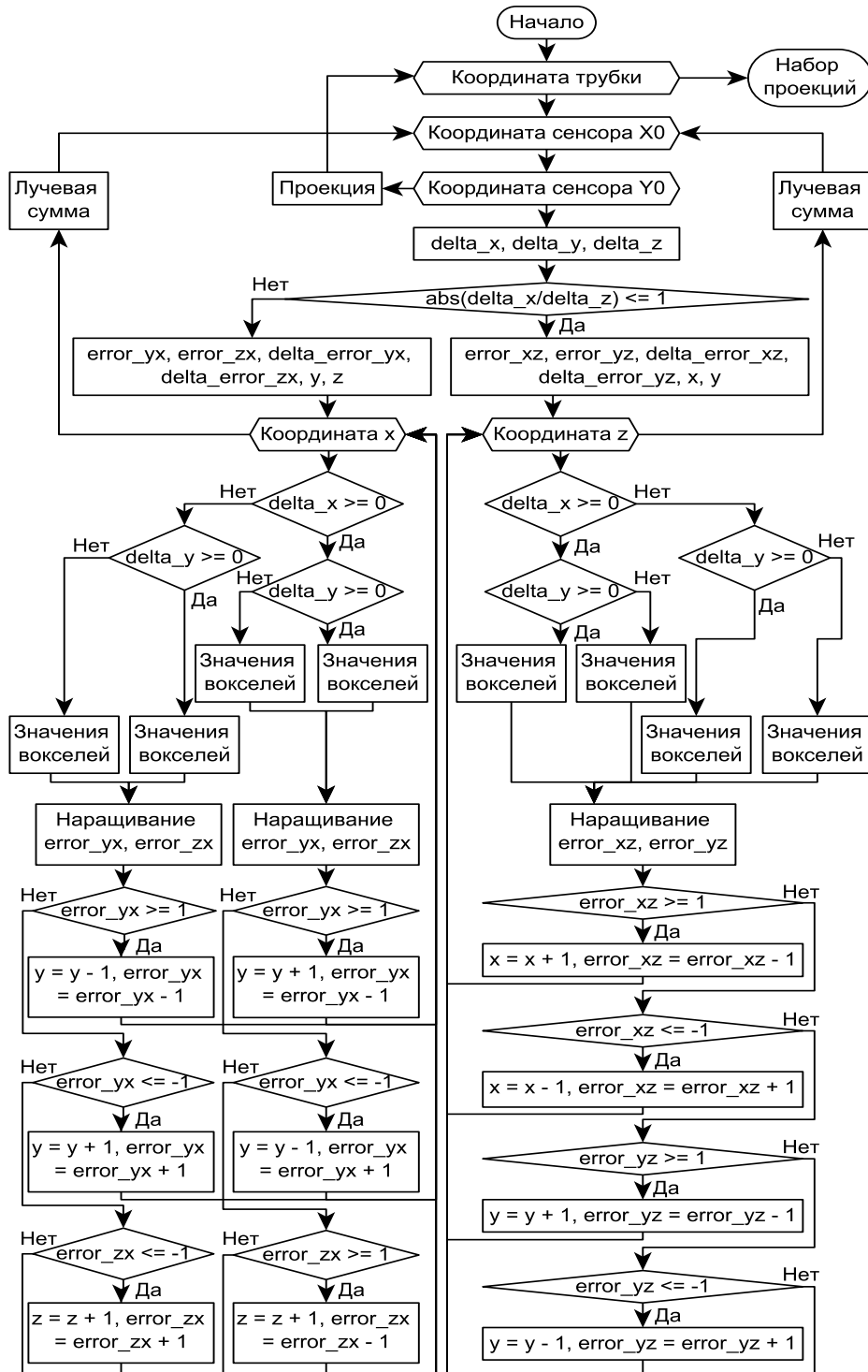


Рис. 2. Блок-схема предлагаемого алгоритма расчёта траекторий хода рентгеновских лучей

