

17. *Polenov M.Yu., Lapshin V.S.* Organizatsiya translyatsii vneshnikh modeley dlya sredy Matlab [Organization of external translation models for Matlab], *Sbornik trudov II Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Fundamental'nye i prikladnye aspekty komp'yuternykh tekhnologiy i informatsionnoy bezopasnosti»* [Proceedings of the II all-Russian scientific-technical conference "Fundamental and applied aspects of computer technologies and information security"]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2016, Vol. 3, pp. 69-72.
18. *Lapshin V.S., Polenov M.Yu., Guzik V.F.* Organizatsiya translyatsionnogo modulya perevoda modeley sredy Matlab na yazyk C++ [Organization of translation module of translation models from Matlab to C++], *Informatsionnye tekhnologii, sistemy analiz i upravlenie (ITSAiU-2016): Sbornik trudov XIV Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii molodykh uchenykh, aspirantov i studentov* [Information technology, system analysis and management (Idayu-2016): proceedings of the XIV all-Russian scientific conference of young scientists, postgraduates and students]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2016, Vol. 2, pp. 309-312.
19. *Algoritm Deykstry. Akademiya Microsoft: Struktury i algoritmy komp'yuternoy obrabotki dannykh. NOU "Intuit"* [The Dijkstra's Algorithm. Academy Microsoft: Structures and algorithms of computer data processing. NOU "Intuit"]. Available at: <http://www.intuit.ru/studies/courses/648/504/lecture/11475> (accessed 10 March 2017).
20. *Arifmeticheskoe skol'zyashchee srednee* [Arithmetic moving average]. Available at: <https://prog-cpp.ru/moving-average/> (accessed 20 March 2017).
21. *The difference between a compiled and interpreted language.* Available at: <http://www.programmerinterview.com/index.php/general-miscellaneous/whats-the-difference-between-a-compiled-and-an-interpreted-language/> (accessed 20 March 2017).
22. *The Data Plotting Software DISLIN.* Available at: <http://www.mps.mpg.de/dislin/online-manual> (accessed 20 March 2017).

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.И. Божич.

**Поленов Максим Юрьевич** – Южный федеральный университет; e-mail: mypolenov@sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371550; кафедра вычислительной техники; к.т.н.; доцент.

**Лапшин Вячеслав Сергеевич** – e-mail: lapshin@sfedu.ru; тел.: 88634371656; кафедра вычислительной техники; магистрант.

**Гушанский Сергей Михайлович** – e-mail: smgushanskiy@sfedu.ru; кафедра вычислительной техники; к.т.н.; доцент.

**Polenov Maxim Yuryevich** – Southern Federal University; e-mail: mypolenov@sfedu.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371550; the department of computer engineering; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Lapshin Vyacheslav Sergeevich** – e-mail: lapshin@sfedu.ru; phone: +78634371656; the department of computer engineering; graduate student.

**Gushanskiy Sergey Mikhailovich** – e-mail: smgushanskiy@sfedu.ru; the department of computer engineering; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 004.032

DOI 10.23683/2311-3103-2017-6-223-233

**В.Ф. Гузик, С.М. Гушанский, М.Ю. Поленов, В.С. Потапов**

**РЕАЛИЗАЦИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ  
С ЧАСТИЦЕЙ В ОДНОМЕРНОМ И ДВУХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ  
НА КВАНТОВОМ УРОВНЕ**

*Описывается понятие пропускной способности, характерной для квантового канала передачи данных при наличии внешних шумов. Также выполнено компьютерное моделирование системы с частицей в одномерном и двухмерном пространстве на квантовом уровне с соответствующей программной реализацией и визуализацией результатов. В рамках*

выполненной реализации графически отражено поведение частицы (электрона). Также проанализированы и описаны такие понятия квантовой механики, как волновая функция и пропускная способность квантового канала с шумом, вследствие чего была выведена формула вычисления пропускной способности деполаризующего канала. Актуальность данных исследований заключается в численной реализации пропускной способности квантового канала при учете различных видов шумов, возникающих в квантовых вычислительных устройствах. Что станет еще одним шагом вперед в исследованиях элементарной теоретической базы квантового вычислительного устройства и, как следствие, практической, физической реализации этого устройства. Актуальность работ в данном направлении объясняется также большим числом как экспериментальных, так и теоретических работ, посвященных данным вопросам. Научная новизна данного направления в первую очередь выражается в постоянном обновлении и дополнении поля квантовых исследований по ряду направлений, а компьютерная симуляция квантовых физических явлений и особенностей, таких как особенности квантовой пропускной способности достаточно слабо освещена в мире. Целью работы является компьютерное моделирование поведения частицы на квантовом уровне, что позволит проанализировать ее функционирование в рамках вычислительного процесса модели квантового вычислителя. А выведенная в рамках данной работы универсальная формула нахождения пропускной способности позволит рассчитать скорость передачи квантовой информации, заложенной в частице.

