

А.В. Быков

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
V-ОБРАЗНОГО КАНТИЛЕВЕРА НА ОСНОВЕ
ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ***

Целью работы является разработка модели поликремниевого кантилевера с балкой треугольной формы и получение с её помощью зависимостей влияния геометрических параметров на чувствительность кантилевера. Это позволит провести оптимизацию конструкции кантилеверов, которые используются в атомно-силовой микроскопии с оптической системой регистрацией отклонения, при выборе в качестве материала балки поликристаллического кремния вместо монокристаллического. В статье представлены результаты численного моделирования с использованием метода конечных элементов. Выбрана одна из базовых конструкций кантилевера, включающая треугольную балку и остриё. Принято допущение, что такая балка, выполненная из поликристаллического кремния, закреплена с одной стороны и имеет следующие начальные размеры: толщина 2 мкм, ширина 14 мкм и длина 100 мкм. На свободной острой части балки расположено остриё из того же материала высотой 10 мкм с радиусом основания 3 мкм, и радиусом закругления вершины острия 30 нм. В модели также учтена форма свободного края балки, получаемая в процессе изготовления кантилеверов. Фиксированными оставались параметры материала и размеры острия. Выполнено численное моделирование влияния длины, толщины кантилевера и силы прижима на отклонение и резонансную частоту. При этом их значения изменялись в диапазонах 50–200 мкм, 0,5–3,0 мкм и 0,05–1,1 мкН. Рассчитанные значения отклонения вершины острия кантилевера с треугольной формой балки при статическом воздействии составили 4–86 нм, а резонансной частоты – от 37 кГц до 3,6 МГц. Результаты, полученные в работе, позволят выработать рекомендации к проектированию конструкции кантилевера с балкой треугольной формы, её оптимизации, а также выявить предварительные конструктивно-технологические особенности до этапа организации технологической линии по производству кантилеверов на основе поликристаллического кремния.

Наносистемная техника; кантилевер; отклонение кантилевера; поликристаллический кремний; атомно-силовая микроскопия.

A.I. V. Bykov

**DEFLECTION AND EIGEN FREQUENCY SIMULATION
OF V-SHAPED POLYSILICON CANTILEVER**

The goal of the work is to develop a model of V-shaped polysilicon cantilever and obtain sensitive dependences on cantilever geometrical parameters. This allows optimizing the design of cantilevers for atomic force microscopes with optical registration system when polycrystalline silicon is selected instead of the single crystal silicon as the material of the beam. The paper presents the results of microcantilever modeling using the finite element method. The design of the cantilever, which includes a triangular or V-shaped beam and probe, has been considered. Polysilicon beam is fixed on the one hand, and has the following initial size: thickness of 2 μm , width of 14 μm and length of 100 μm . The probe with height of 10 μm , base radius 2 μm , and an apex radius 30 nm is located on the free side edge of the cantilever. The model takes into account a non-rectangular shape of the free edge of the cantilever that is formed during the probe fabrication. The dimensions of the probe and material parameters have been fixed. The simulation of the cantilever's length and thickness as well as the pressing force on the deflection and eigen frequencies have been performed. The length, thickness and applied force varied from 50 to 200 μm , 0.5

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-29-14023 офи_м).

to 3 μm and 0.05 to 1.1 μN , respectively. The static deflection of 4-86 nm and the first three eigen frequencies of 37–6907 kHz have been computed. The results obtained in the work will allow developing the recommendations for the design of a V-shaped cantilever, its optimization, as well as identifying the preliminary design and technological features.

Nanosystems; cantilever; beam deflection; polycrystalline silicon; atomic force microscopy.

Введение. Атомно-силовая микроскопия, как один из основных методов изучения материалов и приборных структур, позволяет проводить их комплексное исследование от топологии и фазового контраста до спектральных характеристик [1, 2]. Широкое применение нашла в технологии полупроводниковых приборов при обработке технологических процессов [1, 3].

Основным инструментом атомно-силовой микроскопии является кантилевер, которые представляет собой упругую балку, закрепленную с одной стороны с игольчатым зондом, расположенным на свободном конце [1, 2]. Кантилеверы применяются также в микро- и наноэлектромеханических системах в качестве подвижных элементов [1, 2]. В зависимости от назначения они различаются по геометрическим размерам, форме и материалам балки и зонда [1, 4–11]. Традиционным материалом балок служит монокристаллических кремния и нитрид кремния. Известны две основные промышленные формы балок: прямоугольная и треугольная [1, 2]. Первые нашли большее применения в стационарных системах, в том числе контактной моде атомно-силовой микроскопии, для которых характерно требование малой упругости. В свою очередь кантилеверы с треугольной формой балки в большинстве случаев применяются в колебательных модах, а также резонансных системах [1, 13].

