

10. Mesbahi M. and Hadaegh F.Y. Formation flying control of multiple spacecraft via graphs, matrix inequalities, and switching, *AIAA J. Guidance, Control, Dynam.*, Mar.–Apr. 2000, Vol. 24, No. 2, pp. 369-377.
11. Wang P.K.C. and Hadaegh, F.Y. Coordination and control of multiple microspacecraft moving in formation, *J. Astronaut. Sci.*, 1996, No. 44, (3), pp. 315-355.
12. Desai J., Ostrowski J., and Kumar V. Control of Formations for Multiple Robots, *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, 1998.
13. Lewis M.A. and Tan K.-H. High precision formation control of mobile robots using virtual structures, *Auton. Robot.*, 1997, No. 4, pp. 387-403.
14. Erdoğan M.E., Innocenti M., Pollini L. Obstacle Avoidance for a Game Theoretically Controlled Formation of Unmanned Vehicles, *18th IFAC*. 2011.
15. Flying Machine Arena. Available at: www.flyingmachinearena.org (accessed 30 July 2014).

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор А.А. Илюхин.

Иванов Донат Яковлевич – НИИ Многопроцессорных вычислительных систем им. академика А.В. Каляева Южного федерального университета; e-mail: donat.ivanov@gmail.com; г. Таганрог, ГСП-284, ул. Чехова 2; тел.: +79185191869; м.н.с.

Ivanov Donat Yakovlevich – Scientific research institute of multiprocessor computer systems of Southern Federal University; e-mail: donat.ivanov@gmail.com; 2, Chehova street, Taganrog, GSP-284, Russia; phone: +79185191869; junior researcher.

УДК 681.51

С.А. Скляр

СИНЕРГЕТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГРУППОЙ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ*

Рассматривается проблема синтеза законов группового управления движением мобильных роботов. Для решения данной задачи предлагается новый подход к синтезу систем группового управления, базирующийся на принципах и методах синергетической теории управления. Задача синергетического синтеза системы группового управления квадрокоптерами рассматривается с учетом анализа математической модели и специфики поставленной конечной цели. В синергетической теории управления совокупность критериев управления системы принято выражать в виде соответствующей системы инвариантов. Инварианты выступают в роли цели управления, на них обеспечивается выполнение заданной технологической задачи, а процедура синергетического синтеза сводится к поиску законов управления, при которых эти заданные инварианты выполняются. В качестве условий, предъявляемых к синтезируемому закону группового управления, выступают асимптотически устойчивое движение ведущего мобильного и ведомых мобильных роботов к заданной точке пространства с заданным типом строя.

Групповое управление; квадрокоптер; математическая модель; синергетическая теория управления.

S.A. Sklyarov

SYNERGISTIC CONTROL OF A GROUP OF MOBILE ROBOTS

This paper explores the problem of synthesis of synergetic control of a group of mobile robots. To solve this problem in article presents new approach to control of a group of mobile robot based on principals and methods of synergetic control theory. The task of the synergetic synthesis of control of a group of quadcopters is considered with the analysis of mathematic model and

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 13-08-00794А).

specifics of the specified aim. In the theory of synergetic control the set of criteria for the control system is usually expressed in the form of an appropriate system of invariants. Invariants play the role of control objectives, they enforced a given technological problem, and the synergetic synthesis procedure reduces to process of finding control laws, which these given invariants are satisfied. At this paper as imposed condition on synthesized control law, serve an asymptotically stable movement of a group of mobile robots with specified type of formation.

Group control; quadrocopter; mathematical model; synergetic control theory.

Введение. В настоящее время мощностей одного, отдельно взятого мобильного робота, не достаточно для решения таких технологических задач, как зондирование и исследование больших по площади поверхностей, сборка нетривиальных конструкций в экстремальных условиях космоса или под водой, выполнение тушения пожара или других масштабных действий [1]. Очевидно, что для решения подобных задач необходимо задействовать большое количество однотипных [1, 2] или разнотипных [3, 4] (в зависимости от решаемой задачи) автономных мобильных роботов. При этом задача управления такой группой роботов по достижению глобальной цели называется “групповое управление”.

Существует множество преимуществ данного подхода к решению масштабных задач. К ним можно отнести охват больших территорий [1] за меньшее время по сравнению с одиночными автономными роботами. Данное преимущество достигается за счет назначения рабочих областей каждому роботу в группе. Также одним из преимуществ группового применения роботов является расширение функциональных возможностей за счет установки индивидуальных технических средств на каждого робота группы. Очевидно, что единственный автономный робот не сможет содержать тот набор технических средств, который можно использовать при групповом применении роботов. Однако наиболее ценным свойством роботов, работающих в группе, является общая отказоустойчивость системы и высокая вероятность достижения целей, поставленных перед групповой робототехнической системой (РТС). Данное свойство достигается за счет перераспределения ролей между роботами в случае выхода из строя одной или нескольких единиц группы [5].

