УДК 681.5.01:658.512.2

В.Н. Гридин, В. И. Анисимов, М.М. Абухазим

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

Рассматриваются методы повышения эффективности систем моделирования стационарного режима нелинейных электронных схем. Отмечается актуальность задачи при моделировании стационарного режима больших электронных схем, имеющих слабосвязанную иерархическую структуру, математическое описание которых характеризуется наличием разреженных матриц с незначительным числом ненулевых элементов. Рассматриваются два подхода устранения избыточных операций с нулевыми элементами, существенно снижающих производительность системы моделирования: использование технологии компактной обработки разреженных матриц и декомпозицию большой схемы на составляющие слабосвязанные подсхемы с последующим расчетом исходной схемы по частям на основе методов диакоптики. Показывается, что наибольшую производительность системы моделирования стационарного режима больших схем можно обеспечить при совместном использовании технологии сжатия данных и декомпозиции большой схемы на ряд подсхем. Рассматриваются методы сжатия данных в математическом описании и делается вывод, что наибольшую эффективность с точки зрения экономии памяти представляет метод структурно-симметричного фиксированного формата. Отмечается что классическая форма всех методов фиксированного формата не позволяет перечислять ненулевые элементы в произвольном порядке и включать дополнительные элементы в компактное описание. Поэтому в классической форме метод структурно-симметричного фиксированного формата не позволяет непосредственно применять его для обработки компактных матриц при решении систем уравнений вследствие неизбежного появления новых ненулевых элементов в процессе этого решения. В основе предложенной в статье методики лежит двухэтапная технология построения программного обеспечения системы, при этом на первом, топологическом этапе решается задача определения формата описания с учетом возможного появления новых ненулевых элементов в процессе решения уравнений стационарного режима, а на втором этапе формируется математическое описание задачи в полученном на первом этапе расширенном формате. Отмечается, что задача повышения эффективности особенно актуальна при построении систем с распределенной архитектурой, когда информационные ресурсы предоставляются потребителям посредством сетевых сервисов, поскольку при этом существенно повышаются требования к быстродействию программного обеспечения.

Системы автоматизированного проектирования; автоматизация схемотехнического проектирования; моделирование систем; компактная обработка; разреженные матрицы.

V.N. Gridin, V.I. Anisimov, M.M. Abuhazim

IMPROVING THE EFFECTIVENESS OF SYSTEMS MODELING OF STEADY STATE OF ELECTRONIC CIRCUITS

Methods for improving the efficiency of simulation systems for the stationary regime of nonlinear electronic circuits are considered. The problem is topical when modeling the stationary mode of large electronic circuits having a loosely coupled hierarchical structure whose mathematical description is characterized by the presence of sparse matrices with a small number of nonzero elements. Two approaches to eliminating redundant operations with zero elements that significantly reduce the performance of the modeling system are considered: using the technology of compact sparse matrix processing and decomposition of a large scheme into components of loosely coupled subschemes, and then calculating the original scheme in parts using diakoptic methods. It is shown that the greatest performance of the stationary mode simulation of large circuits can be *ensured by the joint use of data compression technology and the decomposition of a large scheme into a number of subschemes. Methods of data compression in a mathematical description are considered, and the conclusion is that the most efficient from the point of view of saving memory is the method of structurally symmetric fixed format. It is noted that the classical form of all fixed-format methods does not allow us to enumerate non-zero elements in an arbitrary order and include additional elements in a compact description. Therefore, in the classical form, the method of a structurally symmetric fixed format does not directly apply it to the processing of compact matrices in solving systems of equations due to the inevitable appearance of new non-zero ones elements in the process of this decision. The basis of the methodology proposed in the article is a two-stage technology. In this case, the first, topological stage solves the problem of determining the format of the description, taking into account the possible appearance of new non-zero elements in the process of solving stationary-mode equations, and at the second stage a mathematical description of the problem is formed in the extended format obtained at the first stage. It is noted that the task of increasing efficiency is especially important in the construction of distributed architecture systems, where information resources are provided to consumers through network services, since the requirements to the speed of software significantly increase.*

Computer-aided design; automation circuit design; modeling systems; compact processing; sparse matrices.

Введение. Одной из актуальных задач в области моделирования является повышение эффективности систем автоматизированного расчета стационарного режима больших электронных схем со слабосвязанной иерархической структурой, математическое описание которых характеризуется наличием разреженных матриц, имеющих незначительное число ненулевых элементов. Поскольку моделирование нелинейных электронных схем неизбежно связано с необходимостью выполнения значительного числа итерационных циклов, то избыточные операции с нулевыми элементам в этих циклах существенно снижают производительность системы моделирования стационарного режима. Задача повышения эффективности особенно актуальна при построении систем с распределенной архитектурой, когда информационные ресурсы предоставляются потребителям посредством сетевых сервисов [1–4], поскольку при этом существенно повышаются требования к быстродействию программного обеспечения.

Для устранения избыточных операций с нулевыми элементами, существенно снижающих эффективность системы, возможны два подхода. Первый подход основан на использовании технологии компактной обработки разреженных матриц, обеспечивающей сжатие данных и исключение операций с нулевыми элементами [5–9]. Второй подход предусматривает декомпозицию большой схемы на составляющие слабосвязанные подсхемы с последующим расчетом исходной схемы по частям на основе методов диакоптики [10–16]. Каждый подход имеет свои сильные и слабые стороны, при этом наибольшую производительность систем моделирования статического режима можно обеспечить при сочетании обоих подходов.

