

22. *Beloglazov D.A., Guzik V.F., Kosenko E.Yu., Krukhmalev V.A., Medvedev M.Yu., Pereverzev V.A., Pshikhopov V.Kh., Pyavchenko O.A., Saprykin R.V., Solov'ev V.V., Finaev V.I., Chernukhin Yu.V., Shapovalov I.O.* Intellektual'noe planirovanie traektoriy podvizhnykh ob"ektov v sredakh s prepyatstviyami [Intelligent planning of trajectories of moving objects in environments with obstacles], Under edition V.Kh. Pshikhopova. Moscow: Fizmatlit, 2014, 450 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

Соловьев Виктор Владимирович – Южный федеральный университет; e-mail: soloviev-tti@mail.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371689; кафедра систем автоматического управления; ст. преподаватель.

Шапвалов Игорь Олегович – e-mail: shapovalovio@gmail.ru; кафедра систем автоматического управления; аспирант.

Шадрина Валентина Вячеславовна – e-mail: valentina_@mail.ru; кафедра систем автоматического управления; к.т.н.; доцент.

Soloviev Victor Vladimirovich - Southern Federal University; e-mail: soloviev-tti@mail.ru; 44, Nekrasovsky, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371689; the department of automatic control systems; senior lecturer.

Shapovalov Igor Olegovich – e-mail: shapovalovio@gmail.ru; the department of automatic control systems; postgraduate student.

Shadrina Valentina Vyacheslavovna - e-mail: valentina_@mail.ru; the department of automatic control systems; cand. of eng. sc.; associate professor.

УДК 519.7

А.С. Мельниченко, В.А. Шель, С.В. Кирильчик

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРОМ*

Актуальность данной статьи обосновывается тем, что прогресс в области микроэлектроники и вычислительной техники сделал возможным производство малоразмерных беспилотных летательных аппаратов, которые могут быть дешевыми в производстве и простыми в эксплуатации в случае массового производства. Надежность и гибкость являются основными преимуществами робототехнических систем, и использование беспилотного летательного аппарата (БПЛА) открывает широкие перспективы для беспилотной авиации. Целью написания данной статьи является исследование адекватности описания физических воздействий на объект и применение типовых регуляторов для управления квадрокоптером. Решение задачи управления квадрокоптером, как беспилотным летательным аппаратом (БПЛА) преимущественно осуществляется методами классической теории автоматического управления. Система управления строится на основе известной математической модели и регулятора. Решение этой задачи будет успешным, если обеспечивается глобальная асимптотическая устойчивость замкнутой системы управления, что не всегда обеспечивается либо из-за отсутствия адекватной математической модели, либо из-за неудачно подобранного регулятора. Решение задачи управления полётом квадрокоптера в данной статье осуществлено следующим образом. Рассмотрены аспекты автоматического управления БПЛА - регулирование и ориентация в пространстве. Приведён вывод математической модели квадрокоптера на основе формализма

* НИР 213.01-07-2014/02ПЧВГ Разработка методов многокритериальной оптимизации параметров гибридных адаптивных интеллектуальных регуляторов плохо формализованных технических объектов

Эйлера-Лагранжа. Осуществлен анализ управления квадрокоптером с ПИД-регулятором и каскадной схемой ПДД²-управления. Также было произведено компьютерное моделирование с ПИД-регулятором и системой ПДД², и сделаны выводы о пригодности данных законов управления. Результатом данной статьи являются исследования, которые дали возможность оценить качество регулирования беспилотного летательного аппарата, а также на основе полученной математической модели построена физическая модель, с помощью которой можно исследовать процесс управления квадрокоптером.

Квадрокоптер; управление; компьютерное моделирование; ПИД-регулятор; ПДД²-регулятор; математическая модель; беспилотный летательный аппарат.

