

18. *Samoylov L.K., Chernov A.M.* Analiticheskoe predstavlenie vosstanavlivayushchego operatora pri interpolyatsii po Lagranzhu [Analytical presentation restores the operator for Lagrange interpolation], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2009, No. 2 (91), pp. 233-236.
19. *Samoylov L.K.* Obobshchennoe neravenstvo Bernshteyna dlya signalov s protyazhennym spektrom [Generalized Bernstein inequality for signals with wide spectrum], *Vestnik Ryazanskogo gosudarstvennogo radiotekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Ryazan state Radiotechnical University], 2012, No. 3 (Issue 41).
20. *Samoylov L.K.* Iteratsionnye algoritmy vybora chastoty diskretizatsii analogovykh signalov v tsifrovyykh sistemakh upravleniya i kontrolya [The iterative algorithms of a determination of analogue signals sampling frequency in the control and the supervising systems], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2012, No. 2 (127), pp. 43-53.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.А. Каляев.

**Самойлов Леонтий Константинович** – Южный федеральный университет; e-mail: lksamoilov@sfedu.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: +78634371638.

**Samoilov Leonty Konstantinovich** – Southern Federal University; e-mail: lksamoilov@sfedu.ru; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371638.

УДК 681.51

**А.Б. Чернышев, О.И. Атрошенко**

### **СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ЗАКОНОВ УПРАВЛЕНИЯ В ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ «ХИЩНИК–ЖЕРТВА» И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМ**

*Рассмотрено применение метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов по заданным инвариантным многообразиям синергетического подхода в теории управления к задаче синтеза законов управления популяционными процессами в экологической системе «хищник–жертва». Задача управления системой «хищник–жертва» состоит в синтезе таких законов управления, которые обеспечивают поддержание заданного количества жертв или хищников и отражают естественный характер их поведения. Популяционные процессы в системе «хищник–жертва» описываются моделями Вольтерра–Лотки. Экологическая модель «хищник–жертва» описывает динамику численности популяций в экологической системе. Сущность синергетического подхода в теории управления заключается в направленной самоорганизации динамических систем, путем искусственного конструирования аттракторов в их фазовом пространстве. Введены желаемые инвариантные многообразия (макропеременные) – экологические аттракторы в соответствии с целью управления, к которым притягиваются все траектории системы. Приведены уравнения движения системы, которые определяют динамику на инвариантном многообразии – желаемое количество популяции жертв. Составлены программы в пакете программ Maple 2015.0, позволяющие моделировать замкнутые системы управления, получены графики переходных процессов замкнутых систем, построены фазовые траектории, изображающие точки которых, стартуя из произвольных начальных условий, попадают на инвариантное многообразие. Аналитически синтезированы законы управления, переводящие систему на заданные инвариантные многообразия для моделей системы «хищник–жертва».*

*Модель Вольтерра–Лотки; система «хищник–жертва»; синтез; закон управления; аттрактор; фазовый портрет; система управления.*

A.B. Chernyshov, O.I. Atroschenko

**THE SYNERGETIC SYNTHESIS OF CONTROL LAWS  
IN THE ECOLOGICAL SYSTEM «PREDATOR-PREY» AND SIMULATION  
OF A CLOSED SYSTEM**

*We consider the important independent task of applying the method of analytical design of aggregated regulators on the set of invariant manifolds synergetic control theory to the synthesis of control laws of population processes in the ecological system of the «predator-prey», described by models of Volterra-Lotka. Ecological model of the «predator-prey» describes the dynamics of populations in the ecological system. The task of managing the dynamics of populations is the synthesis of control laws that maintain the specified number of victims or predators and reflect the natural character of their behavior. The essence of the synergistic approach to management theory is self-directed dynamic systems by artificially constructing attractors in their phase space. Enter the desired invariant manifolds (macro variables) – Environmental attractors in accordance with the purpose of managing, which attracts all trajectories of the system. The equations of motion of the system that determine the dynamics on the invariant manifold – the desired number of prey populations. A program in the software package Maple 2015.0, allowing to simulate the closed-loop control, graphs obtained transients closed systems built phase trajectories, the representative points which, starting from an arbitrary initial conditions fall on the invariant manifold. Analytically synthesized control laws that transform systems on a prescribed invariant manifolds for models of the «predator-prey».*

*Volterra-Lotka model; system «predator-prey»; synthesis; control law; attractor; phase portrait; control system.*

**Введение.** Рассмотрим важную самостоятельную задачу синтеза законов управления в экологической системе «хищник-жертва», обеспечивающих поддержание заданного количества жертв, хищников, на основе метода АКАР синергетического подхода в теории управления [1–3].