Целью работы является построение методов повышения эффективности систем моделирования стационарного режима нелинейных электронных схем на основе сжатия данных при помощи наиболее эффективного метода компактной обработки разреженных матриц в структурно-симметричном фиксированном формате. В основе предложенной методики лежит двухэтапная технология построения программного обеспечения системы, при этом на первом, топологическом этапе решается задача определения формата описания с учетом возможного появления новых ненулевых элементов в процессе решения уравнений стационарного режима, а на втором этапе формируется математическое описание задачи в полученном на первом этапе расширенном формате. В работе показывается, что наибольшую эффективность системы моделирования стационарного режима больших схем можно обеспечить при совместном использовании технологии компактной обработки разреженных матриц и декомпозиции большой схемы на ряд подсхем с целью реализации диакоптического подхода к расчету исходной схемы по частям на основе представления математического описания моделируемой схемы в виде, содержащем матрицу с окаймленной блочно-диагональной структурой.

Математическое обеспечение систем моделирования стационарного режима электронных схем. В общем случае, моделируемая система может содержать как линейные, так и нелинейные многополюсники, обобщенная структура которых приведена на рис. 1.

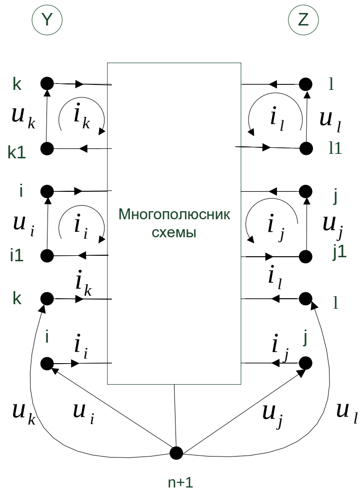

Рис. 1. Обобщенная структура многополюсных компонентов схемы

В приведенной структуре можно выделить два типа полюсов. Для полюсов, расположенных в нижней части компонента, полюсное напряжение отсчитывается относительно (n+1)-го базисного узла. Полюса, расположенные в верхней части компонента, образуют *порты* с двумя полюсами, относительно одного из которых отсчитывается полюсное напряжение порта. Компонентные уравнения в общем случае могут быть записаны в виде $p_i = f\,(...,q_i,...)$. С учетом характера зависимых p_i и независимых q_i переменных все полюса и порты многополюсного компонента могут быть разделены на две группы – группу y и группу z. Если в качестве зависимой переменной p_i выбирается ток i_i, то i-й полюс входит в группу y-полюсов, если же выбирается потенциальная переменная u_i, то i-й полюс входит в совокупность z-полюсов.

Если многополюсный компонент является линейным, то обобщенное нелинейное уравнение $p_i = f\,(...,q_i,...)$ можно заменить линейными уравнениями

$$i_i = \sum_k y_{ik} u_k + \sum_l \beta_{il} i_l + j_i \tag{1}$$

$$u_j = \sum_k \mu_{jk} u_k + \sum_l z_{jl} i_l + e_j, \tag{2}$$

где $y_{ik}, \beta_{il}, \mu_{jk}, z_{jl}$, – линейные параметры многополюсника; j_i, e_j – задающие источники многополюсника.

В матричной форме уравнения (1) и (2) имеют вид

$$I_{y1} = Y_{m1}U_{y1} + B_{m1}I_{z1} + J_{m1} \tag{3}$$

$$U_{z1} = M_{m1}U_{y1} + Z_{m1}I_{z1} + E_{m1}, \tag{4}$$

где $I_{y1}, U_{y1}, I_{z1}, U_{z1}$ – векторы полюсных переменных линейного многополюсника; $Y_{m1}, B_{m1}, M_{m1}, Z_{m1}$ – матрицы линейных параметров компонента; J_{m1}, E_{m1} – векторы задающих источников многополюсника.

Объединяя уравнения (3) и (4) в одно матричное уравнение, получим матричное уравнение линейных многополюсников

$$P_1 = W_{m1}Q_1 + S_{m1}, \tag{5}$$

где $P_1 = [I^t_{y1}, U^t_{z1}]^t$, $Q_1 = [U^t_{y1}, I^t_{z1}]^t$ – векторы зависимых и независимых переменных линейного многополюсного компонента,

$$W_{m1} = \begin{array}{|c|c|}\hline Y_{m1} & B_{m1} \\ \hline M_{m1} & Z_{m1} \\ \hline \end{array} \qquad S_{m1} = \begin{array}{|c|}\hline J_{m1} \\ \hline E_{m1} \\ \hline \end{array}$$

– матрица параметров и задающий вектор линейного многополюсного компонента.

Компонентные уравнения нелинейных многополюсников можно записать в виде $i_i = f_y(\ldots, u_k, \ldots, i_l, \ldots)$ для *y*-полюсов и $u_j = f_z(\ldots, u_k, \ldots, i_l, \ldots)$ для *z*-полюсов, где u_k и i_l – независимые переменные *y*-полюсов и *z*-полюсов, или в матричной форме

$$\begin{array}{|c|}\hline I_{y2} \\ \hline U_{z2} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|}\hline F_y(U_{y2}, I_{z2}) \\ \hline F_z(U_{y2}, I_{z2}) \\ \hline \end{array}$$

Здесь I_{y2}, I_{z2} – векторы токовых переменных *y* и *z* полюсов, U_{y2}, U_{z2} – векторы потенциальных переменных *y* и *z* полюсов, $F_y(U_{y2}, I_{z2})$ и $F_z(U_{y2}, I_{z2})$ – вектор-функции нелинейных многополюсников.