A.S. Melnichenko, V.A. Shel, S.V. Kirilchik

ANALYSIS OF OPPORTUNITIES OF MODELING AND APPLICATION CONTROLLERS FOR CONTROL OF QUADROTOR

The relevance of this article based on the fact that progress in the field of microelectronics and computer technology has made possible the production of small unmanned aerial vehicle that can be cheap to produce and easy to use in the case of mass production. Reliability and flexibility are the main advantages of robotic systems, and the use of small unmanned aerial vehicle (UAV) presents a significant opportunity for unmanned aircraft. The purpose of writing of this article is research of the adequacy of the description of physical actions on the object and use of standard controller for control of quadrotor. Solution of problem of control of quadrotor as unmanned aerial vehicles (UAV) is advantageously carried out by methods of classical automatic control theory. The control system is based on a known mathematical model and the regulator. The solution of this problem will be successful if global asymptotic stability of the closed control system is provided that isn't always provided or due to the lack of adequate mathematical model, or because of unsuccessfully picked up regulator. The solution of control of flight control of a quadrotor in this article is carried out as follows. The aspects of the automatic control of the UAV was considered such as regulation and orientation in space. The mathematical model conclusion was given in a basis on an Euler-Lagrange formalism. Control analysis of a quadrotor with PID and cascade circuit PDD² management was implemented. It was also produced computer simulations PID controller and system PDD² and conclusions about the suitability of the control laws. Research which gave the chance to estimate quality of regulation of the unmanned aerial vehicle are result of this article, and also on the basis of the received mathematical model the physical model by means of which it is possible to investigate process of management of a quadrotor is constructed.

Quadrotor; control; computer modeling; PID controller; PDD² controller; mathematical model; unmanned aerial vehicle.

Введение. В настоящее время, в связи с нарастающей автоматизацией сфер жизнедеятельности человека, робототехнические системы (РТС) нашли широкое применение во многих областях науки, техники и промышленности. Такие летательные аппараты, как квадрокоптеры, также относятся к виду мобильных роботов. Однако мобильные роботы (МР) применяются в первую очередь там, где жизнедеятельность человека затруднена или вообще невозможна, например: в зонах стихийных бедствий или техногенных катастроф, в условиях экстремального химического или радиоактивного загрязнения.

Достижение глобальной асимптотической устойчивости замкнутой системы во время выполнения технологической задачи мобильным роботом в рабочем пространстве с действующими внешними возмущениями, является дополнительной сложной задачей при проектировании системы управления автономным МР, решение которой позволит повысить эффективность системы в целом.

В технической литературе недостаточно сведений о реализации автоматического режима полета квадрокоптера. Все известные примеры полетов осуществляются с помощью оператора, управляющего полетом квадрокоптера в пределах

прямой видимости [1]. Использование таких беспилотных летательных аппаратов, как квадрокоптеры в настоящее время очень популярно. Данные конструкции могут применяться буквально во всех сферах деятельности, от простого развлечения до военных разработок.

Исследованию беспилотных летательных аппаратов в последнее время уделяется значительное внимание. Квадрокоптеры имеют повышенную грузоподъемность, простую конструкцию винтов и симметричную структуру. Вращающиеся пропеллеры квадрокоптера создают вертикальную силу тяги. Диагонально расположенные пропеллеры вращаются в разные стороны и обеспечивают компенсацию создаваемых пропеллерами противомоментов [2].

В настоящее время наиболее часто встречающимся регулятором на технологическом производстве является пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор (ПИД-регулятор). Существует достаточно много методов настройки ПИД-регулятора для управления параметрами технологического процесса, однако, традиционный метод ПИД-регулирования не может обеспечить приемлемое качество управления при меняющихся характеристиках сырья и материалов, дефиците обслуживающего персонала и среднем качестве используемого оборудования [3]. Поэтому возникает потребность в разработке новых алгоритмов адаптивных ПИД-регуляторов.

Для устранения недостатков управления с применением классических регуляторов теории автоматического управления, была разработана каскадная модель ПДД²-управления (пропорционально-дифференциально-дифференциальное в квадрате управление), которая, как показали исследования, дает более хорошие результаты [4].

Анализ многочисленных литературных источников показывает [2–18], что проблема регулирования привлекает все большее внимание не только у отечественных и зарубежных специалистов, разработчиков средств и систем автоматизации, но и у потребителей этих средств и систем на промышленных предприятиях.

Переход от уравнений Эйлера к системе уравнений движения квадрокоптера. Исследованию беспилотных летательных аппаратов в последнее время уделяется значительное внимание. Квадрокоптеры имеют повышенную грузоподъемность, простую конструкцию винтов и симметричную структуру.

Вращающиеся пропеллеры квадрокоптера создают вертикальную силу тяги. Диагонально расположенные пропеллеры вращаются в разные стороны обеспечивают компенсацию создаваемых пропеллерами противомоментов. Большинство литературных источников, описывающих математическую модель квадрокоптера, основываются на уравнениях Эйлера [2, 4–17].

