

УДК 681.51

А.А. Скляр, С.А. Скляр

**СИНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ КВАДРОКОПТЕРОМ
В СРЕДЕ С ВНЕШНИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ***

Демонстрируется новый подход к управлению четырёхроторным беспилотным летательным аппаратом в среде с заранее неопределёнными внешними возмущениями. В качестве объекта управления выбран квадрокоптер, так как среди прочих беспилотных летательных аппаратов он является наиболее манёвренным и предназначенным для работы в условиях ограниченного пространства, рассчитан на выполнение задач в городских условиях. На квадрокоптер во время полета неизбежно действуют внешние возмущения, например порывы ветра, поэтому в статье рассмотрены вопросы анализа математической модели квадрокоптера с учетом внешних возмущающих воздействий. Для синтеза синергетического закона управления квадрокоптером применяется метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов с интегральной адаптацией. Полученный закон пространственного управления инвариантен к кусочно-постоянным внешним возмущениям, наихудшим возмущениям, возникающим при полете квадрокоптера.

Мобильный робот; квадрокоптер; внешнее возмущение; адаптивное управление; синергетическая теория управления.

A.A. Sklyarov, S.A. Sklyarov

**SYNERGISTIC APPROACH TO THE QUADROCOPTER CONTROL
IN ENVIRONMENT WITH EXTERNAL PERTURBATIONS**

This paper presents a new approach to quadrotor unmanned aerial vehicle control in environment with undefined external perturbation. The quadcopter is chosen as controlled object because among the others this type of UAV is the most maneuverable, designed to work in closed spaces and designed to operate in urban environment. The undefined perturbation, for example, a strong windflaw, are always effect on quadcopter in flight, thus in this paper examines the analysis of the dynamic model of quadrotor UAV which takes into account the external perturbation. For synthesis of nonlinear synergistic control of the quadcopter was applied the method of analytics construction of aggregated regulators with integral adaptation. The synthesized control algorithm is invariant to piecewise constant external perturbations, the worst type of perturbations, which arise in quadcopter flight.

Mobile robot; quadcopter; perturbation; adaptive control; synergetic control theory.

Введение. В настоящее время, в связи с нарастающей автоматизацией сфер жизнедеятельности человека, робототехнические системы (РТС) нашли свое применение во многих областях науки, техники и промышленности. Однако автономные мобильные роботы (МР) применяются в первую очередь там, где жизнедеятельность человека затруднена или вообще невозможна, например: в зонах стихийных бедствий или техногенных катастроф, в условиях экстремального химического или радиоактивного загрязнения. К современным автономным робототехническим системам предъявляются требования выполнения технологических задач в условиях частичной и полной неопределённости внешней среды. Поэтому центральной проблемой, решение которой непосредственно связано с развитием РТС,

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №13-08-00794А).

является создание автономных мобильных роботов и инвариантных к внешним возмущениям. При этом достижение глобальной асимптотической устойчивости замкнутой системы, во время выполнения технологической задачи мобильным роботом в рабочем пространстве с перманентно действующими внешними возмущениями, является дополнительной проблемой при организации системы управления автономным МР, решение которой позволит повысить эффективность системы в целом.

Причиной создания автономных МР послужили ситуации, при которых использование радиоуправляемых РТС является невозможным. В частности, при ликвидации такой техногенной катастрофы, как взрыв атомного реактора, применение радиоуправляемых мобильных роботов зачастую является невозможным из-за высокого уровня радиации, приводящего к помехам в радиоэфире. Еще одним примером применения автономных МР является аэрофотосъемка крупных городов и мегаполисов МР воздушного базирования гражданского типа. В городских условиях высокие здания и сооружения являются причиной блокирования радиосигнала, что в свою очередь, накладывает ограничение на использование дистанционно-управляемых мобильных роботов.

В настоящее время к современным МР воздушного базирования или беспилотным летательным аппаратам (БПЛА) гражданского назначения предъявляются высокие требования к маневренности. Из всех существующих типов гражданских БПЛА можно выделить четырехвинтовой беспилотный летательный аппарат или квадрокоптер, как наиболее маневренный летательный аппарат, а значит предназначенный для работы в условиях ограниченного пространства (таких как здания, сооружения, городская площадь и т.п.). Однако, в связи с особенностями конструкции квадрокоптера, основным его недостатком является сложность в управлении, высокая степень неустойчивости при воздействии на него внешних возмущений.

Проблеме создания методов адаптивных систем управления БПЛА посвящено достаточно большое число исследований [1–7]. В данных работах исследователи представили результаты синтеза законов управления подвижными объектами с учетом нелинейных составляющих системы, что позволило создавать регуляторы для сложных объектов управления. Однако в большинстве работ, в частности основанных на применении алгоритмов интеллектуального управления [2–4], учет нелинейных свойств системы носит частный характер, применимый к конкретным ситуациям, что делает РТС с данными законами управления органичной определенным конечным множеством рабочих ситуаций. Данный факт объясняется сложностью математических моделей МР – высоким порядком уравнений, описывающих динамику их движения в пространстве (в работах Р. Беллмана данное явление получило название «проклятие размерности»). Не маловажным фактором, усложняющим задачу синтеза законов управления автономного квадрокоптера, является недетерминированность внешней среды, которая характеризуется наличием внешних возмущений. Поэтому в современных методах управления квадрокоптера реализованы специальные алгоритмы подавления внешних возмущений. Реализация данных алгоритмов также основывается на методах интеллектуального и адаптивного управления, что неизбежно приводит к потреблению больших вычислительных ресурсов при их применении. Поэтому в настоящее время существует необходимость создания системы управления квадрокоптером, которая бы учитывала нелинейные свойства объекта управления, а также позволяла данному объекту управления преодолевать внешние возмущения.