Для описания нелинейных компонентов отожествим их вектор зависимых токовых переменных I_{y2} с вектором некоторых фиктивных источников тока $J_{m2} = F_y(U_{y2}, I_{z2})$, а вектор их зависимых потенциальных переменных U_{z2} с вектором некоторых фиктивных источников напряжения $E_{m2} = F_z(U_{y2}, I_{z2})$. Тогда все нелинейные компоненты можно описать уравнением вида

$$P_2 = F(Q_2) = S_{m2}, \tag{6}$$

где

$$F(Q_2) = \begin{array}{|c|}\hline F_y(U_{y2}, I_{z2}) \\ \hline F_z(U_{y2}, I_{z2}) \\ \hline \end{array} \quad S_{m2} = \begin{array}{|c|}\hline J_{m2} \\ \hline E_{m2} \\ \hline \end{array} \quad P_2 = \begin{array}{|c|}\hline I_{y2} \\ \hline U_{z2} \\ \hline \end{array} \quad Q_2 = \begin{array}{|c|}\hline U_{y2} \\ \hline I_{z2} \\ \hline \end{array}$$

Объединяя уравнения (5) и (6) в одно уравнение, получим объединенное компонентное уравнение схемы

$$P = W_m Q + S_m, \tag{7}$$

где

$$P = \begin{array}{|c|}\hline P_1 \\ \hline P_2 \\ \hline\end{array} \quad Q = \begin{array}{|c|}\hline Q_1 \\ \hline Q_2 \\ \hline\end{array} \quad W_m = \begin{array}{|c|c|}\hline W_{m1} & \\ \hline & \\ \hline\end{array} \quad S_m = \begin{array}{|c|}\hline S_{m1} \\ \hline S_{m2} \\ \hline\end{array}$$

Топологические уравнения схемы в расширенном узловом базисе [17] можно записать в виде

$$T_P P + T_X X = 0 \tag{8}$$

$$Q = T_P^t X\,, \tag{9}$$

где

$$X = \begin{array}{|c|}\hline V \\ \hline I_z \\ \hline\end{array} \quad T_P = \begin{array}{|c|c|}\hline A_y & \\ \hline & 1 \\ \hline\end{array} \quad T_X = \begin{array}{|c|c|}\hline & A_z \\ \hline -A_z^t & \\ \hline\end{array}$$

Здесь A_y, A_z – блочные матрицы инциденций A для y и z ветвей

Решая уравнения (7), (8) и (9) совместно и исключая из них векторы P и Q, получим

$$WX + S = 0\,, \tag{10}$$

где $W = T_P W_m T_P^t + T_X$, $S = T_P S_m$.

Целесообразно разделить общий задающий вектор S на линейную и нелинейную составляющие S_1 и $S_2 = S_2(X)$. С этой целью представим матрицу T_P в блочной форме, выделив в ней блоки линейной T_{P1} и нелинейной T_{P2} частей схемы

$$T_P = \begin{array}{|c|c|}\hline T_{P1} & T_{P2} \\ \hline\end{array}$$

С учетом блочной структуры матрицы T_P, окончательно получим уравнение нелинейных электронных схем в виде

$$\Phi(X) = W_1 X + S_1 + S_2(X) = 0\,, \tag{11}$$

где $W_1 = T_{P1} W_{m1} T_{P1}^t + T_X$, $S_1 = T_{P1} S_{m1}$, $S_2(X) = T_{P2} S_{m2}$.

Нелинейные свойства схемы в уравнении (11) определяются видом функциональных зависимостей (6), согласно которым вычисляется вектор S_{m2}.

Решение уравнения (11) может быть выполнено методом Ньютона Рафсона [18]

$$X^{i+1} = X^i - (M^i)^{-1} \Phi(X^i), \tag{12}$$

где $M^i = \dfrac{\partial \Phi(X)}{\partial X}$ – матрица Якоби в точке $X = X^i$.

Уравнение Ньютона-Рафсона (12) обычно записывается в форме, не содержащей обратной матрицы:

$$M^i \Delta X^{i+1} + \Phi(X^i) = 0, \text{ где } \Delta X^{i+1} = X^{i+1} - X^i, \tag{13}$$

Непосредственное использование метода Ньютона-Рафсона существенно затрудняется необходимостью вычисления матрицы Якоби M^i и функционала $\Phi(X^i)$. Поэтому для практической реализации расчета вектора X целесообразно использовать схемотехническую интерпретацию метода Ньютона-Рафсона.

С этой целью продифференцируем нелинейное уравнение схемы $\Phi(X) = W_1 X + S_1 + S_2(X) = 0$, что дает

$$M^i = \frac{\partial \Phi(X)}{\partial X}\Big|_{(X=X^i)} = W_1 + \frac{\partial S_2(X)}{\partial X}\Big|_{(X=X^i)}$$

Учитывая, что, $S_2(X) = T_{p2}S_{m2}$, $S_{m2} = P_2 = F(Q_2)$ и $Q_2 = T_{p2}^t X$, можно записать

$$\frac{\partial S_2(X)}{\partial X}\Big|_{(X=X^i)} = T_{p2}\frac{\partial P_2}{\partial Q_2}\Big|_{(Q_2=Q_2^i)}\frac{\partial Q_2}{\partial X} = T_{p2}\frac{\partial P_2}{\partial Q_2}\Big|_{(Q_2=Q_2^i)}T_{p2}^t$$

Введем обозначение

$\frac{\partial P_2}{\partial Q_2}\Big|_{(Q_2=Q_2^i)} = W_{m2}^i$, где W_{m2}^i – матрица параметров линеаризованных в точке $Q_2 = Q_2^i$ нелинейных компонентов.

Тогда можно записать выражение для матрицы Якоби M^i в виде:

$$M^i = W_1 + T_{p2}W_{m2}^i T_{p2}^t = W_1 + W_2^i,$$

где $W_2^i = T_{p2}W_{m2}^i T_{p2}^t$,

Подстановка значения M^i в уравнение Ньютона-Рафсона (13) дает

$$(W_1 + W_2^i)\Delta X^{i+1} + \Phi(X^i) = 0.$$

Подставляя сюда значение $\Delta X^{i+1} = X^{i+1} - X^i$, а также выражение для функционала $\Phi(X^i) = W_1X^i + S_1 + S_2(X^i)$, и, учитывая очевидные соотношения $S_2(X^i) = T_{P2}P_2^i$, $Q_2^i = T_{P2}^t X^i$, $W_2^i = T_{P2}W_{m2}^i T_{P2}^t$, после несложных преобразований получим уравнение для схемотехнической интерпретации метода Ньютона-Рафсона в виде:

$$(W_1 + W_2^i)X^{i+1} + S_1 + S_2^i = 0, \qquad (14)$$

где $W_1 = T_{p1}W_{m1}T_{p2}^t + T_x$, $S_1 = T_{p1}S_{m1}$, $W_2^i = T_{p2}W_{m2}^i T_{p2}^t$, $S_2^i = T_{P2}S_{m2}^i$.