Пропускная способность; квантовая частица; волновая функция; потенциальная яма; деполаризующий канал; матрица плотности; постоянная Планка; нулевая энергия; энтропия.

V.Ph. Guzik, S.M. Gushanskiy, M.Yu. Polenov, V.S. Potapov

#### IMPLEMENTATION OF COMPUTER MODELING OF A SYSTEM WITH A PARTICLE IN ONE- AND TWO-DIMENSIONAL SPACE AT QUANTUM LEVEL

*This paper describes the concept of bandwidth, characteristic of a quantum data channel in the presence of external noise. Also, a computer simulation of a system with a particle in one-dimensional and two-dimensional space at the quantum level was made with the appropriate software implementation and visualization of the results. Within the framework of the carried out implementation, the behavior of the particle (electron) is graphically reflected. Also analyzed and described such concepts of quantum mechanics as the wave function, and the capacity of a quantum channel with noise, as a result of which the formula for calculating the capacity of a depolarizing channel was derived. The relevance of these studies lies in the numerical implementation of the capacity of a quantum channel, taking into account the various types of noise that arise in quantum computing devices. It will become one more step forward the research of the elementary theoretical base of a quantum computing device and, as a consequence, the practical, physical realization of this device. The urgency of the work is also explained by the large number of both experimental and theoretical works devoted to these issues. The scientific novelty of this direction is first of all expressed in the constant updating and supplementation of the field of quantum research in a number of directions, and computer simulation of quantum physical phenomena and features, such as quantum bandwidth features, is poorly illuminated in the world. The purpose of this paper is a computer simulation of the particle's behavior at the quantum level, which will allow us to analyze its operation within the computational process of the quantum computer model. And the universal formula for finding bandwidth, derived in the framework of this paper, will allow us to calculate the rate of transmission of quantum information embedded in a particle.*

Capacity; quantum particle; wave function; potential well; depolarizing channel; density matrix; Planck constant; zero energy; entropy.

**Введение.** Квантовая теория информации изучает общие закономерности хранения и преобразования информации в системах, подчиняющихся законам квантовой механики [1], используя математические модели преобразователей информации [2] – каналов связи – для исследования потенциальных возможностей

таких систем, а также разрабатывает принципы их рационального и помехоустойчивого синтеза. Понятие пропускной способности канала [3] – центральное в классической теории информации. Оказывается, что в квантовом случае это понятие разветвляется, порождая целый спектр информационных характеристик квантового канала связи. В статье представлен обзор ряда основных концепций и результатов, приводятся формулировки «теорем кодирования», дающих аналитические выражения для пропускных способностей квантового канала связи в терминах его энтропийных характеристик, при этом подчеркнута особая роль, которую играет квантовое свойство сцепленности.

**1. Пропускная способность квантового канала.** Такой канал [4] представляет собой открытую квантовую систему, взаимодействующую с окружением, которое приносит помехи в передаваемое состояние. Рассмотрим (вообще говоря, необратимую) эволюцию открытой системы, взаимодействующей с окружением. Обозначим  $H$  гильбертово пространство системы [5],  $H_E$  – пространство окружения, и пусть  $p_E$  – начальное чистое состояние окружения. Предположим, что обратимая эволюция [6], описывающая взаимодействие системы с окружением, задается унитарным оператором  $U$ . Тогда эволюция системы дается формулой

$$\Phi[p] = Tr_{H_E} * U(p \otimes p_E)U^*.$$

С точки зрения теории информации канал связи вполне определяется отображением  $\rho \rightarrow \Phi[\rho]$ , переводящим состояния на входе в состояния на выходе. Отображение  $\Phi$  дает сжатое статистическое описание результата взаимодействия системы на входе с ее окружением (шумом [7]). Например, деполаризующий канал (с вероятностью ошибки  $p$ ) задается формулой  $\Phi[p] = (1-p)*p + (p/d)*Tr(p)$ , где  $\dim H = d$ . Это соотношение описывает смесь идеального канала и полностью деполаризующего канала [8], который переводит любое состояние в хаотическое  $\bar{\rho} = I/d$ . Нахождение пропускной способности

$$C(\Phi) = \log d + (1-p)*\frac{d-1}{d} * \log(1-p*\frac{d-1}{d}) + p*\frac{d-1}{d} * \log \frac{p}{d}$$