При множестве достоинств группового применения РТС существует ряд проблем, возникающих в связи с необходимостью организации «коллективного» поведения роботов, решающих единую технологическую задачу. Одной из таких проблем является создание алгоритмов организации эффективного взаимодействия между роботами группы на всех уровнях иерархии, при которой достигается конечная цель (или целевая ситуация) за минимальное время и при минимальных затратах. Задача организации эффективного взаимодействия между роботами группы разбивается на ряд подзадач, а именно:

- ◆ определение состава группы, необходимого и достаточного для эффективного решения технологической задачи;
- ◆ распределение функций между роботами группы для достижения конечной цели за минимальное время и при минимальных затратах;
- ◆ реализация законов управления отдельно взятыми роботами, которые одновременно обеспечивают как автономность робота, так и выполнение глобальной задачи в целом.

Для решения данных задач применяется централизованный подход к групповому управлению [6, 7]. При таком подходе формирование тактических стратегий для группы роботов возлагается на одного, ведущего робота, в то время как поведение остальных, ведомых, мобильных роботов группы (МРГ) определяется поведени-

ем ведущего. При централизованном подходе к групповому управлению мощным комплексом технических средств достаточно оснастить только ведущего мобильного робота [6], ведомые комплектуются минимальным набором оборудования, которое необходимо для выполнения задач, сформированных ведущим МРГ.

Цель управления. В качестве мобильных роботов группы в данной работе рассматриваются четырехмоторные летательные аппараты с вертикальным вектором тяги или квадрокоптеры. В настоящее время данный вид беспилотных летательных аппаратов применяются во многих сферах жизнедеятельности человека, в частности: в геодезии при построении карт высот местности [7], в полиции для фиксации нарушений и отслеживания преступников. Так как квадрокоптеры являются достаточно неустойчивыми объектами управления [8], то основной проблемой, возникающей при создании групповой стратегии управления, является осуществление устойчивого передвижения группы роботов в заданную точку пространства. Данная задача является многомерной, так как включается в себя множество поведений мобильных роботов, а если учесть, что квадрокоптер является нелинейным объектом управления [8], то общая модель поведения группы роботов дополняется нелинейными составляющими динамики как самих МРГ, так и функциональных отношений между ними.

В настоящее время в связи с необходимостью решения многомерных нелинейных задач формируется новая интегральная наука – синергетика. Данная наука изучает процессы самоорганизации и охватывает современные знания о косной и живой природе, экономические и в особенности технические науки. Базируясь на новых знаниях о природе происходящих процессов в сложных нелинейных системах, была сформирована новая прикладная синергетическая теория управления [9–11], основанная на принципе направленной самоорганизации. В рамках данной теории был разработан метод аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [9], позволяющий синтезировать законы управления для расширенных математических моделей объектов управления без линеаризации или других упрощений. В данном методе цели задачи управления выступают в виде инвариантных многообразий, а учет нелинейной динамики системы достигается путем применения асимптотического перехода от одного инвариантного многообразия к другому с последовательным понижением размерности многообразий. При таком подходе к задаче управления нет необходимости строгого соответствия параметров реального объекта параметрам заложенной в регулятор модели, нужно лишь обеспечить попадание замкнутой системы в область притяжения инвариантных многообразий, на которых, в свою очередь, поддерживается желаемое конечное состояние объекта управления. Поэтому для реализации группового управления мобильными роботами в данной работе предлагается использовать принципы и методы синергетической теории управления [9–14].

Математическая модель группы квадрокоптеров. Для определения математической модели группы квадрокоптеров необходимо определить динамику поведения одного МРГ. Квадрокоптер (рис. 1) является разновидностью летательного аппарата с вертикальным вектором тяги [15, 16], приводящимся в движение четырьмя роторами со скоростью вращения $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$, закреплённых в центре масс робота M на двух пересекающихся крест-накрест металлических балках, вращающихся диагонально в противоположных направлениях (рис. 2).