В обоих случаях конструкция кантилевера должна обеспечивать оптимальное соотношение отклонения и резонансной частоты, которое определяются свойствами выбранного материала, геометрическими размерами подвижной части, а также формой острия. В связи с этим, оптимизация конструкций кантилеверов [5–9, 14, 15] и разработка новых конструктивно-технологических решений, наряду с достижениями в технологии их изготовления [16–20] является актуальной задачей [1, 14]. Моделирование, как предваряющий этап позволяет провести поиск и оптимизацию таких решений применительно к области назначения [12–15, 21–25].

Ранее автором было выполнено моделирование кантилевера с прямоугольной балкой из поликристаллического кремния – традиционного для микросистем, и нехарактерного для атомно-силовой микроскопии [25]. Поиск аналогичных разработок касающихся кантилеверов с треугольной формой балки выявил малой число публикаций по данной теме, а также их специфическую направленность применительно к системам регистрации на основе пьезоэффекта [13, 21]. Недостаточная проработанность данного вопрос определило цель настоящего исследования.

Целью работы является разработка модели кантилевера с балкой треугольной формы из поликристаллического кремния и получения на ее основе зависимости чувствительности и резонансных частот от конструктивных параметров балки и острия выбранного материала для дальнейшей оптимизации конструкции кантилеверов для атомно-силовой микроскопии с оптической системой регистрации отклонения балки.

Методика моделирования. Моделирование кантилевера методом конечных элементов. В качестве материала использовали поликристаллический кремний. В модели кантилевер состоит из прямоугольной балки, закрепленной с одной стороны, и острия, расположенного на свободном конце (рис. 1). Значения исходных геометрических параметров конструкции кантилевера приведены в табл. 1. Длину варьировали от 50 до 200 мкм. В работе учитывали непрямоугольную форму свободного края кантилевера, которая получается при изготовлении зонда методом объемной микрообработки.

При численном моделировании, как и в [25] использовали неравномерную тетраэдрическую сетку (рис. 2). При этом число элементов сетки также составляло единицы 10^4 . Сходимость численного решения соблюдалась при задании точности равной 10^{-6} .

С учетом поликристаллической структуры материала и изотропии его механических свойств, а также толщины порядка нескольких микрометров, значения плотности, модуля Юнга и коэффициента Пуассона можно принять равными справочным, характерным для объемного материала, т.е. 169 ГПа, , 2100 кг/м³ и 0,22, соответственно [25].

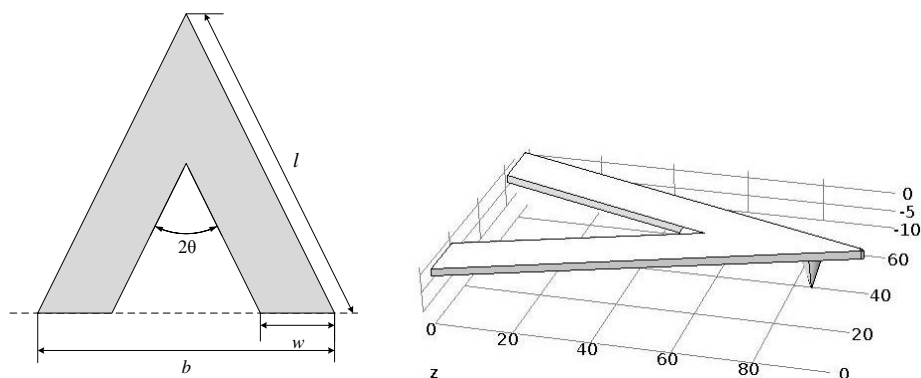


Рис. 1. Эскиз конструкции треугольной балки с остриём, используемой при численном моделировании (вверху) и её геометрическая модель (внизу)

Таблица 1

Геометрические параметры конструкции балки с остриём

Параметр	Значение, мкм
Длина плеча (l)	100
Ширина плеча (w)	14
Ширина основание (b)	34
Толщина (t)	2
Длина зонда	10
Радиус основания зонда	3
Радиус закругления	0,03