Твердое тело можно определить в механике как систему материальных точек, расстояния между которыми неизменны. Для описания движения такого тела вводятся две системы координат: «неподвижная», т.е. инерциальная систему O_g, X_g, Y_g, Z_g , и подвижная, т.е. неинерциальная, которая жестко связана с твердым телом и участвует во всех его движениях. Начало движущейся системы координат совмещено с центром инерции тела.

Положение твердого тела относительно неподвижной системы координат вполне определяется заданием положения движущейся системы. Пусть радиус-вектор R указывает положение начала O движущейся системы (см. рис. 1). Ориентация же осей этой системы относительно неподвижной определяется тремя независимыми углами, так что вместе с тремя компонентами вектора R всего *шесть* координат. Таким образом, всякое твердое тело представляет собой механическую систему с шестью степенями свободы.

Для описания движения твердого тела кроме трех координат его центра инерции удобно пользоваться какими-либо тремя углами, определяющими ориентацию осей X, Y, Z движущейся системы координат относительно неподвижной системы X_g, Y_g, Z_g . В качестве эти углов часто оказываются удобными так называемые эйлеровы углы (рис. 2).

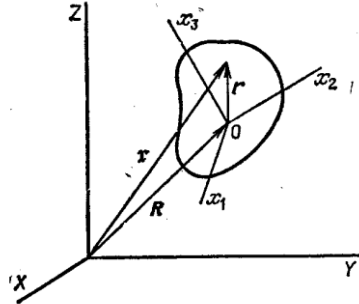


Рис. 1. Ориентация систем координат твердого тела

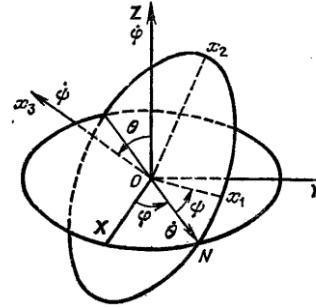


Рис. 2. Местоположение углов Эйлера

На рис. 2 имеет место выбор начал обеих систем координат в одной точке, так как важны только углы между осями координат. На рис. 2 видно, что подвижная плоскость x_1x_2 пересекает неподвижную X_1X_2 по некоторой прямой (ON на рис. 2), которую называют линией узлов. Эта линия перпендикулярна как к оси Z , так и к оси x_3 , а её положительное направление выбрано так, чтобы оно соответствовало направлению векторного произведения $[zx_3]$ (где z, x_3 — орты в направлении осей Z и x_3).

После проведения всех математических преобразований, описанных в [19–21], получена система уравнений:

$$\begin{aligned} I_1 \frac{d\Omega_1}{dt} + (I_3 - I_2)\Omega_2\Omega_3 &= K_1, \\ I_2 \frac{d\Omega_2}{dt} + (I_1 - I_3)\Omega_3\Omega_1 &= K_2, \\ I_3 \frac{d\Omega_3}{dt} + (I_2 - I_1)\Omega_1\Omega_2 &= K_3, \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнения (1) называются *уравнениями Эйлера*.

Переходя к теории квадрокоптера, в уравнениях (1) нужно сделать соответствующие замены индексов:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{XX}, & \Omega_1 &= \Omega_X, & K_1 &= K_X, \\ I_2 &= I_{YY}, & \Omega_2 &= \Omega_Y, & K_2 &= K_Y, \\ I_3 &= I_{ZZ}, & \Omega_3 &= \Omega_Z, & K_3 &= K_Z. \end{aligned}$$

В итоге получается:

$$\begin{cases} \dot{\Omega}_X = \frac{K_X}{I_{XX}} - \frac{(I_{ZZ} - I_{YY})}{I_{XX}} \Omega_Y \Omega_Z, \\ \dot{\Omega}_Y = \frac{K_Y}{I_{YY}} - \frac{(I_{XX} - I_{ZZ})}{I_{YY}} \Omega_X \Omega_Z, \\ \dot{\Omega}_Z = \frac{K_Z}{I_{ZZ}} - \frac{(I_{YY} - I_{XX})}{I_{ZZ}} \Omega_X \Omega_Y. \end{cases} \quad (2)$$

Подобным образом получается система уравнений линейных ускорений. Для этого нужно обратиться к уравнениям (3):

$$\begin{aligned} \mu \left(\frac{dV_1}{dt} + \Omega_2 V_3 - \Omega_3 V_2 \right) &= F_1, \\ \mu \left(\frac{dV_2}{dt} + \Omega_3 V_1 - \Omega_1 V_3 \right) &= F_2, \\ \mu \left(\frac{dV_3}{dt} + \Omega_1 V_2 - \Omega_2 V_1 \right) &= F_3, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\mu = \sum m$.