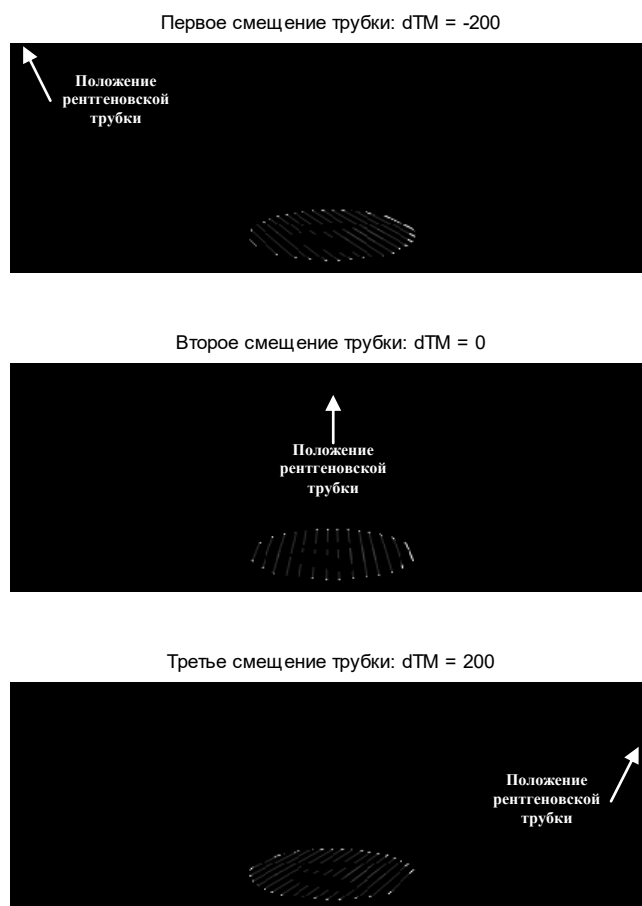


Рис. 3. Моделирование прохождения рентгеновских лучей сквозь математический фантом по алгоритму Сяолиня для трёх разных положений рентгеновской трубки относительно матрицы фотоприёмника (dTM)

Вторая программа строит двумерные лучевые суммы с использованием центрального вертикального среза итогового фантома, лежащего в плоскости xOz , как и в работе [1]. Применена также усечённая версия алгоритма с рис. 2, не предполагающая перемещения по оси ординат. Здесь основная задача состоит в визуальной оценке сходства этих результатов и получаемых встроенной функцией веерно-лучевого преобразования *MatLab*. Результаты выполнения этой программы при разрешении исходного фантома 256 вокселей по каждому измерению отображены на рис. 4.

Так же, как в материале [1], двумерные лучевые суммы на рис. 4 являются наборами одномерных (имеющих вид отрезков прямых линий) проекций, фиксируемых одним рядом сенсоров фотоприёмника при прохождении рентгеновских лучей сквозь объект по принципу, обозначенному на рис. 3. Движение по стрелке А означает перемещение вдоль одной одномерной проекции с увеличением порядковых номеров сенсоров фотоприёмника, а движение по стрелке Б – переход от одной проекции к другой с увеличением их порядковых номеров. Более светлые и более тёмные места лучевых сумм соответствуют более светлым (более плотным) и более тёмным (менее плотным) участкам фантома.

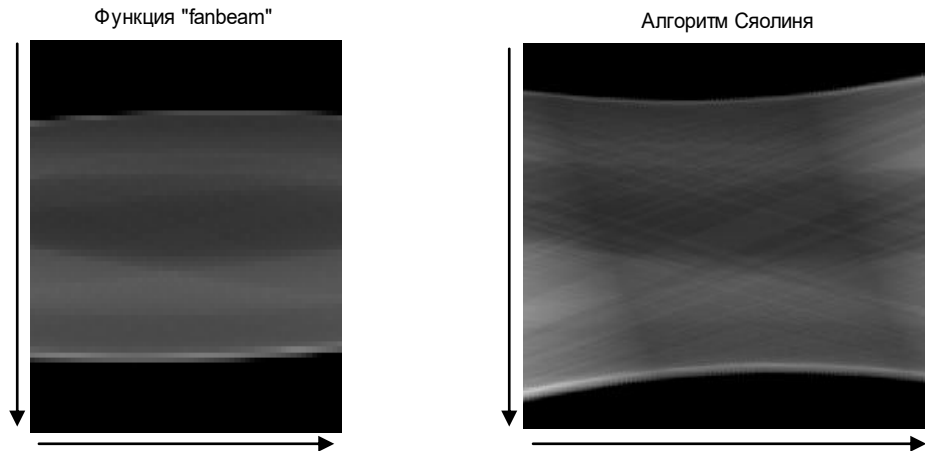


Рис. 4. Сравнение двумерных лучевых сумм, полученных встроенными возможностями программного пакета *MatLab* (функция “*fanbeam*” для веерно-лучевого преобразования) и программой на базе предлагаемого алгоритма

Результаты работы функции “*fanbeam*” на рис. 4 получены при повороте и трубки, и фотоприёмника относительно объекта, а результаты применения алгоритма Сяолия – при движении трубки и фотоприёмника по прямой соответственно ранее приведённому описанию. Кроме того, для функции “*fanbeam*” применялся исходный фантом, не сжатый по вертикали. Этим объясняются некоторые различия в пропорциях и текстурах изображений. Тем не менее, общее расположение светлых и тёмных фрагментов на обоих рисунках одинаково, и этим сходством доказывается корректность функционирования предлагаемого алгоритма.