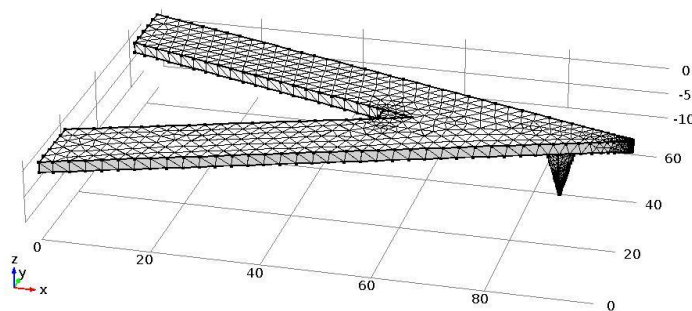


Рис. 2. Результат наложение сетки на геометрическую модель

С использованием описанной модели проводили расчет влияния силы, а также длины и толщины балки на величину отклонения. Силовое воздействие прикладывали к вершине острия кантилевера в направлении его оси. Силу изменяли от 50 нН до 1,1 мкН с шагом 150 нН, длину кантилевера от 50 до 200 мкм, с шагом 50 мкм, а толщину от 0,5 мкм до 3,0 мкм с шагом 0,5 мкм.

Далее рассчитывали теоретические значения собственных частот модельных кантилеверов для указанных ряда дискретных значений длины и толщины балки. Согласно [24] жесткость балки треугольной формы определяется

$$k = \frac{Et^3w\cos^4\theta}{2l^3\left\{1 + \frac{4w^3}{b^3}(3\cos\theta - 2)\right\}},$$

где E – модуль Юнга, t , w и l – толщина и ширина балки, соответственно, b – ширина основания, θ – угол угла плеча балки от нормали.

С учетом зависимости [21, 25] получим аналитическое выражение для резонансной частоты

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Et^3w\cos^4\theta}{2l^3m_{eff}\left\{1 + \frac{4w^3}{b^3}(3\cos\theta - 2)\right\}}},$$

где m_{eff} – эффективная масса подвижной части.

Результаты моделирования. Отклонение вершины треугольной балки с остриём из поликристаллического кремния под действием силы 1,1 мкН составило 103 нм (рис. 3).

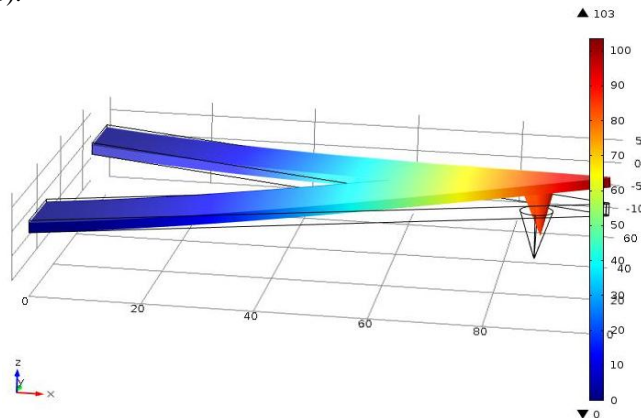


Рис. 3. Отклонение подвижной части кантилевера (в нм) длиной 100 мкм под действием силы прижима 1,1 мкН

На основе разработанной модели получена зависимость отклонения подвижной части кантилевера от приложенной силы при длине кантилевера 100 мкм и толщине 2 мкм (рис. 4). Из рисунка видно, что увеличение силы от 50 нН до 1,1 мкН приводит к пропорциональному изменению отклонения с 4 до 86 нм. Характер зависимости линейный, как и в случае прямоугольной формы балки [14, 24, 25].

Также получены зависимости отклонения при фиксированной силе прижима для ряда дискретных значений длины и толщины балки (рис. 5).

Полученные данные (рис. 3–5), являясь опорными, полностью определяют функциональные параметры кантилевера с треугольной формой балки в статическом режиме, т.е. его работу в контактной моде атомно-силовой микроскопии.