Затем вводятся соответствующие замены:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_X, & \Omega_1 &= \Omega_X, & F_1 &= F_X, \\ V_2 &= V_Y, & \Omega_2 &= \Omega_Y, & F_2 &= F_Y, \\ V_3 &= V_Z, & \Omega_3 &= \Omega_Z, & F_3 &= F_Z. \end{aligned}$$

В итоге получается:

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \Omega_Z V_Y - \Omega_Y V_Z + \frac{F_X}{\mu}, \\ \dot{V}_y = \Omega_X V_Z - \Omega_Z V_X + \frac{F_Y}{\mu}, \\ \dot{V}_z = \Omega_Y V_X - \Omega_X V_Y + \frac{F_Z}{\mu}. \end{cases} \tag{4}$$

Полученные системы уравнений угловых и линейных ускорений (2) и (4) входят в состав полной системы уравнений движения квадрокоптера в связанной системе координат [4].

Анализ возможностей регуляторов. Для выявления возможностей ПИД-регулятора и каскадной схемы ПДД²-управления было проведено компьютерное моделирование системы управления квадрокоптером на основе полной системы уравнений движения квадрокоптера.

Математическая модель квадрокоптера в пакете Matlab Simulink с включенным ПИД-регулятором и результат моделирования представлены на рис. 3, 4 соответственно.

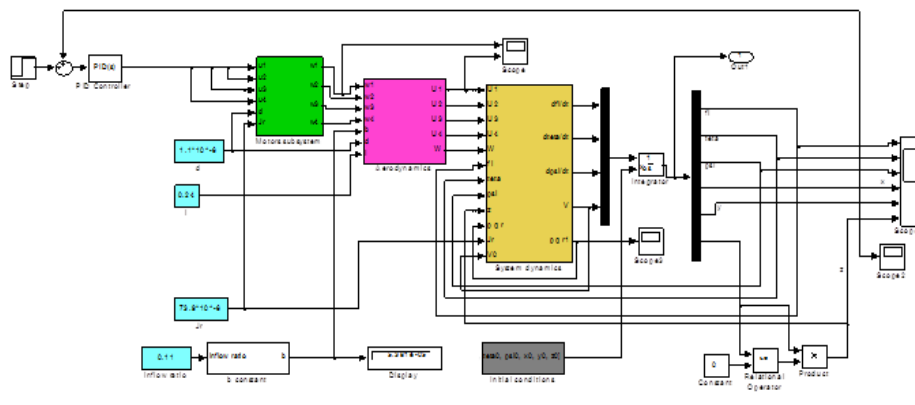


Рис. 3. Модель квадрокоптера Matlab Simulink

На рис. 4 приведены графики изменения координат X , Y , Z (первые три графика) и изменение углов поворота квадрокоптера: φ – угол крена (поворот вокруг оси X), θ – угол тангажа (поворот вокруг оси Y), ψ – угол рыскания (поворота вокруг оси Z , или вокруг своей оси).