Преобразование квантового состояния  $\rho \rightarrow \Phi[\rho]$  можно рассматривать как передачу квантовой информации. Теория предсказывает возможность нетривиального способа передачи, при котором носитель состояния [9] физически не пересылается, а передается лишь некоторая классическая информация (так называемая телепортация квантового состояния [10]). При этом необходимым дополнительным ресурсом также является сцепленность между входом и выходом канала связи. При этом квантовая пропускная способность  $Q(\Phi)$  определяется как максимальное количество передаваемой квантовой информации [11] и связана с размерностью подпространства векторов входного пространства ( $\approx 2^{n*Q(\Phi)}$ ), отвечающие которым состояния передаются асимптотически безошибочно.

В соответствии с выведенной ранее формулой нахождения пропускной способности при учете присутствия канала с шумом, график зависимости искажения данных, передаваемых по такому каналу, от зашумленности будет выглядеть следующим образом (рис. 1).

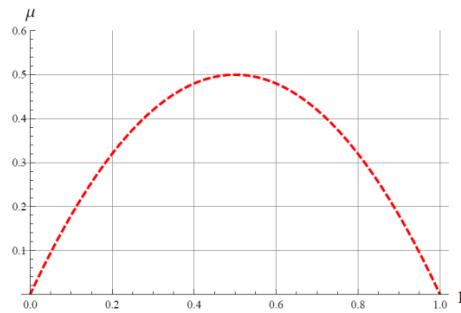


Рис. 1. Случай двукратно действующей ошибки

Пропускная способность квантового канала и ее значение напрямую зависит от наличия/отсутствия различных типов шумов в таком канале, зашумленности. Увеличение показателя пропускной способности  $C(\Phi)$  было реализовано в работе [12] с помощью реализации схем исправления различных видов ошибок, например битовых или фазовых. Ниже приведен пример схемы коррекции фазовой ошибки (рис. 2)

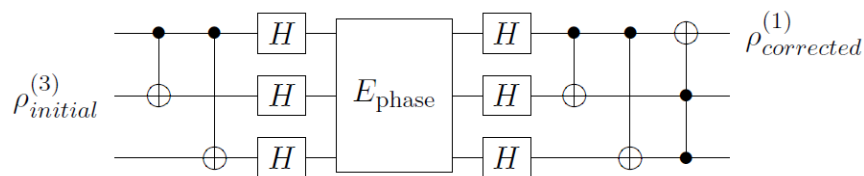


Рис. 2. Схема исправления фазовой ошибки

## 2. Классические и квантовые типы ошибок и методы их устранения.

Предположим, необходимо передать бит информации с помощью классического канала связи с присутствием шума. Вероятность изменения бита в таком канале  $p > 0$ , с вероятностью  $1 - p$  бит передается без ошибки. Такой канал называют симметричным двоичным каналом, его схема изображена на рис. 3.

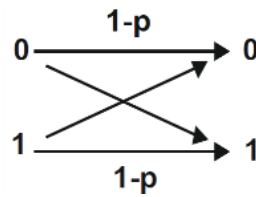


Рис. 3. Симметрический двоичный канал

Ошибку классического характера возможно скорректировать с помощью трехкубитового кодирования  $0 \rightarrow (000)$ ,  $1 \rightarrow (111)$ . Пусть  $p$  – вероятность существования ошибки в одном из кубитов. Другими словами, зашумленность. Данный параметр определяется как коэффициент при операторах в разложении Крауса [13]. При возникновении ошибки, например в первом кубите, получаем новые состояния  $(000) \rightarrow (100)$  и  $(111) \rightarrow (011)$ .

Исправить эту ошибку можно с помощью декодирования. Данная процедура заключается в поиске финального значения путем выбора по большинству. Но не стоит исключать вероятность возникновения ошибок в двух и более кубитах одно-

временно. В этих случаях выбор по большинству становится не пригодным. Так как вероятность ошибки в одном кубите равна  $p$ , то вероятность ошибки в двух кубитах равна  $3p^2(1-p)$ .

На рис. 4 отображена зависимость  $\Phi(p)$ , где пунктиром красного цвета изображается канал без процедуры исправления ошибок, а синим – с исправлением.