Входящие в выражения матрицы $W_{m2}^i = \frac{\partial P_2}{\partial Q_2}\Big|_{(Q_2=Q_2^i)}$ и $S_{m2}^i = P_2^i - W_{m2}^i Q_2^i$ являются линеаризованными в точке *i* матрицами нелинейных многополюсников.

В соответствии с изложенной методикой можно построить следуюший алгоритм решения задачи моделирования стационарного режима нелинейных систем на основе схемотехническии интерпретации

1. Выбор начального приближения $X^i = X^0$.
2. Расчет векторов P_2^i и Q_2^i нелинейных компонентов.
3. Линеаризация нелинейных компонентов в точке P_2^i и Q_2^i.
4. Формирование линеаризованых в *i*-ой точке матриц $W^i = W_1 + W_2^i$ и $S^i = S_1 + S_2^i$.
5. Решение линеаризованного уравнения $W^i X^{i+1} + S^i = 0$.
6. Вычисление нормы $N = \| X^{i+1} - X^i \|$.
7. Если $N > \varepsilon$, то переопределение вектора $X^i = X^{i+1}$ и переход к шагу 2, в противном случае вывод значения векторов X^{i+1}, P_2^i, Q_2^i.

Моделирование стационарного режима на основе компактной обработки разреженных матриц. Наличие в математическом описании моделируемых систем разреженных матриц ставит задачу изменения стандартных подходов к формированию и решению систем уравнений. Это объясняется, с одной стороны, требованием экономии памяти, которую нежелательно использовать для хранения нулевых элементов, а с другой стороны, требованием повышение быстродействия, за счет устранения выполнения арифметических операций с нулевыми элементами. Существуют различные методы сжатия данных в математическом описании, при этом наибольшую эффективность с точки зрения экономии памяти представляет метод структурно-симметричного фиксированного формата [5].

В основе метода лежит приведение исходной матрицы к форме, содержащей диагональную, наддиагональную и поддиагональную части. Метод основан на использовании фиксированного формата, при этом предполагается, что исходная матрица является структурно симметричной, так что для каждого ненулевого элемента w_{ij} можно поставить в соответствие элемент w_{ji}. В случае если такой элемент в исходной матрице отсутствует, то его необходимо создать искусственно путем включения в компактное описание элемента $w_{ji} = 0$.

Для сжатия данных исходной разреженной матрицы *W*, содержащей *m* ненулевых элементов, на основе метода структурно-симметричного фиксированного формата требуются следующие массивы:

WD – для хранения диагональных элементов,

WL – для хранения ненулевых элементов, расположенных ниже диагонали (поддиагональных элементов),

WU – для хранения ненулевых элементов, расположенных выше диагонали (наддиагональных элементов).

В соответствие с методом структурно-симметричного фиксированного формата, при формировании массива *WU* наддиагональные элементы записываются по строкам, а при формировании массива *WL* поддиагональные элементы записываются по столбцам. Согласно принятому порядку формирования массивов *WU*, *WL*, относительный адрес *a* некоторого элемента w_{ij}, расположенного в массиве *WU*, совпадает с относительном адресом элемента w_{ji}, расположенном в массиве *WL*, что существенно упрощает процесс программирования для организации сканирования элементов.

Для хранения индексов строк и столбцов ненулевых элементов в методе структурно-симметричного фиксированного формата используется массив *WJI*, при этом этот массив содержит номера столбцов ненулевых элементов, расположенных выше диагонали, которые совпадают с номерами строк транспонированных ненулевых элементов, расположенных ниже диагонали.

Для определения точки входа в строку выше диагонали (точка входа в столбце ниже диагонали) используется массив *ERC*. В последний *n*-й элемент этого массива заносится значение $\frac{m-n}{2}+1$, где *m* – число ненулевых элементов матрицы, *n* – порядок матрицы.

Если учесть, что длина массива *WD* составляет *n* элементов, длина массивов *WU*, *WL*, *WJI* составляет $\frac{m-n}{2}$ элементов, а длина массива *ERC* составляет *n* элементов, то коэффициент экономии памяти метода структурно-симметричного фиксированного формата может быть определен выражением:

$$\beta = \frac{8*n^2}{n^2*\alpha*9+n} \cong \frac{8}{9} = \frac{1}{1{,}1*\alpha}, \text{ где } \alpha = \frac{m}{m_{\max}} = \frac{m}{n^2}.$$

Однако, классическая форма метода структурно-симметричного фиксированного формата не позволяет перечислять ненулевые элементы в произвольном порядке и поэтому не позволяет включать дополнительные элементы в компактное описание. Следовательно, в классической форме этот метод не позволяет непосредственно применять его для обработки компактных матриц при решении систем уравнений вследствие неизбежного появления новых ненулевых элементов в процессе этого решения.

Таким образом, для возможности использования метода структурно-симметричного фиксированного формата для моделирования стационарного режима необходимо модифицировать метод с целью резервирования в нем дополнительных позиций для размещения новых ненулевых элементов, появляющихся в процессе решения уравнений. В качестве такой модификации наиболее целесообразно использовать двухэтапную процедуру формирования компактного описания [19].