Для третьей программы, рассчитывающей трёхмерные лучевые суммы с использованием объёмного математического фантома, требуется полная версия алгоритма построения хода лучей с рис. 2. Фрагмент листинга программы, реализующий алгоритм Сяолия для получения трёхмерных лучевых сумм и/или системной матрицы, представлен ниже.

```

delta_x = position - x0; % Отклонение луча по оси абсцисс
delta_y = N/2 - y0; % Отклонение луча по оси ординат
delta_z = z1 - z0; % Отклонение луча по оси аппликат
if abs(delta_x/delta_z) <= 1 % Модуль угла наклона луча в плоскости xOz меньше 45 градусов (опорная - ось аппликат)
    delta_error_xz = delta_x/delta_z; % Прирост ошибки по оси абсцисс
    delta_error_yz = delta_y/delta_z; % Прирост ошибки по оси ординат
    error_xz = 0; % Начальное значение ошибки по оси абсцисс
    error_yz = 0; % Начальное значение ошибки по оси ординат
    x = x0; % Начальное значение координаты x
    y = y0; % Начальное значение координаты y
    for z = z0:H(2) % Движение от фотоприёмника к трубке вдоль оси аппликат
        if delta_x >= 0 % Положительное отклонение луча по оси абсцисс
            if delta_y >= 0 % Положительное отклонение луча по оси ординат
                M_Xi(x , y , z) = (1 - error_xz) * (1 - error_yz);
                M_Xi(x + 1, y , z) = error_xz * (1 - error_yz);
                M_Xi(x , y + 1, z) = (1 - error_xz) * error_yz ;
                M_Xi(x + 1, y + 1, z) = error_xz * error_yz ;
            else % Отрицательное отклонение луча по оси ординат
                M_Xi(x , y , z) = (1 - error_xz) * (1 + error_yz);
                M_Xi(x + 1, y , z) = error_xz * (1 + error_yz);
                M_Xi(x , y - 1, z) = (1 - error_xz) * (-error_yz);
                M_Xi(x + 1, y - 1, z) = error_xz * (-error_yz);
            end
        end
    end
end

```

```

else % Отрицательное отклонение луча по оси абсцисс
  if delta_y >= 0 % Положительное отклонение луча по оси ординат
    M_Xi(x , y , z) = (1 + error_xz) * (1 - error_yz);
    M_Xi(x - 1, y , z) = (-error_xz) * (1 - error_yz);
    M_Xi(x , y + 1, z) = (1 + error_xz) * error_yz ;
    M_Xi(x - 1, y + 1, z) = (-error_xz) * error_yz ;
  else % Отрицательное отклонение луча по оси ординат
    M_Xi(x , y , z) = (1 + error_xz) * (1 + error_yz);
    M_Xi(x - 1, y , z) = (-error_xz) * (1 + error_yz);
    M_Xi(x , y - 1, z) = (1 + error_xz) * (-error_yz);
    M_Xi(x - 1, y - 1, z) = (-error_xz) * (-error_yz);
  end
end
error_xz = error_xz + delta_error_xz; % Нарращивание ошибки по оси
абсцисс
error_yz = error_yz + delta_error_yz; % Нарращивание ошибки по оси
ординат
if error_xz >= 1 % Достигнуто критическое положительное значение
ошибки по оси абсцисс
  x = x + 1; % Переход на соседний ряд вокселей
  error_xz = error_xz - 1; % Начало нового цикла наращивания
ошибки по оси абсцисс
end
if error_xz <= -1 % Достигнуто критическое отрицательное значение
ошибки по оси абсцисс
  x = x - 1; % Переход на соседний ряд вокселей
  error_xz = error_xz + 1; % Начало нового цикла наращивания
ошибки по оси абсцисс
end
if error_yz >= 1 % Достигнуто критическое положительное значение
ошибки по оси ординат
  y = y + 1; % Переход на соседний ряд вокселей
  error_yz = error_yz - 1; % Начало нового цикла наращивания
ошибки по оси ординат
end
if error_yz <= -1 % Достигнуто критическое отрицательное значение
ошибки по оси ординат
  y = y - 1; % Переход на соседний ряд вокселей
  error_yz = error_yz + 1; % Начало нового цикла наращивания
ошибки по оси ординат
end
end
else % Модуль угла наклона луча в плос-
кости xOz больше 45 градусов (опорная - ось абсцисс)
  delta_error_yx = delta_y/delta_x; % Прирост ошибки по оси ординат
  delta_error_zx = delta_z/delta_x; % Прирост ошибки по оси аппликат
  error_yx = 0; % Начальное значение ошибки по оси ординат
  error_zx = 0; % Начальное значение ошибки по оси аппликат
  y = y0; % Начальное значение координаты y
  z = z0; % Начальное значение координаты z
  for x = x0:delta_x/abs(delta_x):(H(2)/z1)*delta_x + x0 % Движение от
фотоприёмника к трубке вдоль оси абсцисс
    if delta_x >= 0 % Положительное отклонение луча по оси абсцисс
      if delta_y >= 0 % Положительное отклонение луча по оси ординат
        M_Xi(x, y , z ) = (1 - error_yx) * (1 - error_zx);
        M_Xi(x, y + 1, z ) = error_yx * (1 - error_zx);
        M_Xi(x, y , z + 1) = (1 - error_yx) * error_zx ;
        M_Xi(x, y + 1, z + 1) = error_yx * error_zx ;
      else % Отрицательное отклонение луча по оси ординат
        M_Xi(x, y , z ) = (1 + error_yx) * (1 - error_zx);
        M_Xi(x, y - 1, z ) = (-error_yx) * (1 - error_zx);
        M_Xi(x, y , z + 1) = (1 + error_yx) * error_zx ;
        M_Xi(x, y - 1, z + 1) = (-error_yx) * error_zx ;
      end
    end
  end
end