Цель управления. В настоящее время для решения задач анализа и синтеза законов управления объектами высокой размерности с нелинейными обратными связями применяется синергетическая теория управления (СТУ) [8, 9], разработанная профессором А.А. Колесниковым. Основным методом, в рамках данной теории, является метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР), позволяющий синтезировать законы управления для расширенных математических моделей объектов управления без линеаризации или других упрощений. В данном методе цели задачи управления выступают в виде инвариантных многообразий, а учет нелинейной динамики системы достигается путем применения асимптотического перехода от одного инвариантного многообразия к другому с последовательным понижением размерности многообразий. При таком подходе к задаче управления нет необходимости строгого соответствия параметров реального объекта параметрам заложенной в регулятор модели, нужно лишь обеспечить попадание замкнутой системы в область притяжения инвариантных многообразий, на которых, в свою очередь, поддерживается желаемое конечное состояние объекта управления. Поэтому для реализации адаптивного управления квадрокоптером в статье предлагается использовать принципы и методы синергетической теории управления, в частности метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов с интегральной адаптацией для решения многомерных нелинейных задач управления подвижными объектами в среде с внешними возмущениями.

Математическая модель квадрокоптера. Квадрокоптер (рис. 1) является разновидностью летательного аппарата с вертикальным вектором тяги [10, 11], приводящимся в движение четырьмя роторами со скоростью вращения $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$, закреплёнными в центре масс робота M на двух пересекающихся крест-накрест металлических балках, вращающихся диагонально в противоположных направлениях (рис. 2).



Рис. 1. Внешний вид квадрокоптера

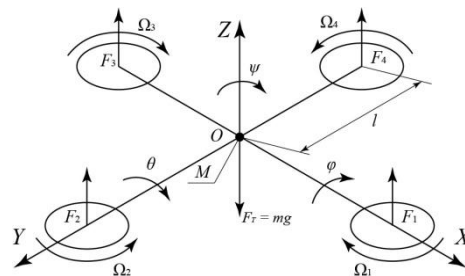


Рис. 2. Схема движения квадрокоптера

Для синтеза стратегий управления необходимо построить математическую модель рассматриваемого объекта. Движение квадрокоптера можно считать суммой поступательного движения центра масс и сферического движения тела относительно центра масс [11]. Центр масс квадрокоптера находится на пересечении балок, на которых закреплены винты. Режим движения четырехвинтового летательного аппарата описывается следующей системой дифференциальных уравнений [11]:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= V_x; & \frac{dy}{dt} &= V_y; & \frac{dz}{dt} &= V_z; \\
m \frac{dV_x}{dt} &= (\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1; \\
m \frac{dV_y}{dt} &= (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1; \\
m \frac{dV_z}{dt} &= U_1 \cos \theta \cos \varphi - mg; \\
\frac{d\theta}{dt} &= \omega_\theta; & \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_\varphi; & \frac{d\psi}{dt} &= \omega_\psi; \\
I_{xx} \frac{d\omega_\varphi}{dt} &= (I_{yy} - I_{zz}) \omega_\theta \omega_\psi - J_{TP} \omega_\theta \Omega + U_2; \\
I_{yy} \frac{d\omega_\theta}{dt} &= (I_{zz} - I_{xx}) \omega_\varphi \omega_\psi + J_{TP} \omega_\theta \Omega + U_3; \\
I_{zz} \frac{d\omega_\psi}{dt} &= (I_{xx} - I_{yy}) \omega_\varphi \omega_\theta + U_4,
\end{aligned} \tag{1}$$

где x, y, z – координаты центра тяжести робота; V_x, V_y, V_z – проекции вектора линейной скорости робота; θ – угол тангажа; φ – угол крена, ψ – угол рыскания, ω_θ – угловая скорость тангажа; ω_φ – угловая скорость крена; ω_ψ – угловая скорость рыскания; m – масса робота; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – моменты инерции вокруг оси x, y и z соответственно; U_1, U_2, U_3, U_4 – каналы управления БПЛА; Ω – общая скорость четырех винтов; J_{TP} – общий вращательный момент инерции вокруг оси винта имеющий вид:

$$J_{TP} = J_p + \eta N^2 J_M, \tag{2}$$

где J_p – момент инерции мотора, J_M – момент инерции пропеллера, N – передаточное отношение редуктора, η – КПД редуктора. Уравнения связи каналов управления U_1, U_2, U_3, U_4 со скоростями вращения винтов $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
U_1 &= b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2); U_2 = lb(-\Omega_2^2 + \Omega_4^2); \\
U_3 &= lb(-\Omega_1^2 + \Omega_3^2); U_4 = d(-\Omega_1^2 + \Omega_2^2 - \Omega_3^2 + \Omega_4^2); \\
\Omega &= -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4,
\end{aligned} \tag{3}$$