При этом на первом этапе должна решаться задача формирования топологического образа моделируемой схемы, целью которого является определение размеров всех используемых массивов, однако не ставится задача численного формирования этих массивов. Поскольку на первом этапе не решается задача формирования численных массивов, то выполнение этого этапа может быть осуществлено путем заполнения всех массивов произвольными численными константами, которые должны отобразить наличие или отсутствие соответствующих элементов матрицы некоторой информацией. Иначе говоря, на первом этапе работа над численной матрицей может быть заменена обработкой некоторой индексной матрицы *C*, элементы которые имеют только два произвольных значения, например, (0 и 1). При этом, если в исходной матрице некоторый элемент $w_{ij} \neq 0$, то для введенной индексной матрицы *C*, соответствующий элемент $C_{ij} = 1$, а все остальные элементы равны 0. Таким образом, вместо рассмотрения исходной схемы, будет рассматриваться топологический образ этой схемы, в точности отображающий ее структуру, но не содержащий информации о численных значениях параметров.

На топологическом этапе проводится *LU*-факторизация индексной матрицы *C* с приведением оптимального упорядочивания строк и столбцов с целью минимизации числа появления новых ненулевых элементов. На этом же этапе осуществляется построение вспомогательного вектора *P*, отображающего все выполненные перестановки строк (столбцов) матрицы *C*. На заключительном шаге топологического этапа на основе топологического портрета схемы, отображенного в матрице *C*, осуществляется построение координатных матриц *WJI*, *ERC*, *SI*. Компактная матрица *WJI* содержит индексы столбцов исходной полной матрицы в ее наддиагональной части. Вследствие структурной симметрии исходной матрицы, компактная матрица *WJI* одновременно содержит так же и индексы строк ненулевых элементов поддиагональной части исходной матрицы. После формирования координатных матриц индексная матрица может быть удалена.

Задача численного формирования реализуется на втором этапе, при выполнении которого в известном формате формируются численные массивы. Такой формат будет содержать зарезервированные места для всех ненулевых элементов. На численном этапе в соответствии с уже известным форматом компактного описания, можно открыть и сформировать массивы для численных матриц *WD, WU, WL* и осуществить численную *LU*-факторизацию с последующим расчетом вектора переменных. При работе с компактным описанием исходная разреженная матрица *W* в описании не существует и численная *LU*-факторизация должна выполняться виртуально путем обработки компактных массивов *WD, WU, WL*. Следовательно, для этой цели необходимо построить виртуальный алгоритм *LU*-факторизации, который должен установить взаимосвязь элементов полной матрицы w_{kk}, w_{kj}, w_{jk}, w_{ij} с относительными адресами a, определяющими местоположение этих элементов в компактных массивах WD, WU, WL.

Следует отметить, что процесс моделирования стационарного режима электронных схем связан с выполнением многовариантных итерационных расчетов одной и той же схемы. Поэтому топологический этап в этом процессе выполняется единственный раз, в то время как численный этап выполняется многократно и временные затраты на выполнение топологического этапа в общих временных затратах на процесс моделирования оказываются весьма незначительными.

Совместное использование методов диакоптики и технологии сжатия данных. Процесс моделирования стационарного режима больших схем целесообразно выполнять на основе декомпозиции большой схемы на ряд подсхем с целью реализации диакоптического подхода к расчету исходной схемы по частям. Разделение исходной схемы на подсхемы может быть выполнено произвольным образом, следует только обеспечить локализацию всех полюсов каждого многополюсного компонента (трансформатора, управляемого источника и т.д.) в пределах какой-либо подсхемы.

При нумерации внутренних переменных отдельных подсхем и переменных связи в узлах соединения подсхем вначале следует выполнять нумерацию внутренних переменных каждой подсхемы, а затем нумерацию узловых переменных связи. Такая последовательность обеспечивает представление матричного уравнения моделируемой схемы в виде, содержащем матрицу с окаймленной блочно-диагональной структурой, содержащей окаймляющую блочную строку и окаймляющий блочный столбец, при этом все остальные ненулевые элементы этой матрицы будут сконцентрированы в диагональных матричных блоках.

Для каждого узла схемы можно ввести узловую переменную v_p, определяющую состояние этого узла, что позволяет из всех узловых переменных образовать вектор узловых потенциалов $X_0 = V_0 = [\ldots, v_p, \ldots]^t$. В каждой подсхеме можно выделить внутренние переменные x_i и составить для каждой подсхемы вектор $X_k = [\ldots, x_i, \ldots]^t$. При этом, общий вектор всех переменных схемы будет иметь вид $X = [X_1^t, \ldots, X_k^t, \ldots, X_m^t, X_0^t]^t$, где вектор $X_0 = V_0$ будет включать в себя узловые переменные узлов разделения, а векторы X_k – переменные k-й подсхемы.

Для выбранной структуры вектора X матричное уравнение всей схемы в расширенном базисе узловых потенциалов [17] может быть записано в виде

$$
\begin{bmatrix}
W_{11} & & & & & W_{10} \\
 & \ldots & & & & \ldots \\
 & & W_{kk} & & & W_{k0} \\
 & & & \ldots & & \ldots \\
 & & & & W_{mm} & W_{m0} \\
W_{01} & \ldots & W_{0k} & \ldots & W_{0m} & W_{00}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} X_1 \\ \ldots \\ X_k \\ \ldots \\ X_m \\ X_0 \end{bmatrix}
+
\begin{bmatrix} S_1 \\ \ldots \\ S_k \\ \ldots \\ S_m \\ S_0 \end{bmatrix}
= 0
$$

Уравнение для k-й подсхемы согласно структуре k-й блочной строки имеет вид

$$W_{kk} X_k + W_{k0} X_0 + S_k = 0, \qquad k = \overline{1, m}. \tag{15}$$

Отсюда получаем выражения для вектора X_k внутренних переменных отдельных подсхем

$$X_k = -W_{kk}^{-1} W_{k0} X_0 - W_{kk}^{-1} S_k, \quad k = \overline{1, m}.$$

Введем следующие обозначения

$$\overline{W}_{k0} = W_{kk}^{-1} W_{k0}, \qquad \overline{S_k} = W_{kk}^{-1} S_k, . \tag{16}$$