```



```

        error_yx = error_yx + delta_error_yx;      % Нарастивание ошибки
по оси ординат
        error_zx = error_zx + delta_error_zx;      % Нарастивание ошибки
по оси аппликат
        if error_yx >= 1          % Достигнуто критическое положительное
значение ошибки по оси ординат
            y = y + 1;          % Переход на соседний ряд вокселей
            error_yx = error_yx - 1;% Начало нового цикла нарастивания
ошибки по оси ординат
        end
        if error_yx <= -1        % Достигнуто критическое отрицательное
значение ошибки по оси ординат
            y = y - 1;          % Переход на соседний ряд вокселей
            error_yx = error_yx + 1;% Начало нового цикла нарастивания
ошибки по оси ординат
        end
        if error_zx >= 1          % Достигнуто критическое положительное
значение ошибки по оси аппликат
            z = z + 1;          % Переход на соседний ряд вокселей
            error_zx = error_zx - 1;% Начало нового цикла нарастивания
ошибки по оси аппликат
        end
    else          % Отрицательное отклонение луча по оси абсцисс
        if delta_y >= 0 % Положительное отклонение луча по оси ординат
            M_Xi(x, y, z) = (1 + error_yx)*(1 + error_zx);
            M_Xi(x, y + 1, z) = (-error_yx)*(1 + error_zx);
            M_Xi(x, y, z + 1) = (1 + error_yx)*(-error_zx);
            M_Xi(x, y + 1, z + 1) = (-error_yx)*(-error_zx);
        else          % Отрицательное отклонение луча по оси ординат
            M_Xi(x, y, z) = (1 - error_yx)*(1 + error_zx);
            M_Xi(x, y - 1, z) = error_yx*(1 + error_zx);
            M_Xi(x, y, z + 1) = (1 - error_yx)*(-error_zx);
            M_Xi(x, y - 1, z + 1) = error_yx*(-error_zx);
        end
        error_yx = error_yx + delta_error_yx;      % Нарастивание ошибки
по оси ординат
        error_zx = error_zx + delta_error_zx;      % Нарастивание ошибки
по оси аппликат
        if error_yx >= 1          % Достигнуто критическое положительное
значение ошибки по оси ординат
            y = y - 1;          % Переход на соседний ряд вокселей
            error_yx = error_yx - 1;% Начало нового цикла нарастивания
ошибки по оси ординат
        end
        if error_yx <= -1        % Достигнуто критическое отрицательное
значение ошибки по оси ординат
            y = y + 1;          % Переход на соседний ряд вокселей
            error_yx = error_yx + 1;% Начало нового цикла нарастивания
ошибки по оси ординат
        end
        if error_zx <= -1        % Достигнуто критическое отрицательное
значение ошибки по оси аппликат
            z = z + 1;          % Переход на соседний ряд вокселей
            error_zx = error_zx + 1;% Начало нового цикла нарастивания
ошибки по оси аппликат
        end
    end
end
end

```

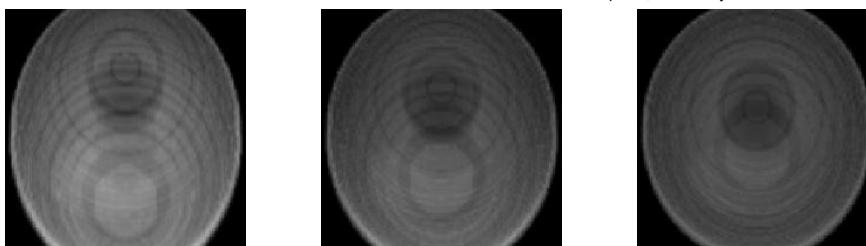
В этом фрагменте листинга:

♦ M_{Xi} – виртуальное пространство вокселей («матрица Сяолия»), внутри которого моделируется ход лучей, с единственным лучом, попадающим на единственный сенсор (до начала алгоритма Сяолия является трёхмерной нулевой матрицей, обнуляемой по завершении каждой итерации);

- ◆ $x1$ – разрешение виртуального пространства вокселей по оси абсцисс;
- ◆ N – разрешение виртуального пространства вокселей по оси ординат;
- ◆ $H(2)$ – разрешение виртуального пространства вокселей по оси аппликат;
- ◆ $z1$ – высота в вокселях рентгеновской трубки над матрицей фотоприёмника;
- ◆ $position$ – очередная позиция трубки относительно объекта;
- ◆ $x0, y0$ – координаты очередного сенсора фотоприёмника по осям абсцисс и ординат соответственно;
- ◆ $error_ [координата_1\ координата_2]$ – ошибка между перемещениями по соответствующим осям координат (см. рис. 2);
- ◆ $delta_error_ [координата_1\ координата_2]$ – прирост ошибки между перемещениями по соответствующим осям координат (см. рис. 2);
- ◆ x, y, z – переменные, реализующие перестроение на соседний ряд четвёрок вокселей по осям абсцисс, ординат и аппликат соответственно;

Результаты вычислительного эксперимента на примере шести проекций итогового фантома, полученного из исходного с разрешением, равным 128 вокселей по каждому измерению, и шага движения трубки по горизонтали, равного 74 вокселям, отображены на рис. 5.

Проекция 1 из 7, угол "гамма" -29.8771 град. Проекция 2 из 7, угол "гамма" -20.9995 град. Проекция 3 из 7, угол "гамма" -10.9357 град.



Проекция 4 из 7, угол "гамма" -0.14761 град. Проекция 6 из 7, угол "гамма" 20.7418 град. Проекция 7 из 7, угол "гамма" 29.6547 град.

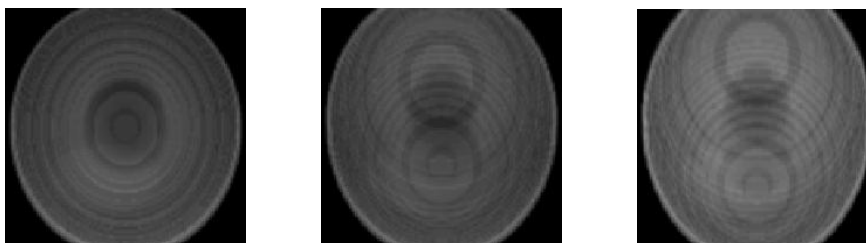


Рис. 5. Результаты вычислительного эксперимента

Как в предыдущем случае, более светлые и более тёмные фрагменты трёхмерных лучевых сумм на рис. 5 соответствуют более плотным и менее плотным участкам фантома. Аналогично работе [1], на рис. 5 рентгеновская трубка движется вниз по вертикали.

Представленная методика может быть применима не только для получения наборов проекций формализованного объекта в процессе компьютерного моделирования, но и иметь первостепенное значение для расчёта так называемой проекционной, или системной матрицы [8, 26, 27], требуемой для функционирования определённого класса алгоритмов томографической реконструкции. Все алгоритмы реконструкции делятся на два больших класса: аналитические, использующие обратное проецирование, и итерационные, устанавливающие соответствие между

лучевыми суммами и вокселями через системную матрицу. Эта матрица получается напрямую из построенных по вышеописанному алгоритму траекторий рентгеновских лучей путём определённой перекомпоновки данных так, чтобы каждая строка двумерной матрицы являлась отдельной лучевой суммой на отдельном сенсоре фотоприёмника и содержала расположенные в порядке возрастания номеров вокселей значения долей вклада этих вокселей в рассматриваемую лучевую сумму, а эти строки следовали бы друг за другом в порядке возрастания порядковых номеров сенсоров фотоприёмника. После перебора всех сенсоров для одной проекции берётся следующая проекция, и получаемые тем же образом новые строки добавляются к системной матрице снизу, т.е. с дальнейшим наращиванием порядковых номеров строк:

$$System_Matrix = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} V_{1,1} & V_{1,2} & \dots & V_{1,i} \\ V_{2,1} & V_{2,2} & \dots & V_{2,i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{j,1} & V_{j,2} & \dots & V_{j,i} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} V_{j+1,1} & V_{j+1,2} & \dots & V_{j+1,i} \\ V_{j+2,1} & V_{j+2,2} & \dots & V_{j+2,i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{2j,1} & V_{2j,2} & \dots & V_{2j,i} \end{pmatrix} \\ \dots \\ \begin{pmatrix} V_{(k-1)j+1,1} & V_{(k-1)j+1,2} & \dots & V_{(k-1)j+1,i} \\ V_{(k-1)j+2,1} & V_{(k-1)j+2,2} & \dots & V_{(k-1)j+2,i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ V_{k \cdot j,1} & V_{k \cdot j,2} & \dots & V_{k \cdot j,i} \end{pmatrix} \end{bmatrix},$$

где i – число вокселей в трёхмерном пространстве, j – количество сенсоров фотоприёмника, k – число проекций. В программе *MatLab* такая перекомпоновка данных осуществляется встроенной функцией *reshape* [18–20].