В основу процедуры синтеза законов управления этим нелинейным объектом положена идеология **метода аналитического конструирования агрегированных регуляторов по заданным инвариантным многообразиям** [1–8], являющимся основным методом синергетической теории управления.

В синергетической теории управления, развиваемой в трудах профессора А.А. Колесникова, базовым является понятие аттрактора (притягивающего многообразия) [1–5]. Сущность синергетического подхода в теории управления заключается в направленной самоорганизации динамических систем, путем искусственного конструирования аттракторов в их фазовом пространстве.

В процессе самоорганизации и образования диссипативных структур (аттракторов) происходит уменьшение числа степеней свободы путем выделения лишь нескольких координат, к которым подстраиваются остальные [7]. Именно эти выделенные макропеременные  $\psi_s(x_1, \dots, x_n)$  и определяют основные особенности динамики системы, поэтому они получили название параметров порядка [8–10]. Образование обобщенных параметров порядка  $\psi_s(x_1, \dots, x_n)$  сопровождается процессом сжатия объемов (площадей) в фазовом пространстве систем [3, 5, 6]. В нелинейных диссипативных системах в результате самоорганизации происходит управляемая динамическая декомпозиция фазового пространства [11, 12].

В [7–10] приведено решение практических задач методом АКАР различными техническими объектами. Методы синтеза законов управления нелинейными объектами с хаотической динамикой приведены в [13–17].

Метод анализа математической модели экологической задачи «хищник-жертва» приведен в [21].

Рассмотрим **математическую модель** динамики популяций – «модель Вольтерра–Лотки», которая описывается следующими нелинейными дифференциальными уравнениями [2]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= ax_1 - bx_1x_2, \\ \dot{x}_2(t) &= -cx_2 + mx_1x_2. \end{aligned} \quad (1)$$

В биологической интерпретации переменные и параметры уравнений (1) имеют следующее содержание:  $x_1(t)$  – плотность популяции жертв,  $x_2(t)$  – плотность популяции хищников в определенный момент времени;  $a, b, c, m$  – положительные числа, характеризующие межвидовые взаимодействия [2]. Эти уравнения относятся к классу моделей Вольтерра–Лотки, которые описывают динамику численности популяций в экологической системе «хищник–жертва» [1].

Построим интегральные кривые для различных начальных условий  $x_{10}, x_{20}$ . На рис. 1. показан соответствующий фазовый портрет системы (1) при  $a = 3$ ;  $b = 2,7$ ;  $c = 2$ ;  $m = 1$  и разных начальных условиях. Как видно из этого рисунка, на плоскости  $(x_1, x_2)$  имеются только замкнутые кривые, а все траектории охватывают состояние равновесия, которому соответствует неизменное число хищников и жертв. Замкнутым фазовым траекториям отвечает периодическое изменение численности популяций [4].

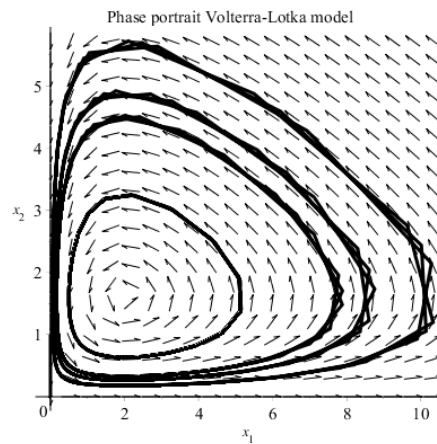


Рис. 1. Фазовый портрет системы «хищник–жертва»

Фазовый портрет (рис. 1) показывает, что система (1) – это типичная консервативная система. У таких систем фазовый объем остается инвариантной (постоянной) величиной, т.е. мера фазового пространства не изменяется [3]. Это означает, что консервативные системы не обладают свойством асимптотической устойчивости, а являются структурно–неустойчивыми, так как они сохраняют память о возникших возмущениях, приводящих к новым начальным условиям [2].

Покажем, что путем выбора соответствующего управления системе (1) можно придать новые динамические свойства – поддержание заданного количества жертв, хищников [1]. Для этого сформулируем **задачу управления** системой «хищник–жертва», представив ее следующей моделью:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= ax_1 - bx_1x_2, \\ \dot{x}_2(t) &= -cx_2 + mx_1x_2 + u. \end{aligned} \quad (2)$$

В (2) введено управление  $u$ , которое действует на скорость изменения количества хищников и жертв [5]. В синергетической постановке задачи управления целью системы является попадание на желаемое притягивающее многообразие – аттрактор.

