Заборовский Владимир Сергеевич – ФГАОУ ВО "СПбПУ"; e-mail: vlad@neva.ru; 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29; д.т.н.; профессор; директор ИКНТ.

Muliukha Vladimir Alexandrovich – RTC; e-mail: vladimir@mail.neva.ru; Tikhoretsky Prospect 21, Saint Petersburg, 194064, Russia; phone: +79119378207; cand. of eng. sc.; senior researcher.

Guk Michail Yur'evich – e-mail: mgook@neva.ru, head of laboratory.

Silinenko Aleksandr Vital'evich – e-mail: avs@rtc.ru; cand. of eng. sc.; head of laboratory.

Zaborovsky Vladimir Sergeevich – Peter the reat St. Petersburs Politechnic University; e-mail: vlad@neva.ru; 29, Politechnicheskaya street, Saint Petersburg, 195251, Russia; dr. of eng. sc.; professor; director of Institute of Computer Sciences and Technologies.

УДК 519.6 DOI 10.23683/2311-3103-2017-9-169-181

А.Г. Ченцов, П.А. Ченцов

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ И ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ МАРШРУТИЗАЦИИ*

Рассматриваются «аддитивные» задачи маршрутизации перемещений, осложненные ограничениями и возможной зависимостью функций стоимости от списка заданий. Постановки такого рода естественны при исследовании инженерных задач, возникающих в атомной энергетике и машиностроении. В первом случае речь идет о снижении дозовой нагрузки работников АЭС при выполнении комплекса работ, связанных с демонтажом излучающих элементов оборудования, а во втором – исследуются процедуры, связанные с листовой резкой на машинах с ЧПУ. В статье рассматриваются вопросы, связанные с применением динамического программирования для решения задач маршрутизации ощутимой размерности, осложненных ограничениями и вышеупомянутой зависимостью функций стоимости от списка заданий. Имеются в виду процедуры тестирования и локального улучшения эвристик. В обоих вариантах используется аппарат широко понимаемого динамического программирования, реализуемый для подзадач умеренной размерности. Предполагается, однако, что упомянутые подзадачи осложнены условиями того же типа, что и в исходной «большой» задаче (ограничения, функции стоимости с зависимостью от списка заданий). Для реализации «локального» динамического программирования применяется схема, использующая условия предшествования в интересах снижения сложности вычислений (условия предшествования имеются практически во всех вариантах вышеупомянутых прикладных задач); при этом не требуется построение всего массива значений функции Беллмана. Учет динамических ограничений, возникающих по мере выполнения заданий, осуществляется посредством введения специальных пороговых функций стоимости, играющих роль ощутимых штрафов за нарушение ограничений. В работе приведены результаты вычислительного эксперимента как на уровне тестирования упомянутых эвристик, так и при решении задач ощутимой размерности. В основе статьи находится доклад одного из авторов, сделанный на конференции МКПУ-10.

Маршрутные задачи; условия предшествования; оптимизация резки металла.

* Работа выполнена при поддержке комплексной программы УрО РАН Оценивание динамики нелинейных управляемых систем и маршрутная оптимизация.

A.G. Chentsov, P.A. Chentsov

DYNAMIC PROGRAMMING AND HEURISTIC METHODS IN ROUTING PROBLEMS

The "additive" route problems with constraints and possible dependence of cost functions on tasks list are considered. Such settings are natural under investigation of engineering problems arising in nuclear power and mechanical engineering. In first case, decrease in dose rate for the worker of the nuclear power plant under dismantling radiation elements of equipment is discussed. In second case, procedures are connected with sheet cutting on machines with a numerical control. In article, an issue connected with employment of dynamic programming for solution of problems with constraints and above-mentioned dependence of cost functions from task list is considered. Procedures of testing and local improvements of heuristics are borne in mind. In both versions realized for sub-problems of moderate dimension apparatus of the widely understood dynamic programming is used. But, it is supposed that the above-mentioned sub-problems are complicated by the same conditions as in original "big" problem (constraints, cost functions with dependency on tasks list). For implementation of the "local" dynamic programming, the scheme with using of precedence constraints to reduce of the computational complexity is realized (precedence conditions are available practically in all variants of above-mentioned applied problems); wherein, the construction of total array of Bellman function is not required. For the accounting of emerging under performance of tasks dynamic constraints, special (threshold) cost functions with role of palpable penalties for violation of constraints are used. Results of computing experiment both for testing of above-mentioned heuristics and under solution of problems with palpable dimension are given. The article is based on a lecture one of authors in conference MKPU-10.

Routing problems; precedence conditions; metal cut optimization.

Введение. Задачи маршрутизации, исследуемые в статье, имеют своим прототипом известную труднорешаемую (NP-полную) задачу коммивояжера (ЗК или TSP в англоязычной литературе). При решении ЗК широко используются эвристические алгоритмы; в особенности это касается постановок «неметрических» задач. Отметим также особо использование метода ветвей и границ [1]. В связи со сравнительно недавними работами по решению ЗК отметим монографии [2, 3] (см. также обстоятельный обзор [4–6]). Наконец следует отметить монографию [7], посвященную экстремальным задачам на множестве перестановок, в которой рассматриваются вопросы, связанные со сложностью вычислений.

Постановка, рассматриваемая в настоящей работе, содержит существенные особенности в сравнении с ЗК. Так, наряду с ограничениями различных типов, по ряду причин возникает усложнение функций стоимости: появляется зависимость от списка заданий (уже выполненных или, напротив, еще не выполненных). В случае задачи о демонтаже системы излучающих элементов при аварийных ситуациях на АЭС упомянутая зависимость возникает естественным образом: «светят» недемонтированные источники и только они. В задаче, связанной с листовой резкой металла на машинах с ЧПУ, данная зависимость может вводиться искусственно в виде системы штрафов за нарушение динамических (по смыслу) ограничений. Отметим в связи с задачей о демонтаже излучающих элементов монографию [8] (см., в частности, [8, раздел 4.6]); в связи с задачей управления инструментом при листовой резке на машинах с ЧПУ см., в частности, [9–14].

В настоящей статье мы ориентируемся на возможные применения в последней задаче и используем в этой связи подход [15, 16].