Заключение. В настоящей статье рассмотрен усовершенствованный по сравнению с материалами [1, 2] метод расчёта траекторий прохождения рентгеновских лучей в коническом пучке сквозь трёхмерное пространство вокселей, необходимый для получения трёхмерных лучевых сумм и/или системной матрицы в процессе проектирования медицинской установки для томосинтеза. Реализуемые с применением этого метода лучевые суммы позволяют оценить эффективность алгоритмов томографической реконструкции, а системная матрица необходима непосредственно для запуска определённых разновидностей этих алгоритмов. Описанный метод расчёта траекторий лучей не имеет жёсткой привязки к определённому типу геометрической конфигурации оборудования, что значительно расширяет сферу его применения по сравнению со встроенными возможностями программного пакета *MatLab*.

Результаты исследований, изложенные в данной статье, получены при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках реализации проекта «Разработка и создание высокотехнологичного производства отечественного инновационного цифрового рентгеновского комплекса с функцией томографического синтеза изображений» по постановлению правительства №218 от 09.04.2010 г. Исследования проводились в ФГАОУ ВО ЮФУ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Воронков О.Ю., Синютин С.А.* Метод получения лучевых сумм при моделировании установок для томосинтеза на основе алгоритма Брезенхема // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2017. – № 6 (191). – С. 189-200.
2. *Воронков О.Ю., Синютин С.А.* Использование алгоритма Брезенхема для получения лучевых сумм при моделировании томографических установок // Материалы Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Компьютерные и информационные технологии в науке, инженерии и управлении (КомТех-2017)». – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2017. – С. 38-43.
3. *Хоффер М.* Компьютерная томография. Базовое руководство. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Мед. лит., 2008. – 224 с.
4. *Терновой С.К., Абдураимов А.Б., Федотенков И.С.* Компьютерная томография: учеб. пособие. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2008. – 176 с.
5. *Губарени Н.М.* Вычислительные методы и алгоритмы малоракурсной компьютерной томографии. – Киев: Наукова думка, 1997. – 328 с.
6. *Наттерер Ф.* Математические аспекты компьютерной томографии: пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 288 с.
7. *Avinash C. Kak, Malcolm Slaney.* Principles of Computerized Tomographic Imaging. – New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. – 337 p.
8. *Лихачев А.В.* Алгоритмы томографической реконструкции: учеб. пособие. – Новосибирск: НИУ-НГУ, 2013. – 117 с.
9. Изучение методов компьютерной томографии. Метод. указания к лаб. раб. по курсу «Физические основы получения информации». – Режим доступа: URL: http://dfe.petrstu.ru/koi/teaching/fopi/lab-tomogr_2015.pdf.
10. *Edwin L. Dove.* Notes on Computerized Tomography. – Режим доступа: URL: <https://www.imt.liu.se/edu/courses/TBMT02/ct/CTNotes.pdf>.
11. *Москвитин Е.В.* Томографическая реконструкция трёхмерного объекта на базе методов томосинтеза // Известия Томского политехнического университета, 2002. – Т. 305. – Вып. 5. – С. 31-35.
12. Пат. РФ №2510080, 21.11.2011. Устройство для обработки изображения, способ обработки изображения и среда долговременного хранения информации / Нода Такеси.
13. *Tsutomu Gomi, Hiroshi Hirano, Masahiro Nakajima, Tokuo Umeda.* X-ray digital linear tomosynthesis imaging. – Режим доступа: URL: <http://www.scirp.org/JOURNAL/PaperInformation.aspx?PaperID=5640>.
14. *Yulia Levakhina.* Three-Dimensional Digital Tomosynthesis: Iterative Reconstruction, Artifact Reduction and Alternative Acquisition Geometry. – Springer Vieweg, 2014. – 192 p.
15. *Ingrid Reiser, Stephen Glick.* Tomosynthesis Imaging. – CRC Press, Taylor & Francis Group, 2014. – 257 p.
16. *Hiroshi Hirano.* Utility of Tomosynthesis with a Flat-panel Detector – Comparison with MSCT // Medical Now. – 2005. – Vol. 57. – P. 16-23.
17. *Grant D.G.* Tomosynthesis: a three-dimensional radiographic imaging technique // IEEE Trans Biomed Eng. – 1972. – No. 19, pp. 20-27.
18. *Дьяконов В.П.* MatLab. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.
19. *Поринев С.В.* Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MatLab. – М.: Горячая линия-Телеком, 2003. – 592 с.
20. *Сизиков В.С.* Обратные прикладные задачи и MatLab: учеб. пособие. – СПб.: Изд-во «Лань», 2011. – 256 с.
21. *Artyom M. Grigoryan, Merughan M. Grigoryan.* Image Processing: Tensor Transform and Discrete Tomography with MATLAB. – CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013. – 466 p.
22. *Журавель И.М.* Краткий курс теории обработки изображений. – Режим доступа: URL: <http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book2/47.php>.
23. *Даниил Басманов.* Брезенхем и У на страже диагоналей. – Режим доступа: URL: <https://habrahabr.ru/post/185086/>.
24. Алгоритм Брезенхэма. – Режим доступа: URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Брезенхэма.
25. Алгоритм Бу. – Режим доступа: URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Алгоритм_Бу.