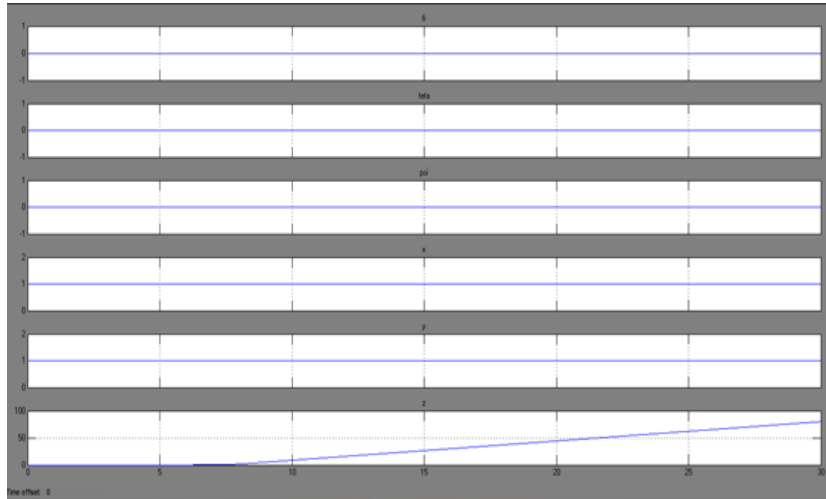


Рис. 4. Результат моделирования

В результате моделирования по последнему графику на рис. 4 видно, что при использовании ПИД-закона управления квадрокоптер за 30 с поднялся почти на 100 м. О приземлении в данном случае не может быть и речи.

По результатам проведенных исследований установлено, что данный ПИД-регулятор не подходит для моделирования, поскольку он не дает эффективного результата, поэтому необходимо включить в схему математической модели более сложную структуру, например, каскадную схему системы ПДД²-управления, структурная схема которой и результат моделирования включенной каскадной системой приведены на рис. 5, 6 соответственно.

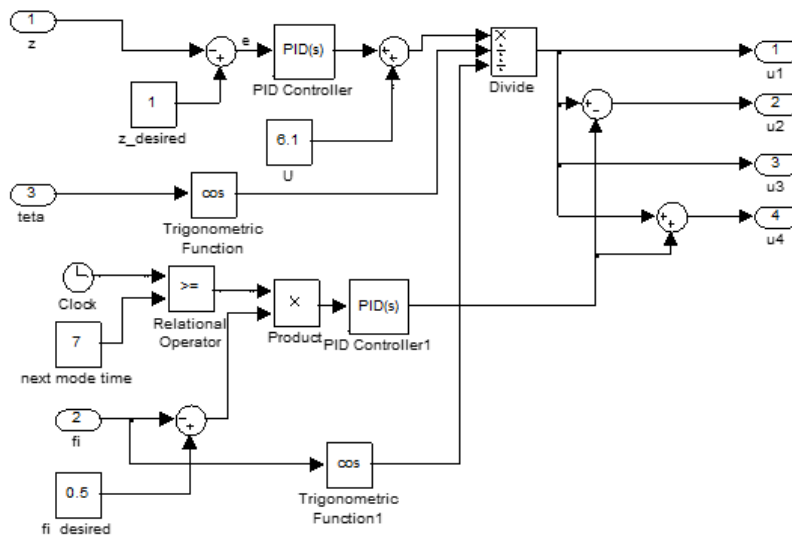


Рис. 5. Структурная схема каскадной системы ПДД²-управления

Результат моделирования (рис. 6) показал, что модель квадрокоптера в Matlab Simulink с включенной каскадной системой ПДД²-управления дает более адекватную картину поведения БПЛА в воздухе, чем модель с ПИД-регулированием. Такой вывод обосновывается тем, что при использовании ПДД² закона управления (по сравнению с применением ПИД-закона) учитывается больше параметров модели. По последнему графику на рис. 6 видно, что квадрокоптер поднялся на высоту примерно 1,3 м и через 20,5 с сел обратно на землю, в то время как на рис. 4 видно, что квадрокоптер лишь взлетел почти на 100 м вместо того, чтобы приземлиться.

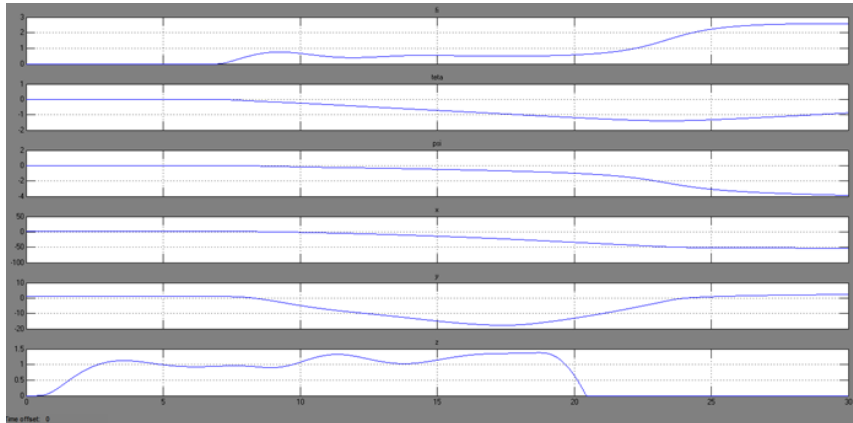


Рис. 6. Результат моделирования

Эффективность использования ПИД-регулятора и каскадной системы ПДД²-регулирования. По результатам компьютерного моделирования квадрокоптера можно сделать вывод о некоторых недостатках ПИД-регулирования.