1. Содержательная постановка задачи. Рассмотрим достаточно большой прямоугольник X на плоскости $\mathbf{R}\times\mathbf{R}$ (здесь и ниже $\mathbf{R}$ – вещественная прямая), в пределах которого намечена (начальная) точка $x^0, x^0 \in X,$ а также N контуров деталей, подлежащих резке; $N \in \mathbf{N} := \{1,2,...\}$ ($:=$ –равенство по определению),

$N \geq 2$. С каждым контуром связывается эквидистанта, обеспечивающая безопасный режим резки; итак, мы имеем набор эквидистант $\tilde{M}_1, ..., \tilde{M}_N$, каждая из которых является замкнутой кривой, содержащейся в X (мы ограничиваемся сейчас вариантом резки по замкнутому контуру). При этом $x^0 \notin \tilde{M}_j \; \forall j \in \overline{1,N}$; здесь и ниже $\overline{1,N} := \{k \in \mathbf{N} \mid k \leq N\}$. Кроме того, эквидистанты попарно дизъюнктны ($\tilde{M}_p \cap \tilde{M}_q = \varnothing$ при $p \neq q$).

Инструмент находится в точке x^0 (точка парковки), после чего перемещается к эквидистанте $\tilde{M}_{\alpha(1)}$ (занумерованной первой) в режиме холостого хода. Возле этой эквидистанты осуществляется врезка, затем перемещение к точке начала реза в металле, после чего осуществляется резка по данной эквидистанте с возвращением в точку начала реза и последующим перемещением в точку выключения инструмента (ТВИ). Далее из ТВИ инструмент перемещается к $\tilde{M}_{\alpha(2)}$, где вышеупомянутая процедура повторяется, и так далее. По окончанию резки всех деталей инструмент возвращается в точку x^0 (иногда в другую фиксированную точку, но эту несущественную особенность мы сейчас не рассматриваем). Объектами нашего выбора являются перестановки α индексов из $\overline{1,N}$, т.е. собственно маршруты, а также кортеж точек из X, включая точки врезки (ТВ), точки начала реза и ТВИ.

Итак, естественным образом выделяется маршрут в виде соответствующей перестановки и трасса, согласующаяся с данным маршрутом. При этом «парные» ТВ и ТВИ близки и близки отвечающей им точке начала реза. Имеются условия предшествования, связанные со структурой деталей: внутренние контура каждой детали должны вырезаться (по своим эквидистантам) раньше внешнего; в случае размещения одних деталей в пределах других (схема матрешки) резка внутренних деталей должна выполняться ранее, чем резка объемлющего контура. Кроме того, имеются ограничения, возникающие по мере выполнения работ. Так, в частности, следует соблюдать «тепловые» допуски, смысл которых состоит в обеспечении отвода тепла в областях, где должно быть «много металла» [15]. К этому надо добавить требования жесткости листа и деталей. Цель выбора маршрута и трассы состоит обычно в наискорейшем выполнении всех работ, связанных с резкой. В итоге возникает исключительно сложная экстремальная задача с ограничениями различных типов (заметим, что наряду с дискретной компонентой – маршрутом, в постановке присутствует «непрерывная» компонента в части выбора трассы, поскольку эквидистанты имеют каждая мощность континуума). Уместным представляется следующее огрубление постановки, когда ТВ, ТВИ и точка начала реза заменяются одной точкой на эквидистанте. Поскольку время реза по каждой эквидистанте при всяком выборе решения в виде пары маршрут-трасса остается одним и тем же, то (в нашей «аддитивной» задаче) логично исключить из постановки сам процесс резки контуров. Тогда в нашей огрубленной, но по-прежнему дискретно-непрерывной задаче, «остается» процедура последовательного обхода эквидистант с соблюдением ограничений, включая условия предшествования. Критерий остается по сути дела прежним – время на выполнение всех заданий, связанных с посещением эквидистант.

Для того, чтобы сделать модель компьютеризируемой, эквидистанты предполагается (в рамках нашего подхода) дискретизировать, опираясь на результаты [16] о своеобразной устойчивости по результату. Теперь уже эквидистанты $\tilde{M}_j$ заменяются сетками $\hat{M}_j, \; j \in \overline{1,N}$, иными словами, мы вводим непустые конечные множества $\hat{M}_1,...,\hat{M}_N$, каждое из которых содержится в X. Элементы $\hat{M}_j, j \in \overline{1,N}$, играют роль допустимых точек начала реза. Более того, имея теперь уже конечное множество вместо континуальных эквидистант, мы предлагаем «разукрупнить» каждую точку $\hat{M}_j$, присоединяя к ней теперь ТВ и ТВИ. Получаем всякий раз триплет, определяющий соответствующий вариант резки данного контура (по его эквидистанте). Из каждого такого триплета мы выбираем ТВ и ТВИ, составляя из них неупорядоченную пару, с которой, конечно, связывается соответствующая точка начала реза, лежащая на эквидистанте. Объединение же неупорядоченных пар упомянутого типа образует непустое конечное множество, именуемое далее мегаполисом. Получаем N мегаполисов $M_1,...,M_N$, последовательное посещение которых будет составлять цель в нашей дискретной модели. При этом каждому мегаполису M_j M_j где $j \in \overline{1,N}$, сопоставляется множество возможных вариантов посещения и выполнения работ, именуемых далее внутренними. Речь идет о том, чтобы инструмент прибывал всякий раз в намеченную заранее ТВ, а покидал мегаполис из соответствующей (данной ТВ) точки, совпадающей с ТВИ. В результате возникает непустое подмножество (п/м) M_j^* декартова «квадрата» $M_j \times M_j$; элементами M_j^* являются упорядоченные пары (УП), причем у каждой такой пары первый элемент есть ТВ, а второй – ТВИ, соответствующая данной ТВ. Внутренние работы определяются всякий раз как сумма временных затрат, отвечающих движению в металле от ТВ до точки начала реза и от последней до ТВИ (напомним, что УП, составленные всякий раз из соседних ТВ и ТВИ, «привязаны» к своей точке начала реза, возникшей на этапе дискретизации эквидистанты). Напомним, что время реза по эквидистанте из математической постановки исключается; упомянутые затраты времени после суммирования не зависят от конкретного выбора маршрута и трассы.

Таким образом, после вышеупомянутых преобразований исходная дискретно-непрерывная задача маршрутизации превращается в задачу последовательного обхода мегаполисов с условиями предшествования. В следующем разделе рассматривается схема решения преобразованной задачи, в идейном отношении соответствующая процедуре [15].