где l – расстояние между центром квадрокоптера и центром пропеллера; b и d – аэродинамические составляющие тяги и коэффициента сопротивления соответственно. Квадрокоптер приводится в движение подсистемой приводов, а именно за счет вращения пропеллеров, поэтому каналы управления данного летательного аппарата можно выразить из системы уравнений (3):

$$\begin{aligned}
\Omega_1 &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 - \frac{1}{2bl} U_3 - \frac{1}{4d} U_4}; \Omega_2 = \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 - \frac{1}{2bl} U_2 + \frac{1}{4d} U_4}; \\
\Omega_3 &= \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 + \frac{1}{2bl} U_3 - \frac{1}{4d} U_4}; \Omega_4 = \sqrt{\frac{1}{4b} U_1 + \frac{1}{2bl} U_2 + \frac{1}{4d} U_4}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Таким образом, задачей синтеза является проектирование стратегии управления скоростями вращения четырех моторов $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$, обеспечивающей асимптотически устойчивое передвижение квадрокоптера к заданной позиции x_0, y_0, z_0 с удержанием заданного угла рыскания ψ_0 . Также синтезируемая стратегия управления должна подавлять внешние возмущающие воздействия. Стоит отметить, что

построение законов управления для модели (1)–(3) классическими методами [12] теории автоматического управления является не тривиальной задачей, поэтому при синтезе законов управления квадрокоптером предлагается использовать принципы и методы синергетической теории управления (СТУ) [8, 9].

Процедура синтеза. В СТУ основным методом синтеза законов управления является метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР). Согласно данному методу критерии управления системы должны представляться в виде системы *инвариантных соотношений*. Данные соотношения выступают в роли цели управления, на них обеспечивается выполнение заданной задачи, а процедура синергетического синтеза сводится к поиску законов управления, при которых эти заданные инварианты выполняются.

В качестве инвариантных соотношений для рассматриваемого объекта управления выберем перемещение его центра тяжести из начальной точки в конечную с координатами x_0, y_0, z_0 , а также удержание угла ориентации ψ в заданном направлении ψ_0 . Таким образом, подмножество целей будет иметь вид

$$\Sigma_1 = \{x = x_0, \quad y = y_0, \quad z = z_0, \quad \psi = \psi_0\}. \quad (5)$$

Основным требованием, предъявляемым к таким летательным аппаратам как квадрокоптер, является надежность и устойчивость полета при различных внешних возмущениях, например таких как порывы ветра. В СТУ для подавления внешних возмущений используют принцип *интегральной адаптации* [13–15]. Данный принцип заключается в расширении исходной математической модели путем включения уравнений оценки внешних возмущений. Поэтому расширим математическую модель рассматриваемого квадрокоптера следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= V_x; & \frac{dy}{dt} &= V_y; & \frac{dz}{dt} &= V_z; \\ \frac{dV_x}{dt} &= \frac{(\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi)U_1}{m} + \gamma_x; \\ \frac{dV_y}{dt} &= \frac{(-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi)U_1}{m} + \gamma_y; \\ \frac{dV_z}{dt} &= \frac{U_1 \cos \theta \cos \varphi}{m} - g + \gamma_z; \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega_\theta; & \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_\varphi; & \frac{d\psi}{dt} &= \omega_\psi; \\ \frac{d\omega_\varphi}{dt} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz})\omega_\theta \omega_\psi - J_{TP} \omega_\theta \Omega + U_2}{I_{xx}} + \gamma_\varphi; \\ \frac{d\omega_\theta}{dt} &= \frac{(I_{zz} - I_{xx})\omega_\varphi \omega_\psi + J_{TP} \omega_\varphi \Omega + U_3}{I_{yy}} + \gamma_\theta; \\ \frac{d\omega_\psi}{dt} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy})\omega_\varphi \omega_\theta + U_4}{I_{zz}} + \gamma_\psi; \\ \frac{d\gamma_x}{dt} &= \eta_x(x_0 - x); & \frac{d\gamma_y}{dt} &= \eta_y(y_0 - y); & \frac{d\gamma_z}{dt} &= \eta_z(z_0 - z); \\ \frac{d\gamma_\theta}{dt} &= \eta_\theta(\theta_0 - \theta); & \frac{d\gamma_\varphi}{dt} &= \eta_\varphi(\varphi_0 - \varphi); & \frac{d\gamma_\psi}{dt} &= \eta_\psi(\psi_0 - \psi), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z, \gamma_\theta, \gamma_\varphi, \gamma_\psi$ – оценки внешних возмущающих воздействий; $x_0, y_0, z_0, \theta_0, \varphi_0, \psi_0$ – желаемые значения координат системы, $\eta_x, \eta_y, \eta_z, \eta_\theta, \eta_\varphi, \eta_\psi$ – положительные константы.