Рис. 1. Внешний вид квадрокоптера

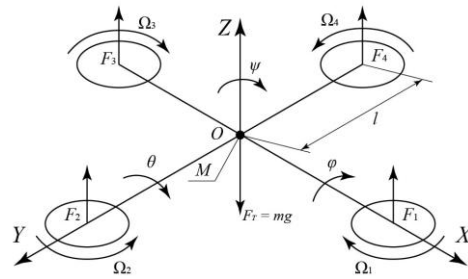


Рис. 2. Схема перемещения квадрокоптера в пространстве

Для синтеза стратегий управления верхнего уровня необходимо построить математическую модель квадрокоптера, рассматриваемого как твердое тело. Движение квадрокоптера можно считать суммой поступательного движения центра масс и сферического движения тела относительно центра масс [15, 16]. Предположим, что квадрокоптеры, входящие в состав группы, имеют одинаковую конструкции и массоинерционные характеристики, при этом центр масс каждого робота находится на пересечении балок, на которых закреплены винты. Режим движения группы квадрокоптеров будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}^k &= V_x^k; & \dot{y}^k &= V_y^k; & \dot{z}^k &= V_z^k; \\
 \dot{V}_x^k &= (\sin \psi^k \sin \varphi^k + \cos \psi^k \sin \theta^k \cos \varphi^k) U_1^k / m; \\
 \dot{V}_y^k &= (-\cos \psi^k \sin \varphi^k + \sin \psi^k \sin \theta^k \cos \varphi^k) U_1^k / m; \\
 \dot{V}_z^k &= \frac{U_1^k}{m} \cos \theta^k \cos \varphi^k - g; \\
 \dot{\theta}^k &= \omega_\theta^k; & \dot{\varphi}^k &= \omega_\varphi^k; & \dot{\psi}^k &= \omega_\psi^k; \\
 \dot{\omega}_\varphi^k &= \frac{(I_{yy} - I_{zz}) \omega_\theta^k \omega_\psi^k - J_{TP} \omega_\theta^k \Omega^k + U_2^k}{I_{xx}}; \\
 \dot{\omega}_\theta^k &= \frac{(I_{zz} - I_{xx}) \omega_\varphi^k \omega_\psi^k + J_{TP} \omega_\varphi^k \Omega^k + U_3^k}{I_{yy}}; \\
 \dot{\omega}_\psi^k &= \frac{(I_{xx} - I_{yy}) \omega_\varphi^k \omega_\theta^k + U_4^k}{I_{zz}},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где x^k, y^k, z^k – координаты центра масс k -го квадрокоптера группы; V_x^k, V_y^k, V_z^k – проекции вектора линейной скорости k -го робота; $\theta^k, \varphi^k, \psi^k$ – угол тангажа, угол крена и угол рыскания k -го робота соответственно; ω_θ^k – угловая скорость тангажа k -го робота; ω_φ^k – угловая скорость крена k -го робота; ω_ψ^k – угловая скорость рыскания k -го робота; $U_1^k, U_2^k, U_3^k, U_4^k$ – каналы управления k -ым МРГ; Ω^k – общая скорость четырех винтов k -го робота; m – масса квадрокоптера; I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} – моменты инерции вокруг оси X, Y и Z соответственно; J_{TP} – общий вращательный момент инерции вокруг оси винта. Уравнения связи каналов управления $U_1^k, U_2^k, U_3^k, U_4^k$ со скоростями вращения винтов $\Omega_1^k, \Omega_2^k, \Omega_3^k, \Omega_4^k$ имеют вид:

$$\begin{aligned}\Omega_1^k &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1^k - \frac{1}{2bl}U_3^k - \frac{1}{4d}U_4^k}; \\ \Omega_2^k &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1^k - \frac{1}{2bl}U_2^k + \frac{1}{4d}U_4^k}; \\ \Omega_3^k &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1^k + \frac{1}{2bl}U_3^k - \frac{1}{4d}U_4^k}; \\ \Omega_4^k &= \sqrt{\frac{1}{4b}U_1^k + \frac{1}{2bl}U_2^k + \frac{1}{4d}U_4^k}; \\ \Omega^k &= -\Omega_1^k + \Omega_2^k - \Omega_3^k + \Omega_4^k,\end{aligned}$$

где l – расстояние между центром квадрокоптера и центром пропеллера, b и d – аэродинамические составляющие тяги и коэффициента сопротивления соответственно.

В качестве основной задачи управления выберем асимптотически устойчивое передвижение группы квадрокоптеров в заданную позицию с удержанием заданного угла рыскания. Синтезированные стратегии управления являются задающими воздействиями для подсистем управления микродвигателями квадрокоптеров [15, 16]. Однако в рамках данной статьи синтез локальных законов управления подсистемами исполнительных механизмов квадрокоптера не рассматривается.

Управление группой квадрокоптеров является не тривиальной задачей, требующей, при использовании классических методов теории управления, применения процедуры линеаризации нелинейных составляющих, что неизбежно приводит к проблемам устойчивости всей системы. Поэтому для синтеза законов группового управления в данной работе предлагается использовать методы и подходы синергетической теории управления (СТУ).

Процедура синтеза. В СТУ совокупность критериев управления системы принято выражать в виде соответствующей системы инвариантов, которые выступают в роли цели управления, на них обеспечивается выполнение заданной технологической задачи, а процедура синергетического синтеза сводится к поиску законов управления, при которых эти заданные инварианты выполняются. Следуя централизованному подходу группового управления [6], в качестве первых инвариантов системы необходимо выбрать перемещение центра масс первого ($k = 1$) или ведущего МРГ в точку с заданными координатами x^* , y^* , z^* , а также задать удержание угла ориентации ψ^1 в заданном направлении ψ^* . Таким образом, подмножество целей для ведущего МРГ будет иметь вид:

$$\Sigma_1^1 = \{x^1 = x^*, \quad y^1 = y^*, \quad z^1 = z^*, \quad \psi^1 = \psi^*\}. \quad (2)$$

В свою очередь ведомые МРГ ($k = 2, 3, \dots, n$, где n – количество МРГ) должны выполнять задачу следящей системы, поэтому подмножества целей управления ведомых МРГ будут иметь следующий вид:

$$\Sigma_1^k = \{x^k = x^1 + \Delta_x^k, \quad y^k = y^1 + \Delta_y^k, \quad z^k = z^1 + \Delta_z^k, \quad \psi^k = \psi^1 + \Delta_\psi^k\}, \quad (3)$$

где $\Delta_x^k, \Delta_y^k, \Delta_z^k, \Delta_\psi^k$ – коэффициенты смещения ведомых МРГ относительно ведущего, k – номер ведомого МРГ.