2. Обсуждение задачи. В предыдущем разделе исходная инженерная задача сведена к маршрутной задаче дискретной оптимизации (ДО) с ограничениями и усложненными функциями стоимости. Преобразованная задача ДО намного сложнее своего прототипа – ЗК. По этой причине для решения данной задачи ДО, имеющей ощутимую размерность, представляется неизбежным использование эвристик, несмотря на то, что структура оптимального решения понятна [15]. В то же время представления, использующие ДП, могут использоваться как для выбора эвристики, так и для ее улучшения. В первом случае речь идет о тестировании эвристик в духе [15], а во втором – о применении оптимизирующих вставок [17, 18] и итерационных режимов, использующих такие вставки [19].

Тестирование эвристик. Для задачи умеренной размерности оптимальная процедура на основе (широко понимаемого) ДП допускает реализацию на МВС и многоядерных ПЭВМ. Для задач вышеупомянутого типа имеется также вариант данной оптимальной процедуры, позволяющий с некоторой экономией памяти определять глобальный экстремум преобразованной задачи [20], в случае ее умеренной размерности. Важно то обстоятельство, что это касается [15] постановки с ограничениями различных типов, включая условия предшествования и динамические ограничения. Итак, предлагается на задачах умеренной размерности, но со всеми отягчающими обстоятельствами, организовать сравнение с глобальным экстремумом, определяемым посредством ДП, эффективных алгоритмов, отвечающих различным эвристикам, после чего выбрать ту, для которой (при достаточно представительной статистике) достигается лучшее или, на худой конец, приемлемое приближение к упомянутому экстремуму по результату. После этого «отобранную» эвристику можно применить для задач большой размерности. Такой подход использовался в [15] (предварительное оценивание эвристики и последующее ее применение в «большой» задаче).

Оптимизирующие вставки. Данный подход в полной общности изложен в [17, 18] (см. также менее общие конструкции в [21, 22]).Итерационные процедуры с использованием оптимизирующих вставок [19]. Сущность метода состоит в следующем.

Предполагаем, что в задаче с условиями предшествования эффект динамических ограничений реализуется посредством преобразования функций стоимости, т.е. созданием системы чувствительных штрафов за нарушение этих ограничений. В результате возникают новые функции стоимости с зависимостью от списка заданий [15, 23]. Для получившейся усложненной задачи находится решение (обычно с применением жадного алгоритма), соблюдающее условия предшествования.

На данном решении выделяется фрагмент умеренной размерности («отрезок» решения), для улучшения которого осуществляется построение локальной задачи маршрутизации по схеме [17, 18]. Данная локальная задача решается по методу ДП (это возможно, т.к. размерность исходного фрагмента умеренна), а найденное локально оптимальное решение вклеивается в исходное эвристическое решение.

Упомянутую конструкцию можно [19] повторять, меняя локализацию вставки и получая ту или иную итерационную процедуру.

Итак, мы указали два варианта применения ДП в задачах большой размерности. В следующем разделе в краткой форме рассмотрим нужный вариант самого ДП.

3. Динамическое программирование (алгоритмический вариант). В настоящем разделе используется символика, применяемая в [15, разделы 2, 3].Следуя содержательному обсуждению раздела 1, мы приходим к модели перемещений

$$(z^{(0)} := (x^0, x^0)) \to (z^{(1)} \in M^*_{\alpha(1)}) \to \ldots \to (z^{(N)} \in M^*_{\alpha(N)}), \qquad (1)$$

где α – перестановка в $\overline{1,N}$; множество всех таких перестановок условимся обозначать через $\mathbf{P}$. Выражение $z^{(j)} \in M^*_{\alpha(j)}$, где $j \in \overline{1,N}$, характеризует вариант выполнения работ по посещении M_j: исполнитель (в нашей конкретной задаче – инструмент) прибывает в точку $\mathrm{pr}_1(z^{(j)})$, выполняет нужную работу, после чего при $j < N$ отправляется из $\mathrm{pr}_2(z^{(j)})$ к следующему мегаполису. Нам нужно выбрать $\alpha \in \mathbf{P}$ и трассу $(z^{(0)}, z^{(1)}, \ldots, z^{(N)})$. На выбор α типично накладываются условия предшествования, определяемые множеством $\mathbf{K}, \mathbf{K} \subset \overline{1,N} \times \overline{1,N}$. Относительно $\mathbf{K}$ предполагается выполненным необременительное условие [15, (3.7)], исключающее зацикливание маршрутов; при этом [15]

$$\mathbf{A} := \{\alpha \in \mathbf{P} \mid \forall z \in \mathbf{K}\ \forall t_1 \in \overline{1,N}\ \forall t_2 \in \overline{1,N}\ (z = (\alpha(t_1), \alpha(t_2))) \Rightarrow (t_1 < t_2)\} \neq \varnothing,$$

т.е. допустимые по предшествованию маршруты существуют. Возвращаясь к (1), где $\alpha \in \mathbf{P}$, вводим [15, (3.11), (3.12)] непустое множество $\mathbf{Z}_\alpha$ всех кортежей

$$(z_t)_{t \in \overline{0,N}} : \overline{0,N} \to X \times X$$

со свойствами $(z_0 = z^{(0)})\,\&\,(z_t \in M^*_{\alpha(t)}\,\forall t \in \overline{1,N}).$ Каждое допустимое решение (ДР) есть УП $(\alpha, \mathbf{z})$, где $\alpha \in \mathbf{A}$ и $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}_\alpha$. Множество $\mathbf{D}$ [15, (3.13)] всех ДР непусто и конечно (допустимость связывается здесь с соблюдением условий предшествования).