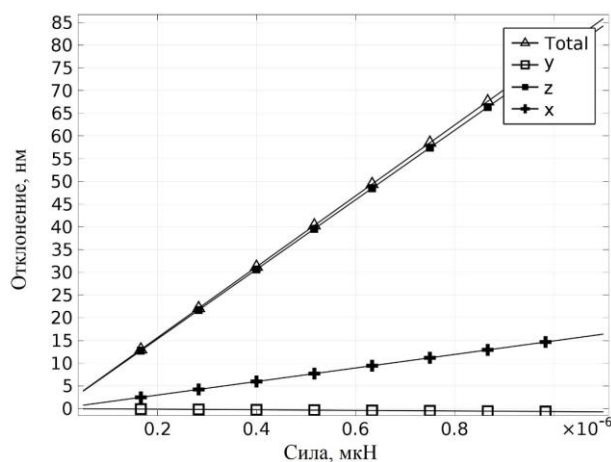


Рис. 4. Зависимость отклонения подвижной части кантилевера от силы прижима

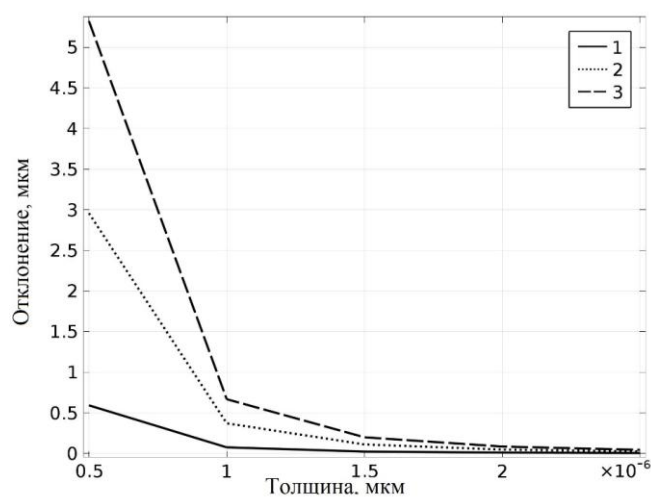


Рис. 5. Зависимость отклонения подвижной части кантилевера от толщины балки 1) 100 нН, 2) 500 нН, 3) 900 нН

Поведение кантилевера при работе в колебательной моде микроскопии описывается динамическими параметрами – собственными резонансными частотами первого-третьего или первого-шестого порядка (рис. 6).

Расчитанные значения собственных частот кантилеверов с треугольной формой балки представлены в табл. 2 и 3.

Из данных таблиц видно, что значения резонансных частот кантилевера снижаются при увеличении длины и уменьшении толщины балки, что связано с увеличением эффективной массы и уменьшением жесткости конструкции.

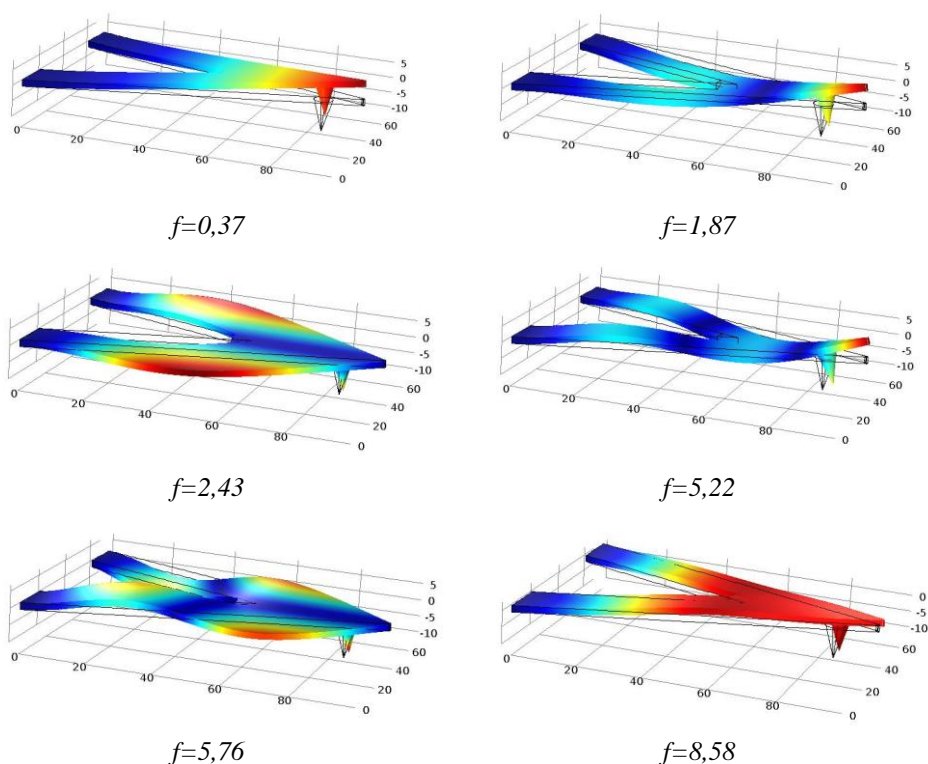


Рис. 6. Колебательные моды треугольной балки с остриём (нм) длиной 100 мкм, толщиной 2 мкм

Таблица 2

Значения собственных частот кантилевера (МГц) для ряда длин

Порядок частоты	Длина балки, мкм			
	50	100	150	200
f_1	1,29	0,367	0,169	0,096
f_2	5,845	1,98	0,91	0,52
f_3	6,907	2,423	1,421	0,96

Таблица 3

Значения собственных частот кантилевера (МГц) для ряда толщин

Порядок частоты	Толщина балки, мкм					
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
f_1	0,082	0,177	0,272	0,367	0,463	0,558
f_2	0,457	0,96	1,47	1,981	2,491	3
f_3	0,613	1,22	1,831	2,247	3,012	3,59

Последняя также падает за счет уменьшения угла при вершине балки θ . Это объясняется положением, принятым при разработке модели, о постоянстве ширины основания балки d ; увеличение ее длины приводит к вырождению треугольной формы в прямоугольную.