При управлении экологическими системами, описываемыми уравнениями типа «хищник–жертва» (1), целесообразно выбирать такие внутренние притягивающие многообразия – оптимальные аттракторы  $\psi_k(x_1, \dots, x_n) = 0$ , движение вдоль которых описывается соответствующими логистическими уравнениями. Выбор таких многообразий обеспечивает естественный характер взаимодействия между популяциями [3].

**Целью управления** системой «хищник–жертва» (1) состоит в синтезе таких законов управления  $u(x_1, x_2)$ , которые обеспечивают поддержание заданного количества жертв или хищников и отражают естественный характер их поведения [8].

Для синтеза закона управления  $u(x_1, x_2)$  применим метод АКАР. Введем макропеременную [2]

$$\psi(x_1, x_2) = \beta_1 x_1 + \beta_2 (N - x_2) \quad (3)$$

и потребуем, чтобы  $\psi(x_1, x_2)$  (3) удовлетворяла функциональному уравнению

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0. \quad (4)$$

Подставив  $\dot{\psi}(t)$  в (4), получим закон управления

$$u = \frac{\beta_1}{\beta_2} (ax_1 - bx_1x_2) + mx_1x_2 + cx_2 - \frac{1}{\beta_2 T_2} \psi, \quad (5)$$

который переводит систему на многообразии  $\psi = 0$  – экологический инвариант. Найдем уравнение движения системы на многообразии:

$$\dot{x}_{1\psi}(t) = x_{1\psi} \left( a - bN - b \frac{\beta_1}{\beta_2} x_{1\psi} \right). \quad (6)$$

Уравнение (6) является логистическим. Условия устойчивости этого уравнения имеют вид

$$a > bN, \quad b \frac{\beta_1}{\beta_2} > 0,$$

установившиеся значения переменных  $x_{1s}$  и  $x_{2s}$  равны

$$x_{1s} = \frac{a-bN}{b\beta_1} \beta_2, \quad x_{2s} = \frac{a}{b}. \quad (7)$$

Согласно (7), число жертв  $x_{1s}$  может изменяться в зависимости от выбранных коэффициентов  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  и параметра  $N$  многообразия  $\psi = 0$  (3), а число хищников  $x_{2s}$  при этом остается неизменным и определяется внутренними параметрами  $a$  и  $b$  исходной системы [8].

Осуществим моделирование замкнутой системы «хищник–жертва» (2), (5) в пакете прикладных программ Maple 2015 [18]. При моделировании были использованы следующие значения параметров:  $T = 1,2$ ,  $a = 3,8$ ,  $b = 2,7$ ,  $c = 2,1$ ,  $m = 1,3$ ,  $\beta_1 = 1,1$ ,  $\beta_2 = 1,4$ ,  $N = 0,8$ . Установившиеся значения равны  $x_{1s} = 1$ ,  $x_{2s} = 1,6$ . График изменения численности жертв и хищников показан на рис. 2, а фазовый портрет системы – на рис. 3.

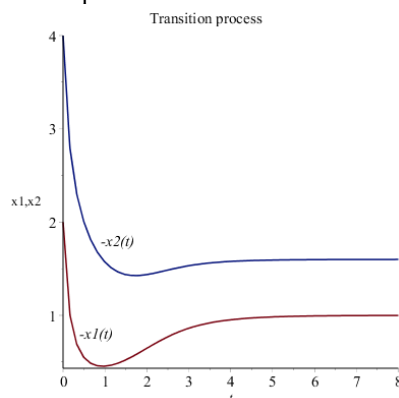


Рис. 2. График изменения численности жертв  $x_1(t)$ , хищников  $x_2(t)$

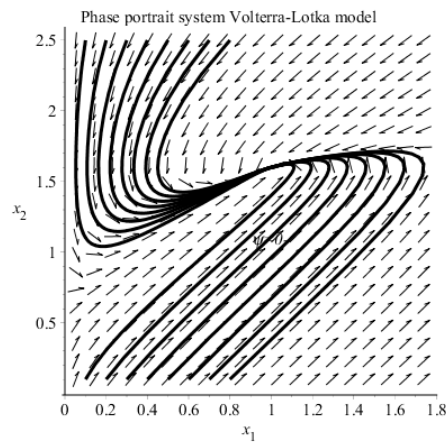


Рис. 3. Фазовый портрет замкнутой системы «хищник–жертва»

Таким образом, синтезированная управляемая экологическая система обеспечивает эволюцию жертв и хищников, обеспечивает заданное их количество. Результаты моделирования, проведенные в пакете прикладных программ Maple 2015 [19], подтверждают теоретические положения рассматриваемого синергетического подхода в задачах управления экологическими системами [1–4].