Мы используем функции стоимости [15, (3.14)]: $\mathbf{c}, c_1, \ldots, c_N, f$. При этом $\mathbf{c}, c_1, \ldots, c_N$ суть функции трех переменных, одно из которых есть список заданий, т.е. непустое п/м $\overline{1,N}$. Напомним, что использование данной зависимости связано с необходимостью учета динамических ограничений посредством введения штрафов. Если $\alpha \in \mathbf{A}$ и $(z_t)_{t\in\overline{0,N}} \in \mathbf{Z}_\alpha$, то посредством [15, (3.10)] определяется аддитивный критерий качества, учитывающий стоимости внешних перемещений, внутренних работ и терминального состояния; в настоящей работе значение [15, (3.10)] обозначается через $\mathbf{C}_\alpha[(z_t)_{t\in\overline{0,N}}]$. Получающаяся (преобразованная) экстремальная задача имеет вид

$$\mathbf{C}_\alpha[(z_t)_{t\in\overline{0,N}}] \to \min, (\alpha, (z_t)_{t\in\overline{0,N}}) \in \mathbf{D} \tag{2}$$

(см. [15, (3.17)]). Задаче (2) сопоставляется непустое множество оптимальных решений и значение (глобальный экстремум)

$$V := \min_{\alpha\in\mathbf{A}} \min_{\mathbf{z}\in\mathbf{Z}_\alpha} \mathbf{C}_\alpha[\mathbf{z}] \in \mathbf{R}_+, \tag{3}$$

где $\mathbf{R}_+ := \{\xi \in \mathbf{R} \mid 0 \le \xi\}$ ($\mathbf{R}$ – вещественная прямая). Учитывая возможные применения (3) для тестирования эвристик и построения оптимизирующих вставок, получаем, что наша цель может состоять в нахождении значения V (3), либо в построении, наряду с V, какого-либо оптимального решения соответственно (в случае использования вставок задача (2) является «скользящей» и связанной с эвристикой, подлежащей улучшению; в этом случае требуется построение оптимального решения, т.е. осуществления локальной оптимизации).

<u>Слои функции Беллмана.</u> Рассматриваем списки заданий как множества из семейства $\tilde{\mathbf{N}}$ всех непустых п/м $\overline{1,N}$. Существенными списками назовем множества из семейства

$$\mathbf{G} := \{K \in \tilde{\mathbf{N}} \mid \forall z \in \mathbf{K}\ (\mathrm{pr}_1(z) \in K) \Rightarrow (\mathrm{pr}_2(z) \in K)\},$$

где $\mathrm{pr}_1(z)$ и $\mathrm{pr}_2(z)$ – суть первый и второй элементы УП Z (соглашение признается для любых УП). При $k \in \overline{1,N}$

$$\mathbf{G}_k := \{K \in \mathbf{G} \mid k = |K|\}, \tag{4}$$

где $|\tilde{K}|$ – мощность конечного множества $\tilde{K}, |\varnothing| := 0.$ Множества (4) образуют в совокупности разбиение $\mathbf{G}$.

Нам потребуется оператор $\mathbf{I}$ вычеркивания (заданий из списка); $\mathbf{I}$ действует в $\tilde{\mathbf{N}}$ по правилу [15–23]: при $K \in \tilde{\mathbf{N}}$

$$\mathbf{I}(K) := K \setminus \{\mathrm{pr}_2(z) : z \in \Xi[K]\},$$

где $\Xi[K] := \{z \in \mathbf{K} \mid (\mathrm{pr}_1(z) \in K)\,\&\,(\mathrm{pr}_2(z) \in K)\}$. В этих терминах $\mathbf{G}_N = \{\overline{1,N}\}$ (одноэлементное множество) и

$$\mathbf{G}_{s-1} = \{K \setminus \{t\} : K \in \mathbf{G}_s, t \in \mathbf{I}(K)\}\ \forall s \in \overline{2,N}. \tag{5}$$

В частности, при $\mathbf{K}_1 := \{\mathrm{pr}_1(z) : z \in \mathbf{K}\}$ имеем $\mathbf{G}_1 = \{\{t\} : t \in \overline{1,N} \setminus \mathbf{K}_1\}$ (семейство одноэлементных множеств). Полагаем, что $\mathbf{M}_t := \{\mathrm{pr}_2(z) : z \in M^*_t\}\ \forall t \in \overline{1,N}.$ Далее строим слои пространства позиций $D_0, D_1, \ldots, D_N$. При этом

$$D_0 := \{(x, \varnothing) : x \in \bigcup_{i \in \overline{1,N} \setminus \mathbf{K}_1} \mathbf{M}_i\},$$

$D_N := \{(x^0, \overline{1,N})\}$ (множество, содержащее единственную УП $(x^0, \overline{1,N})$). Если $s \in \overline{1, N-1}$, то D_s конструируется следующим образом [15]: сначала при $K \in \mathbf{G}_s$ последовательно определяются множества

$$J_s(K) := \{j \in \overline{1,N} \setminus K \mid \{j\} \cup K \in \mathbf{G}_{s+1}\},$$

$$\mu_s[K] := \bigcup_{j \in J_s(K)} \mathbf{M}_j, \mathbf{D}_s[K] := \{(x, K) : x \in \mu_s[K]\},$$

после чего D_s полагается [15, (4.7)] совпадающим с объединением всех множеств $\mathbf{D}_s[\tilde{K}], \tilde{K} \in \mathbf{G}_s$. В частности, D_1 есть объединение всех множеств

$$\{(x, \{t\}) : x \in \mu_1[\{t\}]\}, t \in \overline{1,N} \setminus \mathbf{K}_1.$$

Основное свойство построенных слоев указано в [15, (4.9)].

Слои функции Беллмана $v_0, v_1, \ldots, v_N$ определяются рекуррентно. При этом функция $v_0 : D_0 \to \mathbf{R}_+$ такова, что

$$v_0(x, \varnothing) = f(x) \text{ при } x \in \bigcup_{i \in \overline{1,N} \setminus \mathbf{K}_1} \mathbf{M}_i.$$

Далее конструируем $v_1 : D_1 \to \mathbf{R}_+, \ldots, v_N : D_N \to \mathbf{R}_+$, используя рекуррентную процедуру, учитывающую [15, (4.9)]: если $s \in \overline{1,N}$ и функция v_{s-1} уже найдена, то v_s определяем по правилу

$$v_s(x, K) := \min_{j \in \mathbf{I}(K)} \min_{z \in M_j^*} [\mathbf{c}(x, \mathrm{pr}_1(z), K) + c_j(z, K) + v_{s-1}(\mathrm{pr}_2(z), K \setminus \{j\})] \; \forall (x, K) \in D_s. \quad (6)$$

Здесь функции стоимости $\mathbf{c}, c_1, \ldots, c_N, f$ соответствуют [15, (3.14)]; см. также [15, раздел 6].

Предложение 1. Справедливо равенство $V = v_N(x^0, \overline{1,N})$.

Доказательство легко извлекается из построений [15] и соответствует схеме, восходящей к [24, §4.9]. Таким образом, имеем рекуррентную процедуру, доставляющую (см. предложение 1) глобальный экстремум. В [15, раздел 4] приведен алгоритм построения оптимального решения задачи (2) (см. [4, (4.13), (4.14)]).