Сравнительный анализ данных таблицы 2 и [25] показал, что значения резонансных частот выше у кантилеверов с треугольной формой балки, что согласуется с [1, 13, 14, 21–24]. Разница в частотах не менее 26 % для длин до 100 нм, и стремится к нулю в случае длинных балок, что связано с вышеописанным вырождением формы.

Как отмечалось ранее [25], значения резонансных частот должны быть максимально высокими, чтобы избежать возбуждения нежелательных собственных колебаний при проведении сканирования. Для повышения собственной частоты треугольного кантилевера при фиксированной толщине балки следует увеличивать ширину ее плеча и угол при вершине, а длина балки оставаться предельно короткой.

Полученные результаты численного моделирования подтверждаются аналитическими оценками и коррелируют с результатами, приведенными в [22, 23]. При проведении оптимизации конструкции кантилевера следует принимать во внимание область его применения, а также моду атомно-силовой микроскопии.

Заключение. В работе представлено моделирование кантилевера с треугольной формой балки и наличием острия в ее вершине с использованием метода конечных элементов. Определены основные статические и динамические параметры: отклонение при постоянном силовом воздействии, а также резонансные частоты для различной геометрии балки. Представлены соответствующие зависимости. Рассчитанные значения отклонения не превышали 200 нм (для толщин 1,5 мкм), а резонансные частоты находились в диапазоне 37–3600 кГц. При толщине менее 1 мкм теоретические значения отклонения могли составлять сотни нанометров, вплоть до 5 мкм.

Полученные данные могут быть использованы при разработке конструкции кантилевера с балкой треугольной формы для атомно-силовой микроскопии, её оптимизации в соответствии с областью применения. Использование модели позволит выявить предварительные конструктивно-технологические особенности до этапа организации технологической линии по производству кантилеверов на основе поликристаллического кремния.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Bhushan B.* Springer Handbook of Nanotechnology. – Heidelberg: Dordrecht: London: New York: Springer, 2010. – 1964 p.
2. *Binnig G., Quate C.F., Gerber Ch.* Atomic force microscope // *Jpn. Phys. Rev. Lett.* – 1986. – Vol. 56, No. 9. – P. 930-933.
3. *Агеев О.А., Беляев А.Е., Болтовец Н.С., Конакова Р.В., Миленин В.В., Пилипенко В.А.* Фазы внедрения в технологии полупроводниковых приборов и СБИС. – Харьков: НТК “Институт монокристаллов”, 2008. – 392 с.
4. *Агеев О.А., Сюрлик Ю.В., Климин В.С., Федотов А.А.* Получение нанокомпозитных полимерных материалов, модифицированных углеродными наноструктурами, на основе НАНОФАБ НТК-9 // *Известия ЮФУ. Технические науки.* – 2009. – № 1 (90). – С. 135-142.
5. *Коноплев Б.Г., Агеев О.А., Смирнов В.А., Коломийцев А.С., Ильин О.И.* Модификация зондовых датчиков-кантилеверов для атомно-силовой микроскопии методом фокусированных ионных пучков // *Нано- и микросистемная техника.* – 2011. – № 4. – С. 4-8.
6. *Ageev O.A., Kolomiitsev A.S., Bykov A.V., Smirnov V.A., Kots I.N.* Fabrication of advanced probes for atomic force microscopy using focused ion beam // *Microelectronics Reliability.* – 2015. – Vol. 55, Issue 9-10. – P. 2131-2134.
7. *Ageev O.A., Kolomiitsev A.S., Konoplev B.G.* Formation of Nanosize Structures on a Silicon Substrate by Method of Focused Ion Beams // *Semiconductors.* – 2011. – Vol. 45, No. 13. – P. 89-92.
8. *Агеев О.А., Быков А.В., Коломийцев А.С., Коноплев Б.Г., Рубашкина М.В., Смирнов В.А., Цуканова О.Г.* Исследование методов модификации зондов для атомно-силовой микроскопии критических размеров осаждением углеродных нанотрубок // *Известия высших учебных заведений. Электроника.* – 2015. – Т. 20, № 2. – С. 127-136.

