

Раздел II. Гидроакустика

УДК 534.222

DOI 10.18522/2311-3103-2016-10-6579

В.И. Короченцев, Л.В. Губко, М.В. Мироненко, И.В. Гарасев

ТРЕХМЕРНАЯ НЕОДНОРОДНАЯ МОДЕЛЬ В МОРСКОМ КЛИНЕ

Расчет акустических антенных решеток методом анализа и синтеза в однородных безграничных средах применяется в различных инженерных приложениях и достаточно прост. Для антенн, расположенных в однородных ограниченных объемах алгоритмы расчета значительно сложнее и требуют большего времени вычисления. Если в ограниченном пространстве, типа клина, морская среда неоднородна, то расчет известными (существующими) математическими методами становится очень проблематичным. Предложен математический алгоритм, позволяющий разделить переменные при смешанных граничных условиях. Полученные расчетные формулы основаны на функциях Грина, имеющих угловую зависимость. Эта угловая зависимость позволила выделить участки на границах, имеющих однородную структуру. Возможности алгоритма продемонстрированы на примере анализа поля антенны, расположенной внутри морского клина, имеющего смешанные граничные условия. Время расчета поля внутри морского клина на компьютере средней мощности составило приблизительно 1 минуту. Результаты теоретических расчетов сравнены с реальными морскими экспериментами, которые показали удовлетворительное совпадение. Разработана аналитическая математическая модель, позволяющая рассчитывать акустические поля в неоднородной трехмерной среде. Получены расчетные модели в криволинейной системе координат, которые представляют геодезические линии. Формула, описывающая кривые в ортогональной системе координат, получена в приближении лучевой акустики на основании принципа Ферма. Проведены численные эксперименты, показавшие применимость выведенной трехмерной математической модели для практических расчетов. Результаты расчета для двумерной модели с точностью до $1 \div 2$ % совпадают с известными стандартными моделями расчета. Подробно рассчитаны варианты распространения инфразвуковых волн, звуковых и ультразвуковых диапазонов. Показано, что время расчета одного варианта практически не зависит от диапазона частот, но определяется количеством слоев, а также размерностью самой математической модели. Рассмотрена возможность учета затухания акустических волн в морской среде. Рассмотренные приближенные методы расчета позволяют проводить инженерные расчеты антенн, расположенных в мелком море.

Неоднородные среды; математическая модель расчета; гидроакустические поля; лучевая акустика; принцип Ферма; геодезические координаты; цифровые методы; затухание волн; направленная функция Грина; морской клин; математический алгоритм; антенная решетка; анализ и синтез; гидроакустическая система; акустическая антенна.

V.I. Korochentsev, L.V. Gubko, M.V. Mironenko, I.V. Garasev

THREE-DIMENSIONAL HETEROGENEOUS MODEL IN SEA WEDGE

The calculation of the acoustic antenna arrays methods of analysis and synthesis in a homogeneous infinite environment is used in various engineering applications and fairly simple. Algorithms calculation for antennas located in homogeneous confined volumes is much more complicated and requires more calculation time. If in a confined space of a wedge type, the marine environment is heterogeneous, the calculation of the known (existing) mathematical methods is very problematic. Proposed is a mathematical algorithm for separation of the variables with mixed boundary conditions. These formulas are based on the Green's functions with angular dependence. This angular

dependence allowed identifying the areas on the borders having uniform structure. Features of the algorithm are demonstrated by the analysis of the field of antenna, situated within the sea wedge having mixed boundary conditions. Field calculation time in the sea wedge using an average-power computer was about 1 minute. The results of theoretical calculations are compared with actual marine experiments and showed a satisfactory agreement. The analytical mathematical model allowing calculating acoustic fields in the non-uniform three-dimensional environment is developed. Estimated models in the curvilinear coordinate system which represent geodesic lines are received. The formula describing curves in orthogonal system of coordinates is received in approximation of ray acoustics based on the Fermat's principle. The numerical experiments which showed an applicability of the removed three-dimensional mathematical model for practical calculations are made. Results of calculation for two-dimensional model to within 1÷2 of % match the known standard models of calculation are presented. Explicitly options of distribution of infrasonic waves, the sound and ultrasonic ranges are calculated. It is shown that time of calculation of one option practically does not depend on the range of frequencies, but is defined by quantity of layers, and also dimensionality of the mathematical model itself. The possibility of taking into account the acoustic waves attenuation in the marine environment is considered. Considered approximate calculation methods allow conducting engineering calculations for antennas located in shallow seas.

Heterogeneous environment; mathematical model; hydroacoustic field; radiation acoustics; Fermat's principle; geodetic coordinates; digital techniques; the wave attenuation; set coversine Grina; sea wedge; mathematical algorithm; multielement array; analysis and design; underwater sound system; acoustic array.

Теоретическая модель. Рассмотрим постановку следующей задачи анализа и синтеза прозрачной антенны, расположенной в клине с импедансными границами. Такая задача может быть принята за исходную, при расчете гидроакустических антенных решеток, расположенных в шельфовой зоне океана.

Предположим, нам известны акустические характеристики (плотность p_n и фазовая скорость c_n) грунта, воды, воздуха, геометрия клина и координаты элементов прозрачной антенной решетки.

Задача 1. (анализ антенной решетки в импедансном клине) может быть сформулирована следующим образом. По заданной функции возбуждения и геометрии антенной решетки определить давление в клине на некоторой поверхности $S_{нар}$ (рис. 1).

Задача 2. Необходимо по заданному давлению на некоторой поверхности в клине определить функцию возбуждения элементов антенной решетки, которая с заданной погрешностью создаст поле в клине (синтез антенной решетки в импедансном клине).

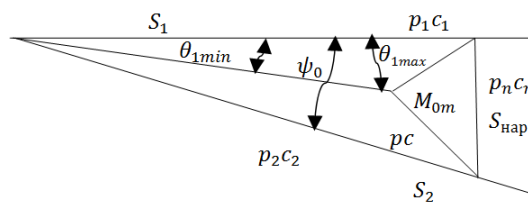


Рис. 1. Геометрия задач анализа и синтеза антенной решетки

В настоящее время наибольшее количество попыток строгого решения предпринято для задачи 1 (анализ антенн) [1, 2]. Синтез антенн, расположенных в клине, до настоящего времени практически не проводился.