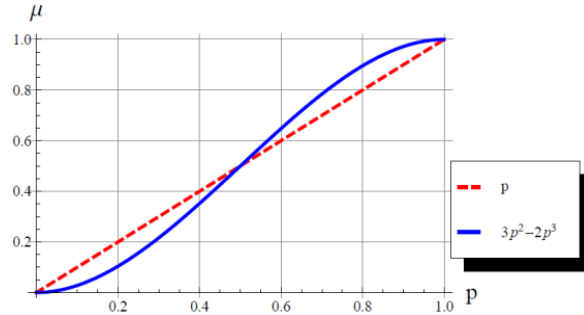


Рис. 4. Зависимость искажения данных от зашумленности

Главное отличие понятия искажения от понятия зашумленности заключается в масштабах ошибок. Зашумленность описывает ошибки в конкретном кубите, а искажение информации – ошибки во всей квантовой системе.

**Препятствия на пути защиты канала от шума**

Рассмотрим основные трудности обеспечения защиты квантового канала:

**а. Невозможность копирования информации**

Невозможно клонировать/дублировать квантовый бит по аналогии с классическим. Теорема о невозможности копирования гласит, что устройство копирования может копировать только те состояния, которые ортогональны друг другу.

Это следует из того, что для любых двух чистых состояний  $|\varphi\rangle$  и  $|\chi\rangle$ , унитарного оператора  $U$  и начального состояния  $|i\rangle$ :

$$U|\varphi\rangle * |i\rangle = |\varphi\rangle * |\varphi\rangle \quad (1)$$

$$U|\chi\rangle * |i\rangle = |\chi\rangle * |\chi\rangle$$

$$\langle \varphi * i | U' * U | \chi^i \rangle = \langle \varphi | \chi \rangle = \langle \varphi | \chi \rangle^2$$

Квантовая информация в большей степени подвержена к ошибкам. К перечню ошибок можно добавить ошибки инвертирования битов, рассмотренные ранее, а также фазовые ошибки:  $|0\rangle \rightarrow |0\rangle$ ,  $|1\rangle \rightarrow -|1\rangle$ . Фазовая ошибка влечет за собой серьезные последствия, так как превращает  $\frac{1}{\sqrt{2}} * (|0\rangle + |1\rangle)$  в ортогональное ему

состояние  $\frac{1}{\sqrt{2}} * (|0\rangle - |1\rangle)$ .

**б. Непрерывность ошибки**

Множество возможных ошибок одного кубита является непрерывным. Определение того, какая ошибка произошла, потребует бесконечной точности и, следовательно, бесконечных ресурсов.

**в. Разрушение квантовой информации при измерении**

Согласно методу подсчета большинства голосов для выявления и исправления ошибок необходимо измерить биты в коде. Однако нельзя измерить кубиты, не разрушив закодированную там информацию.

**3. Программная реализация компьютерного моделирования системы с частицей в одномерном и двухмерном пространстве.** Рассмотрим одномерную решетку (потенциальную яму [14]) положительных ионов. Предполагая, что расстояние между двумя ионами равно «а», потенциал [15] в решетке будет выглядеть согласно рис. 5. Математическое представление потенциала [16] является периодической функцией с периодом «а». Согласно теореме Блоха, потенциал является периодическим и может быть записан в виде  $\varphi(x) = e^{i*k*x} * u(x)$ , где  $u(x)$  – периодическая функция, которая удовлетворяет  $u(x + a) = u(x)$ .

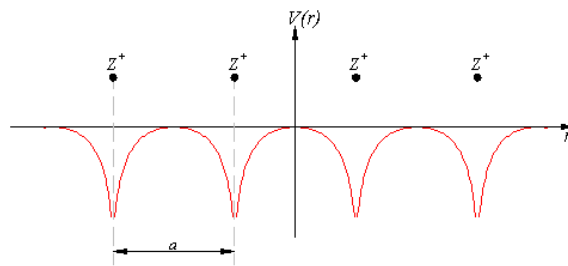


Рис. 5. Качественный вид потенциала цепочки ионов

Частица в коробке является основным элементом квантовой механики начального уровня, поскольку она обеспечивает значимый контраст между классической и квантовой динамикой.

В одномерном пространстве частица может свободно передвигаться (потенциальная энергия равна нулю) назад и вперед по прямой линии длиной  $L_x$ . Когда она находится в коробке, никакие силы не действуют на частицу. Стенки этого одномерного «ящика» считаются непроницаемыми, так как пространство вне коробки имеет бесконечно большую потенциальную энергию ( $V = \infty$ ). Предположим, что коробка имеет длину 1 метр. Классическая механика [17] говорит, что частица может двигаться с любой скоростью вдоль линии, и ее одинаково вероятно найти в любой точке вдоль линии. Теперь предположим, что коробка имеет длину 1 нанометр. Квантово-механическое решение гласит следующее:

1. Частица с большой долей вероятности [18] находится в определенном положении в зависимости от ее энергии.
2. Есть «слепые пятна», или места, где частица никогда не может быть обнаружена.
3. Энергия частицы должна подчиняться дискретному набору энергетических уровней [19].
4. Частица не может иметь нулевую энергию, поэтому она всегда движется.