Для осуществления синтеза методом АКАР [9] выразим определенные подмножества целей управления ведущего МРГ (2) через совокупности макропеременных:

$$\begin{aligned}
\Psi_1^1 &= V_x^1 - V_{x_{\max}}^1 \tanh(x^* - x^1); \\
\Psi_2^1 &= V_y^1 - V_{y_{\max}}^1 \tanh(y^* - y^1); \\
\Psi_3^1 &= V_z^1 - V_{z_{\max}}^1 \tanh(z^* - z^1); \\
\Psi_4^1 &= \omega_\theta^1 - k_1^1 (\theta_1^* - \theta^1); \\
\Psi_5^1 &= \omega_\varphi^1 - k_2^1 (\varphi_1^* - \varphi^1); \\
\Psi_6^1 &= \omega_\psi^1 - k_3^1 (\psi^* - \psi^1),
\end{aligned} \tag{4}$$

где $V_{\max}^1 = [V_{x_{\max}}^1, V_{y_{\max}}^1, V_{z_{\max}}^1]$ – вектор максимально допустимой скорости движения ведущего МРГ, k_1^1, k_2^1, k_3^1 – положительные константы, θ_1^* и φ_1^* – желаемые значения углов тангажа и крена платформы ведущего квадрокоптера. При задании совокупности макропеременных (4) был применен иерархический подход [13, 14] к построению синергических законов управления. Согласно данному подходу исходная задача разбивается на несколько иерархически связанных подзадач, в данном случае на задачу перемещения робота в пространстве и задачу стабилизации углов поворота платформы, от которой зависит выполнение первой. Система макропеременных (4) при этом должна удовлетворять решению $\Psi_i^1 = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) системы функциональных уравнений:

$$\dot{\Psi}_i^1 + \lambda_i^1 \Psi_i^1 = 0, \text{ при } i = \overline{1, 6}, \tag{5}$$

где $\lambda_i^1, i = \overline{1, 6}$ – положительные константы.

Из первых трех уравнений системы (5) определяется «внешний» закон управления ведущего МРГ U_1^1 и углы θ^1 и φ^1 , которые выступают в качестве целей для системы стабилизации платформы ведущего квадрокоптера $\Psi_4^1 = 0$ и $\Psi_5^1 = 0$:

$$\begin{aligned}
\theta^1 &= \theta_1^*; \\
\varphi^1 &= \varphi_1^*.
\end{aligned} \tag{6}$$

Из оставшихся уравнений системы (5) с учетом уравнений связи (6) и заданных макропеременных Ψ_4^1, Ψ_5^1 и Ψ_6^1 определяются «внешние» законы управления U_2^1, U_3^1, U_4^1 , отвечающие за повороты платформы ведущего МРГ при передвижении к заданной точке.

Далее, для осуществления слежения за ведущим МРГ, выразим подмножество целей управления ведомых МРГ (3) через следующие совокупности макропеременных:

$$\begin{aligned}
\Psi_1^k &= V_x^k - V_x^1 - V_{x_{\max}}^k \tanh(x^1 + \Delta_x^k - x^k); \\
\Psi_2^k &= V_y^k - V_y^1 - V_{y_{\max}}^k \tanh(y^1 + \Delta_y^k - y^k); \\
\Psi_3^k &= V_z^k - V_z^1 - V_{z_{\max}}^k \tanh(z^1 + \Delta_z^k - z^k); \\
\Psi_4^k &= \omega_\theta^k - k_1^k (\theta_k^* - \theta^k); \\
\Psi_5^k &= \omega_\varphi^k - k_2^k (\varphi_k^* - \varphi^k); \\
\Psi_6^k &= \omega_\psi^k - \omega_\psi^1 - k_3^k (\psi^1 + \Delta_\psi^k - \psi^k),
\end{aligned} \tag{7}$$

где $V_{\max}^k = [V_{x_{\max}}^k, V_{y_{\max}}^k, V_{z_{\max}}^k]$ – вектор максимально допустимой скорости движения ведомых МРГ, k_1^k, k_2^k, k_3^k – положительные константы, θ_k^* и φ_k^* – желаемые значения углов порота платформы k -го ведомого квадрокоптера. Согласно СТУ система макропеременных (7) должны удовлетворять решению $\Psi_i^k = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) системы функциональных уравнений:

$$\dot{\Psi}_i^k + \lambda_i^k \Psi_i^k = 0, \text{ при } i = \overline{1,6}. \quad (8)$$

Решением системы функциональных уравнений (12) с учетом уравнений связи

$$\theta^k = \theta_k^*;$$

$$\varphi^k = \varphi_k^*,$$

являются «внешние» законы управления ведомых МРГ $U_1^k, U_2^k, U_3^k, U_4^k$, которые обеспечивают перевод изображающей точки замкнутой системы в окрестность пересечения многообразий $\Psi_i^k = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$), в результате которого происходит динамическая декомпозиция исходной системы (1). В итоге поведение группы мобильных роботов на пересечении инвариантных многообразий $\Psi_i^1 = 0$ и $\Psi_i^k = 0$ ($i = 1, 2, \dots, 6$) будет описываться следующей системой:

$$\begin{aligned} \dot{x}^1 &= V_{x_{\min}}^1 \tanh(x^* - x^1); & \dot{x}^k &= V_x^1 + V_{x_{\min}}^k \tanh(x^1 + \Delta_x^k - x^k); \\ \dot{y}^1 &= V_{y_{\min}}^1 \tanh(y^* - y^1); & \dot{y}^k &= V_y^1 + V_{y_{\min}}^k \tanh(y^1 + \Delta_y^k - y^k); \\ \dot{z}^1 &= V_{z_{\min}}^1 \tanh(z^* - z^1); & \dot{z}^k &= V_z^1 + V_{z_{\min}}^k \tanh(z^1 + \Delta_z^k - z^k); \\ \dot{\theta}^1 &= k_1^1(\theta_1^* - \theta^1); & \dot{\theta}^k &= k_1^k(\theta_k^* - \theta^k); \\ \dot{\varphi}^1 &= k_2^1(\varphi_1^* - \varphi^1); & \dot{\varphi}^k &= k_2^k(\varphi_k^* - \varphi^k); \\ \dot{\psi}^1 &= k_3^1(\psi^* - \psi^1); & \dot{\psi}^k &= \omega_\psi^1 + k_3^k(\psi^1 + \Delta_\psi^k - \psi^k). \end{aligned} \quad (9)$$

Для того чтобы замкнутая система (9) была асимптотически устойчива, необходимо чтобы $k_1^1 > 0, k_2^1 > 0, k_3^1 > 0, k_1^k > 0, k_2^k > 0, k_3^k > 0$ и проекции вектора максимально допустимой скорости движения для ведущего и ведомых МРГ вычислялись следующим образом:

$$\begin{aligned} X_1 &= x^* - x^1; & X_k &= x^1 + \Delta_x^k - x^k; \\ Y_1 &= y^* - y^1; & Y_k &= y^1 + \Delta_y^k - y^k; \\ Z_1 &= z^* - z^1; & Z_k &= z^1 + \Delta_z^k - z^k; \\ n_1 &= \sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2}; & n_k &= \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2}; \\ V_{x_{\min}}^1 &= \frac{\text{sign}(X_1)X_1V_0^1}{n_1}; & V_{x_{\min}}^k &= \frac{\text{sign}(X_k)X_kV_0^k}{n_k}; \\ V_{y_{\min}}^1 &= \frac{\text{sign}(Y_1)Y_1V_0^1}{n_1}; & V_{y_{\min}}^k &= \frac{\text{sign}(Y_k)Y_kV_0^k}{n_k}; \\ V_{z_{\min}}^1 &= \frac{\text{sign}(Z_1)Z_1V_0^1}{n_1}; & V_{z_{\min}}^k &= \frac{\text{sign}(Z_k)Z_kV_0^k}{n_k}, \end{aligned} \quad (10)$$

где V_0^1 и V_0^k – желаемая скорость перемещения ведущего и ведомого МРГ соответственно.

Таким образом, с учетом математической модели мобильного робота (1) и «внешних» управлений ведущего МРГ $U_1^1, U_2^1, U_3^1, U_4^1$ и ведомых МРГ $U_1^k, U_2^k, U_3^k, U_4^k$, можно получить стратегии группового управления реализующие централизованное поведение, слаженное движение ведомых МРГ относительно главного ведущего МРГ, перемещающегося в заданную точку рабочего пространства.

Компьютерное моделирование. Проведем компьютерное исследование синтезированной замкнутой системы группового управления квадрокоптерами. Предположим, что задачу группового построения в пространстве выполняют один ведущий и два ведомых ($k = 3$) квадрокоптера. В качестве общих параметров квадрокоптеров возьмем значения, представленные в табл. 1.

Примем в качестве внутренних параметров регулятора ведущего МРГ значения, представленные в табл. 2. Ограничим скорость перемещения ведущего МРГ порогом в $V_0^1 = 3$ м/с. Зададим целевые координаты ведущего МРГ следующим образом: $x^* = 150$ м, $y^* = 0$ м, $z^* = 100$ м и угол рыскания $\psi^* = 0$ рад.

Таблица 1

Параметры квадрокоптеров группы

Параметр	Обозначение	Ед. изм.	Значение
Масса квадрокоптера	m	кг	0,5
Расстояние между центром масс МР и центром пропеллера	l	м	0,3
Аэродинамическая составляющая тяги каждого ротора МР	b	Нс ²	$12,5 \times 10^{-6}$
Аэродинамическая составляющая сопротивления среды	d	Нмс ²	$0,27 \times 10^{-6}$
Момент инерции вокруг оси X	I_{xx}	Нмс ²	0,05
Момент инерции вокруг оси Y	I_{yy}	Нмс ²	0,05
Момент инерции вокруг оси Z	I_{zz}	Нмс ²	0,05
Общий вращательный момент инерции вокруг оси каждого винта	J_{TP}	Нмс ²	0,002

Таблица 2

Параметры регулятора ведущего МРГ

Параметр	Обозн.	Знач.
Параметр 1-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_1^1	2
Параметр 2-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_2^1	2
Параметр 3-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_3^1	2
Параметр 4-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_4^1	20
Параметр 5-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_5^1	20
Параметр 6-го функционального уравнения ведущего МРГ (5)	λ_6^1	20
Параметр макропеременной $\Psi_4^1(4)$	k_1^1	35
Параметр макропеременной $\Psi_5^1(4)$	k_2^1	35
Параметр макропеременной $\Psi_6^1(4)$	k_3^1	35

Примем в качестве внутренних параметров регуляторов ведомых МРГ значения, представленные в табл. 3. Ограничим скорость перемещения ведомых МРГ порогом в $V_0^k = 8$ м/с.