Постановка и решение задач синтеза для антенны, расположенной в идеальном волноводе, приведены в работе [3]. Эта же задача получила развитие в докторской диссертации Г.В. Алексева и кандидатской А.Г. Субботина [7], в которых разработаны устойчивые численные алгоритмы решения некорректной задачи синтеза антенн в плоскопараллельных идеальных волноводах.

Первая основная сложность решения двух сформулированных задач заключается в том, что даже при локальном импедансе на гранях невозможно выполнить разделение переменных в уравнении Гельмгольца и удовлетворить граничным условиям. Несмотря на многочисленные публикации, эта проблема с 1959 г., когда появились первые основополагающие работы в этой области, выполненные Г.Д. Малюженцем, остается до настоящего времени.

Г.Д. Малюженец ввел функции, носящие имя, для частного случая переменного импеданса Z , возрастающего от начала клина по закону $Z = a * r$, где $a - \text{const}$, r – расстояние. В этом случае в граничных условиях для клина с локальным импедансом $Z_{1,2}$

$$\left(P + \frac{1}{r} \frac{Z_1}{i\omega} \frac{dP}{d\psi} \right)_{\psi=0} = 0, \left(P - \frac{1}{r} \frac{Z_1}{i\omega} \frac{dP}{d\psi} \right)_{\psi=\psi_0} = 0$$

вторые слагаемые не будут зависеть от r . В результате удастся разделить переменные только для клина, у которого вершина акустически мягкая, а при удалении границы становится акустически жесткой. Понятно, что в практических задачах такой случай встречается редко.

Основная погрешность решения задач заключается в том, что даже при локальном импедансе (или идеальных условиях на границе) невозможно выполнить разделение переменных в уравнении Гельмгольца и удовлетворить граничные условия. В настоящей статье предлагается использовать метод «направленной функции Грина свободного пространства» рассмотренной в монографии [2]. Эта функция позволяет разделить переменные для простейших поверхностей, совпадающих с одной из ортогональных систем координат. Для импедансного клина (рис. 1), предложено создать такую функцию Грина, которая в угловых координатах в аналитическом виде записывается:

Представим спектр в виде:

$$g(U_1, U_2) = F_n(U_1, U_2) g_\phi(U_1, U_2)$$

$F_n(U_1, U_2)$ – некоторая диаграммная функция; $g_\phi(U_1, U_2)$ – весовая функция.

В частности, если $F_n(U_1, U_2) = 1$, а $g_\phi(U_1, U_2) = i/2\pi \sqrt{k^2 - U_1^2 - U_2^2}$, то, получаем ненаправленную сферическую функцию свободного пространства. В общем случае диаграммную функцию введем в виде следующего аналитического выражения:

$$G_n(x, y, z, U_{1\min}, U_{1\max}, U_{2\min}, U_{2\max}) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_n}{\sqrt{k^2 - U_1^2 - U_2^2}} e^{i[U_1 x + U_2 y + z \sqrt{k^2 - U_1^2 - U_2^2}]} dU_1 dU_2 \quad (1)$$

$$F_n(U_1, U_2) = \begin{cases} 1, & \text{при } U_{1\min} \leq U_1 \leq U_{1\max}, U_{2\min} \leq U_2 \leq U_{2\max} \\ 0, & \text{при остальных значениях } U \text{ и в зоне видимости} \\ f(U_1, U_2), & \text{в зоне мнимых углов.} \end{cases} \quad (2)$$

Это математическое выражение для секторной диаграммы направленности в обобщенных координатах U_1, U_2 .

Эта введенная функция является решением неоднородного уравнения Гельмгольца.

$$\Delta G_n(x, y, z) + k^2 G_n^0(x, y, z) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$$

Так как наиболее изученной поверхностью является плоскость (для которой известны ортогональные функции и найдены коэффициенты отражения для произвольного угла падения плоских волн), представим сферическую волну в виде плоских волн. Известно, что простейшим решением уравнения Гельмгольца в декартовой системе координат (рис. 2) является плоская волна. Уравнение Гельмгольца в декартовой системе записывается в виде:

$$\Delta\Phi(x, y, z) + k^2\Phi(x, y, z) = 0,$$

где $\bar{k} = k_x\bar{i} + k_y\bar{j} + k_z\bar{k}$,
 $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$,
 $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$,

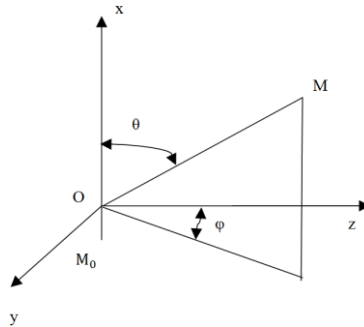


Рис. 2. Геометрия обобщенных углов

Вещественные переменные U_1 и U_2 могут изменяться в интервале $[-\infty; +\infty]$.

$$U_1 = \pm k_x = k \cos\theta,$$

$$U_2 = \pm k_y = k \sin\theta \sin\varphi,$$

$$U_3 = \pm k_z = k \sin\theta \cos\varphi$$

Введем обозначения:

$$\cos\theta = V_1,$$

$$\sin\theta \sin\varphi = V_2,$$

$$\sin\theta \cos\varphi = V_3.$$

По аналогии с теорией антенн заной видимых углов принято называть круг:

$$k \sin\theta \cos\varphi = k_z = \pm \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} = \pm \sqrt{k^2 - U_1^2 - U_2^2}.$$

Простейшее решение для потенциала плоской волны:

$$\Phi = e^{i\bar{k}\bar{r}} = e^{i(k_x x + k_y y + k_z z)}$$

Если реальная поверхность подводной части шельфа не совпадает с одной из ортогональных систем координат, то отдельные участки можно аппроксимировать некоторыми участками, совпадающими с ортогональными координатными поверхностями. Используя выражения для «направленной функции Грина» формально можно записать следующее выражение для ненаправленной сферической волны (функция Грина свободного пространства):

$$G(M, M_0) = \frac{e^{ikr}}{R} = \frac{i}{2\pi} \sum_{l=1}^L \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{F_{H1}(U_1, U_2) e^{iz\sqrt{k^2 - U_1^2 - U_2^2}} e^{i(U_1 x + U_2 y)}}{\sqrt{k^2 - U_1^2 - U_2^2}} dU_1 dU_2 \quad (3)$$