Тогда вектор внутренних переменных *k*-й подсхемы будет иметь следующий вид

$$X_k = -\overline{W}_{k0} X_0 - \overline{S_k}\ , \qquad k = \overline{1, m}. \tag{17}$$

Уравнение для всей системы в целом определяется последней блочной строкой общего матричного уравнения

$$\sum_{k=1}^{m} W_{0k} X_k + W_{00} X_0 + S_0 = 0 \cdot \tag{18}$$

Подставляя в уравнение (18) вектор X_k внутренних переменных подсхем, определяемый выражением (17), получим

$$\sum_{k=1}^{m} (-W_{0k}\overline{W}_{k0} X_0 - W_{0k}\overline{S_k}) + W_{00} X_0 + S_0 = 0 \cdot$$

Обозначим

$$\overline{W}_{00} = W_{00} - \sum_{k=1}^{m} W_{0k}\overline{W}_{k0}, \qquad \overline{S_0} = S_0 - \sum_{l=1}^{m} W_{0k}\overline{S_k}. \tag{19}$$

Тогда уравнение для вектора X_0 узловых переменных узлов разделения можно записать в виде:

$$\overline{W}_{00} X_0 + \overline{S_0} = 0 .$$

Отсюда получим выражение для расчета узловых переменных узлов разделения

$$X_0 = -\widetilde{S}_0 \ \text{ где } \widetilde{S}_0 = \overline{W}_{00}^{-1}\overline{S_0} . \tag{20}$$

Таким образом, на основании уравнения (20) можно определить вектор переменных узлов разделения X_0, что позволяет вычислить все внутренние переменные подсхем на основании выражения (17).

Благодаря проведенной декомпозиции вместо решения общего уравнения моделируемой схемы $WX + S = 0$ решаются уравнения для узлов разделения (20) и отдельных подсхем (17), порядок которых путем выбора соответствующего числа подсхем и узлов связи может быть сделан сколь угодно малым.

С целью исключения процедуры обращения матриц вычислительный процесс моделирования стационарного режима электронных схем на основе диакоптического подхода целесообразно организовать с использованием нормализованного метода Гаусса-Жордано согласно следующему алгоритму:

1. Для каждой *k*-й подсхемы на основе введенной информации формируются массивы параметров блочных матриц W_{kk}, W_{k0}, W_{0k}, W_{00}, S_k, S_0 моделируемой схемы.

2. Выполняется нормализованный алгоритм Гаусса-Жордано для *k*-й подсхемы, в результате чего блочная матрица W_{kk} преобразуется в единичную диагональную матрицу и уравнение *k*–й блочной строки принимает вид $X_k + \overline{W}_{k0} X_0 + \overline{S_k} = 0$, а уравнение окаймляющей блочной строки получает вид $\overline{W}_{00} X_0 + \overline{S_0} = 0$.

3. Выполняется нормализованный алгоритм Гаусса-Жордано для узлов разделения, в результате чего блочная матрица $\overline{W}_{00}$ преобразуется в единичную диагональную матрицу, а уравнение окаймляющей блочной строки принимает вид $X_0 + \widetilde{S}_0 = 0$, откуда получаем вектор переменных узлов разделения $X_0 = -\widetilde{S}_0$.

4. Для каждой *k*-й подсхемы в соответствии с уравнением *k*-й блочной строки получаем значения векторов внутренних переменных $X_k = -\overline{W}_{k0} X_0 - \overline{S_k}$.

Эффективность процедуры моделирования систем на основе диакоптического подхода может быть оценена коэффициентом экономии оперативной памяти и степенью повышения быстродействия.

Если V_D – объем памяти, необходимой для расчета с использованием декомпозиции, V – объем памяти, требуемый для расчета обычными методами и схема разделена на m подсхем, число переменных в каждой подсхеме равно n_k а число переменных связи составляет n_0, то коэффициент экономии оперативной памяти $\alpha = V/V_D$ на основе декомпозиции может быть определен выражением

$$\alpha = \frac{(n_0 + \sum_{k=1}^{m} n_k)^2}{\max_k n_k^2 + 2n_0^2 \sum_{k=1}^{m} n_k + n_0^2}.$$

Так, например, если система разделена на 10 одинаковых подсхем (m=10) и число переменных в каждой подсхеме равно числу переменных связи $n_k = n_0$, то значение коэффициента экономии оперативной памяти α=6.

При оценке степени повышения быстродействия на основе декомпозиции следует отметить, что время решения системы уравнения определяется числом мультипликативных операций и пропорционально величине $n^3/3$ для метода Гаусса и $n^3/2$ для метода Гаусса-Жордано, где n число решаемых совместных уравнений.

Таким образом, для описанной выше структуры организации вычислительного процесса эффективность по быстродействию может быть определена выражением

$$\beta = \frac{(n_0 + \sum_{k=1}^{m} n_k)^3}{\sum_{k=1}^{m} n_k^3 + b n_0^3 \sum_{k=1}^{m} n_k + n_0^3},$$

где b=1/3 или b=1/2

Так, например, если моделируемая система разбита на 10 одинаковых подсхем и число переменных в каждой подсхеме равно числу переменных связи, т.е. $n_k = n_0$ то значение степени повышения быстродействия при решении задачи моделирования статического режима β = 30.

Таким образом, декомпозиционный подход к моделированию статического режима электронных схем позволяет существенно повысить эффективность процесса моделирования.

Для дальнейшего повышения производительности системы моделирования целесообразно совместное использования методов диакоптики и технологии компактной обработки разреженных матриц на основе метода структурно-симметричного фиксированного формата с двухэтапной организацией вычислительного процесса [20].