После того как была получена расширенная модель системы (6), согласно методу АКАР, необходимо произвести ее декомпозицию с учетом подмножества целей (5), для этого введем следующую совокупность макропеременных:

$$\begin{aligned}\Psi_1 &= V_x - k_1(x_0 - x) - \gamma_x; \\ \Psi_2 &= V_y - k_2(y_0 - y) - \gamma_y; \\ \Psi_3 &= V_z - k_3(z_0 - z) - \gamma_z; \\ \Psi_4 &= \omega_\theta - k_4(\theta_0 - \theta) - \gamma_\theta; \\ \Psi_5 &= \omega_\varphi - k_5(\varphi_0 - \varphi) - \gamma_\varphi; \\ \Psi_6 &= \omega_\psi - k_6(\psi_0 - \psi) - \gamma_\psi,\end{aligned}\quad (7)$$

где k_1, k_2, \dots, k_6 – положительные константы. Введенные макропеременные Ψ_1, Ψ_2 и Ψ_3 служат для выполнения квадрокоптером перемещения в заданную точку с координатами x_0, y_0, z_0 , в то время как макропеременные Ψ_4, Ψ_5 и Ψ_6 служат для удержания заданных углов тангажа θ_0 , крена φ_0 , и рыскания ψ_0 платформы квадрокоптера. Система макропеременных (7) согласно СТУ должна удовлетворять решению $\Psi_1 = 0, \Psi_2 = 0, \Psi_3 = 0, \Psi_4 = 0, \Psi_5 = 0$ и $\Psi_6 = 0$ функциональных уравнений:

$$\dot{\Psi}_i + \lambda_i \Psi_i = 0; \quad i = \overline{1, 6}, \quad (8)$$

где $\lambda_i, i = \overline{1, 6}$ – положительные константы. Из первых трех функциональных уравнений системы (8) определяется «внешний» закон управления U_1 :

$$U_1 = -\frac{m(-\lambda_3 \gamma_z - \lambda_3 k_3 z_0 + k_3 V_z - \eta_3 z_0 + \eta_3 z + \gamma_z - g + \lambda_2 k_3 z + \lambda_2 V_z)}{\cos \theta \cos \varphi} \quad (9)$$

и углы θ и φ , которые выступают в качестве целевых значений для системы стабилизации платформы квадрокоптера $\Psi_4 = 0$ и $\Psi_5 = 0$:

$$\begin{aligned}\theta_0 &= \theta; \\ \varphi_0 &= \varphi.\end{aligned}\quad (10)$$

Из оставшихся функциональных уравнений системы (8) с учетом уравнений связи (10) и заданных макропеременных Ψ_4, Ψ_5 и Ψ_6 (7) определяются «внешние» законы управления U_2, U_3, U_4 , отвечающие за повороты платформы квадрокоптера при передвижении к заданной точке:

$$\begin{aligned}U_2 &= -k_5 \omega_\varphi I_{xx} - \omega_\theta \omega_\psi I_{yy} + \omega_\theta \omega_\psi I_{zz} - \lambda_5 I_{xx} \omega_\varphi - \gamma_\varphi I_{xx} + \eta_5 I_{xx} \varphi_0 - \eta_5 I_{xx} \varphi + \\ &\quad + \lambda_5 I_{xx} k_5 \varphi_0 - \lambda_5 I_{xx} k_5 \varphi + \lambda_5 I_{xx} \gamma_\varphi; \\ U_3 &= -k_4 \omega_\theta I_{yy} - \omega_\varphi \omega_\psi I_{zz} + \omega_\varphi \omega_\psi I_{xx} - \lambda_4 I_{yy} \omega_\theta - \gamma_\theta I_{yy} + \eta_4 I_{yy} \theta_0 - \eta_4 I_{yy} \theta + \\ &\quad + \lambda_4 I_{yy} k_4 \theta_0 - \lambda_4 I_{yy} k_4 \theta + \lambda_4 I_{yy} \gamma_\theta; \\ U_4 &= -k_6 \omega_\psi I_{zz} - \omega_\varphi \omega_\theta I_{xx} + \omega_\varphi \omega_\theta I_{yy} - \lambda_6 I_{zz} \omega_\psi - \gamma_\psi I_{zz} + \eta_6 I_{zz} \psi_0 - \eta_6 I_{zz} \psi + \\ &\quad + \lambda_6 I_{zz} k_6 \psi_0 - \lambda_6 I_{zz} k_6 \psi + \lambda_6 I_{zz} \gamma_\psi.\end{aligned}\quad (11)$$

В результате, с учетом математической модели квадрокоптера (1), управлений U_1, U_2, U_3, U_4 и уравнений связи платформы и системы приводов (4), можно получить стратегии управления скоростями вращения четырех моторов $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$, обеспечивающие асимптотически устойчивое передвижение квадрокоптера в среде с внешними возмущениями.

Компьютерное моделирование. Проведем компьютерное исследование синтезированной замкнутой системы адаптивного управления квадрокоптером. В качестве конструктивных параметров квадрокоптера возьмем значения, представленные в табл. 1.