#### 3.1. Одномерная волновая функция

После решения уравнения, зависящего от времени, получаем два решения: одно описывает позицию, а другое – зависимость от времени.

$$\psi(x) = A * \sin(k * x) + B * \cos(k * x),$$

$$\phi(t) = e^{-i\omega t}$$

Потенциальные стенки должны быть непроницаемыми, поэтому граничное требование состоит в том, что  $\psi(0) = \psi(L_x) = 0$ . Это граничное требование приводит к  $\psi(x) = A * \sin(k * x)$ , где  $k$  должно быть равно  $(n * \pi) / L_x$  для выполнения  $\psi(L_x) = 0$ . Переменная  $k$  называется волновым числом, так как она связана с полной энергией частицы.

### 3.2. Симуляция одномерного и двумерного решения

Итак, приведенные выше решения говорят о том, что при  $n = 3$  энергия частицы равна  $E_3$ , ее импульс равен  $p = \sqrt{2 * E_3 * m}$ , его положение описывается  $\psi(x)$  (рис. 6).

В двумерном пространстве проблема схожа, за исключением того, что частица ограничена коробкой шириной  $L_x$  и высотой  $L_y$ . После применения одного и того же метода к двумерному уравнению в итоге получаем:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y)}{\partial y^2} \right) + V(x, y) * \psi(x, y) = E * \psi(x, y),$$

$$i\hbar \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} = E * \phi(t)$$

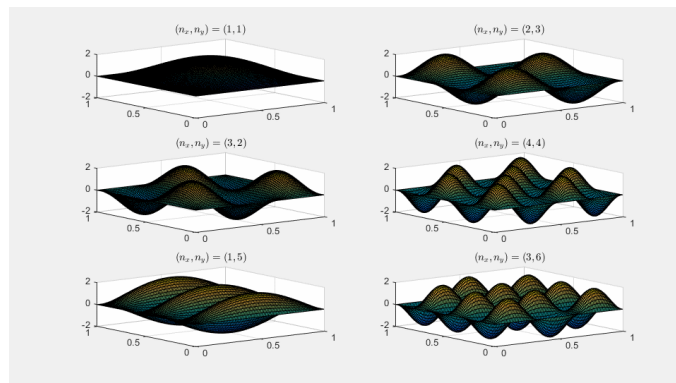


Рис. 6. Несколько волновых функций для частицы в двумерном пространстве

Моделирование системы с частицей на квантовом уровне было выполнено средствами языка Python [20] (рис. 7) с подключением соответствующих библиотек, способных к симуляции поведения квантовых частиц: numru [21], ruLab [22], scipy [23]. На рис. 8 приведена экранная форма программной реализации модели.

```
#Константы
M = 9.109e-31 # Масса частицы, в кг
hbar = 1.0546e-34 # Постоянная Планка над 2*pi
L = 1.0e-8 # Длина коробки, в метрах
N = 25 # Количество секций пространства коробки
a = L/N**2 # Длина пространственного среза в метрах
h = 5.0e-18 # Временной шаг работы программы в секундах
tend = 500*h
A = 0.5e-10 # Константа нормализации
side = a*N # Боковая длина коробки

#Константы для матриц
a1 = 2*(1 + ((L**h*hbar)/(2*M*a**2)))
a2 = (-2j*h*hbar)/(4*M*a**2)
b1 = 2*(1 - ((L**h*hbar)/(2*M*a**2)))
b2 = (1j*h*hbar)/(4*M*a**2)

# Создание начального волнового пакета, используя вспомогательную функцию
psi_t2D = zeros([N,N], complex)
for i in range(N):
    for j in range(N):
        if (i != 0) and (j != 0) and (i != N-1) and (j != N-1):
            psi_t2D[i,j] = initial_waveft(i*a, j*a)

# Конвертирование в одномерный массив
psi_t = to1D(psi_t2D, N)

# Создание матрицы A
A = zeros([N**2,N**2], complex)

for i in range(N**2):
    for j in range(N**2):
        if i == j:
            A[i, i] = a1
            if i1 < N**2:
                A[i+1, i] = a2
                A[i, i+1] = a2
        if i1 < N**2:
            A[1-N, i] = a2
            A[i, 1-N] = a2
```