Заметим, что ориентированный на тестирование эвристик подход, связанный с определением V (см. предложение 1), может осуществляться с некоторой экономией ресурсов памяти, поскольку схема на основе (6) требует на каждом этапе сохранения (в памяти компьютера) только одного слоя функции Беллмана с последующей перезаписью; в этой связи отметим работу [25], где подобный прием использовался при решении ЗК с условиями предшествования (задача курьера).

Если же конструкция на основе ДП (6) используется для построения оптимизирующих вставок, то становится существенным этап построения самого оптимального решения [15, раздел 4]; в частности, [15, (4.13), (4.14)]), которое должно вклеиваться в глобальное эвристическое решение с целью улучшения последнего. В этом случае в памяти вычислителя следует сохранять все функции $v_1, \ldots, v_N$. В настоящей статье построение оптимизирующих вставок не рассматривается; см. в этой связи [17, 18].

4. Вычислительный эксперимент. В настоящем разделе рассматривается схема решения на основе тестирования эвристики, являющейся новой модификацией алгоритма [15, раздел 6]. Была проведена большая серия решений задач умеренной размерности, в которой использовались процедуры на основе ДП [15, раздел 4] и упомянутого эвристического алгоритма. Далее осуществлялось сравнение полученных результатов (для точного и эвристического алгоритмов).

Предполагалось при этом, что в исследуемой задаче маршрутизации, наряду с условиями предшествования, имеются динамические ограничения, связанные с тепловыми допусками. В последнем случае речь идет о создании трассы перемещений между мегаполисами, для которой в области завершения реза по каждой эквидистанте обеспечивается достаточно эффективный отвод тепла за счет исключения или минимизации пустот, образовавшихся на более ранних этапах решения, определяемого в виде пары маршрут-трасса. Более подробное описание этих ограничений содержится в [15]. Авторам неизвестны какие-либо попытки строгой оптимизации при ограничениях такого типа. Отметим, что в каждом тестовом примере оптимальный и эвристический алгоритмы были поставлены в одинаковые условия.

Итак, в данной статье рассматривается модификация эвристического алгоритма из [15], которая состоит в следующем. Была изменена функция вычисления стоимости внутренних работ [15, (6.1)]: последнее в [15, (6.1)] слагаемое теперь принимает значение 0 если менее 50 % области завершения реза покрыты пустотами от вырезанных контуров и пространством за пределами листа, и 1000000 в противном случае. Длина участка завершения реза для всех примеров 200 мм., ширина 50 мм. Смысл такой модификации состоит в том, что мы вводим некий допустимый порог для площади пустот в области завершения реза. Если этот порог превышен, стоимость решения возрастает в десятки и сотни раз. Алгоритмы будут любой ценой пытаться избежать данного варианта.

Вычисления производились на компьютере с процессором Inteli5-2400 и 8 Гб оперативной памяти, работающем под управлением Windows 7 (64-bit). Программа разработана в среде MicrosoftVisualC++ 2013.

Сначала рассматривалась тестовая серия из 50 примеров, каждый из которых содержал 25 контуров. Количество адресных пар, порождаемых вложенностью контуров, для разных примеров находилось в пределах от 12 до 19.

Результат сравнения ДП и эвристического итерационного алгоритма. Значения критерия получились меньше 100 для всех 50 примеров, значит ограничения не были нарушены. Минимальное отклонение по результату эвристического решения от оптимального составляет 1,25 %, максимальное – 3,42 %. Итак, имеем устойчивое приближение по результату к глобальному экстремуму при существенной экономии времени счета. Среднее время работы алгоритма на основе ДП составило 1 минуту, для эвристического алгоритма – 4,5 секунды.

Далее были произведены вычисления для примера ощутимой размерности. Количество мегаполисов 169. Количество адресных пар 87. Результат счета эвристическим алгоритмом: 561,88 (время счета 3 минуты 24 секунды). Маршрут и трасса показаны на рис. 1.

Также были произведены вычисления для другого примера ощутимой размерности. Здесь количество мегаполисов 200, а количество адресных пар 101. Результат счета эвристическим алгоритмом: 671,3 (время счета 5 минут 22 секунды). Маршрут и трасса показаны на рис. 2.

В обоих примерах штрафы не возникали, а это означает, что тепловые ограничения были выполнены. Итак, во всех примерах были найдены ДР, причем допустимость понимается здесь как в смысле условий предшествования, так и в смысле соблюдения тепловых допусков; эвристический алгоритм пригоден для решения инженерных задач.

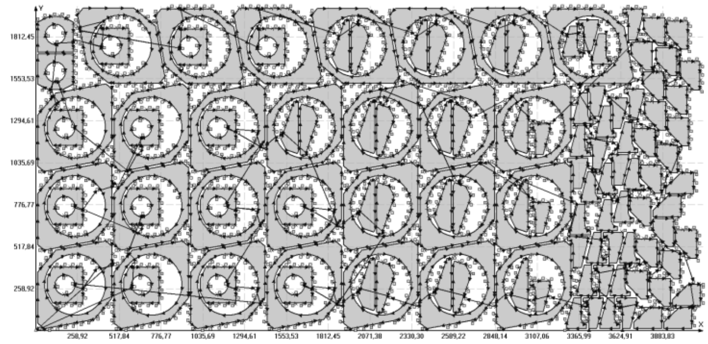

Рис. 1. Имеется 169 контуров. Решение эвристическим алгоритмом

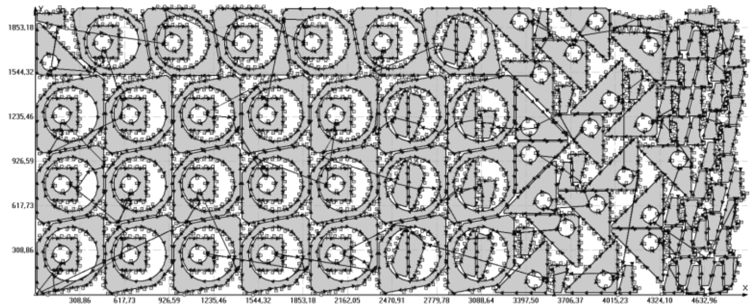

Рис. 2. 200 контуров. Решение эвристическим алгоритмом

Замечание. Отметим еще некоторые работы, касающиеся методов и алгоритмов решения ЗК [26–29]. Особо выделим исследования [27, 28], связанные с использованием ДП для решения ЗК. Аппарат ДП нашел широкое применение в теории экстремальных задач; однако именно [27, 28] имеет отношение к специфике настоящей работы, т.к. ЗК может рассматриваться в качестве прототипа задач маршрутизации, возникающих в атомной энергетике и машиностроении.