где

$$F_{H1} = \begin{cases} 1, & \text{при } U_{1\min} \leq U_1 \leq U_{1\max}, \quad U_{2\min} \leq U_2 \leq U_{2\max} \\ 0, & \text{при остальных значениях } U \text{ и в зоне видимости} \\ f_H(U_1, U_2), & \text{в зоне мнимых углов} \end{cases}$$

Окончательное выражение для функции Грина $G_E(M, M_0)$ учитывающей коэффициенты отражения от всех L конечных поверхностей, можно записать в виде:

$$G_E(M, M_0) = \sum_{l=1}^L [G_l(M, M_0)] + k_{отрl} G_l^{-1}(M, M_0),$$

где $k_{отрl}$ – коэффициент отражения от l -й конечной поверхности (плоскость, цилиндр, сектор, сферы и т.п.). $G_l(M, M_0)$ описывает волну, отраженной от конечной l -й конечной поверхности.

Проведем численные эксперименты с выражениями (3).

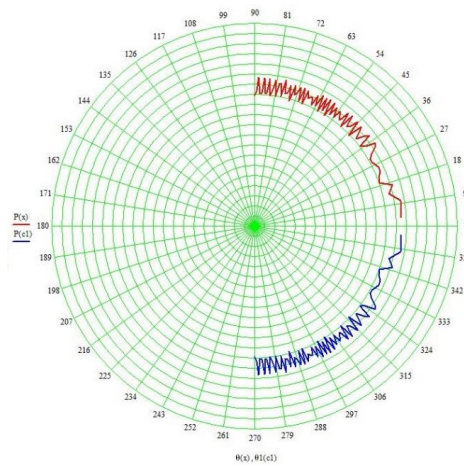


Рис. 3. «Направленная функция Грина» в свободном пространстве точечного излучателя, при коэффициентах отражения равных 0

- ◆ Точечный излучатель с координатами (0,1;0,1);
- ◆ Частота $f=0,5$ кГц;
- ◆ Длина волны $\lambda=3$ метра;
- ◆ Скорость распространения звука $c=1500$ м/с.

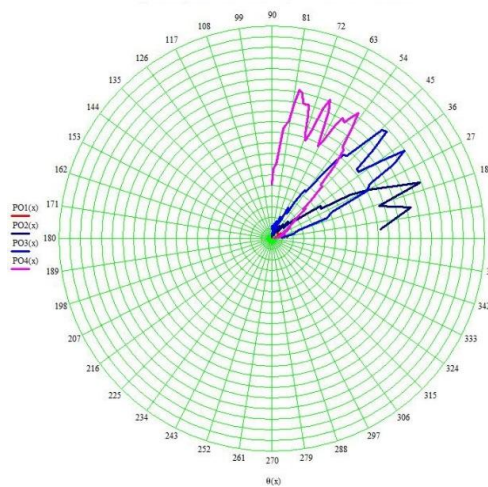


Рис. 4. «Направленная функция Грина» в свободном пространстве пересекающаяся на уровне 0,707

- ◆ Точечный излучатель с координатами (0,1;0,1);
- ◆ Частота $f=0,5$ кГц;
- ◆ Длина волны $\lambda=3$ метра;
- ◆ Скорость распространения звука $c=1500$ м/с.

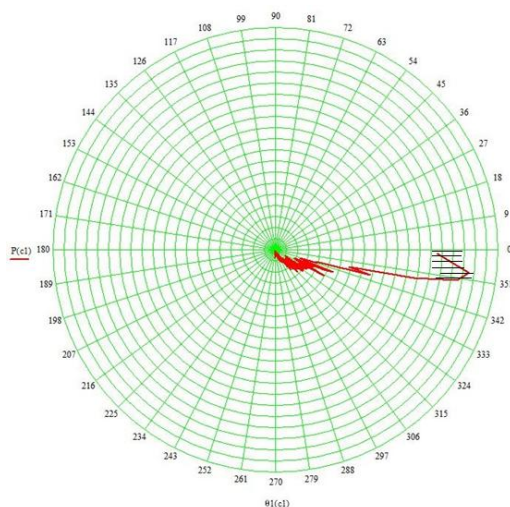


Рис. 5. «Направленная функция Грина» на 100 метрах от начала координат при точечном излучателе и экспериментальные значения

- ◆ Точечный излучатель с координатами (0,1;0,1) метров;
- ◆ Частота $f=1$ кГц;
- ◆ Длина волны $\lambda=1,5$ метра;
- ◆ Скорость распространения звука $c=1500$ м/с;
- ◆ Угол клина 12 градусов;
- ◆ Коэффициенты отражения равны -1;1.

Время расчета одного варианта на ЭВМ, применяя программный пакет Mathcad составляет ~ 1 минуту. Анализируя расчетные графики (рис. 3, 4) можно оценить ошибку представления строго аналитического решения уравнения Гельмгольца с численным приближенным алгоритмом (3). Сферическая волна в свободном пространстве $\Phi(r)=\frac{e^{ikr}}{R}$ графически изображена идеальным кругом $R=R_0$. Колебания графика относительно идеального круга $R=R_0$ определяют ошибку расчета по алгоритму (3).

График рис. 4, иллюстрирует представление трех «направленных функций Грина» свободного пространства, которые аппроксимируют угловое распределение поля давления на уровне ошибки 0,707.

На рис. 5 приведен график расчета поля точечного излучателя в клине, ограниченном поверхностью моря (акустически мягкая граница $k = -1$) и дном со скальным грунтом ($k = +1$).

Последний теоретический график сравним с одним из экспериментальных морских реальных результатов измерений, экспериментальные исследования средств морского приборостроения проводились на измерительном морском полигоне СКБ САМИ (г. Южно-Сахалинск). В состав приемной системы входят: приемная гидроакустическая антенна, многоканальный фильтр-усилитель и модуль сбора данных, состоящий в свою очередь, из аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и персонального компьютера (рис. 6) [5].



Рис. 6. Структурная схема испытательной гидроакустической системы

Приемная гидроакустическая антенна представляет собой цилиндр диаметром 1350 мм и высотой 1100 мм, составленной из 30 эквидистантных линейных антенных модулей по 8 гидрофонов в каждом. Гидрофоны изготовлены из пьезоэлементов Щ7.124.129-06 (керамика ЦТС-19) и герметизированы полиуретаном.