26. Andersen A.H., Kak A.C. Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): a superior implementation of the ART algorithm // Ultrasonic imaging. – 1984. – Vol. 6, No. 1. – P. 81-94.
27. Yu X. et al. cuART: Fine-Grained Algebraic Reconstruction Technique for Computed Tomography Images on GPUs // Cluster, Cloud and Grid Computing (CCGrid), 2016 16th IEEE/ACM International Symposium on. – IEEE, 2016. – P. 165-168.

REFERENCES

1. Voronkov O.Yu., Sinyutin S.A. Metod polucheniya luchevykh summ pri modelirovanii ustanovok dlya tomosinteza na osnove algoritma Brezenhema [A method of obtaining radiation amounts in modeling systems for tomosynthesis-based algorithm Brezenham], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2017, No. 6 (191), pp. 189-200.
2. Voronkov O.Yu., Sinyutin S.A. Ispol'zovanie algoritma Brezenhema dlya polucheniya luchevykh summ pri modelirovanii tomograficheskikh ustanovok [The use of the algorithm of Brezenchem to obtain beam sums in the simulation of tomographic installations], *Materialy Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferencii s mezhdunarodnym uchastiem «Komp'yuternye i informacionnye tekhnologii v nauke, inzhenerii i upravlenii (KomTekh-2017)»* [Materials of the all-Russian scientific and technical conference with international participation "Computer and information technologies in science, engineering and management (Comtech-2017)"]. Taganrog: Izd-vo YuFU, 2017, pp. 38-43.
3. Hofer M. Komp'yuternaya tomografiya. Bazovoe rukovodstvo [Computer tomography. A basic guide]. 2nd ed. Moscow: Med. lit., 2008, 224 p.
4. Ternovoy S.K., Abduraimov A.B., Fedotenkov I.S. Komp'yuternaya tomografiya: ucheb. posobie [Computed tomography: a textbook]. Moscow: GEHOTAR-Media, 2008, 176 p.
5. Gubareni N.M. Vychislitel'nye metody i algoritmy malorakursnoy komp'yuternoy tomografii [Computational methods and algorithms of low-competition computed tomography]. Kiev: Naukova dumka, 1997, 328 p.
6. Natterer F. Matematicheskie aspekty komp'yuternoy tomografii [Mathematical aspects of computed tomography]: transl. from engl. Moscow: Mir, 1990, 288 p.
7. Avinash C. Kak, Malcolm Slaney. Principles of Computerized Tomographic Imaging. New York: The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., 337 p.
8. Lihachev A.V. Algoritmy tomograficheskoy rekonstrukcii: ucheb. posobie [The tomographic reconstruction algorithms: a tutorial]. Novosibirsk: NIU-NGU, 2013, 117 p.
9. Izuchenie metodov komp'yuternoy tomografii. Metod. ukazaniya k lab. rab. po kursu «Fizicheskie osnovy polucheniya informacii» [Study of methods of computed tomography. Guidelines for laboratory work on the course "Physical basis of information"]. Available at: http://dfe.petsru.ru/koi/teaching/fopi/lab-tomogr_2015.pdf.
10. Edwin L. Dove. Notes on Computerized Tomography. Available at: <https://www.imt.liu.se/edu/courses/TBMT02/ct/CTNotes.pdf>.
11. Moskvitin E.V. Tomograficheskaya rekonstrukciya tryohmernogo ob"ekta na baze metodov tomosinteza [Tomographic reconstruction of a three-dimensional object based on tomosynthesis methods], *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University], 2002, Vol. 305, Issue 5, pp. 31-35.
12. Noda Takesi. Ustroystvo dlya obrabotki izobrazheniya, sposob obrabotki izobrazheniya i sreda dolgovremennogo hraneniya informacii [A device for processing image, method of image processing and the environment long-term storage of information]. Patent RF No. 2510080, 21.11.2011.
13. Tsutomu Gomi, Hiroshi Hirano, Masahiro Nakajima, Tokuo Umeda. X-ray digital linear tomosynthesis imaging. Available at: <http://www.scirp.org/JOURNAL/PaperInformation.aspx?PaperID=5640>.
14. Yulia Levakhina. Three-Dimensional Digital Tomosynthesis: Iterative Reconstruction, Artifact Reduction and Alternative Acquisition Geometry. Springer Vieweg, 2014, 192 p.
15. Ingrid Reiser, Stephen Glick. Tomosynthesis Imaging. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2014, 257 p.
16. Hiroshi Hirano. Utility of Tomosynthesis with a Flat-panel Detector – Comparison with MSCT, *Medical Now*, 2005, Vol. 57, pp. 16-23.
17. Grant D.G. Tomosynthesis: a three-dimensional radiographic imaging technique, *IEEE Trans Biomed Eng.*, 1972, No. 19, pp. 20-27.