Рис. 7. Программный код на языке Python

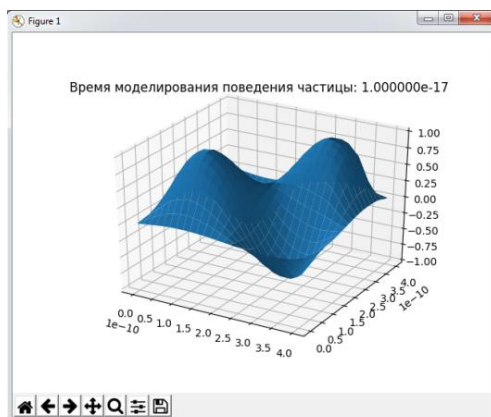


Рис. 8. Программная реализация моделирования системы с частицей

Первостепенной задачей в рамках разработки данной симуляции является задание параметров частицы и окружающего пространства (коробки): масса частицы (в кг), постоянная Планка над  $2 \cdot \pi$ , длина коробки (в метрах), количество секций пространства коробки, длина пространственного среза (в метрах), временной шаг работы программы (в сек.), константа нормализации, боковая длина коробки, константы для матриц плотности [24].

После этого становится возможным создание начального волнового пакета, используя вспомогательную функцию и возврат значения начального волнового пакета в позицию оси  $x$ . Для удобства масштабирования и построения графика вся полученная на ранних этапах информация проходит конвертирование в одномерный массив.

Затем происходит создание матрицы  $A$ , очистка текущего состояния для дальнейшего обновления положения системы в пространстве с использованием матрицы  $B$  и волновой функции [25]  $\psi(t)$ . Происходит решение для  $\psi(t + h)$ , где  $h$  – определенный момент времени. Преобразование одномерного массива размера  $N^2$  в двумерный массив размерности  $N \times N$  для настройки 3D-оси и построения графика.

В верхней части модели [26] происходит отсчет времени запуска жизни частицы в двумерном пространстве. Ниже отображено положение частицы, график его импульса. В нижней части главной формы программы расположен набор клавиш для манипуляции положением обзора графика и его сохранением.

**Заключение.** В данной работе выполнена разработка компьютерного моделирования системы с частицей в одномерном и двумерном пространстве на квантовом уровне с соответствующей программной реализацией и визуализацией результатов. Подробно описаны такие понятия квантовой механики, как волновая функция и пропускная способность квантового канала с шумом, вследствие чего была выведена формула вычисления пропускной способности деполаризирующего канала.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Quantum mechanics. (2017, March 29). In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 15:50, March 30, 2017. – URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Quantum\\_mechanics&oldid=772744105](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Quantum_mechanics&oldid=772744105) (дата обращения: 07.04.2017).
2. Канал связи // Википедия. – URL: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=82036424> (дата обращения: 22.11.2016).
3. Пропускная способность // Википедия. – URL: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=84570452> (дата обращения: 30.03.2017).