Антенные модули закреплены в верхних и нижних лучах каркаса антенны, как показано на рис. 7.

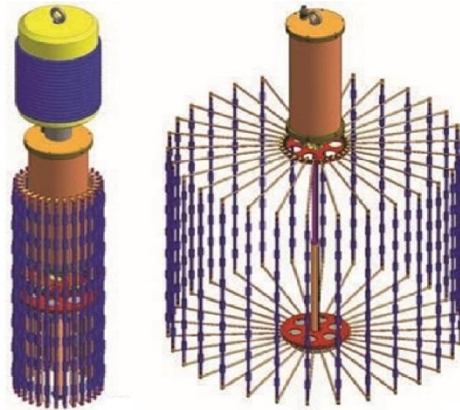


Рис. 7. Звуконпрозрачная приемная акустическая антенна.

В качестве точечного излучателя можно принять шум проходящего НИС «Академик М.А. Лаврентьев», которое маневрировало в районе приемников [5]. Среднеквадратичное отклонение оценки курса по данным этой статьи составляет $4,7^\circ$, скорости – 0,3 узла, места 303,4.

Сравнение теоретических расчетов и результатов экспериментального измерения показывают их качественное совпадение.

Во многих практических задачах необходимо учитывать неоднородность среды внутри морского клина. Рассмотрим это случай, когда фазовая скорость зависит от трёх координат.

В качестве модели выбираем гармоническую зависимость поля от времени. В этом случае строгое решение неоднородного волнового уравнения:

$$\Delta P + K^2(xyz)P = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \quad (4)$$

сводится к нахождению неизвестной функции давления $P(xyz)$.

Если правая часть уравнения представляет дельта-функцию Дирака, то решение уравнения $P(xyz) = G(xyzx_0y_0z_0)$ представляет функцию Грина $(x_0y_0z_0)$ – координаты точки источника M_0 .

Граничные условия на поверхности излучающей антенны запишем в виде:

$$\left. \begin{aligned} P_1|_S &= P_2|_S \\ V_{n_1}|_S &= V_{n_2}|_S \end{aligned} \right\} \quad (4,a)$$

где $P_1, P_2, V_{n_1}, V_{n_2}$ соответственно давление и нормальная составляющая колебательной скорости на поверхности антенны, записанной в координатах (xyz) .

Граничные условия на клине выбираем либо акустически мягкий $K_{\text{отр}}=-1$ или акустически жесткий $K=+1$.

Точное решение уравнения (1) при произвольной зависимости $K(xyz) = \omega/C(xyz)$ – волнового числа (ω – круговая частота, $C(xyz)$ – фазовая скорость распространения волн) в настоящее время невозможно.

Приближенные методы сводятся, в основном, к лучевой теории, делению пространства на однородные слои и участки. Другие методы основаны на разложении функции $K(xyz)$ в ряды и приведение уравнения (4) к системе уравнений. Все эти приближенные методы достаточно просты при зависимости $K(xyz)$ от одной координаты, например, вертикальной координаты Z .

В настоящей статье будет предложена приближенная модель, объединяющая лучевую акустику, принцип Ферма и геодезические координаты.

Получим математические модели, связывающие строгие волновые процессы, геометрическое приближение (геометрическая оптика) и параметры звукового поля в среде.

Неоднородность будем понимать как непрерывно изменяющиеся свойства среды в трёх осях прямоугольной системы координат (x,y,z) .

Отметим, важные приближения, которые мы будем использовать в методе геометрической оптики.

В общем виде методы геометрической оптики обычно называют приближением ВКБ (Вентцеля, Крамера, Бриллюэна).

В настоящей работе приближение геометрической оптики и метода ВКБ не претендует на математическую строгость и основаны на физических принципах.

Основное противоречие между классическим приближением ВКБ и предложенным в настоящей работе заключается в следующем.

Классический подход предполагает высокочастотное приближение, т.е. $\omega \gg 1$. Предполагаем, что на малых расстояниях скорость передачи информации велика, т.е. $C = V \rightarrow \infty$, $K = \frac{\omega}{v} \rightarrow 0$, при низких частотах $\omega = const$.

В этом случае уравнение Гельмгольца (4) переходит в уравнение Лапласа или Гаусса. В этом случае решение волнового уравнения для вектора скорости \vec{V} и давления \vec{P} являются приближенными.

Второе предположение состоит в том, что криволинейные геодезические координаты строим в приближении $\omega \gg 1$, а волновые уравнения решаем для рабочей частоты $\omega_{\text{раб}}$ в выбранных координатах.

В случае плоских волн приближение геометрической оптики и методов ВКБ совпадают между собой.

В общем случае переход от волновой модели (4), (4а) к лучевой оптике осуществляется с помощью следующего метода.

Решение уравнения можно представить в виде:

$$P_{(x,y,z)} = P_0 e^{iS} \quad (5)$$

где S – эйконал.

Подставляя (5) в (4) и приравняв к нулю вещественную и мнимую части комплексной функции $P_{(x,y,z)}$, имеем:

$$\begin{aligned} \nabla^2 P_0 (S_x'^2 + S_y'^2 + S_z'^2) P_0 + K^2 P_0 &= 0 \\ 2\nabla P_0 \nabla S + \nabla^2 P_0 S' &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Последние два уравнения являются точными волновыми уравнениями, эквивалентными (4).

Классическое приближение геометрической оптики состоит в выполнении высокочастотного неравенства.

$$\frac{\nabla^2 P_0}{P_0} \ll K^2.$$

В этом случае из (3) следует уравнение эйконала:

$$S_x'^2 + S_y'^2 + S_z'^2 = K^2. \quad (7)$$

Поверхности постоянной фазы $S' = const$ являются волновыми фронтами. S_x' ; S_y' ; S_z' – направляющие косинусы (называются лучами). Понятие волнового фронта и луча являются точными для уравнения (3) и приближенными при выполнении (4).