Рассмотрим *обобщенную модель Вольтерра–Лотки*. Для этого предположим, что взаимодействие «хищник–жертва» описывается законом Моно, согласно которому скорость размножения хищника пропорциональна концентрации жертвы, если эта концентрация достаточно мала, и не зависит от нее, когда она велика. Кроме того, учитывается также ограниченность роста числа жертв при отсутствии хищника, т.е. учитывается внутривидовая конкуренция среди популяции жертв. Тогда модель взаимодействия «хищник–жертва» принимает вид [4]

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= ax_1 - \frac{x_1x_2}{k+x_1} - bx_1^2, \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{x_1x_2}{k+x_1} - cx_2,\end{aligned}\tag{8}$$

где параметры  $a, b, k, c > 0$ .

В правой части первого уравнения системы (8) первый член отражает скорость размножения жертвы, второй – скорость поглощения жертвы хищником, а последний – процесс уменьшения скорости размножения жертвы из-за внутривидовой конкуренции. Второе уравнение системы (8) описывает динамику изменения числа хищников, при этом первый его член отображает скорость роста популяции хищников за счет истребления жертв, а второй его член показывает естественную убыль хищников. Существенное отличие модели (8) от консервативной модели (1) состоит в том, что при отсутствии хищников ( $x_2 = 0$ ) поведение популяции жертв описывается логистическим уравнением

$$\dot{x}_1(t) = ax_1 - bx_1^2.\tag{9}$$

Это означает, что рост числа жертв при  $x_2 = 0$  ограничен величиной  $x_{1s} = \frac{b}{a}$ .

Поставим задачу управления системой (8) с целью поддержания желаемого количества жертв путем воздействия на скорость роста хищников. Тогда модель управляемой системы «хищник–жертва» принимает вид [4]

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= ax_1 - \frac{x_1x_2}{k+x_1} - bx_1^2, \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{x_1x_2}{k+x_1} - cx_2 + u. \end{aligned} \quad (10)$$

Синтезируем управление  $u(x_1, x_2)$  методом АКАР. Для этого введем макропеременную [2]

$$\psi = x_2 - \beta kx_1 - \beta x_1^2, \quad (11)$$

и на основе функционального уравнения

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0$$

найдем закон управления [5]:

$$u = -\frac{x_1x_2}{k+x_1} + cx_2 + \beta(k + 2x_1) \left( a - \frac{x_2}{k+x_1} - bx_1 \right) x_1 - \frac{1}{T}\psi. \quad (12)$$

Этот закон переводит ИТ системы (1.10) в окрестность многообразия  $\psi = 0$  (11), движение вдоль которого описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{x}_{1\psi}(t) = ax_{1\psi} - (\beta + b)x_{1\psi}^2. \quad (13)$$

Полученное уравнение (13) является логистическим, которое, в отличие от уравнения (9), определяет желаемое количество популяции жертв

$$x_{1s} = \frac{a}{\beta + b}, \quad (14)$$

изменяемое путем задания коэффициента  $\beta$ . Установившееся число хищников определяется следующим соотношением:

$$x_{2s} = \frac{\beta a(k\beta + kb + a)}{(\beta + b)^2}. \quad (15)$$

Итак, управление  $u(x_1, x_2)$  (12) позволяет устойчиво поддерживать желаемое количество жертв (14), при этом их поведение на многообразии  $\psi = 0$  (1.11) описывается логистическим уравнением (13), что полностью согласуется с предложенным выше критерием выбора естественных аттракторов в управляемых экологических системах. График изменения численности жертв и хищников представлен на рис. 4 [20].

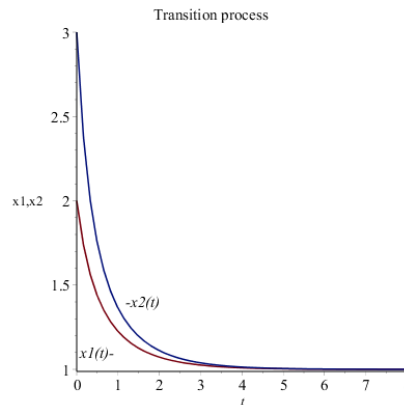


Рис. 4. График изменения численности жертв  $x_1(t)$ , хищников  $x_2(t)$

Значения координат  $x_{1s}$ ,  $x_{2s}$  установившейся устойчивой точки системы определяются выражениями (14) и (15). Установившиеся значения переменных  $x_1$ ,  $x_2$  равны  $x_{1s} = 1$ ,  $x_{2s} = 1$  [21].