4. Квантовая криптография // Википедия. – URL: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=82377595> (дата обращения: 07.03.2017).
5. Морен К. Методы гильбертова пространства. – М.: Мир, 1965. – 570 с.
6. Amann H., Arendt W., Neubrander F. Functional Analysis and Evolution Equations: The Günter Lumer Volume, Basel: Birkhäuser, 2008. Doi: 10.1007/978-3-7643-7794-6, MR 2402015.
7. Потапов В.С., Гушанский С.М. Квантовые типы ошибок и методы их устранения, зависимость ошибки от меры и чистоты запутанности // Сборник трудов XIV Всероссийской научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов "Информационные технологии, системный анализ и управление (ИТСАиУ-2016)". – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2016 – Т. 3. – С. 123-129.
8. Bennett C.H., Shor P.W., Smolin J.A., Thapliyal A.V. Entanglement-assisted Capacity of a Quantum Channel and the Reverse Shannon Theorem // IEEE Transactions on Information Theory. – 2002. – Vol. 48. – P. 26-37.
9. Ekert A, Hayden P., Inamori H. Basic concepts in quantum computation. arXiv:quant-ph/0011013. 2008.
10. Гузик В.Ф., Гушанский С.М., Потапов В.С. Количественные характеристики степени запутанности // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2016. – № 3 (176). – С. 76-86.
11. Wilde M. From Classical to Quantum Shannon Theory, arXiv:1106.1445.
12. Потапов В.С., Гушанский С.М., Гузик В.Ф. Квантовые типы ошибок и методы их устранения, зависимость ошибки от меры и чистоты запутанности // Сборник трудов XIV Всероссийской научной конференции молодых ученых, аспирантов и студентов "Информационные технологии, системный анализ и управление (ИТСАиУ-2016)". – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2016. – Т. 2. – С. 339-344.
13. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. – М.: Мир, 2006. – 824 с.
14. Потенциальная яма // Большая советская энциклопедия: [в 30 т.] / гл. ред. А.М. Прохоров. – 3-е изд. – М.: Советская энциклопедия, 1969-1978.
15. Движение частиц в прямоугольной потенциальной яме. – URL: <http://teachmen.ru/work/lectureSQ/> (дата обращения: 09.03.2017).
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). – М.: Физматлит, 2008. – 800 с.
17. Kleppner D., Kolenkow R. An Introduction to Mechanics (Second ed.). Cambridge: Cambridge University Press, 2014. – 49 p.
18. Bohr–Einstein debates. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 27, March 30, 2017. from [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bohr%E2%80%93Einstein\\_debates&oldid=771158559](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bohr%E2%80%93Einstein_debates&oldid=771158559) (дата обращения: 09.03.2017).
19. Уровни Ландау // Википедия. – URL: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=79197200> (дата обращения: 26.06.2016).
20. Beazley D. Python: Essential Reference. – 4-th ed. – Addison Wesley, 2009. – 640 p.
21. NumPy // Википедия. – URL: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=83026334> (дата обращения: 13.01.2017).
22. Vaingast Sh. Beginning Python Visualization: Crafting Visual Transformation Scripts. – Springer, 2009. – 384 p.
23. Bressert E. SciPy and NumPy. – O'Reilly, 2012. – 57 p.
24. Белоусов Ю.М., Манько В.И. Матрица плотности. Представления и применения в статистической механике. – М.: МФТИ, 2004. – 163 с.
25. Волновая функция // Википедия. – URL: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=81738254> (дата обращения: 06.11.2016).
26. Potapov V., Gushansky S., Guzik V., Polenov M. Architecture and Software Implementation of a Quantum Computer Model // Advances in Intelligent Systems and Computing. – Springer Verlag, 2016. – Vol. 465. – P. 59-68.

#### REFERENCES

1. Quantum mechanics. (2017, March 29). In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 15:50, March 30, 2017. Available at: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Quantum\\_mechanics&oldid=772744105](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Quantum_mechanics&oldid=772744105) (accessed 07 April 2017).
2. Kanal svyazi [Communication channel], *Vikipediya* [Wikipedia]. Available at: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=82036424> (accessed 22 November 2016).