При декомпозиционном подходе к решению задачи на топологическом этапе индексные матрицы C следует формировать только для отдельных ненулевых блоков. При этом для k-й подсхемы такими блоками являются подматрицы W_{kk}, W_{k0}, W_{0k}, W_{00}. Однако сильно разреженной является лишь подматрица W_{kk}, поэтому с практической точки зрения на топологическом этапе достаточно реализовать индексные матрицы C только для диагональных блоков W_{kk} подсхем. При этом на топологическом этапе вместо LU-факторизации индексной матрицы C следует использовать нормализованный метод Гаусса-Жордано. Этот же метод следует использовать и на численном этапе, где должны быть сформированы соответствующие численные матрицы для диагонального блока W_{kk} каждой подсхемы.

После виртуального приведения к компактному описанию диагональных блочных матриц к единичным матрицам нетрудно выполнить расчет моделируемой схемы в соответствии с приведенным выше алгоритмом вычислительного процесса с использованием нормализованного метода Гаусса-Жордано, при этом к компактной форме описания следует переходить только для подматриц W_{kk}, поскольку все остальные используемые здесь подматрицы не характеризуются сильной разреженностью.

Заключение. Рассмотренная методика сжатия данных при помощи наиболее эффективного метода компактной обработки разреженных матриц в структурно-симметричном фиксированном формате обеспечивает существенное повышение эффективности систем моделирования стационарного режима нелинейных электронных схем. В основе предложенной методики лежит двухэтапная технология построения программного обеспечения системы, при этом на первом, топологическом этапе решается задача определения формата описания с учетом возможного появления новых ненулевых элементов, а на втором этапе формируется математическое описание задачи в полученном расширенном формате. Предлагается для наибольшего увеличения эффективности системы моделирования стационарного режима больших схем использовать совместно технологию компактной обработки разреженных матриц с декомпозицией большой схемы на ряд подсхем с целью реализации диакоптического подхода к расчету исходной схемы по частям на основе представления математического описания моделируемой схемы в виде, содержащем матрицу с окаймленной блочно-диагональной структурой.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Анисимов В.И., Гридин В.Н.* Методы построения систем автоматизированного проектирования на основе Интернет-технологий и компактной обработки разреженных матриц // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2009. – № 1. – С. 3-7.
2. *Коваленко О.С., Курейчик В.М.* Обзор проблем и состояний облачных вычислений и сервисов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 7 (132). – С. 146-153.
3. *Анисимов Д.А.* Методы построения систем автоматизации схемотехнического проектирования на основе веб-сервисов // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2012. – № 10. – С. 56-61.
4. *Ларистов Д.А., Анисимов Д.А.* Построение встроенного WEB-интерфейса в системах автоматизации проектирования // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ». Сер. «Информатика, управление и компьютерные технологии». – 2007. – № 2. – С. 63-66.
5. *Писсанецки С.* Технология разреженных матриц: пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 406 с.
6. *Джордж А., Лю Д.* Численное решение больших разреженных систем уравнений: пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 333 с.
7. *Златев З., Эстербю О.* Прямые методы для разреженных матриц: пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 118 с.
8. *Тьюарсон Ф.Р.* Разреженные матрицы: пер. с англ. – М.: Мир, 1977. – 189 с.
9. *Норенков И.П., Маничев В.Б.* Основы теории и проектирования САПР. – М.: Высшая школа, 1990. – 334 с.
10. *Крон Г.* Исследование сложных систем по частям – диакоптика: пер с англ. – М.: Наука, 1972. – 542 с.
11. *Хэпп Х.* Диакоптика и электрические цепи: пер. с анг. – М.: Мир, 1974. – 342 с.
12. *Баталов Б.В., Егоров Ю.Б., Русаков С.Г.* Основы математического моделирования больших интегральных схем на ЭВМ. – М.: Радио и связь, 1982. – 168 с.

13. *Норенков И.П.* Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем. – М.: Высшая школа, 1986. – 302 с.
14. *Ильин В.Н.* Основы автоматизации схемотехнического проектирования. – М.: Энергия, 1979. – 391 с.
15. *Анисимов В.И., Тарасова О.Б., Алмаасали С.А.* Организация вычислительных процессов при моделировании систем на основе методов диакоптики // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2013. – № 4. – С. 14-17.
16. *Гридин В.Н., Анисимов В.И., Алмаасали С.А.* Применение метода диакоптики для моделирования и расчета больших систем // Проблемы управления. – 2014. – № 4. – С. 9-13.
17. *Влах И., Сингхал К.* Машинные методы анализа и проектирования электронных схем: пер. с анг. – М.: Радио и связь, 1988. – 560 с.
18. *Чуа Л.О., Лин Пен-Мин.* Машинный анализ электронных схем: пер. с анг. – М.: Энергия, 1980. – 631 с.
19. *Гридин В.Н., Анисимов В.И., Абухазим М.М.* Сжатие данных в системах автоматизации схемотехнического проектирования на основе методов фиксированного формата // Системы высокой доступности. – 2016. – № 4. – С. 34-40.
20. *Гридин В.Н., Анисимов В. И., Абухазим М.М.* Методы моделирования систем на основе методов декомпозиции и компактной обработки разреженных матриц // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2016. – № 1. – С. 3-8.