Выберем криволинейную систему координат ζ, η, ξ которая связана с прямоугольной системой x, y, z :

$$\begin{cases} d\zeta = K_{(x,y,z)} dx, \\ d\eta = K_{(x,y,z)} dy, \\ d\xi = K_{(x,y,z)} dz. \end{cases} \quad (8)$$

Уравнение эйконала в системе ζ, η, ξ принимает вид:

$$S_\zeta'^2 + S_\eta'^2 + S_\xi'^2 = 1. \quad (8,a)$$

В криволинейной системе ζ, η, ξ лучи будут прямыми линиями (или геодезическими линиями) в этом пространстве.

Если

$$d\alpha^2 = d\zeta^2 + d\eta^2 + d\xi^2 \quad (8,b)$$

В этом случае вариация δ с фиксированными пределами $\delta \int d\alpha = 0$

Из (8) и (8,b) следует, что $d\alpha^2 = K^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) = K^2 de^2$

Отсюда, $\delta \int K de = \delta \int \frac{\omega de}{c_{(x,y,z)}} = 0$

В реальном пространстве x, y, z лучи представляют собой траектории, по которым время распространения постоянно (принцип Ферма).

Уравнение луча из принципа Ферма для двумерного (x,z) случая запишется в виде:

$$x = \pm n \int_0^z \frac{c(x,z)}{\sqrt{1-n^2 c^2}} dz, \text{ где } n = \left(\frac{\sin \theta}{c} \right) = \frac{c_1}{c_2} = \frac{K_1}{K_2}. \quad (8,b)$$

Сферические волны в криволинейном пространстве ζ, η, ξ и преобразование их в реальные координаты x, y, z . Основными погрешностями при переходе от криволинейных координат с геодезическими линиями ζ, η, ξ к реальной физической системе x, y, z являются искажение формы реальной антенны и использование высокочастотной асимптотики геометрической оптики для реальных частот, в том числе низкочастотного диапазона. Плоские границы клина (рис. 1) так же заменяются неплоскими, описываемыми в системе координат ζ, η, ξ .

Рассмотрим методы уменьшения этих погрешностей (рис. 8).

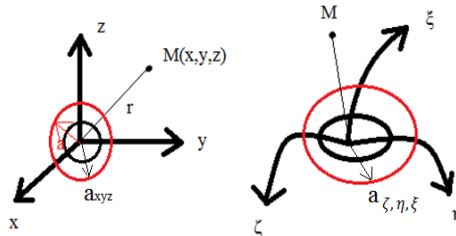


Рис. 8. Геометрия задачи 1

Элементарным излучателем акустических волн является пульсирующая сфера радиуса « a_{xyz} » в реальных координатах x,y,z , а в геодезических координатах « $a_{\zeta,\eta,\xi}$ ». Так же приближенно заменяет и плоскости рис. 1 на криволинейные координаты.

При малых размерах $a_{(x,y,z)} \ll \lambda$ погрешность замены излучателя $a(x,y,z)$ на излучатель в криволинейной системе ζ, η, ξ будет минимальна

$$\max |a_{\zeta,\eta,\xi} - a_{x,y,z}| < \min.$$

Определим поле элементарного излучателя размера $a_{\zeta,\eta,\xi}$ в системе координат ζ, η, ξ .

$$P_{\zeta,\eta,\xi} = P_{0,\zeta,\eta,\xi} e^{\frac{ik_{\zeta,\eta,\xi} [\zeta+\eta+\xi]}{\sqrt{\zeta^2+\eta^2+\xi^2}}}. \tag{9}$$

Можно показать, что решение (9) является строгим решением волнового уравнения (уравнения Гельмгольца) в системе координат ζ, η, ξ при любых частотах ω .

$$\Delta_{\zeta,\eta,\xi} P_{\zeta,\eta,\xi} + K_{(\zeta,\eta,\xi)}^2 P_{(\zeta,\eta,\xi)} = \delta(r_{\zeta,\eta,\xi}, \bar{r}_0),$$

где $\delta(r_{\zeta,\eta,\xi}, \bar{r}_0) = \begin{cases} \infty & \text{при } r_{\zeta,\eta,\xi} = r_0 \\ 0 & \text{при } r_{\zeta,\eta,\xi} \neq r_0 \end{cases}$

дельта – функция Дирака, $K = \frac{\omega}{c_{\zeta,\eta,\xi}}$ – волновое число.

При записи (6) в физической системе координат (x,y,z) можно получить

$$P_{(x,y,z)} = P_{0(x,y,z)} \frac{e^{i \left[\left(\int_0^{x_0} K_{(x,y,z)} dx \right)^2 + \left(\int_0^{y_0} K_{(x,y,z)} dy \right)^2 + \left(\int_0^{z_0} K_{(x,y,z)} dz \right)^2 \right]^{1/2}}}{\sqrt{\left[\int_0^{x_0} K_{(x,y,z)} dx \right]^2 + \left[\int_0^{y_0} K_{(x,y,z)} dy \right]^2 + \left[\int_0^{z_0} K_{(x,y,z)} dz \right]^2}} \tag{10}$$

В последнем выражении на основании (8)

$$\begin{aligned} \int d\zeta = \zeta &= \int_0^{x_0} K_{(x,y,z)} dx + b_1 \\ \int d\eta = \eta &= \int_0^{y_0} K_{(x,y,z)} dy + b_2, \\ \int d\xi = \xi &= \int_0^{z_0} K_{(x,y,z)} dz + b_3 \end{aligned}$$

где b_1, b_2, b_3 – постоянные интегрирования.

Численные эксперименты. Сравним результаты расчета по формуле (10) и известными программами со стандартной программой XYD (Model I).