1. Отсутствие возможности устранения интегрального насыщения, возникающего в процессе выхода системы на режим в регуляторах с ненулевой постоянной интегрирования $T_i \neq 0$. Интегральное насыщение приводит к увеличению длительности переходного процесса.
2. Отсутствие возможности регулирования объектов с гистерезисом и нелинейностями.
3. Практические реализации ПИД-регуляторов не всегда содержат антиалиасные фильтры (фильтры нижних частот, устраняющие наложение спектров после дискретизации сигнала).
4. Измерения сигналов сильно зашумлены, что затрудняет настройку параметров.
5. С увеличением дифференциальной составляющей растет усиление на высоких частотах, что приводит к усилению шумов измерений и внешних возмущений.
6. Невозможно достаточно точно идентифицировать возмущения и точки его приложения к объекту, поскольку эти точки распределены в пространстве.
7. Возможность потери устойчивости из-за высокой чувствительности к изменению параметров объекта и возмущениям на входе объекта, а также к изменениям высокочастотных составляющих сигнала задания по сравнению с сигналом регулируемой величины, что в свою очередь может привести и к неустойчивой работе регулятора.
8. Наличие в ПИД-регуляторе всего трех регулируемых параметров в ряде случаев оказывается недостаточным для получения заданного качества регулирования.

Результат второго опыта с включенной каскадной системой ПДД²-управления показал более приемлемую картину поведения квадрокоптера по сравнению с ПИД-управлением, а именно:

- ◆ учет большего количества параметров;
- ◆ меньшее время задержки;
- ◆ меньшее время регулирования;
- ◆ не происходит увеличение длительности переходного процесса;
- ◆ меньшая зашумленность измеряемых сигналов.

Выводы. Задачи управления движением квадрокоптера решаются с применением типовых регуляторов, которые работают согласно известным законам классической теории управления. Исследования, выполненные в данной статье, показали, что применение в модели для управления уравнений движения квадрокоптера (уравнений Эйлера) не оптимально, т.к. выявлен ряд отклонений: превышение максимального времени переходного процесса, сигналы сильно зашумлены, отсутствует возможность регулирования из-за нелинейности модели квадрокоптера, потеря устойчивости из-за высокой чувствительности регулятора к изменению параметров объекта, недостаточное количество регулируемых параметров для достижения требуемого качества регулирования. Поэтому дальнейшее развитие исследований связано с применением других регуляторов, например, робастных или адаптивных, и моделирование систем управления на основе этих регуляторов.

Полученный в статье научный результат имеет новизну и отличие, состоящее в том, что разработан и исследован подход к решению задачи управления беспилотным летательным аппаратом (квадрокоптером) с применением достаточно полных нелинейных математических моделей движения квадрокоптера с ПИД- и ПДД²-регулированием.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Огольцов И.И., Рожнин Н.Б., Шеваль В.В.* Математическая модель квадрокоптера аэромобильного лидара // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2012. – Вып. 1. – С. 47-55.
2. *Shapovalov I., Soloviev V., Finaev V., Beloglazov D., Zargaryan J., Kosenko E.* Influence of internal and external factors on a controlled quadrotor flight // International journal of mathematical models and methods in applied sciences, 2014.
3. *Сидорова А.А., Малышенко А.М.* Анализ эффективности алгоритмов автоматической настройки адаптивных промышленных ПИД-регуляторов // Известия Томского политехнического университета. – 2011. – Т. 318, № 5. – С. 110-115.
4. *Shapovalov I., Soloviev V., Finaev, Beloglazov D., Zargaryan J., Kosenko E.* Research of the controlled flight dynamics based on the full and simplified quadrotor models // Advances in Engineering Mechanics and Materials, 2014.
5. *Bouabdallah S.* Design and control of quadrotors with application to autonomous flying: Ph.D. dissertation, EPFL, 2006. – 127 p.
6. *Bresciani T.* Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter // Master's Thesis, Lund University, 2008.
7. *Mian A.A., Ahmad M.I., Wang D.* Backstepping based PID Control Strategy for an Underactuated Aerial Robot // Proceedings of the 17th IFAC World Congress, 2008. – P. 15636-15641.
8. *Elruby A.Y., El-Khatib M.M., El-Amary N.H., Hashad A.I.* Dynamic Modeling and Control of Quadrotor Vehicle // Fifteenth International Conference on Applied Mechanics and Mechanical Engineering, AMME-15, 2012.
9. *Madani T., Benallegue A.* Backstepping control for a quadrotor helicopter // Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2006. – P. 3255-3260.
10. *Mellinger D., Michael N., Kumar V.* Trajectory Generation and Control for Precise Aggressive Maneuvers with Quadrotors // International Journal of Robotics Research. – 2012. – Vol. 31(5). – P. 664-674.