Таблица 1

Параметры квадрокоптера

Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Значение
Масса квадрокоптера	m	кг	1
Расстояние между центром масс МР и центром пропеллера	l	м	0,6
Аэродинамическая составляющая тяги каждого ротора МР	b	Нс ²	$26,5 \times 10^{-6}$
Аэродинамическая составляющая сопротивления среды	d	Нмс ²	$0,6 \times 10^{-6}$
Момент инерции вокруг оси X	I_{xx}	Нмс ²	0,1
Момент инерции вокруг оси Y	I_{yy}	Нмс ²	0,1
Момент инерции вокруг оси Z	I_{zz}	Нмс ²	0,1
Общий вращательный момент инерции вокруг оси каждого винта	J_{TP}	Нмс ²	0,005

Таблица 2

Параметры синтезированного регулятора

Параметр	Обозн.	Знач.
Параметр 1-го функционального уравнения (8)	λ_1	2
Параметр 2-го функционального уравнения (8)	λ_2	2
Параметр 3-го функционального уравнения (8)	λ_3	2
Параметр 4-го функционального уравнения (8)	λ_4	80
Параметр 5-го функционального уравнения (8)	λ_5	80
Параметр 6-го функционального уравнения (8)	λ_6	80
Параметр макропеременной Ψ_1 (7)	k_1	0,8
Параметр макропеременной Ψ_2 (7)	k_2	0,8
Параметр макропеременной Ψ_3 (7)	k_3	0,8
Параметр макропеременной Ψ_4 (7)	k_4	10
Параметр макропеременной Ψ_5 (7)	k_5	10
Параметр макропеременной Ψ_6 (7)	k_6	10
Параметр оценки возмущения для x -координаты (6)	η_x	0,2
Параметр оценки возмущения для y -координаты (6)	η_y	0,2
Параметр оценки возмущения для z -координаты (6)	η_z	0,2
Параметр оценки возмущения для θ -координаты (6)	η_θ	10
Параметр оценки возмущения для φ -координаты (6)	η_φ	10
Параметр оценки возмущения для ψ -координаты (6)	η_ψ	10

Примем в качестве внутренних параметров регулятора квадрокоптера значения, представленные в табл. 2. Зададим целевые координаты квадрокоптера следующим образом: $x_0 = 10$ м, $y_0 = -10$ м, $z_0 = 30$ м и угол рыскания $\psi_0 = 0$ рад.

Предположим, что на объект управления действуют кусочно-постоянные, заранее неопределенные (для замкнутой системы управления) внешние возмущающие воздействия, которые описываются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
F_x(t) &= 0,75 + \frac{1}{2} \operatorname{signum}(t-10) + \frac{1}{2} \operatorname{signum}(t-20) - 0,25 \operatorname{signum}(t-40); \\
F_y(t) &= 1 + \operatorname{signum}(t-10) - \operatorname{signum}(t-20) + \operatorname{signum}(t-40); \\
F_\psi(t) &= 0,3 + 0,3 \operatorname{signum}(t-10) + 0,6 \operatorname{signum}(t-20) + 0,6 \operatorname{signum}(t-40).
\end{aligned} \tag{12}$$

Кусочно-постоянные внешние возмущения являются наихудшим видом возмущений для управляемых подвижных объектов [14]. Данный вид возмущений, применительно к летательным аппаратам, можно сравнить с резким порывом ветра. С учетом введенных выражений (12) замкнутую систему можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= V_x; \quad \frac{dy}{dt} = V_y; \quad \frac{dz}{dt} = V_z; \\
\frac{dV_x}{dt} &= \frac{(\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1^*}{m} + F_x(t); \\
\frac{dV_y}{dt} &= \frac{(-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi) U_1^*}{m} + F_y(t); \\
\frac{dV_z}{dt} &= \frac{U_1^* \cos \theta \cos \varphi}{m} - g; \\
\frac{d\theta}{dt} &= \omega_\theta; \quad \frac{d\varphi}{dt} = \omega_\varphi; \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_\psi; \\
\frac{d\omega_\varphi}{dt} &= \frac{(I_{yy} - I_{zz}) \omega_\theta \omega_\psi - J_{TP} \omega_\theta \Omega + U_2^*}{I_{xx}}; \\
\frac{d\omega_\theta}{dt} &= \frac{(I_{zz} - I_{xx}) \omega_\varphi \omega_\psi + J_{TP} \omega_\varphi \Omega + U_3^*}{I_{yy}}; \\
\frac{d\omega_\psi}{dt} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy}) \omega_\varphi \omega_\theta + U_4^*}{I_{zz}} + F_\psi(t); \\
\frac{d\gamma_x}{dt} &= \eta_x(x_0 - x); \quad \frac{d\gamma_y}{dt} = \eta_y(y_0 - y); \quad \frac{d\gamma_z}{dt} = \eta_z(z_0 - z); \\
\frac{d\gamma_\theta}{dt} &= \eta_\theta(\theta_0 - \theta); \quad \frac{d\gamma_\varphi}{dt} = \eta_\varphi(\varphi_0 - \varphi); \quad \frac{d\gamma_\psi}{dt} = \eta_\psi(\psi_0 - \psi),
\end{aligned} \tag{13}$$

где U_1^* , U_2^* , U_3^* , U_4^* – законы управления квадрокоптером, описываемые выражениями (9)–(11).