В качестве примера рассмотрим одномерный случай:

$$K_{(x,y,z)} = K_{(z)}; \text{ на каждом участке слоя } K_n = const.$$

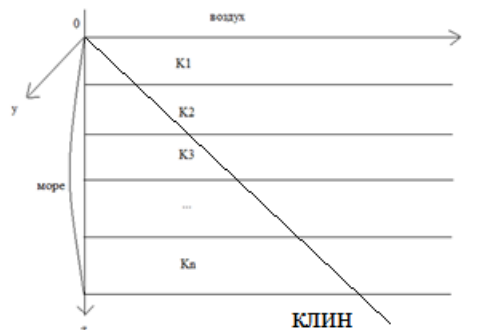


Рис. 9. Геометрия задачи 2

Для одномерного случая $K_{(x,y,z)} = K_{(z)}$

$$P_{(x_{max}, y_{max}, z_{max})} = \frac{e^{i \int_0^{z_{max}} K_z dz}}{\int_0^{z_{max}} K_z dz} \quad (10,6)$$

$$K_x = const, K_y = const.$$

В этом случае,

$$r_{\zeta, \eta, \xi} = \sqrt{\left[\int_0^{x_0} K_{0(x)} dx \right]^2 + \left[\int_0^{y_0} K_{0(y)} dy \right]^2 + \left[\int_0^{z_0} K_{0(z)} dz \right]^2}$$

$$= \sqrt{\left[\int_0^{z_0} K_z dz \right]^2 + K_0^2 x_0^2 + K_0^2 y_0^2}.$$

Предположим, что излучающий вибратор размещён в точке $M_{(x_0, y_0)} = 0$, тогда при $z_0 = z_{max}$ $r_{\eta} = \int_0^{z_{max}} K_z dz$, давление $P(x_0, y_0, z_0)$

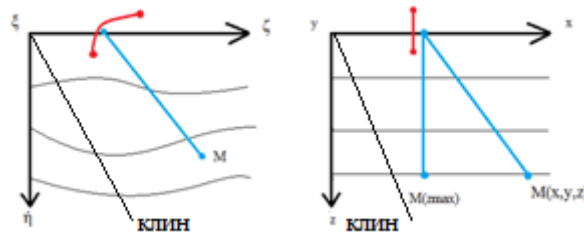


Рис. 10. Плоская слоистая неоднородная среда

Используя алгоритм (10б) можно определить поле в любой точке $M_{(z_{max})}$, которое соответствует полю $P_{(\eta_{max})}$.

Приведем для примера расчета по стандартной программе Table1a, 2a и по алгоритму (10) Table1b, 2b. Время расчета одного варианта (Table2b) не превышает 1 минуты на ЭВМ среднего класса мощности.

$$k_1 = k_0 \sqrt{2}; k_2 = 4k_0; f = 10 \text{ Гц}; P_{0(x_0, y_0, z_0)} = 1 \text{ ПА.}$$

Model I: XYD

Model II: (формула 7)

$$z_1 = -10$$

Таблица 1

Table 1a. Model I

p_z meter	0	1	3	5	10	20	40	50
$z_2 = z_1 - 10$	-1.09	-1.10	-1.17	-1.29	-1.82	-3.28	-	-
$z_2 = z_1 - 20$	-5.90	-5.90	-5.93	-5.99	-6.25	-7.08	-	-
$z_2 = z_1 - 50$	-13.04	-13.04	-13.04	-13.06	-13.14	-13.42	-	-

Таблица 2

Table 1b. Model II

p_z meter	0	1	3	5	10	20	40	50
$z_2 = z_1 - 10$	-1.09	-1.10	-1.15	-1.25	-1.64	-2.72	-	-
$z_2 = z_1 - 20$	-5.90	-5.90	-5.92	-5.97	-6.17	-6.75	-	-
$z_2 = z_1 - 50$	-13.04	-13.04	-13.04	-13.06	-13.12	-13.35	-	-

$$z_1 = -30$$

Таблица 3

Table 2a. Model I

p_z meter	0	1	3	5	10	20	40	50
$z_2 = z_1 - 10$	-4.74	-4.74	-4.76	-4.79	-4.96	-5.53		
$z_2 = z_1 - 20$	-8.18	-8.18	-8.19	-8.21	-8.31	-8.68		
$z_2 = z_1 - 50$	-14.11	-14.11	-14.12	-14.13	-14.17	-14.32		

Таблица 4

Table 2b. Model II

p_z meter	0	1	3	5	10	20	40	50
$z_2 = z_1 - 10$	-4.74	-4.74	-4.76	-4.79	-4.92	-5.39		
$z_2 = z_1 - 20$	-8.18	-8.18	-8.19	-8.20	-8.28	-8.56		
$z_2 = z_1 - 50$	-14.11	-14.11	-14.12	-14.12	-14.15	-14.27		

Таблица 5

Table 3a. Model I

p_z meter	0.03	0.25	2.5	6.2	8.3	28.8	61.2	100... x
$z = -30$	-11.9732	-11.9735	-12.0002	-12.1376	-12.2587	-21.7569	-30.3163	-29.1643

Заключение. Разработанные алгоритмы расчетов позволяют проводить анализ поля измерения с заданной погрешностью. Геометрия задачи может быть значительно усложнена по сравнению с обычным клином. Можно ожидать, что алгоритмы для синтеза антенны по сложности незначительно отличаются от задач анализа, рассмотренных в настоящей статье.

Предложенная аналитическая модель расчета давления акустической волны в море позволяет значительно расширить круг практических задач дальнего обнаружения целей в неоднородных в трех измерениях средах. Эта модель достаточно просто распространяется на среды с затуханием простым введением комплексного волнового числа. Численные эксперименты показали хорошее совпадение частного случая одномерной задачи с известными программами расчета. Результаты статьи можно использовать в практических задачах гидроакустики и атмосферной акустики.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. – Л.: Судостроение, 1972. – 348 с.
2. Короченцев В.И. Волновые задачи теории направленных и фокусирующих антенн. – Владивосток, 1998. – 198 с.
3. Короченцев В.И. Расчет гидроакустических антенн в клине с импедансными стенками методами синтеза и анализа // Современное состояние и перспективы развития теории и прикладных вопросов гидроакустики (к 300 летию Российского флота). – Владивосток, 1996.
4. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М.: Из-во АН СССР, 1957. – 502 с.
5. Малащенко А.Е., Карачун Л.Э., Перунов В.В., Чудаков А.И. Исследование пространственно-временных характеристик гидроакустических сигналов и помех с использованием объемных звукопрозрачных антенн // Подводные исследования и робототехника. – 2013. – № 1 (15).
6. Мироненко М.В., Малащенко А.Е., Василенко А.М., Карачун Л.Э., Леоненков Р.В. Нелинейная просветная гидроакустика и средства морского приборостроения в создании Дальневосточной радиогидроакустической системы освещения атмосферы, океана и земной коры, мониторинга их полей различной физической природы: монография. – Владивосток, 2014. – 404 с.