Таблица 3

Параметры регуляторов ведомых МРГ

Параметр	Обозн.	Знач.
Параметр 1-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_1^k	2
Параметр 2-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_2^k	2
Параметр 3-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_3^k	2
Параметр 4-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_4^k	20
Параметр 5-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_5^k	20
Параметр 6-го функционального уравнения ведомых МРГ (8)	λ_6^k	20
Параметр макропеременной $\Psi_4^k(7)$	k_1^k	35
Параметр макропеременной $\Psi_5^k(7)$	k_2^k	35
Параметр макропеременной $\Psi_6^k(7)$	k_3^k	35

Примем в качестве параметров смещения ведомых МРГ относительно ведущего значения, представленные в табл. 4.

Таблица 4

Параметры смещения ведомых МРГ относительно ведущего

Параметр	Обозначение	Значение
Смещение 1-го ведомого МРГ по оси X	Δ_x^2	-20
Смещение 1-го ведомого МРГ по оси Y	Δ_y^2	20
Смещение 1-го ведомого МРГ по оси Z	Δ_z^2	0
Смещение 1-го ведомого МРГ по углу рыскания	Δ_ψ^2	0,3
Смещение 2-го ведомого МРГ по оси X	Δ_x^3	-20
Смещение 2-го ведомого МРГ по оси Y	Δ_y^3	-20
Смещение 2-го ведомого МРГ по оси Z	Δ_z^3	0
Смещение 2-го ведомого МРГ по углу рыскания	Δ_ψ^3	-0,3

Примем в качестве начальных условий ведущего и ведомых МРГ нулевые значения проекций вектора линейной ($V_x^k(0) = V_y^k(0) = V_z^k(0) = 0$) и угловой скоростей ($\omega_\theta^k(0) = \omega_\phi^k(0) = \omega_\psi^k(0) = 0$) квадрокоптера, а также нулевые значения углов тангажа, крена и рыскания ($\theta^k(0) = \phi^k(0) = \psi^k(0) = 0$). В качестве начального расположения квадрокоптеров в рабочем пространстве примем следующие значения:

$$\begin{aligned} x^1(0) &= 0, & y^1(0) &= 0, & z^1(0) &= 0; \\ x^2(0) &= -100, & y^2(0) &= 100, & z^2(0) &= 0; \\ x^3(0) &= -30, & y^3(0) &= -100, & z^3(0) &= 0. \end{aligned}$$

На рис. 3–9 представлены переходные процессы изменения координат полученной замкнутой системы. Обозначения на рисунках: 1 – ведущий МРГ; 2, 3 – ведомые МРГ.