Заключение. Сравнение результатов работы предложенного эвристического алгоритма и точного алгоритма на основе ДП в условиях примеров умеренной размерности показало достаточно высокую эффективность данного алгоритма. Важно отметить тот факт, что данные эвристические алгоритмы могут быть использованы для решения задач значительной размерности, встречающихся в промышленной резке металла, что также подтверждается вычислительным экспериментом. При этом вычисления для таких примеров осуществляются достаточно быстро, что особенно важно на производстве. Ни в одном из примеров не возникали штрафы от тепловых ограничений, что также является важным показателем качества работы алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Little L.D.C., Murty K.G., Sweeney D.W., Karel C.* An Algorithm for the Travelling Salesman Problem // Opns. Res. – 1963. – Vol. 11, No. 6. – P. 972-990.
2. *William J. Cook.* In pursuit of the traveling salesman. Mathematics at the limits of computation. – NJ. Princeton Univer. Press., 2012. – 248 p.
3. *Gutin G., Punnen A.* The Traveling Salesman Problem and Its Variations. – Berlin: Springer, 2002. – 850 p.
4. *Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х.* Задача коммивояжера. Вопросы теории // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 9. – С. 3-34.

5. *Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х.* Задача коммивояжера. Точные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 10. – С. 3-29.
6. *Меламед И.И., Сергеев С.И., Сигал И.Х.* Задача коммивояжера. Приближенные алгоритмы // Автоматика и телемеханика. – 1989. – № 11. – С. 3-26.
7. *Гимади Э.Х., Хачай М.Ю.* Экстремальные задачи на множествах перестановок. – Екатеринбург: Изд-во УМЦ УПИ, 2016. – 220 с.
8. *Коробкин В.В., Сесекин А.Н., Ташлыков О.Л., Ченцов А.Г.* Методы маршрутизации и их приложения в задачах повышения безопасности и эффективности эксплуатации атомных станций. – М.: Изд-во "Новые технологии", 2012. – 234 с.
9. *Петунин А.А.* О некоторых стратегиях формирования маршрута инструмента при разработке управляющих программ для машин термической резки материала // Вестник УГАТУ. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2009. – Т. 13, № 2 (35). – С. 280-286.
10. *Фроловский В.Д.* Автоматизация проектирования управляющих программ тепловой резки металла на оборудовании с ЧПУ // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2005. – № 4. – С. 63-66.
11. *Верхотуров М.А., Тарасенко П.Ю.* Математическое обеспечение задачи оптимизации пути режущего инструмента при плоском фигурном раскрое на основе цепной резки // Вестник УГАТУ. Сер. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2008. – Т. 10, № 2 (27). – С. 123-130.
12. *Петунин А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А.* К вопросу о маршрутизации движения инструмента в машинах листовой резки с числовым программным управлением // Науч.-техн. ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2013. – № 2 (169). – С. 103-111.
13. *Wang G.G., Xie S.Q.* Optimal process planning for a combined punch-and-laser cutting machine using ant colony optimization // International Journal of Production Research. – Jun. 2005. – Vol. 43 (11). – P. 2195-2216.
14. *Lee M.-K., Kwon K.-B.* Cutting path optimization in CNC cutting processes using a two-step genetic algorithm // Int. J. Product. Res. Dec. – 2006. – Vol. 44 (24). – P. 5307-5326.
15. *Ченцов А.Г., Ченцов П.А.* Маршрутизация в условиях ограничений: задача о посещении мегаполисов // Автоматика и телемеханика. – 2016. – № 11. – С. 96-117.
16. *Ченцов А.Г., Ченцов А.А.* Дискретно-непрерывная задача маршрутизации с условиями предшествования // Тр. Ин-та математики и механики. – 2017. – Т. 23, № 1. – С. 275-292.
17. *Ченцов А.Г.* Беллмановские вставки в задаче маршрутизации с ограничениями и с усложненными функциями стоимости // Вестник УдГУ. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2014. – Вып. 4. – С.122-141.
18. *Ченцов А.Г.* Оптимизирующие вставки в задачах маршрутизации и их реализация на основе динамического программирования // Вестник УдГУ. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2016. – Т. 26, № 4. – С. 565-578.
19. *Петунин А.А., Ченцов А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А.* Элементы динамического программирования в конструкциях локального улучшения эвристических решений задач маршрутизации с ограничениями // Автоматика и телемеханика. – 2017. – Вып. 4. – С. 106-125.
20. *Ченцов А.А., Ченцов А.Г.* К вопросу о нахождении значения маршрутной задачи с ограничениями // Проблемы управления и информатики. – 2016. – № 1. – С. 41-54.
21. *Ченцов А.А., Ченцов А.Г.* Задача последовательного обхода мегаполисов // Вестник Тамбовского университета. Сер.: Естественные и технические науки. – 2014. – Т. 19, вып. 2. – С. 454-475.
22. *Петунин А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А.* Локальные вставки на основе динамического программирования в задаче маршрутизации с ограничениями // Вестник УдГУ. Математика. Механика. Компьютерные науки. – 2014. – Вып. 2. – С. 56-75.
23. *Петунин А.А., Ченцов А.Г., Ченцов П.А.* К вопросу о маршрутизации перемещений при листовой резке деталей // Вестник ЮУрГУ. Сер. Математическое моделирование и программирование. – 2017. – Т. 10, № 3. – С. 25-39.
24. *Ченцов А.Г.* Экстремальные задачи маршрутизации и распределения заданий: вопросы теории. – М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Ижевский институт компьютерных исследований, 2008. – 240 с.