9. Ageev O.A., Balakirev S.V., Bykov A.I.V. [et al]. Development of new meta-materials for advanced element base of micro- and nanoelectronics, and microsystem devices // In: Advanced Materials – Manufacturing, Physics, Mechanics and Applications. Parinov, Chang, Topolov (Eds.). Springer International Publishing Switzerland, 2016. – P. 563-580.
10. Гусев Е.Ю., Житяева Ю.Ю., Коломийцев А.С., Гамалеев В.А., Коц И.Н., Быков А.В. Исследование режимов жидкостного травления жертвенного слоя SiO₂ для формирования микромеханических структур на основе Si*/SiO₂/Si // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 2 (163). – С. 236-245.
11. Гусев Е.Ю., Житяева Ю.Ю., Быков А.В., Бесполудин В.В. Исследование электрофизических свойств пленок поликристаллического кремния для создания микроэлектромеханических систем // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 9 (170). – С. 126-134.
12. Быков А.В. Конструктивно-технологические особенности кантилеверов для атомно-силовой микроскопии // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2014. – № 9 (158). – С. 141-151.
13. Ansari M.Z., Cho C., Kim J. [et al.] Comparison between Deflection and Vibration Characteristics of Rectangular and Trapezoidal profile Microcantilevers // Sensors. – 2009. – Vol. 9. – P. 2706-2718.
14. Senturia S.D. Microsystem design. Kluwer academic publishers: New York: Boston: Dordrecht: London: Moscow, 2002. – 689 p.
15. Гусев Е.Ю., Гамалеев В.А., Михно А.С., Быков А.В., Житяева Ю.Ю. Оптимизация конструкции контактно-металлизационной системы пьезокантилевера для атомно-силовой микроскопии // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2014. – № 9 (158). – С. 158-165.
16. Алексеев А.Н., Соколов И.А., Агеев О.А., Коноплев Б.Г. Комплексный подход к технологическому оснащению центра прикладных разработок. Опыт реализации в НОЦ «Нанотехнологии» ЮФУ // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – № 4 (117). – С. 207-210.
17. Агеев О.А., Быков В.А. Технологическое оборудование для создания наносистемной техники // Нанотехнологии Экология Производство. – 2010. – № 5. – С. 68-70.
18. Достанко А.П., Аваков С.М., Агеев О.А. [и др.]. Технологические комплексы интегрированных процессов производства изделий электроники. – Мн.: Белорусская наука, 2016. – 251 с.
19. Сеченов Д.А., Касимов Ф.Д., Агаев Ф.Г., Светличный А.М., Агеев О.А. Активируемые процессы микроэлектронной технологии. – Баку: Изд-во ЭЛМ, 2000. – 258 с.
20. Агеев О.А., Достанко А.П., Толочко Н.К., Бордусов С.В. Интенсификация процессов формирования твердотельных структур концентрированными потоками энергии. – Мн.: Бестпринт, 2005. – 682 с.
21. Anshu M.G., Dinesh S.R. Modelling and Eigen frequency analysis of piezoelectric cantilever beam // International Journal of Engineering Science. – 2014. – Vol. 3, No. 7. – P. 52-59.
22. Zhang Y., Murphy K.D. Static and Dynamic Structural Modeling Analysis of Atomic Force Microscope // Scanning Probe Microscopy in Nanoscience and Nanotechnology. – 2009. – P. 225-257.
23. Shaik R.S., Sai V., Logesh S. Modelling and simulation of cantilever sensor using COMSOL Multiphysics // International Journal of engineering, technology, management and research. – 2014. – No. 1. – P. 6-8.
24. Sader J.E. Parallel beam approximation for V-shaped atomic force microscope cantilever // Review of Scientific Instruments. – 1995. – Vol. 66. – P. 4583-4587.
25. Быков А.В. Моделирование отклонения кантилевера на основе поликристаллического кремния // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2015. – № 9 (170). – С. 144-153.

REFERENCES

1. Bhushan B. Springer Handbook of Nanotechnology. Heidelberg: Dordrecht: London: New York: Springer, 2010, 1964 p.
2. Binnig G., Quate C.F., Gerber Ch. Atomic force microscope, *Jpn. Phys. Rev. Lett.*, 1986, Vol. 56, No. 9, pp. 930-933.
3. Ageev O.A., Belyaev A.E., Boltovets N.S., Konakova R.V., Milenin V.V., Pilipenko V.A. Fazy vnedreniya v tekhnologii poluprovodnikovyx priborov i SBIS [The implementation phase in the technology of semiconductor devices and VLSI]. Khar'kov: NTK "Institut monokristallov", 2008, 392 p.