Примем в качестве начальных условий нулевые значения проекций вектора линейной ($V_x(0) = V_y(0) = V_z(0) = 0$) и угловой скоростей ($\omega_\theta(0) = \omega_\varphi(0) = \omega_\psi(0) = 0$) квадрокоптера, а также нулевые значения углов тангажа, крена и рыскания ($\theta(0) = \varphi(0) = \psi(0) = 0$).

На рис. 3–11 представлены переходные процессы изменения координат полученной замкнутой системы (13).

Представленные результаты моделирования подтверждают, что в синтезированной замкнутой системе адаптивного управления квадрокоптером (9)–(11), с учетом (1)–(4) обеспечивается выполнение введенной системы инвариантов: передвижение квадрокоптера к заданной точке (рис. 3, 4), а также подавление кусочно-постоянных, заранее неопределенных, внешних возмущений (рис. 5–11).

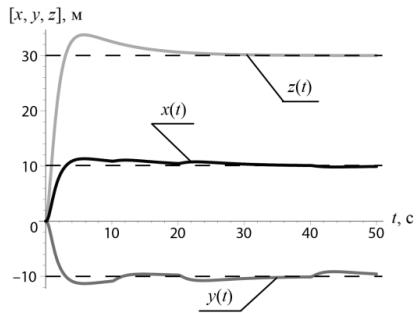


Рис. 3. Изменение вектора перемещения квадрокоптера

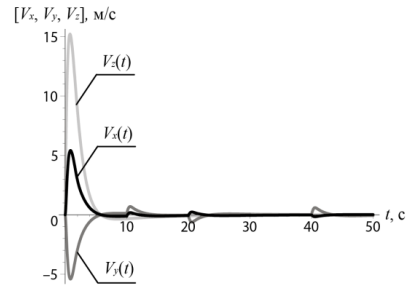


Рис. 4. Изменение вектора линейной скорости квадрокоптера

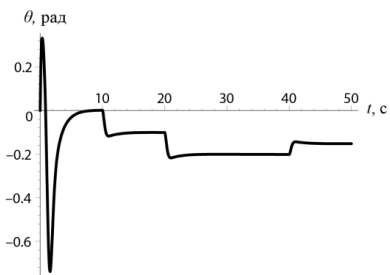


Рис. 5. Изменение угла тангажа квадрокоптера

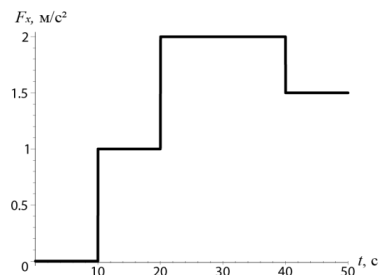


Рис. 6. Изменение функции внешних возмущений $F_x(t)$

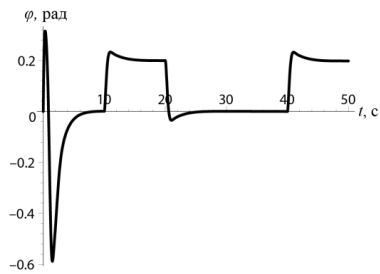


Рис. 7. Изменение угла крена квадрокоптера

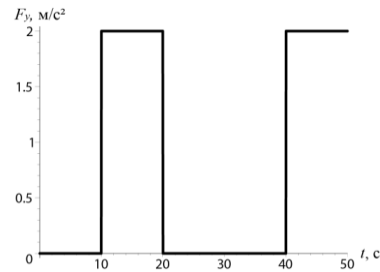


Рис. 8. Изменение функции внешних возмущений $F_y(t)$

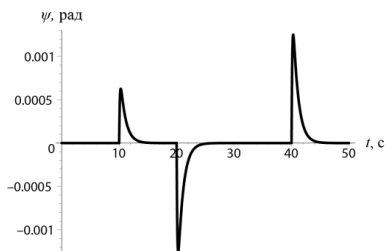


Рис. 9. Изменение угла рыскания квадрокоптера

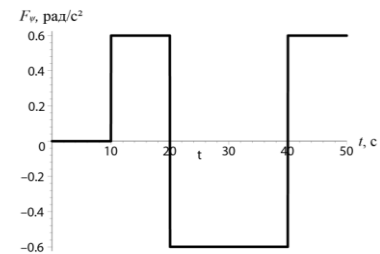


Рис. 10. Изменение функции внешних возмущений $F_ψ(t)$

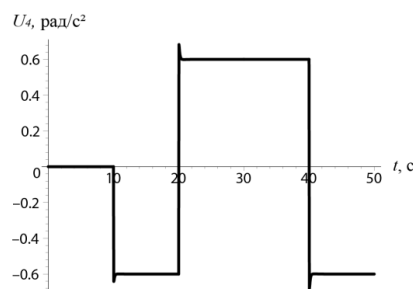


Рис. 11. Изменение функции «внешнего» управления U_4 .