На рис. 5 для параметров  $T = 1,1$ ,  $a = 0,8$ ,  $b = 0,7$ ,  $c = 0,6$ ,  $\beta = 0,4$ ,  $k = 1,1$  изображен фазовый портрет управляемой системы (1.10), (1.12), изображено инвариантное многообразие  $\psi(x_1, x_2) = 0$ , к которому стремятся фазовые траектории системы [18].

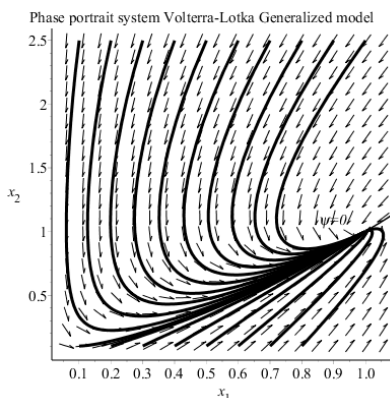


Рис. 5. Фазовый портрет замкнутой системы «хищник–жертва»

Характер поведения фазовых траекторий подтверждает основные положения метода АКАР.

Рассмотрим модель «хищник–жертва» с перекрывающимися поколениями, которая по сравнению с предыдущими моделями более полно отражает биологические реальности [2]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= r \left( 1 - \frac{1}{k} x_1 \right) x_1 - \alpha x_2 (1 - \exp(-\lambda_1 x_1)), \\ \dot{x}_2(t) &= -b x_2 + \beta (1 - \exp(-\lambda_2 x_2)) x_2. \end{aligned} \quad (16)$$

В этой модели при отсутствии хищников ( $x_2 = 0$ ) число жертв растет по логистическому закону [2]

$$\dot{x}_1(t) = r \left( 1 - \frac{1}{k} x_1 \right) x_1,$$

а хищники при отсутствии жертв экспоненциально вымирают. В правой части первого уравнения модели (16) второй член отражает поведение хищников, у которых постепенно насыщается способность к уничтожению жертв. Состояние равновесия системы (1.16) определяется соотношениями [1]:

$$x_{1s} = \ln \left( 1 + \frac{b}{\beta} \right)^{\frac{1}{\lambda_2}}, \quad x_{2s} = \frac{r}{k} x_{1s} \left( 1 - \frac{x_{1s}}{k} \right) \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\beta}{b} \right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \right].$$

На рис. 6. изображен фазовый портрет разомкнутой системы, описываемый системой обыкновенных дифференциальных уравнений (16) [14].

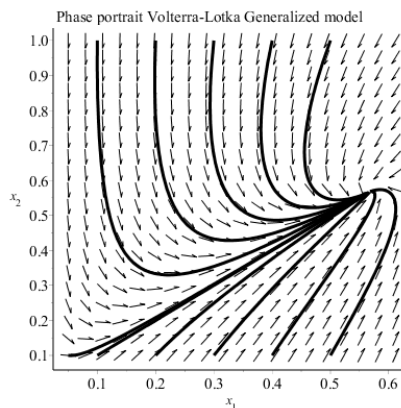


Рис. 6. Фазовый портрет системы

Поставим задачу управления системой (16) с целью устойчивого поддержания желаемого количества жертв путем воздействия на скорость роста хищников. Модель управляемой системы имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= r \left(1 - \frac{1}{k} x_1\right) x_1 - \alpha x_2 (1 - \exp(-\lambda_1 x_1)), \\ \dot{x}_2(t) &= -b x_2 + \beta (1 - \exp(-\lambda_2 x_2)) x_2 + u. \end{aligned} \quad (17)$$

Синтез управления  $u(x_1, x_2)$  осуществим методом АКАР. Для этого введем макропеременную [3]

$$\psi = x_2 - \gamma x_1, \quad (18)$$

и на основе функционального уравнения

$$T\dot{\psi}(t) + \psi = 0 \quad (19)$$

найдем с учетом уравнений (17) следующий закон управления:

$$\begin{aligned} u &= \gamma r \left(1 - \frac{1}{k} x_1\right) x_1 - \\ &- x_2 [\gamma k - \gamma k \exp(-\lambda_1 x_1) - b + \beta - \beta \exp(-\lambda_2 x_2)] - \frac{1}{T} \psi. \end{aligned} \quad (20)$$

Закон (20) переводит ИТ системы (17) в окрестность многообразия  $\psi = 0$  (18), движение ИТ вдоль которого описывается следующими уравнениями:

$$\dot{x}_{1\psi}(t) = \left(r - \alpha \gamma - \frac{r}{k} x_{1\psi} + \alpha \gamma \exp(-\lambda_1 x_{1\psi})\right) x_{1\psi}. \quad (21)$$