4. Ageev O.A., Syurik Yu.V., Klimin V.S., Fedotov A.A. Poluchenie nanokompozitnykh polimernykh materialov, modifitsirovannykh uglerodnymi nanostrukturami, na osnove NANOFAB NTK-9 [Production of nanocomposite polymeric materials based on multifunctional modular nanotechnology platform NANOFAB NTK-9], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2009, No. 1 (90), pp. 135-142.
5. Konoplev B.G., Ageev O.A., Smirnov V.A., Kolomiitsev A.S., Il'in O.I. Modifikatsiya zondovykh datchikov-kantileverov dlya atomno-silovoy mikroskopii metodom fokusirovannykh ionnykh puchkov [Modification of the probe-cantilever for atomic force microscopy by the method of focused ion beams], *Nano- i mikrosistemnaya tekhnika* [Nano- and Microsystem technology], 2011, No. 4, pp. 4-8.
6. Ageev O.A., Kolomiitsev A.S., Bykov A.V., Smirnov V.A., Kots I.N. Fabrication of advanced probes for atomic force microscopy using focused ion beam, *Microelectronics Reliability*, 2015, Vol. 55, Issue 9-10, pp. 2131-2134.
7. Ageev O.A., Kolomiitsev A.S., Konoplev B.G. Formation of Nanosize Structures on a Silicon Substrate by Method of Focused Ion Beams, *Semiconductors*, 2011, Vol. 45, No. 13, pp. 89-92.
8. Ageev O.A., Bykov A.V., Kolomiitsev A.S., Konoplev B.G., Rubashkina M.V., Smirnov V.A., Tsukanova O.G. Issledovanie metodov modifikatsii zondov dlya atomno-silovoy mikroskopii kriticheskikh razmerov osazhdeniem uglerodnykh nanotrubok [The study of methods of modification of probes for atomic force microscopy critical size by the deposition of carbon nanotubes], *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Elektronika* [Proceedings of higher educational institutions. Electronics], 2015, Vol. 20, No. 2, pp. 127-136.
9. Ageev O.A., Balakirev S.V., Bykov A.V. [et al.]. Development of new meta-materials for advanced element base of micro- and nanoelectronics, and microsystem devices, *In: Advanced Materials – Manufacturing, Physics, Mechanics and Applications. Parinov, Chang, Topolov (Eds.). Springer International Publishing Switzerland*, 2016, pp. 563-580.
10. Gusev E.Yu., Zhityaeva Yu.Yu., Kolomiitsev A.S., Gamaleev V.A., Kots I.N., Bykov A.V. Issledovanie rezhimov zhidkostnogo travleniya zherstvennogo sloya SiO₂ dlya formirovaniya mikromekhanicheskikh struktur na osnove Si*/SiO₂/Si [Research of wet SiO₂ sacrificial layer etching for mems structures forming based on poly-Si*/SiO₂/Si] *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, No. 2 (163), pp. 236-245.
11. Gusev E.Yu., Zhityaeva Yu.Yu., Bykov A.V., Bespoludin V.V. Issledovanie elektrofizicheskikh svoystv plenok polikristallicheskogo kremniya dlya sozdaniya mikroelektromekha-nicheskikh sistem [Research of electrophysical properties of polycrystalline silicon films for mems structures forming], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, No. 9 (170), pp. 126-134.
12. Bykov A.V. Konstruktivno-tekhnologicheskie osobennosti kantileverov dlya atomno-silovoy mikroskopii [Design and technology features cantilevers for atomic force microscopy], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2014, No. 4 (153), pp. 141-151.
13. Ansari M.Z., Cho C., Kim J. [et al.] Comparison between Deflection and Vibration Characteristics of Rectangular and Trapezoidal profile Microcantilevers, *Sensors*, 2009, Vol. 9, pp. 2706-2718.
14. Senturia S.D. *Microsystem design*. Kluwer academic publishers: New York: Boston: Dordrecht: London: Moscow, 2002, 689 p.
15. Gusev E.Yu., Gamaleev V.A., Mikhno A.S., Bykov A.V., Zhityaeva Yu.Yu. Optimizatsiya konstruksii kontaktno-metallizatsionnoy sistemy p'ezokantilevera dlya atomno-silovoy mikroskopii [Structural optimization of the contact system of the piezocantilever for atomic force microscopy], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2014, No. 9 (158), pp. 158-165.
16. Alekseev A.N., Sokolov I.A., Ageev O.A., Konoplev B.G. Kompleksnyy podkhod k tekhnologicheskomu osnashcheniyu tsentra prikladnykh razrabotok. Opyt realizatsii v NOTs «Nano-tekhnologii» YuFU [Comprehensive approach to technological equipping for r&d center. The experience in implementing of SEC «Nanotechnology» SFedU], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2011, No. 4 (117), pp. 207-210.
17. Ageev O.A., Bykov V.A. Tekhnologicheskoe oborudovanie dlya sozdaniya nanosistemnoy tekhniki [Technological equipment for the creation of nanosystem technology], *Nanotekhnologii. Ekologiya. Proizvodstvo* [Nanotechnology. Ecology. Production], 2010, No. 5, pp. 68-70.