REFERENCES

1. *Anisimov V.I., Gridin V.N.* Metody postroeniya sistem avtomatizirovannogo proektirovaniya na osnove Internet-tekhnologiy i kompaktnoy obrabotki razrezhennykh matrits [Methods of creation of systems of the automated designing on the basis of Internet-technologies and compact processing sparse matrices], *Informatsionnye tekhnologii v proektirovanii i proizvodstve* [Information technologies in designing and manufacturing], 2009, No. 1, pp. 3-7.
2. *Kovalenko O.S., Kureychik V.M.* Obzor problem i sostoyaniy oblachnykh vychisleniy i servisov [Review of problems and aspects about cloud computing and services], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No. 7 (132), pp. 146-153.
3. *Anisimov D.A.* Metody postroeniya sistem avtomatizatsii skhemotekhnicheskogo proektirovaniya na osnove veb-servisov [Methods of construction of systems of automation of designing based on web services], *Izvestiya SPbGETU «LETI»* [Izvestiya SPbGETU «LETI»], 2012, No. 10, pp. 56-61.
4. *Laristov D.A., Anisimov D.A.* Postroenie vstroennogo WEB-interfeysa v sistemakh avtomatizatsii proektirovaniya [Building a built-in WEB-interface in automation systems design], *Izvestiya SPbGETU «LETI». Ser. «Informatika, upravlenie i komp'yuternye tekhnologii»* [Izvestiya SPbGETU «LETI». Series "Informatics, control and computer technology"], 2007, No. 2, pp. 63-66.
5. *Pissanetski C.* Tekhnologiya razrezhennykh matrits [Technology sparse matrices]: translation from english. Moscow: Mir, 1988, 406 p.
6. *Dzhordzh A., Lyu D.* Chislennoe reshenie bol'shikh razrezhennykh sistem uravneniy [Numerical solution of large sparse systems of equations]: translation from english. Moscow: Mir, 1984, 333 p.
7. *Zlatev Z., Esterbyu O.* Pryamye metody dlya razrezhennykh matrits [Direct methods for sparse matrices]: translation from english. Moscow: Mir, 1987, 118 p.
8. *T'yuarson F.R.* Razrezhennye matritsy [Sparse matrices]: translation from English. Moscow: Mir, 1977, 189 p.
9. *Norenkov I.P., Manichev V.B.* Osnovy teorii i proektirovaniya SAPR [Basic theory and design CAD]. Moscow: Vysshaya shkola, 1990, 334 p.
10. *Kron G.* Issledovanie slozhnykh sistem po chastyam – diakoptika [The study of complex systems in parts – diakoptics]: translation from english. Moscow: Nauka, 1972, 542 p.
11. *Khepp Kh.* Diakoptika i elektricheskie tsepi [Diakoptics and electrical circuits]: translation from english. Moscow: Mir, 1974, 342 p.
12. *Batalov B.V., Egorov Yu.B., Rusakov S.G.* Osnovy matematicheskogo modelirovaniya bol'shikh integral'nykh skhem na EVM [Foundations of mathematical modeling of large-scale integrated circuits on computers]. Moscow: Radio i svyaz', 1982, 168 p.

13. *Norenkov I.P.* Vvedenie v avtomatizirovannoe proektirovanie tekhnicheskikh ustroystv i system [.Introduction to computer-aided design of technical devices and systems]. Moscow: Vysshaya shkola, 1986, 302 p.
14. *Il'in V.N.* Osnovy avtomatizatsii skhemotekhnicheskogo proektirovaniya [The basics of circuit design automation]. Moscow: Energiya, 1979, 391 p.
15. *Anisimov V.I., Tarasova O.B., Almaasali S.A.* Organizatsiya vychislitel'nykh protsessov pri modelirovanii sistem na osnove metodov diakoptiki [Organization of computing processes at modeling systems based on the methods diakoptic], *Informatsionnye tekhnologii v proektirovanii i proizvodstve* [Information technologies in designing and manufacturing], 2013, No. 4, pp. 14-17.
16. *Gridin V.N., Anisimov V.I., Almaasali S.A.* Primenenie metoda diakoptiki dlya modelirovaniya i rascheta bol'shikh sistem [Application of the method diakoptic for modeling and calculation of large systems], *Problemy upravleniya* [Problems of management], 2014, No. 4, pp. 9-13.
17. *Vlakh I., Singkhal K.* Mashinnye metody analiza i proektirovaniya elektronnykh skhem [Computer methods for analysis and design of electronic circuits]: translation from english. Moscow: Radio i svyaz', 1988, 560 p.
18. *Chua L.O., Lin Pen-Min.* Mashinnyy analiz elektronnykh skhem [Machine analysis of electronic circuits]: translation from english. Moscow: Energiya, 1980, 631 p.
19. *Gridin V.N., Anisimov V.I., Abukhazim M.M.* Szhatie dannykh v sistemakh avtomatizatsii skhemotekhnicheskogo proektirovaniya na osnove metodov fiksirovannogo formata [Data compression in systems automation circuit design based on the methods of fixed format], *Sistemy vysokoy dostupnosti* [System high availability], 2016, No. 4, pp. 34-40.
20. *Gridin V.N., Anisimov V.I., Abukhazim M.M.* Metody modelirovaniya sistem na osnove metodov dekompozitsii i kompaktnoy obrabotki razrezhennykh matrits [Methods of modeling systems based on the methods of decomposition and compact processing sparse matrices], *Informatsionnye tekhnologii v proektirovanii i proizvodstve* [Information technologies in designing and manufacturing], 2016, No. 1, pp. 3-8.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Г.Д. Дмитревич.

Гридин Владимир Николаевич – Центр информационных технологий в проектировании РАН; e-mail: info@ditc.ras.ru, г. Одинцово, ул. Маршала Бирюзова, 7а; тел.: 84955960219; научный руководитель; д.т.н.; профессор.

Анисимов Владимир Иванович – e-mail: vianisimov@inbox.ru; тел.: 89117448228; г.н.с.; д.т.н.; профессор.

Абухазим Монзер Мохаммед – Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический университет; e-mail: Abuhazim_monther@Yahoo.com; г. Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова 5; тел.: 88122343675; аспирант.

Gridin Vladimir Nikolaevich – Design Information Technologies Center, Russian Academy of Sciences; e-mail: info@ditc.ras.ru; Odintsovo, st. of the Marshal Biryuzov of 7a; phone: +74955960219; scientific director; dr. of eng. sc.; professor.

Anisimov Vladimir Ivanovich – e-mail: vianisimov@inbox.ru; phone: +79117448228; chief researcher; dr. of eng. sc.; professor.

Abukhazim Monzer Mohammed – Saint-Petersburg Electrotechnical University; e-mail: Abuhazim_monther@Yahoo.com, St. Petersburg, Professor Popov street 5; phone: +78122343675; graduate student.