Полученное уравнение (21) относится к классу логистических, что можно показать, положив в первом приближении  $\exp(-\lambda_1 x_{1\psi}) \approx -\lambda_1 x_{1\psi}$ , тогда имеем

$$\dot{x}_{1\psi}(t) \cong \left(r - \alpha \gamma - \left(\frac{r}{k} + \alpha \gamma \lambda_1\right) x_{1\psi}\right) x_{1\psi}. \quad (22)$$

Это классическое логистическое уравнение. Из (22) следуют приближенные значения установившегося количества жертв и хищников [4]:

$$x_{1s} \approx \frac{k(r - \alpha \gamma)}{r + k \alpha \gamma \lambda_1}; \quad x_{2s} = \gamma x_{1s}.$$

Точное желаемое количество жертв в управляемой системе (17) определяется из решения уравнения

$$r x_{1s} - \alpha \gamma k \exp(-\lambda_1 x_{1s}) = k(r - \alpha \gamma). \quad (23)$$

Выбирая в (23) соответствующий коэффициент  $\gamma$ , можно задать желаемое количество жертв  $x_{1s}$ , устойчиво поддерживаемое в управляемой системе (17), (20). При этом число хищников в равновесном состоянии равно  $x_{2s} = \gamma x_{1s}$ .

Таким образом, синтезированное методом АКАР управление  $u(x_1, x_2)$  (19) позволяет обеспечить желаемое количество жертв (23) в системе (17), при этом их поведение на многообразии  $\psi = 0$  (18) описывается неклассическим логистическим уравнением (21).

Значения координат установившейся устойчивой точки системы определяются выражениями (14) и (15) и равны  $x_{1s} = 0,57$ ,  $x_{2s} = 0,57$  (рис. 7).

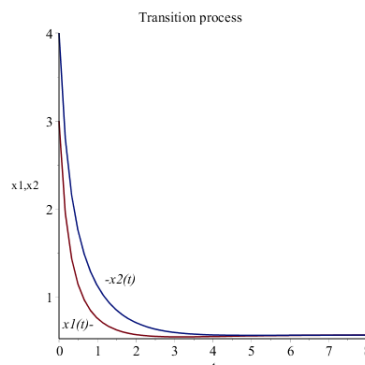


Рис. 7. График изменения численности хищников  $x_2(t)$ , жертв  $x_1(t)$



На рис. 8 приведен фазовый портрет синтезированной системы (17), (20) для параметров  $r = k = \alpha = \beta = 1,2$ ;  $T = 1,1$ ;  $b = 0,7$ ;  $\lambda_1 = 1,2$ ;  $\lambda_2 = 1,6$ ;  $\beta = 1$ , изображено инвариантное многообразие, к которому стремятся фазовые траектории, выходя из начальных условий [19]. Характер поведения траекторий системы подтверждает положения метода АКАР.

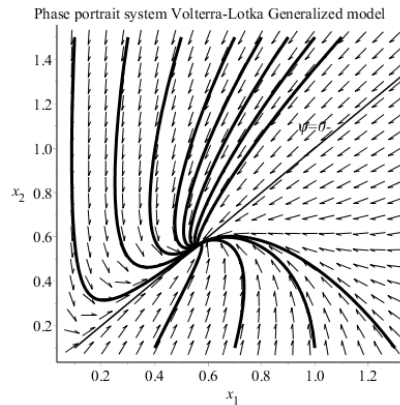


Рис. 1.8. Фазовый портрет замкнутой системы «хищник–жертва»

**Заключение.** Таким образом, на основе метода АКАР синергетической теории управления аналитически синтезированы законы управления для моделей экологических систем «хищник–жертва» (1). В отличие от **других методов синтеза**, применение метода АКАР позволяет сформировать и поддерживать экологические инварианты, обеспечивающие естественный характер взаимодействия между популяциями и направленные кооперативные процессы самоорганизации экологических систем [1, 2, 21].

На вышеприведенных моделях управления системой «хищник–жертва» и взаимодействием популяций показан эффективный способ учета естественных особенностей, основанный на введении логистических уравнений в качестве желаемых инвариантных многообразий – экологических инвариантов (аттракторов), к которым устремляются все траектории системы [2]. Рис. 1–8 получены с помощью моделирования соответствующих моделей систем «хищник–жертва» в пакете прикладных программ Maple 2015 – одной из самых мощных систем компьютерной математики, включающей символьный и численный процессор, библиотеки встроенных и дополнительных функций [18–21].