18. *Dostanko A.P., Avakov S.M., Ageev O.A. [i dr.]. Tekhnologicheskie komplekсы integrirovannykh protsessov proizvodstva izdeliy elektroniki [Technological systems integrated production processes of electronics products]. Minsk: Belorusskaya nauka, 2016, 251 p.*
19. *Sechenov D.A., Kasimov F.D., Agaev F.G., Svetlichnyy A.M., Ageev O.A. Aktiviruemye protsessy mikroelektronnoy tekhnologii [Activated processes in microelectronic technology]. Baku: Izd-vo ELM, 2000, 258 p.*
20. *Ageev O.A., Dostanko A.P., Tolochko N.K., Bordusov S.V. Intensifikatsiya protsessov formirovaniya tverdotel'nykh struktur kontsentriruyemyimi potokami energii [Intensification of processes of formation of solid structures by the concentrated streams of energy]. Minsk: Bestprint, 2005, 682 p.*
21. *Anshu M.G., Dinesh S.R. Modelling and Eigen frequency analysis of piezoelectric cantilever beam, International Journal of Engineering Science, 2014, Vol. 3, No. 7, pp. 52-59.*
22. *Zhang Y., Murphy K.D. Static and Dynamic Structural Modeling Analysis of Atomic Force Microscope, Scanning Probe Microscopy in Nanoscience and Nanotechnology, 2009, pp. 225-257.*
23. *Shaik R.S., Sai V., Logesh S. Modelling and simulation of cantilever sensor using COMSOL Multiphysics, International Journal of engineering, technology, management and research, 2014, No. 1, pp. 6-8.*
24. *Sader J.E. Parallel beam approximation for V-shaped atomic force microscope cantilever, Review of Scientific Instruments, 1995, Vol. 66, pp. 4583-4587.*
25. *Bykov A.V. Modelirovanie otkloneniya kantilevera na osnove polikristallicheskogo kremniya [Simulation of the polycrystalline siliconcantilever deflection], Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences], 2015, No. 9 (170), pp. 144-153.*

Статью рекомендовал к опубликованию д.т. н. И.Е. Лысенко.

Быков Александр Викторович – ФГУП «НИИ физических проблем им. Ф.В. Лукина»; e-mail: admin@niifp.ru; 124460, г. Москва, Зеленоград, проезд 4806, д. 6; тел.: +74997311306; директор по производству.

Bykov Alexander Victorovich – F.V. Lukin State Research Institute of Physical Problems; e-mail: admin@niifp.ru; Building 6, Passage 4806, Zelenograd, Moscow, 124460, Russia; phone: +74997311306; Production Director.

УДК 533.6.01

DOI 10.18522/2311-3103-2016-10-138146

А.В. Палий

К ВОПРОСУ О РАЗРЕШЕНИИ ПАРАДОКСА ДАЛАМБЕРА-ЭЙЛЕРА

В статье содержится описание парадокса Даламбера-Эйлера и показывается возможность его раскрытия. Описываются механизмы возникновения вязкости и сопротивления тела в потоке. Приводится современная трактовка парадокса при равномерном и прямолинейном движении тела произвольной формы, но конечных размеров, внутри безграничной несжимаемой жидкости, лишенной вязкости, вихреобразований и поверхностей разрыва скоростей. Для численного решения задачи используется метод конечных объемов и нестационарные уравнения Навье–Стокса. Частные производные аппроксимируются со вторым порядком точности, производные по времени - по неявной схеме Эйлера второго порядка. Таким образом, каждое уравнение в связанном наборе основных уравнений линейризуется неявно, в отношении всех зависимых переменных в наборе. Это приводит к системе линейных уравнений с уравнениями для каждой ячейки, где находится число связанных уравнений в наборе. Целью работы является раскрытие парадокса, в частности для этого применяется конкретный пример обтекания цилиндра газовым потоком. В работе