18. *D'yakonov V.P.* MatLab. Polnyy samouchitel' [MatLab. Complete tutorial]. Moscow: DMK Press, 2012, 768 p.
19. *Porshnev S.V.* Komp'yuternoe modelirovanie fizicheskikh processov v pakete MatLab [Computer simulation of physical processes in MatLab package]. Moscow: Goryachaya liniya-Telekom, 2003, 592 p.
20. *Sizikov V.S.* Obratnye prikladnye zadachi i MatLab: ucheb. posobie [The reverse applied problems and MatLab: a tutorial]. Saint Petersburg: Izd-vo «Lan», 2011, 256 p.
21. *Artyom M. Grigoryan, Merughan M. Grigoryan.* Image Processing: Tensor Transform and Discrete Tomography with MATLAB. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013, 466 p.
22. *Zhuravel' I.M.* Kratkiy kurs teorii obrabotki izobrazheniy [A short course in image processing theory]. Available at: <http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/book2/47.php>.
23. *Daniil Basmanov.* Brezenkhem i U na strazhe diagonaley [Bresenham, and the guardian of the diagonals]. Available at: <https://habrahabr.ru/post/185086/>.
24. Algoritm Brezenkhema [Algorithm Bresenham]. Available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Algoritm_Brezenhehema.
25. Algoritm Vu [Wu's Algorithm]. Available at: https://ru.wikipedia.org/wiki/Algoritm_Vu.
26. *Andersen A.H., Kak A.C.* Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART): a superior implementation of the ART algorithm, *Ultrasonic imaging*, 1984, Vol. 6, No. 1, pp. 81-94.
27. *Yu X. et al.* cuART: Fine-Grained Algebraic Reconstruction Technique for Computed Tomography Images on GPUs, *Cluster, Cloud and Grid Computing (CCGrid), 2016 16th IEEE/ACM International Symposium on.* IEEE, 2016, pp. 165-168.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор С.В. Соколов.

Воронков Олег Юрьевич – Научно-технический центр «Техноцентр» Южного федерального университета; e-mail: oleg.voronkov.1985@gmail.com; 347900, г. Таганрог, ул. Петровская, 81; тел.: +79508449549; к.т.н.; научный сотрудник.

Ковтун Данил Георгиевич – Южный федеральный университет; e-mail: dan-kav@ya.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Петровская, 81; тел.: 88634371632; кафедра теоретических основ радиотехники; аспирант.

Синюгин Сергей Алексеевич – e-mail: ssin@mail.ru; тел.: 88634311143; кафедра встраиваемых систем; зав. кафедрой; к.т.н.

Voronkov Oleg Yurievich – Scientific and Technical Center “Technocenter” Southern Federal University; e-mail: oleg.voronkov.1985@gmail.com; 81, Petrovskaya street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +79508449549; cand. of eng. sc.; researcher.

Kovtun Danil Georgievich – South Federal University; e-mail: dan-kav@ya.ru; 81, Petrovskaya street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +78634371632; the department of fundamental of radioengineering; postgraduate student.

Sinyutin Sergey Alexeevich – e-mail: ssin@mail.ru; phone: +78634311143; the department of embedded systems; head of department; cand. of eng. sc.

УДК 621.396

DOI 10.23683/2311-3103-2018-3-81-93

И.Я. Львович, А.П. Преображенский, О.Н. Чопоров

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ОБЪЕКТЕ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ

Рассматривается задача, связанная с моделированием рассеяния электромагнитных волн на металлическом объекте, который имеет сложную форму. Метод интегральных уравнений применяется для того, чтобы рассчитать характеристики рассеяния. Было выбрано уравнение Фредгольма второго рода, базирующееся на плотности неизвестного электрического тока. Когда проводилось решение интегрального уравнения при помощи метода моментов, то было дано правильное описание сингулярности ядра. Кусочно-постоянные функции рассматривались как базисные функции. В качестве пробных функ-