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Синергетика: процессы самоорганизации и управления: учебное пособие / под общей ред. А.А. Колесникова. В 2-х частях. Ч. I. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004. – 360 с.
2. Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления / под ред. А.А. Колесникова. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. Ч. II. – 559 с.
3. Синергетика и проблемы теории управления / под ред. А.А. Колесникова. – М.: Физматлит, 2004. – 504 с.
4. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – Таганрог: ТРТУ, М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
5. Колесников А.А. Последовательная оптимизация нелинейных агрегированных систем управления. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 160 с.
6. Колесников А.А. Прикладная синергетика: основы системного синтеза. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2007. – 384 с.

7. Современная прикладная теория управления: Новые классы регуляторов технических систем / под ред. А.А. Колесникова. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. Ч. III. – 656 с.
8. *Веселов Г.Е.* Иерархическое управление многосвязными динамическими системами: синергетический подход. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2003. – 72 с.
9. *Апрощенко О.И.* Синергетический синтез управлений для нелинейного объекта управления // Вестник Донского государственного технического университета. – 2008. – Т. 8, № 3 (38). – С. 245-251.
10. *Апрощенко О.И.* Задача стабилизации гидролитосферных процессов методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 12. – С. 37-41.
11. *Chernyshev A.B., Martirosyan K.V., Martirosyan A.V.* Analisis of the nonlinear distributed control system's sustainability // Journal of Mathematics and Statistics. – 2014. – Vol. 10, No. 3. – P. 316-321.
12. *Chernyshev A.B.* Challenges of implementing distributed systems with discrete control actions // Eastern European Scientific Journal. – 2013. – No. 2. – P. 183-188.
13. *Hasler M., Maistrenko Y.L.* An introduction to the synchronization of chaotic systems: Coupled skew tent maps // IEEE Circuits Syst. – 1997. – Vol. 44. – P. 927-936.
14. *Kalman R.E.* Contributions to the Theory of Optimal Control // Bullet. Soc. Mat. Mech. – 1960. – Vol. 5, № 1.
15. *Keller H.* Vereinfacht Ljapunov – Synthese fur nichtlineare System // Automatisierungstechnik. – 1990. – № 3. – P. 111-113.
16. *Kwakernak H., Sivan R.* Linear Optimal Control Systems. – Wiley. – Interscience, a Division of John Wiley, Sons, Inc. New York. – 1972.
17. *Peng J.H., Ding E.J., Ding M., Yang W.* Synchronizing hiperchaos with a scalar transmitted signal // Phys. Rev. Lett. – 1996. – Vol. 76, No. 6. – P. 904-907.
18. *Дьяконов В.П.* Maple 7: Учебный курс. – СПб.: Питер, 2002. – 672 с.
19. *Манзон Б.М.* Maple V Power Edition. – М.: Информационно-издательский дом «Филинь», 1998. – 240 с.
20. *Савотченко С.Е., Кузьмичева Т.Г.* Методы решения математических задач в Maple: учебное пособие. – Белгород: Беллаудит, 2001. – 116 с.
21. *Эдвардс Ч.Г., Пенни Д.Э.* Дифференциальные уравнения и краевые задачи: моделирование и вычисление с помощью Mathematica, Maple и Matlab. – 3-е изд.: пер. с англ. – М.: ООО «И.Д. Вильямс», 2008. – 1104 с.

## REFERENCES

1. Sinergetika: protsessy samoorganizatsii i upravleniya: uchebnoe posobie [Synergetics: the processes of self-organization and management: textbook], ed. by A.A. Kolesnikova. In 2 parts. Part I. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2004, 360 p.
2. Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya: Sinergeticheskiy podkhod v teorii upravleniya [Modern Applied Control Theory: The synergetic approach to management theory], ed. by A.A. Kolesnikova. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2000. Part II, 559 p.
3. Sinergetika i problemy teorii upravleniya [Synergetics and problem management theory], ed. by A.A. Kolesnikova. Moscow: Fizmatlit, 2004, 504 p.
4. *Kolesnikov A.A.* Sinergeticheskaya teoriya upravleniya [Synergetic theory of management]. Taganrog: TRTU, M.: Energoatomizdat, 1994, 344 p.
5. *Kolesnikov A.A.* Posledovatel'naya optimizatsiya nelineynykh agregirovannykh sistem upravleniya [The consistent optimization of nonlinear aggregate Control Systems]. Moscow: Energoatomizdat, 1987, 160 p.
6. *Kolesnikov A.A.* Prikladnaya sinergetika: osnovy sistemnogo sinteza [Applied synergetics: the foundations of the system synthesis]. Taganrog: Izd-vo TTI YuFU, 2007, 384 p.
7. Sovremennaya prikladnaya teoriya upravleniya: Novye klassy regulyatorov tekhnicheskikh sistem [Modern Applied Control Theory: New classes of regulators technical systems], ed. by A.A. Kolesnikova. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2000. Part III, 656 p.
8. *Veselov G.E.* Ierarkhicheskoe upravlenie mnogosvyaznymi dinamicheskimi sistemami: sinergeticheskiy podkhod [Hierarchical multivariable control of dynamic systems: a synergetic approach]. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2003, 72 p.