25. *Lawler, Eugene L.* Efficient implementation of dynamic programming algorithms for sequencing problems // Mathematical Centre. 1979.BW 106/79.
26. *Hoeft J., Palekar U.S.* Heuristics for the plate-cutting traveling salesman problem // IIE Transactions. – 1997. – Vol. 29 (9). – P. 719-731.
27. *Bellman R.* On a Routing Problem // Quart. Appl. Math. – 1958. – Vol. 16. – P. 87-90.
28. *Held M., Karp R.M.* A Dynamic Programming Approach to Sequencing problems // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. – 1962. – No. 10 (1). – P. 196-210.
29. *Alkaya A.F., Duman E.* Combining and solving sequence dependent travelling salesman and quadratic assignment problems in PCB assembly // Discrete Applied Mathematics. – No. 192. – P. 2-16.

REFERENCES

1. *Little L.D.C., Murty K.G., Sweeney D.W., Karel C.* An Algorithm for the Travelling Salesman Problem, *Opns. Res*., 1963, Vol. 11, No. 6, pp. 972-990.
2. *William J. Cook.* In pursuit of the traveling salesman. Mathematics at the limits of computation. NJ. Princeton Univer. Press., 2012, 248 p.
3. *Gutin G., Punnen A.* The Traveling Salesman Problem and Its Variations. Berlin: Springer, 2002, 850 p.
4. *Melamed I.I., Sergeev S.I., Sigal I.Kh.* Zadacha kommivoyazhera. Voprosy teorii [The traveling salesman problem. Questions of the theory], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1989, No. 9, pp. 3-34.
5. *Melamed I.I., Sergeev S.I., Sigal I.Kh.* Zadacha kommivoyazhera. Tochnye algoritmy [The traveling salesman problem. Exact algorithms], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1989, No. 10, pp. 3-29.
6. *Melamed I.I., Sergeev S.I., Sigal I.Kh.* Zadacha kommivoyazhera. Priblizhennye algoritmy [The traveling salesman problem. Approximate algorithms], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 1989, No. 11, pp. 3-26.
7. *Gimadi E.Kh., Khachay M.Yu.* Ekstremal'nye zadachi na mnozhestvakh perestanovok [Extremal problems on sets of permutations]. Ekaterinburg: Izd-vo UMTs UPI, 2016, 220 p.
8. *Korobkin V.V., Sesekin A.N., Tashlykov O.L., Chentsov A.G.* Metody marshrutizatsii i ikh prilozheniya v zadachakh povysheniya bezopasnosti i effektivnosti ekspluatatsii atomnykh stantsiy [Routing methods and their applications in enhancing the safety and efficiency of nuclear power plants operation]. Moscow: Izd-vo "Novye tekhnologii", 2012, 234 p.
9. *Petunin A.A.* O nekotorykh strategiyakh formirovaniya marshruta instrumenta pri razrabotke upravlyayushchikh programm dlya mashin termicheskoy rezki materiala [Some strategies to make the route tool in the development of control programs for thermal cutting machines], *Vestnik UGATU. Ser. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Vestnik USATU. Series. Control, computer engineering and computer science], 2009, Vol. 13, No. 2 (35), pp. 280-286.
10. *Frolovskiy V.D.* Avtomatizatsiya proektirovaniya upravlyayushchikh programm teplovoy rezki metalla na oborudovanii s ChPU [Automatic design of control programs of thermal cutting on CNC equipment], *Informatsionnye tekhnologii v proektirovanii i proizvodstve* [Information technologies in designing and manufacturing], 2005, No. 4, pp. 63-66.
11. *Verkhoturov M.A., Tarasenko P.Yu.* Matematicheskoe obespechenie zadachi optimizatsii puti rezhushchego instrumenta pri ploskom figurnom raskroe na osnove tsepnoy rezki [Software for the optimization of the path of the cutting tool with a flat shape cutting based on chain cutting], *Vestnik UGATU. Ser. Upravlenie, vychislitel'naya tekhnika i informatika* [Vestnik USATU. Series. Control, computer engineering and computer science], 2008, Vol. 10, No. 2 (27), pp. 123-130.
12. *Petunin A.A., Chentsov A.G., Chentsov P.A.* K voprosu o marshrutizatsii dvizheniya instrumenta v mashinakh listovoy rezki s chislovym programmnym upravleniem [The question of the route of movement of the tool in the sheet cutting machines with numerical control], *Nauch.-tekhn. vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikatsii. Upravlenie* [St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems], 2013, No. 2 (169), pp. 103-111.