11. Castillo P., Dzul A., Lozano R. Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft // IEEE Transactions on Control Systems Technology. – 2004. – № 12 (4). – P. 510-516.
12. Pounds P., Mahony R., Corke P. Modelling and Control of a QuadRotor Robot // In Proc. Australasian Conference on Robotics and Automation, New Zealand, 2006.
13. Olfati-Saber R. Nonlinear control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicles // PhD Thesis, MIT, February 2001, Department of Electrical Engineering and Computer Science. – P. 307.
14. Elruby A.Y., El-Khatib M.M., El-Amary N.H., Hashad A.I. Dynamic Modeling and Control of Quadrotor Vehicle // Fifteenth International Conference on Applied Mechanics and Mechanical Engineering, AMME-15, 2012.
15. Mahony R., Hamel T. Adaptive Compensation of Aerodynamic Effects during Takeoff and Landing Manoeuvres for a Scale Model Autonomous Helicopter // European Journal of Control. – 2001. – Vol. 1. – P. 1-15.
16. Gong X., Hou Z.-C., Zhao C.-J., Bai Y., Tian Y.-T. Adaptive Backstepping Mode Trajectory Tracking Control for a Quad-rotor // International Journal of Automation and Computing. – 2012. – Vol. 9 (5). – P. 555-560.
17. Bolandi H., Rezaei M., Mohsenipour R., Nemati H., Smailzadeh S.M. Attitude Control of a Quadrotor with Optimized PID Controller // Intelligent Control and Automation. – 2013. – № 4. – P. 335-342.
18. Финаев В.И., Шаповалов И.О., Мельниченко А.С. Моделирование полета квадрокоптера при применении ПИД-регулирования // Материалы Всероссийской научной конференции. Ч. 1. – Таганрог, 2014.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учеб. пособие. – В 10-ти т. Т. I. Механика. – 4-е изд., испр. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 216 с.
20. Айзерман М.А. Классическая механика. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 368 с.
21. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. – 2-е изд., испр. и перераб. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1968. – 800 с.

REFERENCES

1. Ogol'tsov I.I., Rozhmin N.B., Sheval' V.V. Matematicheskaya model' kvadrokoptera aeromobil'nogo lidara [A mathematical model of the quadcopter airborne lidar], *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya of the Tula state University. Technical science], 2012, Issue 1, pp. 47-55.
2. Shapovalov I., Soloviev V., Finaev V., Beloglazov D., Zargaryan J., Kosenko E. Influence of internal and external factors on a controlled quadrotor flight, *International journal of mathematical models and methods in applied sciences*, 2014.
3. Sidorova A.A., Malysenko A.M. Analiz effektivnosti algoritmov avtomaticheskoy nastroyki adaptivnykh promyshlennykh PID-regulyatorov [Analysis of the effectiveness of algorithms for automatic tuning of adaptive industrial PID controllers], *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University], 2011, Vol. 318, No. 5, pp. 110-115.
4. Shapovalov I., Soloviev V., Finaev, Beloglazov D., Zargaryan J., Kosenko E. Research of the controlled flight dynamics based on the full and simplified quadrotor models, *Advances in Engineering Mechanics and Materials*, 2014.
5. Bouabdallah S. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying: Ph.D. dissertation, EPFL, 2006, 127 p.
6. Bresciani T. Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter, *Master's Thesis, Lund University*, 2008.
7. Mian A.A., Ahmad M.I., Wang D. Backstepping based PID Control Strategy for an Underactuated Aerial Robot, *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*, 2008, pp. 15636-15641.
8. Elruby A.Y., El-Khatib M.M., El-Amary N.H., Hashad A.I. Dynamic Modeling and Control of Quadrotor Vehicle, *Fifteenth International Conference on Applied Mechanics and Mechanical Engineering, AMME-15*, 2012.
9. Madani T., Benallegue A. Backstepping control for a quadrotor helicopter, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2006, pp. 3255-3260.