9. *Atroshchenko O.I.* Sinergeticheskiy sintez upravleniy dlya nelineynogo ob"ekta upravleniya [Synergetic synthesis of control for nonlinear control object], *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Herald Don State Technical University], 2008, Vol. 8, No. 3 (38), pp. 245-251.
10. *Atroshchenko O.I.* Zadacha stabilizatsii gidrolitosferykh protsessov metodom analiticheskogo konstruirovaniya agregirovannykh regulyatorov [The problem of stabilization processes gidrolitosferykh method analytical design of aggregated regulators], *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie* [Mechatronics, Automation, Control], 2008, No. 12, pp. 37-41.
11. *Chernyshev A.B., Martirosoyan K.V., Martirosoyan A.V.* Analisis of the nonlinear distributed control system's sustainability, *Journal of Mathematics and Statistics*, 2014, Vol. 10, No. 3, pp. 316-321.
12. *Chernyshev A.B.* Challenges of implementing distributed systems with discrete control actions, *Eastern European Scientific Journal*, 2013, No. 2, pp. 183-188.
13. *Hasler M., Maistrenko Y.L.* An introduction to the synchronization of chaotic systems: Coupled skew tent maps, *IEEE Circuits Syst.*, 1997, Vol. 44, pp. 927-936.
14. *Kalman R.E.* Contributions to the Theory of Optimal Control, *Bullet. Soc. Mat. Mech.*, 1960, Vol. 5, No. 1.
15. *Keller H.* Vereinfacht Ljapunov – Synthese fur nichtlineare System, *Automatisierungstechnik*, 1990, No. 3, pp. 111-113.
16. *Kwakernak H., Sivan R.* Linear Optimal Control Systems. Wiley. Interscience, a Division of John Wiley, Sons, Inc. New York, 1972.
17. *Peng J.H., Ding E.J., Ding M., Yang W.* Synchronizing hiperchaos with a scalar transmitted signal, *Phis. Rev. Left.*, 1996, Vol. 76, No. 6, pp. 904-907.
18. *D'yakonov V.P.* Maple 7: Uchebnyy kurs [Maple 7: Training]. St. Petersburg: Piter, 2002, 672 p.
19. *Manzon B.M.* Maple V Power Edition [Maple V Power Edition]. Moscow: Informatsionno-izdatel'skiy dom «Filin'», 1998, 240 p.
20. *Savotchenko S.E., Kuz'micheva T.G.* Metody resheniya matematicheskikh zadach v Maple: uchebnoe posobie [Methods for solving mathematical problems in Maple]. Belgorod: Belaudit, 2001, 116 p.
21. *Edwards Ch.G., Penni D.E.* Differentsial'nye uravneniya i kraevye zadachi: modelirovanie i vychislenie s pomoshch'yu Mathematica, Maple i Matlab [Differential Equations and Boundary Value Problems: modeling and calculation using Mathematica, Maple and Matlab]. 3 rd. edition: lane from English. Moscow: OOO «I.D. Vil'yams», 2008, 1104 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.В. Малков.

**Чернышев Александр Борисович** – Институт сервиса туризма и дизайна (филиала) ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университета» в г. Пятигорске; e-mail: chalbor@rambler.ru; 357500, г. Пятигорск, пр. 40 лет Октября, 56; тел.: +79283612836; кафедра информационной безопасности, систем и технологий; профессор; д.т.н.

**Атрощенко Олег Игоревич** – e-mail: atroleg1983@mail.ru; тел.: 89283766333; кафедра информационной безопасности, систем и технологий; ассистент; к.т.н.

**Chernyshov Alexander Borisovich** – Institute of tourism and service design (branch) FSAEI VPO «North Caucasian Federal University» in Pyatigorsk; e-mail: chalbor@rambler.ru; 56, 40 October, Pyatigorsk, 357500, Russia; phone: +79283612836; the department of information security, systems and technologies; professor; dr. of eng. sc.

**Atroschenko Oleg Igorevich** – e-mail: atroleg1983@mail.ru; phone: +79283766333; the department of information security, systems and technologies; teaching assistant; cand. of eng. sc.