3. Propusknaya sposobnost' [Capacity], *Vikipediya* [Wikipedia]. Available at: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=84570452> (accessed 30 March 2017).
4. Kvantovaya kriptografiya [Quantum cryptography], *Vikipediya* [Wikipedia]. Available at: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=82377595> (accessed 07 March 2017).
5. *Moren K.* Metody gil'bertova prostranstva [Methods of Hilbert space]. Moscow: Mir, 1965, 570 p.
6. *Amann H., Arendt W., Neubrander F.* Functional Analysis and Evolution Equations: The Günter Lumer Volume, Basel: Birkhäuser, 2008. Doi: 10.1007/978-3-7643-7794-6, MR 2402015.
7. *Potapov V.S., Gushanskiy S.M.* Kvantovye tipy oshibok i metody ikh ustraneniya, zavisimost' oshibki ot mery i chistoty zaputannosti [Quantum types of errors and their rectification, the dependence of the error of the measure and purity of entanglement], *Sbornik trudov KhIV Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii molodykh uchenykh, aspirantov i studentov "Informatsionnye tekhnologii, sistemnyy analiz i upravlenie (ITSAiU-2016)"* [Proceedings of XIV all-Russian scientific conference of young scientists, postgraduates and students "Information technologies, system analysis and management (Idayu-2016)"]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2016, Vol. 3, pp. 123-129.
8. *Bennett C.H., Shor P.W., Smolin J.A., Thapliyal A.V.* Entanglement-assisted Capacity of a Quantum Channel and the Reverse Shannon Theorem, *IEEE Transactions on Information Theory*, 2002, Vol. 48, pp. 26-37.
9. *Ekert A, Hayden P., Inamori H.* Basic concepts in quantum computation. arXiv:quant-ph/0011013. 2008.
10. *Guzik V.F., Gushanskiy S.M., Potapov V.S.* Kolichestvennye kharakteristiki stepeni zaputannosti [Quantitative characteristics of the degree of entanglement], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2016, No. 3 (176), pp. 76-86.
11. *Wilde M.* From Classical to Quantum Shannon Theory, arXiv:1106.1445.
12. *Potapov V.S., Gushanskiy S.M., Guzik V.F.* Kvantovye tipy oshibok i metody ikh ustraneniya, zavisimost' oshibki ot mery i chistoty zaputannosti [Quantum types of errors and their rectification, the dependence of the error of the measure and purity of entanglement], *Sbornik trudov KhIV Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii molodykh uchenykh, aspirantov i studentov "Informatsionnye tekhnologii, sistemnyy analiz i upravlenie (ITSAiU-2016)"* [Proceedings of XIV all-Russian scientific conference of young scientists, postgraduates and students "Information technologies, system analysis and management (Idayu-2016)"]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2016, Vol. 2, pp. 339-344.
13. *Nil'sen M., Chang I.* Kvantovye vychisleniya i kvantovaya informatsiya [Quantum computation and quantum information]. Moscow: Mir, 2006, 824 p.
14. Potentsial'naya yama [Potential well], *Bol'shaya sovetskaya entsiklopediya* [Great Soviet encyclopedia]: in 30 vol., chief ed. A.M. Prokhorov. 3 ed. Moscow: Sovetskaya entsiklopediya, 1969-1978.
15. Dvizhenie chastits v pryamougol'noy potentsial'noy yame [The movement of particles in a rectangular potential well]. Available at: <http://teachmen.ru/work/lectureSQ/> (accessed 09 March 2017).
16. *Landau L.D., Lifshits E.M.* Kvantovaya mekhanika (nerelyativistskaya teoriya) [Quantum mechanics (nonrelativistic theory)]. Moscow: Fizmatlit, 2008, 800 p.
17. *Kleppner D., Kolenkow R.* An Introduction to Mechanics (Second ed.). Cambridge: Cambridge University Press, 2014, 49 p.
18. Bohr–Einstein debates. In Wikipedia, The Free Encyclopedia. Retrieved 27, March 30, 2017. from [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bohr%E2%80%93Einstein\\_debates&oldid=771158559](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Bohr%E2%80%93Einstein_debates&oldid=771158559) (accessed 09 March 2017).
19. Urovni Landau [Landau Levels], *Vikipediya* [Wikipedia]. Available at: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=79197200> (accessed 26 June 2016).
20. *Beazley D.* Python: Essential Reference. 4-th ed. Addison Wesley, 2009, 640 p.
21. NumPy, *Vikipediya* [Wikipedia]. Available at: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=83026334> (accessed 13 January 2017).
22. *Vaingast Sh.* Beginning Python Visualization: Crafting Visual Transformation Scripts. Springer, 2009, 384 p.
23. *Bressert E.* SciPy and NumPy. O'Reilly, 2012, 57 p.
24. *Belousov Yu.M., Man'ko V.I.* Matritsa plotnosti. Predstavleniya i primeneniya v statisticheskoy mekhanike [The matrix density. Submission and application in statistical mechanics]. Moscow: MFTI, 2004, 163 p.

25. Volnovaya funktsiya [The wave function], *Vikipediya* [Wikipedia]. Available at: <http://ru.wikipedia.org/?oldid=81738254> (accessed 06 November 2016).
26. Potapov V., Gushansky S., Guzik V., Polenov M. Architecture and Software Implementation of a Quantum Computer Model, *Advances in Intelligent Systems and Computing*. Springer Verlag, 2016. Vol. 465, pp. 59-68.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.И. Божич.

**Гузик Вячеслав Филиппович** – Южный федеральный университет; e-mail: vfguzik@sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371737; кафедра вычислительной техники; д.т.н.; профессор.

**Гушанский Сергей Михайлович** – e-mail: smgushanskiy@sfedu.ru; тел.: 88634371656; кафедра вычислительной техники; к.т.н.; доцент.

**Поленов Максим Юрьевич** – e-mail: mypolenov@sfedu.ru; тел.: 88634371550; кафедра вычислительной техники; к.т.н.; доцент.

**Потапов Виктор Сергеевич** – e-mail: vitya-potapov@rambler.ru; тел.: 88634371656; кафедра вычислительной техники; аспирант.

**Guzik Vyacheslav Philippovich** – Southern Federal University; e-mail: vfguzik@sfedu.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371737; the department of computer engineering; dr. of eng. sc.; professor.

**Gushanskiy Sergey Mikhailovich** – e-mail: smgushanskiy@sfedu.ru; phone: +78634371656; the department of computer engineering; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Polenov Maxim Yuryevich** – e-mail: mypolenov@sfedu.ru; phone: +78634371550; the department of computer engineering; cand. of eng. sc.; associate professor.

**Potapov Victor Sergeevich** – e-mail: vitya-potapov@rambler.ru; phone: +78634371656; the department of computer engineering; postgraduate student.