Заключение. Таким образом, в статье представлен важный научный результат – разработана процедура аналитического синтеза стратегии векторного управления четырехроторным беспилотным летательным аппаратом в среде с внешними возмущениями с использованием полных нелинейных моделей движения. Указанная стратегия управления обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы, и четкое исполнение заданных инвариантов. Представленный синергетический закон управления учитывает случайные внешние возмущения (кусочно-постоянные возмущения, как наихудший вид возмущений), за счет использования метода синергетического синтеза адаптивных систем управления, в частности интегральной адаптации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Feng Zhou, Yanxuan Wu, Liu Jing, Xu Min.* Design of a adaptive decoupling control law of miniature duct fan UAV // Modelling, Identification & Control (ICMIC), 2012 Proceedings of International Conference on. IEEE. – 2012. – P. 746-751.
2. *Qing Lin, ZhiHao Cai, YingXun Wang, JinPeng Yang, LiFang Chen.* Adaptive Flight Control Design for Quadrotor UAV Based on Dynamic Inversion and Neural Networks // Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC), 2013 Third International Conference on. IEEE. – 2013. – P. 1461-1466.
3. *Byung-Cheol Min, Ji-Hyeon Hong, Matson E.T.* Adaptive Robust Control (ARC) for an altitude control of a quadrotor type UAV carrying an unknown payloads // Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on. IEEE. – 2011. – P. 1147-1151.
4. *Fu-Kuang Yeh, Chia-Wei Huang, Jian-Ji Huang.* Adaptive fuzzy sliding-mode control for a mini-UAV with propellers // SICE Annual Conference (SICE), 2011 Proceedings of. IEEE. – 2011. – P. 645-650.
5. *Fortmann F. Ludtke A.* An intelligent SA-adaptive interface to aid supervisory control of a UAV swarm // Industrial Informatics (INDIN), 2013 11th IEEE International Conference on. IEEE. – 2013. – P. 768-773.
6. *Fernando T., Chandiramani J., Taeyoung Lee, Gutierrez H.* Robust adaptive geometric tracking controls on SO(3) with an application to the attitude dynamics of a quadrotor UAV // Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on. IEEE. – 2011. – P. 7380-7385.
7. *Bialy B.J., Klotz J., Brink K., Dixon W.E.* Lyapunov-based robust adaptive control of a quadrotor UAV in the presence of modeling uncertainties // American Control Conference (ACC), 2013. IEEE. – P. 13-18.
8. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
9. *Веселов Г.Е.* Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления // Известия ТРТУ. – 2006. – № 6 (61). – С. 73-84.
10. *Beji L., Abichou A.* Trajectory and Tracking of a Mini-Rotorcraft // Proceedings of the 2005 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. 2005. – P. 2618-2623.

11. Tommaso Bresciani. Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter // Master thesis, Lund University. 2008.
12. Luis Rodolfo García Carrillo, Alejandro Enrique Dzul López, Rogelio Lozano, Claude Pégard. Quad Rotorcraft Control // Springer London Heidelberg New York Dordrecht. 2012.
13. Колесников А.А. Синергетическая концепция системного синтеза: единство процессов самоорганизации и управления // Известия ТРТУ. – 2006. – № 6 (61). – С. 10-38.
14. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Мушенко А.С. и др. Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы. – М.: КомКнига, 2006. – 304 с.
15. Веселов Г.Е., Скляр А.А., Скляр С.А. Синергетический подход к управлению траекторным движением мобильных роботов в среде с препятствиями // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2013. – № 7. – С. 20-25.