7. *Субботин А.Г.* Синтез гидроакустических антенн в однородных волноводах: дисс. ... канд. ф-м. наук. – Владивосток 1995. – 156 с.
8. *Бреховских Л.М., Гордин О.А.* Акустика слоистых сред. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 416 с.
9. *Василенко А.М., Мироненко М.В., Пятакович В.А., Шостак С.В., Алексеев О.А.* Система мониторинга полей источников атмосферы, океана и земной коры на основе технологий нелинейной просветной гидроакустики. – М.: Изд-во «ТОВВМУ им. С.О. Макарова», 2015. – 320 с.
10. *Воскресенский Д.И., Канащенков А.И.* Активные фазированные антенные решетки. – М.: Радиотехника, 2004. – 488 с.
11. *Григорьев Л.Н.* Цифровое формирование диаграммы направленности в фазированных антенных решетках. – М.: Радиотехника, 2010. – 144 с.
12. *Малашенко А.Е., Василенко А.М., Мироненко М.В., Леоненков Р.В.* Дальний параметрический прием и передача информационных волн в просветных гидроакустических системах контроля морских акваторий // Датчики и системы. – 2013. – № 11. – С. 56-61.
13. *Короженцев В.И., Губко Л.В., Ким А.В.* Трехмерная неоднородная модель морской среды // Морские интеллектуальные технологии. – 2016. – № 3. – С. 280-285.
14. *Короженцев В.И., Малашенко А.Е., Мироненко М.В., Потапенко А.А.* Анализ и синтез акустических антенн в морском клине // Морские интеллектуальные технологии. – 2016. – № 3. – С. 274-280.
15. *Короженцев В.И., Волков П.А.* Получение узких диаграмм направленности с помощью жидкостных линзовых антенн // Научное обозрение. – 2014. – № 8-2. – С. 593-598.
16. *Моргунов Ю.Н., Буренин А.В., Аксенов В.П., Волков П.А., Короженцев В.И., Горовой С.В. и др.* Дистанционные методы, технические средства и алгоритмы в прикладных задачах исследования природных сред // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2015. – № 2. – С. 409-410.
17. *Короженцев В.И., Абдрашитов А.Г., Белаш А.П., Волков П.А.* Анализ и синтез линзовых антенн для рыбопоисковых локаторов // Вестник Камчатского государственного технического университета. – 2013. – № 23. – С. 5-9.
18. *Стародубцев П.А., Халаев Н.Л., Димидов В.Е.* Некоторые концептуальные положения процесса мониторинга океанской среды. – Владивосток: Издательский дом ДВФУ, 2012. – 222 с.
19. *Мироненко М.В.* Обнаружение акустически слабозаметных морских объектов просветными гидроакустическими системами методом фазового приема и обработки // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2016. – № 4 (177). – С. 123-133.
20. *Есинов И.Б., Сизов И.И., Тарасов С.П.* Параметрическая антенна как новый инструмент для гидрофизических исследований на черноморском полигоне // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 9 (146). – С. 114-120.
21. *Гаврилов А.М., Ситников Р.О.* К вопросу о влиянии фазовых соотношений в спектре накачки на характеристики параметрических антенн // Известия ТРТУ. – 2006. – № 9-1 (64). – С. 120-125.

REFERENCES

1. *Shenderov E.L.* Volnovye zadachi gidroakustiki [Wave tasks of hydroacoustics]. Leningrad: Sudostroenie, 1972, 348 p.
2. *Korochentsev V.I.* Volnovye zadachi teorii napravlennykh i fokusiruyushchikh antenn [Wave problems of the theory of directional and focusing antennae]. Vladivostok, 1998, 198 p.
3. *Korochentsev V.I.* Raschet gidroakusticheskikh antenn v kline s impedansnymi stenkami metodami sinteza i analiza [The calculation of the hydroacoustic antennas in a wedge with impedance walls methods of synthesis and analysis], *Sovremennoe sostoyanie i perspektivy razvitiya teorii i prikladnykh voprosov gidroakustiki (k 300 letiyu Rossiyskogo flota)* [Modern state and prospects of development of the theory and applied questions hydroacoustics (to the 300 anniversary of Russian fleet)]. Vladivostok, 1996.
4. *Brekhovskikh L.M.* Volny v sloistyykh sredach [Waves in layered credac]. Moscow: Iz-vo AN SSSR, 1957, 502 p.