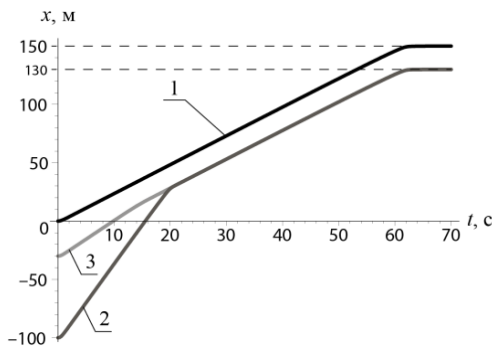


Рис. 3. Изменение проекции вектора перемещения роботов группы на ось X

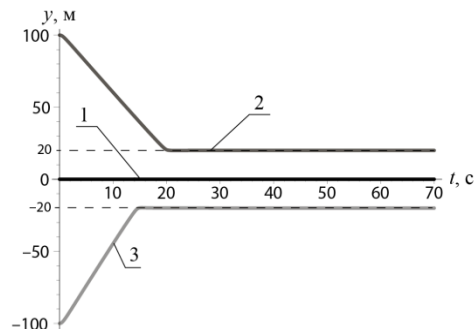


Рис. 4. Изменение проекции вектора перемещения роботов группы на ось Y

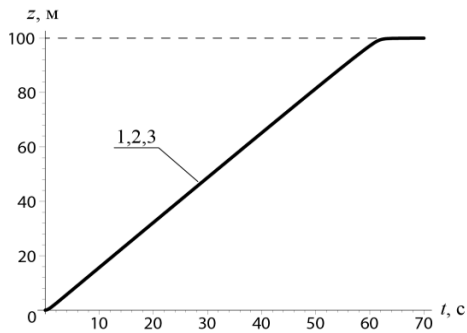


Рис. 5. Изменение проекции вектора перемещения роботов группы на ось Z

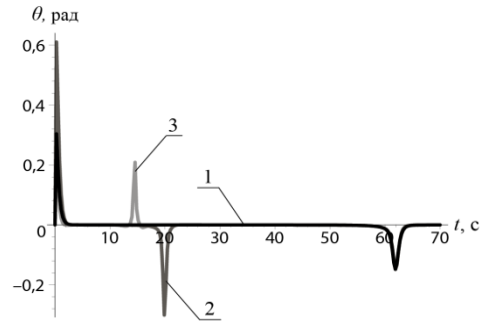


Рис. 6. Изменение угла тангажа роботов группы

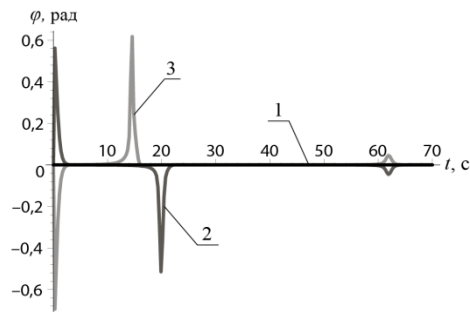


Рис. 7. Изменение угла крена роботов группы

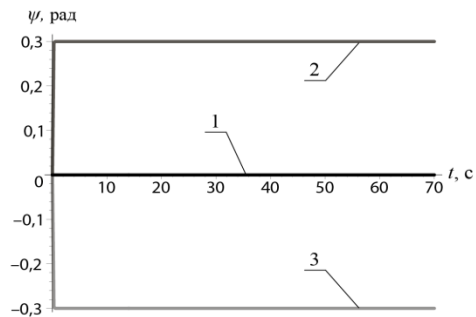


Рис. 8. Изменение угла рыскания роботов группы

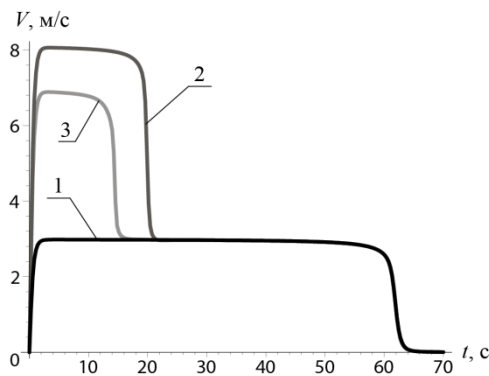


Рис. 9. Изменение вектора линейной скорости полета мобильных роботов группы

Представленные результаты моделирования подтверждают, что в синтезированной замкнутой системе управления группой роботов (4)–(10), с учетом (1) обеспечивается выполнение введенной системы инвариантов: передвижение ведущего МРГ к заданной точке в трехмерном пространстве (рис. 3–5), выдерживание ведомыми МРГ заданного смещения относительно ведущего МРГ (рис. 4, 5), а также выполнения всеми МРГ ограничения по максимальной скорости перемещения (рис. 9).

Заключение. Таким образом, в статье представлен важный научный результат – разработана процедура аналитического синтеза стратегии группового управления мобильными роботами с использованием полных нелинейных моделей движения. Указанная стратегия управления обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутых систем, и четкое исполнение заданных инвариантов. Использование нелинейных составляющих при синтезе законов группового управления позволяет точно выдерживать требуемое смещение ведомых квадрокоптеров относительно положения ведущего. Вариация смещений ведомых МРГ позволяет формировать различные типы строя группы роботов. В рамках данной работы предложены базовые законы управления механическими подсистемами мобильных роботов группы. Для построения полной системы управления в дальнейшем предполагается включение в модель системы динамики исполнительных приводов, а также динамики связей между роботами группы для повышения энергоэффективности и общей устойчивости системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Avanzini P., Royer E., Thuilot B., and Durutin J.-P.* Using monocular visual SLAM to manually convoy a fleet of automatic urban vehicles // in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation. – Karlsruhe, Germany, 2013. – P. 3219-3224.
2. *Petrov P.* A mathematical model for control of an autonomous vehicle convoy // Trans. syst. Control. – 2008. – Vol. 3, no. 9. – P. 835-848.
3. *Antonelli G., Arrichiello F., Caccavale F. and Marino A.* Decentralized centroid and formation control for multi-robot systems // in IEEE Int. Conf. Robotics Automation, Karlsruhe, Germany, 2013. – P. 3511-3516.
4. *Kitts C.A. and I. Mas.* Cluster space specification and control of mobile multirobot systems // IEEE/ASME Trans. Mechatronics. – 2009. – Vol. 14, no. 2, Apr. – P. 207-218.
5. *Liu T. and Jiang Z.* Distributed formation control of nonholonomic mobile robots without global position measurements // Automatica. – 2013. – Vol. 49, no. 2. – P. 592-600.
6. *Mariottini G. et al.* Vision-based localization for leader-follower formation control // IEEE Trans. Robot. – Dec. 2009. – Vol. 25, no. 6. – P. 1431-1438.
7. *Agnew, M.S., Dal Canto, P., Kitts, C.A., Li, S.,* Cluster space control of aerial robots // Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on, 2010. – P. 1305-1310.
8. *Tommaso Bresciani.* Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter. – Lund: Master thesis, 2008. – 170 p.
9. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
10. *Колесников А.А.* Синергетическая теория управления: концепции, методы, тенденции развития // Известия ТРТУ. – 2001. – № 5 (23). – С. 7-27.
11. *Колесников А.А.* Синергетическая концепция системного синтеза: единство процессов самоорганизации и управления // Известия ТРТУ. – 2006. – № 6 (61). – С. 10-38.
12. *Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Мушенко А.С. и др.* Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы. – М.: КомКнига, 2006. – 304 с.
13. *Веселов Г.Е.* Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления // Известия ТРТУ. – 2006. – № 6 (61). – С. 73-84.
14. *Веселов Г.Е.* Проблема синтеза иерархических стратегий группового управления робототехническими системами // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2011. – № 6 (119). – С. 41-49.
15. *Веселов Г.Е., Скляр А.А., Скляр С.А.* Синергетический подход к управлению беспилотным летательным аппаратом // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 5 (142). – С. 65-70.
16. *Веселов Г.Е., Скляр А.А., Скляр С.А.* Синергетическая стратегия обхода недетерминированных препятствий беспилотным летательным аппаратом // Материалы Всероссийской научной конференции «Вузовская наука Северо-Кавказскому федеральному округу». – Пятигорск: Изд-во ФГАОУ ВПО «СФУ» (филиал) в г. Пятигорске, 2013. – Т. 2. – С. 64-73.