REFERENCES

1. Feng Zhou, Yanxuan Wu, Liu Jing, Xu Min. Design of a adaptive decoupling control law of miniature duct fan UAV, *Modelling, Identification & Control (ICMIC), 2012 Proceedings of International Conference on. IEEE, 2012*, pp. 746-751.
2. Qing Lin, ZhiHao Cai, YingXun Wang, JinPeng Yang, LiFang Chen. Adaptive Flight Control Design for Quadrotor UAV Based on Dynamic Inversion and Neural Networks, *Instrumentation, Measurement, Computer, Communication and Control (IMCCC), 2013 Third International Conference on. IEEE, 2013*, pp. 1461-1466.
3. Byung-Cheol Min, Ji-Hyeon Hong, Matson E.T. Adaptive Robust Control (ARC) for an altitude control of a quadrotor type UAV carrying an unknown payloads, *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2011 11th International Conference on. IEEE, 2011*, pp. 1147-1151.
4. Fu-Kuang Yeh, Chia-Wei Huang, Jian-Ji Huang. Adaptive fuzzy sliding-mode control for a mini-UAV with propellers, *SICE Annual Conference (SICE), 2011 Proceedings of. IEEE, 2011*, pp. 645-650.
5. Fortmann F. Ludtke A. An intelligent SA-adaptive interface to aid supervisory control of a UAV swarm, *Industrial Informatics (INDIN), 2013 11th IEEE International Conference on. IEEE, 2013*, pp. 768-773.
6. Fernando T., Chandiramani J., Taeyoung Lee, Gutierrez H. Robust adaptive geometric tracking controls on SO(3) with an application to the attitude dynamics of a quadrotor UAV, *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on. IEEE, 2011*, pp. 7380-7385.
7. Bialy B.J., Klotz J., Brink K., Dixon W.E. Lyapunov-based robust adaptive control of a quadrotor UAV in the presence of modeling uncertainties, *American Control Conference (ACC), 2013. IEEE, 2013*, pp. 13-18.
8. Kolesnikov A.A. Синергетическая теория управления [Synergetic control theory]. Moscow: Energoatomizdat, 1994, 344 p.
9. Veselov G.E. Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления [A synergistic approach to the synthesis of hierarchical control systems], *Izvestiya TRTU [Izvestiya TSURE]*, 2006, No. 6 (61), pp. 73-84.
10. Beji L., Abichou A. Trajectory and Tracking of a Mini-Rotorcraft, *Proceedings of the 2005 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, 2005, pp. 2618-2623.
11. Tommaso Bresciani. Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter, *Master thesis, Lund University*, 2008.
12. Luis Rodolfo García Carrillo, Alejandro Enrique Dzul López, Rogelio Lozano, Claude Pégard. Quad Rotorcraft Control, *Springer London Heidelberg New York Dordrecht*, 2012.
13. Kolesnikov A.A. Синергетическая концепция системного синтеза: единство процессов самоорганизации и управления [Synergetic concept of system synthesis: the unity of the processes of self-organization and management], *Izvestiya TRTU [Izvestiya TSURE]*, 2006, No. 6 (61), pp. 10-38.
14. Kolesnikov A.A., Veselov G.E., Popov A.N., Mushenko A.S. и др. Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы [Synergistic methods of control of complex systems: mechanical and Electromechanical systems]. Moscow: KomKniga, 2006, 304 p.

15. Veselov G.E., Sklyarov A.A., Sklyarov S.A. Sinergeticheskiy podkhod k upravleniyu traek-tornym dvizheniem mobil'nykh robotov v srede s prepyatstviyami [A synergistic approach to the management of trajectory motion of mobile robots in environments with obstacles], Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie [Mechatronics, Automation, Control], 2013, No. 7, pp. 20-25.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.М. Першин.

Скляр Андрей Анатольевич – Южный федеральный университет, e-mail: s.andrey.88@mail.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2, к. 403; тел.: +79612957403; кафедра СиПУ; ассистент

Скляр Сергей Анатольевич – e-mail: predator86@mail.ru; тел.: +79034026114; кафедра СиПУ; зав. лабораторией.

Sklyarov Andrey Anatolevich – Southern Federal University; e-mail: s.andrey.88@mail.ru; 2, Chehov street, ap. 403, Taganrog, 347900, Russia; phone: +79612957403; the department of SCP; assistant.

Sklyarov Sergey Anatolevich – e-mail: predator86@mail.ru; phone: +79034026114; the department of SCP; head of laboratory.

УДК 621.396.96

В.Н. Ткаченко, В.В. Коротков, Е.К. Поздняков

ИССЛЕДОВАНИЕ ИСХОДНЫХ ПАРАМЕТРОВ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ ЦЕЛЕЙ В ПАССИВНЫХ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ ПРИ ПОМОЩИ ФУНКЦИЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Целью данной статьи является анализ исходных параметров на основе функций параметрической чувствительности в методе определения дальности цели пассивными комплексами. Приведен математический аппарат вычисления семейств коэффициентов чувствительности. Получены аналитические выражения и характерный вид семейств коэффициентов чувствительности для метода определения дальности источника радиоизлучения, на основе которых исследовано влияние погрешностей исходных параметров на итоговую погрешность определения дальности источника радиоизлучения. Таким образом, показано использование функций чувствительности для анализа исходных параметров метода. Даны численные примеры, наглядно демонстрирующие удобство используемого метода. Ранее подобный анализ в известных работах не проводился. Важным преимуществом данного метода является использование двухпозиционной пассивной системы вместо трехпозиционной. Статья может быть полезна специалистам при эскизном проектировании пассивной системы измерения дальности.

Радиолокационная станция; источник радиоизлучения; исходные параметры; функция чувствительности; погрешность определения дальности.

V.N. Tkachenko, V.V. Korotkov, E.K. Pozdnyakov

RESEARCH OF THE INPUT PARAMETERS FROM THE TARGET DISTANCE DETERMINATION METHOD IN THE PASSIVE MULTIPOSITION SYSTEM BY USING THE SENSIVITY FUNCTION

The main aim of this article is the analysis of the method's input parameters on basis of the parametric sensitivity functions for the target distance determination in passive location. In this work the mathematical apparatus of the computing of sensitivity coefficients' sets is shown. The analytical expression and the characteristic form of the sensitivity coefficients' sets for the target distance determination method were turned out, on their base the influence of the input parameters accuracy on the resulting accuracy in target distance determination was investigated. Thus there is also shown the using of the sensitivity functions for the method's input parameters analysis. Numerical examples demonstrating