5. *Malashenko A.E., Karachun L.E., Perunov V.V., Chudakov A.I.* Issledovanie prostranstvenno-vremennykh kharakteristik gidroakusticheskikh signalov i pomekh s ispol'zovaniem ob'emnykh zvukoprozrachnykh antenn [The study of spatio-temporal characteristics of hydroacoustic signals and interference using volumetric zvukopodrazhanii antennas], *Podvodnye issledovaniya i robototekhnika* [Underwater researches and robotics], 2013, No. 1 (15).
6. *Mironenko M.V., Malashenko A.E., Vasilenko A.M., Karachun L.E., Leonenkov R.V.* Nelineynaya prosvetnaya gidroakustika i sredstva morskogo priborostroeniya v sozdanii Dal'nevostochnoy radiogidroakusticheskoy sistemy osveshcheniya atmosfery, okeana i zemnoy kory, monitoringa ikh poley razlichnoy fizicheskoy prirody: monografiya [Translucent nonlinear hydroacoustics and marine instrumentation in the creation of the far Eastern sonobuoys lighting system of atmosphere, ocean and earth's crust, monitoring of fields of different physical nature: monograph]. Vladivostok, 2014, 404 p.
7. *Subbotin A.G.* Sintez gidroakusticheskikh antenn v odnorodnykh volnovodakh: diss. ... kand. f-m. nauk [Synthesis of hydroacoustic antennas in homogeneous waveguides. Cand. of phys.-math. sc. diss]. Vladivostok 1995, 156 p.
8. *Brekhovskikh L.M., Godin O.A.* Akustika sloistykh sred [Acoustics of layered media]. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1989, 416 p.
9. *Vasilenko A.M., Mironenko M.V., Pyatakovich V.A., Shostak S.V., Alekseev O.A.* Sistema monitoringa poley istochnikov atmosfery, okeana i zemnoy kory na osnove tekhnologiy nelineynoy prosvetnoy gidroakustiki [Monitoring system field of the sources of atmosphere, ocean and earth's crust on the basis of technologies of nonlinear hydroacoustics translucent]. Moscow: Izd-vo «TOVVMU im. S.O. Makarova», 2015, 320 p.
10. *Voskresenskiy D.I., Kanashchenkov A.I.* Aktivnye fazirovannye antennye reshetki [The active phased antenna lattice]. Moscow: Radiotekhnika, 2004, 488 p.
11. *Grigor'ev L.N.* Tsifrovoye formirovaniye diagrammy napravlenosti v fazirovannykh antennnykh reshetkakh [Digital beamforming in phased antenna arrays]. Moscow: Radiotekhnika, 2010, 144 p.
12. *Malashenko A.E., Vasilenko A.M., Mironenko M.V., Leonenkov R.V.* Dal'niy parametricheskii priem i peredacha informatsionnykh voln v prosvetnykh gidroakusticheskikh sistemakh kontrolya morskikh akvatoriy [Far parametric receiving and transmitting information in waves translucent hydroacoustic systems of monitoring of Maritime], *Datchiki i sistemy* [Sensors and systems], 2013, No. 11, pp. 56-61.
13. *Korochentsev V.I., Gubko L.V., Kim A.V.* Trekhmernaya neodnorodnaya model' morskoy sredy [Three-dimensional inhomogeneous model of the marine environment], *Morskie intellektual'nye tekhnologii* [Marine intelligent technologies], 2016, No. 3, pp. 280-285.
14. *Korochentsev V.I., Malashenko A.E., Mironenko M.V., Potapenko A.A.* Analiz i sintez akusticheskikh antenn v morskome klone [Analysis and synthesis of acoustic antennas in a marine wedge], *Morskie intellektual'nye tekhnologii* [Marine intelligent technologies], 2016, No. 3, pp. 274-280.
15. *Korochentsev V.I., Volkov P.A.* Poluchenie uzkiykh diagramm napravlenosti s pomoshch'yu zhidkostnykh linzovykh antenn [Obtaining a narrow directional diagram using the liquid lens antennas], *Nauchnoye obozreniye* [Scientific review], 2014, No. 8-2, pp. 593-598.
16. *Morgunov Yu.N., Burenin A.V., Aksenov V.P., Volkov P.A., Korochentsev V.I., Gorovoy S.V. i dr.* Distantionnye metody, tekhnicheskie sredstva i algoritmy v prikladnykh zadachakh issledovaniya prirodnykh sred [Remote sensing methods, technical tools and algorithms in applied problems of the study of natural environment], *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten' (nauchno-tekhnicheskiy zhurnal)* [Mining information-analytical Bulletin (scientific and technical journal)], 2015, No. 2, pp. 409-410.
17. *Korochentsev V.I., Abdrashitov A.G., Belash A.P., Volkov P.A.* Analiz i sintez linzovykh antenn dlya ryboposkovykh lokatorov [Analysis and synthesis of lens antennas for fish locators], *Vestnik Kamchatskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Kamchatka state technical University], 2013, No. 23, pp. 5-9.
18. *Starodubtsev P.A., Khalaev N.L., Dimidov V.E.* Nekotorye kontseptual'nye polozheniya protsessa monitoringa okeanskoj sredy [Some conceptual provisions of the process of monitoring the ocean environment.]. Vladivostok: Izdatel'skiy dom DVFU, 2012, 222 p.

19. *Mironenko M.V.* Obnaruzhenie akusticheski slabozametnykh morskikh ob"ektov prosvetnymi gidroakusticheskimi sistemami metodom fazovogo priema i obrabotki [Detection of acoustic stealth marine objects by sonar luminal systems using phase receiving and processing signals method], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2016, No. 4 (177), pp. 123-133.
20. *Esipov I.B., Sizov I.I., Tarasov S.P.* Parametricheskaya antenna kak novyy instrument dlya gidrofizicheskikh issledovaniy na chernomorskom poligone [Parametric array as a new acoustical technology for remote oceanography research at black sea range], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2013, No. 9 (146), pp. 114-120.
21. *Gavrilov A.M., Sitnikov R.O.* K voprosu o vliyaniy fazovykh sootnosheniy v spektre nakachki na kharakteristiki parametricheskikh antenn [The question of the influence of phase ratio in a spectrum pumping on characteristics of parametric antennas], *Izvestiya TRTU* [Izvestiya TSURE], 2006, No. 9-1 (64), pp. 120-125.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. В.А. Воронин.

Короченцев Владимир Иванович – Дальневосточный федеральный университет; e-mail: vkoroch@mail.ru; 690950, г. Владивосток, ул. Суханова, 8; тел.: 89025579758; кафедра приборостроения; зав. кафедрой; д.ф.-м.н.; профессор.

Губко Людмила Владимировна – e-mail: lgubko@mail.ru; тел.: 89242353584; кафедра приборостроения; доцент.

Гарасев Иван Витальевич – e-mail: kuller-ivan@mail.ru; г. Владивосток, пгт. Трудовое, ул. Лермонтова, 68,а; кафедра приборостроения; аспирант; ассистент.

Мироненко Михаил Владимирович – Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Специальное конструкторское бюро средств автоматизации морских исследований Дальневосточного отделения РАН; e-mail: skb@skbsami.ru; 693013, г. Южно-Сахалинск, ул. Горького, 25; д.т.н.; профессор; главный научный сотрудник СКБ САМИ.

Korochentsev Vladimir Ivanovich – Far Eastern Federal University; e-mail: vkoroch@mail.ru; 8, Sukhanova street, Vladivostok, 690950, Russia; phone: +79025579758; the department of engineering; dr. of ph.-math. sc.; professor; head of department.

Gubko Lyudmila Vladimirovna – e-mail: lgubko@mail.ru; phone: +79242353584; the department of engineering; associate professor.

Garasev Ivan Vitalyevich – e-mail: kuller-ivan@mail.ru; 68A, Lermontov street, Vladivostok, Russia; the department of engineering; postgraduate student.

Mironenko Mikhail Vladimirovich – Special design Bureau for automation of marine researches far Eastern branch of RAS; e-mail: skb@skbsami.ru; 25, Gor'kogo street, Yuzhno-Sakhalinsk, 693013, Russia; dr. of eng. sc.; professor; chief researcher SKB Federal state budgetary institution of science.