10. *Mellinger D., Michael N., Kumar V.* Trajectory Generation and Control for Precise Aggressive Maneuvers with Quadrotors, *International Journal of Robotics Research*, 2012, Vol. 31 (5), pp. 664-674.
11. *Castillo P., Dzul A., Lozano R.* Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2004, No. 12(4), pp. 510-516.
12. *Pounds P., Mahony R., Corke P.* Modelling and Control of a QuadRotor Robot, *In Proc. Australasian Conference on Robotics and Automation, New Zealand*, 2006.
13. *Olfati-Saber R.* Nonlinear control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicles, *PhD Thesis, MIT, February 2001, Department of Electrical Engineering and Computer Science*, pp. 307.
14. *Elruby A.Y., El-Khatib M.M., El-Amary N.H., Hashad A.I.* Dynamic Modeling and Control of Quadrotor Vehicle, *Fifteenth International Conference on Applied Mechanics and Mechanical Engineering, AMME-15*, 2012.
15. *Mahony R., Hamel T.* Adaptive Compensation of Aerodynamic Effects during Takeoff and Landing Manoeuvres for a Scale Model Autonomous Helicopter, *European Journal of Control*, 2001, Vol. 1, pp. 1-15.
16. *Gong X., Hou Z.-C., Zhao C.-J., Bai Y., Tian Y.-T.* Adaptive Backstepping Mode Trajectory Tracking Control for a Quad-rotor, *International Journal of Automation and Computing*, 2012, Vol. 9 (5), pp. 555-560.
17. *Bolandi H., Rezaei M., Mohsenipour R., Nemati H., Smailzadeh S.M.* Attitude Control of a Quadrotor with Optimized PID Controller, *Intelligent Control and Automation*, 2013, No. 4, pp. 335-342.
18. *Finaev V.I., Shapovalov I.O., Mel'nichenko A.S.* Modelirovanie poleta kvadroptera pri primeneni PID-regulirovaniya [Simulation of the flight of the quadcopter when you apply a PID control], *Materialy Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii* [Materials of all-Russian scientific conference]. Part 1. Taganrog, 2014.
19. *Landau L.D., Lifshits E.M.* Teoreticheskaya fizika: Ucheb. Posobie [Theoretical physics: a tutorial]. V 10 vol. Vol. I. Mekhanika. 4th ed., ispr. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1988, 216 p.
20. *Ayzerman M.A.* Klassicheskaya mekhanika [Classical mechanics]. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1980, 368 p.
21. *Duboshin G.N.* Nebesnaya mekhanika. Osnovnye zadachi i metody [Celestial mechanics. The main tasks and methods]. 2nd ed., ispr. i pererab. Moscow: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit., 1968, 800 p.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Я.Е. Ромм.

Мельниченко Александра Сергеевна – Южный федеральный университет; e-mail: melnichenkolexx@gmail.com; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: +79281854175; кафедра систем автоматического управления; аспирант.

Шель Виктория Александровна – e-mail: schel.vicka@yandex.ru; тел.: +79185140986; кафедра систем автоматического управления; студент.

Кирильчик Светлана Валентиновна – e-mail: kirilchik@mail.ru; тел.: +79185986199; кафедра систем автоматического управления; к.т.н.; соискатель.

Melnichenko Alexandra Sergeevna – Southern Federal University; e-mail: melnichenkolexx@gmail.com; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +79281854175; the department of automatic control systems; postgraduate student.

Shel Viktoria Aleksandrovna – e-mail: schel.vicka@yandex.ru; phone: +79185140986; the department of automatic control systems; student.

Kirilchik Svetlana Valentinovna – e-mail: kirilchik@mail.ru; phone: +79185986199; the department of automatic control systems; cand. of eng. sc.; competitor.