REFERENCES

1. *Avanzini P., Royer E., Thuilot B., and Durutin J.-P.* Using monocular visual SLAM to manually convoy a fleet of automatic urban vehicles, in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation*. Karlsruhe, Germany, 2013, pp. 3219-3224.
2. *Petrov P.* A mathematical model for control of an autonomous vehicle convoy, *Trans. syst. Control*, 2008, Vol. 3, No. 9, pp. 835-848.
3. *Antonelli G., Arrichiello F., Caccavale F. and Marino A.* Decentralized centroid and formation control for multi-robot systems, in *IEEE Int. Conf. Robotics Automation, Karlsruhe, Germany*, 2013, pp. 3511-3516.
4. *Kitts C.A. and I. Mas.* Cluster space specification and control of mobile multirobot systems, *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, 2009, Vol. 14, No. 2, Apr., pp. 207-218.
5. *Liu T. and Jiang Z.* Distributed formation control of nonholonomic mobile robots without global position measurements, *Automatica*, 2013, Vol. 49, No. 2, pp. 592-600.
6. *Mariottini G. et al.* Vision-based localization for leader-follower formation control, *IEEE Trans. Robot*, Dec. 2009, Vol. 25, No. 6, pp. 1431-1438.
7. *Agnew, M.S., Dal Canto, P., Kitts, C.A., Li, S.,* Cluster space control of aerial robots, *Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2010 IEEE/ASME International Conference on*, 2010, pp. 1305-1310.
8. *Tommaso Bresciani.* Modeling, identification and control of a quadrotor helicopter. Lund: Master thesis, 2008, 170 p.
9. *Kolesnikov A.A.* Синергетическая теория управления [Synergetic control theory]. Moscow: Energoatomizdat, 1994, 344 p.
10. *Kolesnikov A.A.* Синергетическая теория управления: концепции, методы, тенденции развития [Synergetic control theory: concepts, methods, trends], *Izvestiya TRTU [Izvestiya TSURE]*, 2001. No. 5 (23), pp. 7-27.
11. *Kolesnikov A.A.* Синергетическая концепция системного синтеза: единство процессов самоорганизации и управления [Synergetic concept of system synthesis: the unity of the processes of self-organization and management], *Izvestiya TRTU [Izvestiya TSURE]*, 2006, No. 6 (61), pp. 10-38.
12. *Kolesnikov A.A., Veselov G.E., Popov A.N., Mushenko A.S. i dr.* Синергетические методы управления сложными системами: механические и электромеханические системы [Synergetic methods of control of complex systems: mechanical and Electromechanical systems]. Moscow: KomKniga, 2006, 304 p.
13. *Veselov G.E.* Синергетический подход к синтезу иерархических систем управления [A synergistic approach to the synthesis of hierarchical control systems], *Izvestiya TRTU [Izvestiya TSURE]*, 2006, No. 6 (61), pp. 73-84.
14. *Veselov G.E.* Проблема синтеза иерархических стратегий группового управления робототехническими системами [The problem of synthesis of hierarchical strategies group control of robotic systems], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences]*, 2011, No. 6 (119), pp. 41-49.
15. *Veselov G.E., Sklyarov A.A., Sklyarov S.A.* Синергетический подход к управлению беспилотным летательным аппаратом [Синергетический подход к управлению беспилотным летательным аппаратом], *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki [Izvestiya SFedU. Engineering Sciences]*, 2013, No 5 (142), pp. 65-70.
16. *Veselov G.E., Sklyarov A.A., Sklyarov S.A.* Синергетическая стратегия обхода недетерминированных препятствий беспилотным летательным аппаратом [Synergistic strategy crawl nondeterministic obstacles unmanned aerial vehicle], *Materialy vsrossiyskoy nauchnoy konferentsii «Vuzovskaya nauka Severo-Kavkazskomu federal'nomu okrugu» [Materials of all-Russian scientific conference "science of the North-Caucasian Federal district"]*. Pyatigorsk: Izd-vo FGAOU VPO «SFU» (filial) v g. Pyatigorske, 2013. – Vol. 2, pp. 64-73.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор И.М. Першин.

Скляр Сергей Анатольевич – Южный федеральный университет; e-mail: predator86@mail.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2, к. 403; тел.: +79034026114; кафедра СиПУ; зав. лаб.

Sklyarov Sergey Anatolevich – Southern Federal University; e-mail: predator86@mail.ru; 2, Chehov street, ap. 403, Taganrog, 347900, Russia; phone: +79034026114; head of laboratory of SCP department.