13. *Wang G.G., Xie S.Q.* Optimal process planning for a combined punch-and-laser cutting machine using ant colony optimization, *International Journal of Production Research,* Jun. 2005, Vol. 43 (11), pp. 2195-2216.
14. *Lee M.-K., Kwon K.-B.* Cutting path optimization in CNC cutting processes using a two-step genetic algorithm, *Int. J. Product. Res. Dec*., 2006, Vol. 44 (24), pp. 5307-5326.
15. *Chentsov A.G., Chentsov P.A.* Marshrutizatsiya v usloviyakh ogranicheniy: zadacha o poseshchenii megapolisov [Routing under constraints: the challenge about visiting cities], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2016, No. 11, pp. 96-117.
16. *Chentsov A.G., Chentsov A.A.* Diskretno-nepreryvnaya zadacha marshrutizatsii s usloviyami predshestvovaniya [Discrete-continuous routing problem with precedence conditions], *Tr. In-ta matematiki i mekhaniki* [Proceedings of Institute of mathematics and mechanics], 2017, Vol. 23, No. 1, pp. 275-292.
17. *Chentsov A.G.* Bellmanovskie vstavki v zadache marshrutizatsii s ogranicheniyami i s uslozhnennymi funktsiyami stoimosti [Belanovskii insertion in the routing problem with constraints and complicated cost functions], *Vestnik UdGU. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye nauki* [The Bulletin of Udmurt University. Mathematics Mechanics. Computer science], 2014, Issue 4, pp.122-141.
18. *Chentsov A.G.* Optimiziruyushchie vstavki v zadachakh marshrutizatsii i ikh realizatsiya na osnove dinamicheskogo programmirovaniya [Optimizing insertion in the routing problems and their implementation on the basis of dynamic programming], Vestnik UdGU. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye nauki [The Bulletin of Udmurt University. Mathematics Mechanics. Computer science], 2016, Vol. 26, No. 4, pp. 565-578.
19. *Petunin A.A., Chentsov A.A., Chentsov A.G., Chentsov P.A.* Elementy dinamicheskogo programmirovaniya v konstruktsiyakh lokal'nogo uluchsheniya evristicheskikh resheniy zadach marshrutizatsii s ogranicheniyami [Elements of dynamic programming in the construction of the local improvement heuristic solutions of the routing problems with constraints], *Avtomatika i telemekhanika* [Automation and Remote Control], 2017, Issue 4, pp. 106-125.
20. *Chentsov A.A., Chentsov A.G.* K voprosu o nakhozhdenii znacheniya marshrutnoy zadachi s ogranicheniyami [The question of finding the value route problem with constraints], *Problemy upravleniya i informatiki* [Problems of control and Informatics], 2016, No. 1, pp. 41-54.
21. *Chentsov A.A., Chentsov A.G.* Zadacha posledovatel'nogo obkhoda megapolisov [The problem of sequential bypass of cities], *Vestnik Tambovskogo universiteta. Ser.: Estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Tambov University Reports. Series Natural and Technical Sciences**],** 2014, Vol. 19, Issue 2, pp. 454-475.
22. *Petunin A.A., Chentsov A.G., Chentsov P.A.* Lokal'nye vstavki na osnove dinamicheskogo programmirovaniya v zadache marshrutizatsii s ogranicheniyami [Local insertion on the basis of dynamic programming in the routing problem with the restrictions], *Vestnik UdGU. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye nauki* [The Bulletin of Udmurt University. Mathematics Mechanics. Computer science], 2014, Issue 2, pp. 56-75.
23. *Petunin A.A., Chentsov A.G., Chentsov P.A.* K voprosu o marshrutizatsii peremeshcheniy pri listovoy rezke detaley [The question of the routing of movement under the leaf cutting parts], *Vestnik YuUrGU. Ser. Matematicheskoe modelirovanie i programmirovanie* [Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical modeling and programming], 2017, Vol. 10, No. 3, pp. 25-39.
24. *Chentsov A.G.* Ekstremal'nye zadachi marshrutizatsii i raspredeleniya zadaniy: voprosy teorii [Extremal problems of routing and assignment of tasks: questions of theory]. Moscow.-Izhevsk: NITs «Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika», Izhevskiy institut komp'yuternykh issledovaniy, 2008, 240 p.
25. *Lawler, Eugene L.* Efficient implementation of dynamic programming algorithms for sequencing problems, *Mathematical Centre. 1979.BW 106/79*.
26. *Hoeft J., Palekar U.S.* Heuristics for the plate-cutting traveling salesman problem, *IIE Transactions,* 1997, Vol. 29 (9), pp. 719-731.
27. *Bellman R.* On a Routing Problem, *Quart. Appl. Math*., 1958, Vol. 16, pp. 87-90.
28. *Held M., Karp R.M.* A Dynamic Programming Approach to Sequencing problems, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics,* 1962, No. 10 (1), pp. 196-210.
29. *Alkaya A.F., Duman E.* Combining and solving sequence dependent travelling salesman and quadratic assignment problems in PCB assembly, *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 192, pp. 2-16.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. А.Н. Сесекин.

Ченцов Александр Георгиевич – Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Уральский федеральный университет; e-mail: chentsov@imm.uran.ru; 620219, Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской 16; тел.: +73433753457; член-корреспондент РАН; г.н.с.

Ченцов Павел Александрович – e-mail: chentsov.p@mail.ru; тел.: +73433628162; с.н.с.

Chentsov Alexander Georgievich – Institute of mathematics and mechanics UrB RAS, Ural Federal University; e-mail: chentsov@imm.uran.ru; 620219, Yekaterinburg, 16 S. Kovalevstoy; phone: +73433753457; Corresponding Member of the Russian Academy of Sciences, chief researcher.

Chentsov Pavel Alexandrovich – e-mail: chentsov.p@mail.ru; phone: +73433628162; senior researcher.

УДК 007.52:622.279.04:622.276.04 DOI 10.23683/2311-3103-2017-9-181-192

В.А. Серов, И.В. Ковшов, С.А. Устинов

ЗАДАЧИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РОБОТИЗИРОВАННЫХ ШАГАЮЩИХ ПЛАТФОРМ ПРИ ОСВОЕНИИ ПОДВОДНЫХ (ПОДЛЕДНЫХ) МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Освоение подводных (подледных) месторождений полезных ископаемых является важнейшим направлением развития топливно-энергетического комплекса. Значительные шельфовые ресурсы позволяют организовать новые крупные нефтегазодобывающие центры, однако технологические системы обустройства и эксплуатации месторождений для акваторий со сложной ледовой обстановкой в настоящее время практически отсутствуют. Рассматриваются вопросы применения технологических роботизированных платформ с шагающими движителями при освоении подводных месторождений полезных ископаемых Арктического континентального шельфа. Предложена базовая конструкция подводной роботизированной платформы с энергетически-эффективными ортогональными шагающими движителями, которые характеризуются высокими показателями проходимости и способны работать на грунтах с низкой несущей способностью. Результаты исследований проведенных на прототипах платформ с шагающими движителями подтвердили высокую проходимость таких шагающих аппаратов на слабонесущих грунтах. При использовании подводных роботизированных шагающих платформ на подводном месторождении могут быть решены следующие задачи: разведка местности, проведение инженерных изысканий, бурение скважин различного назначения, мониторинг и обслуживание подводного оборудования, прокладка кабелей, трубопроводов и райзеров по месторождению (в том числе с выполнением траншеи), подключение и отключение соединителей электрических и гидравлических коммуникаций, взятие проб, мониторинг скважин, установка донного основания и устьевой обвязки скважины, борьба с выбросами и утечками газа, нефти и технологических жидкостей, транспортировка расходных материалов и комплектующих. Также практический интерес представляет использование групп шагающих платформ для транспортировки и позиционирования крупногабаритных грузов, а также возможность проведения пенетрационных измерений на маршруте патрулирования с использованием шагающих движителей платформы. На основании сформулированных задач предложены классификация подводных роботизированных шагающих платформ, основные технические требования к ним. Также предложена модель применения роботизированных шагающих платформ при освоении подводных месторождений нефти и природного газа на Арктическом шельфе, предусматривающая применение подводной буровой установки на базе двух шагающих платформ. Преимущества предлагаемой технологии заключаются в ускорении проектирования и обустройства подводных месторождений, снижение стоимости бурения скважин различного назначения, повышение мобильности оборудования на месторождении и в пределах шельфа.

Подводная роботизированная шагающая платформа, подводное месторождение; робототехнический комплекс; мобильный робот; подводно-технические работы; шагающий движитель; бурение.