

УДК 681.5013

А.В. Семенов, А.Р. Гайдук, А.В. Семенова, Ю.А. Гелозе

**ПРОЦЕДУРА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ
УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ***

Интенсивное развитие систем автоматизированного проектирования (САПР) цифровых управляющих систем позволяет создавать сложные цифровые устройства управления. Рациональное использование таких САПР возможно лишь на основе эффективных аналитических методов, позволяющих алгоритмически реализовать процедуры автоматизированного синтеза. В работе рассматривается метод аналитического синтеза двумерных цифровых устройств управления по заданным показателям качества цифровых управляющих систем. Заданными являются следующие показатели качества: порядок астатизма по задающему и возмущающему воздействиям, допустимое время переходного процесса и перерегулирование. Рассмотрена процедура автоматизированного синтеза, программно реализующая этот метод в среде Matlab. Разработанная программа прошла государственную регистрацию. Использование реализованной процедуры автоматизированного синтеза позволяет: повысить качество и производительность труда инженеров-разработчиков на этапе эскизно-технического проектирования дискретных управляющих систем; ускорить и автоматизировать процесс научных исследований цифровых управляющих систем при различном сочетании требуемых показателей качества.

Аналитический синтез; порядок астатизма; цифровой; управляющая система; устройство управления.

A.V. Semenov, A.R. Gaiduk, A.V. Semenova, Y.A. Gelozhe

**ALGORITHM OF AUTOMATIZED SYNTHESIS OF DIGITAL CONTROL
SYSTEMS**

Intensive development of computer-aided design (CAD) of digital control systems lets to develop sophisticated digital controls. Rational use of CAD systems is possible only on the basis of effective analytical techniques that allow to implement algorithm of automated synthesis. Method of analytical synthesis of two-dimensional digital control units by the given quality indexes of digital control systems is considered. The following quality indexes are specified: orders of astaticism by reference and disturbing signal, allowable time interval of transient process and over control. Algorithm of automatized synthesis intended for implementation of this method in Matlab is studied. The developed program was state registered. Using of implemented procedure of automated synthesis allows to: improve the quality and productivity of the design engineers at the stage of conceptual and technical design of discrete control systems; streamline and automate the process of research of digital control systems with different combinations of required quality.

Synthesis through analysis; order of astaticism; digital; control system; control unit.

Введение. В настоящее время основная доля управляющих систем, используемых в различных отраслях промышленности, является цифровыми, что позволяет создавать цифровые устройства управления (ЦУУ) с достаточно сложными законами управления. В свою очередь сложность законов управления обусловлена высокими требованиями к качеству функционирования цифровых управляющих систем (ЦУС). Современные реалии темпов проектирования этих систем таковы, что требуется проектировать ЦУС в короткие сроки при высоких технических требованиях. В таком случае неоспоримым преимуществом обладают аналитические

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-08-00249).

методы, позволяющие алгоритмически реализовать процедуры автоматизированного синтеза. В данной работе рассматривается метод аналитического синтеза двумерных ЦУУ по заданным показателям качества ЦУС и процедура, программно реализующая этот метод в среде Matlab.

Постановка задачи синтеза. При синтезе ЦУС обычно задаются следующими показателями качества, введенных профессором В.В. Солодовниковым: требуемые порядки астатизма по задающему v_g^* и по возмущающему v_f^* воздействиям, допустимое время переходного процесса t_p^* и перерегулирование σ_g^* . Задача синтеза ЦУС по заданным показателям качества делится на два этапа, предложенных ещё академиком В.С. Кулебакиным. Первый этап – выбор желаемой передаточной функции (ПФ) системы, удовлетворяющей поставленным требованиям к качеству управления. Второй этап – определение параметров ЦУУ по условиям равенства желаемой и реальной ПФ замкнутой системы с учетом уравнений заданного дискретного объекта управления (ДОУ). При таком подходе синтезируемая система имеет частично заданную структуру: известен ДОУ, неизвестно ЦУУ.

Первый этап решения задачи синтеза. Пусть ПФ ЦУС по задающему воздействию $W_{yg}(z)$ имеет следующий вид:

$$W_{yg}(z) = \frac{\eta_0 + \eta_1 z + \eta_2 z^2 + \dots + \eta_{m-1} z^{m-1} + \eta_m z^m}{\delta_0 + \delta_1 z + \delta_2 z^2 + \dots + \delta_{n-1} z^{n-1} + \delta_n z^n}. \quad (1)$$

В этом выражении по условиям физической реализуемости ЦУС с учетом задержек в ЦУУ должно выполняться неравенство $m < n$.

Для обеспечения желаемого астатизма системы с ПФ по задающему воздействию вида (1) используется следующая теорема об астатизме ЦУС.

Теорема 1 [1]. ЦУС с ПФ по задающему воздействию вида (1) имеет астатизм V_g^* -го порядка по отношению к этому воздействию, если коэффициенты ее ПФ удовлетворяют следующим условиям:

$$\sum_{i=v-1}^m \binom{i}{v-1} \eta_i = \sum_{i=v-1}^n \binom{i}{v-1} \delta_i, \quad v = \overline{1, v_g^*}; \quad \sum_{i=v_g^*}^m \binom{i}{v_g^*} \eta_i \neq \sum_{i=v_g^*}^n \binom{i}{v_g^*} \delta_i, \quad (2)$$

где $\binom{i}{k}$ – биномиальные коэффициенты, определяемые формулой:
 $\binom{i}{k} = i! / k!(i-k)!$

Условия астатизма к возмущению аналогичны условиям (2) с тем отличием, что астатизм ЦУС по возмущению определяется только коэффициентами числителя ПФ по возмущению $W_{yf}(z)$.

В данной работе рассматривается метод построения желаемых ПФ ЦУС с заданными показателями качества, в том числе и требуемым порядком астатизма, основанный на использовании стандартных ПФ «непрерывных прототипов» и заключается в следующем [2]. По заданному порядку астатизма V_g^* и показателям качества ЦУС выбирается стандартная ПФ и рассчитывается «непрерывный прототип» – ПФ $\tilde{W}_{yg}(p)$ «непрерывной системы-прототипа». Применяя Z_T -преобразование с учетом экстраполятора нулевого порядка к ПФ $\tilde{W}_{yg}(p)$, определяется ПФ $\tilde{W}_{yg}(z)$, называемая «дискретным прототипом». В работе [2] показано,

что в процессе дискретизации ПФ сохраняется лишь первый порядок астатизма. Чтобы проектируемая ЦУС имела заданный порядок астатизма, коэффициенты ПФ $W_{yg}(z)$ (1) должны одновременно удовлетворять всем соотношениям (2). Как известно, коэффициенты знаменателя δ_i ПФ (1) определяют устойчивость, а коэффициенты числителя – время регулирования и перерегулирование ЦУС. Поэтому предлагается для достижения желаемого порядка астатизма $V_g^* > 1$ провести изменение V_g^* коэффициентов числителя «дискретного прототипа». При этом $(m - V_g^* + 1)$ коэффициентов числителя и все коэффициенты знаменателя δ_i желаемой ПФ ЦУС принимаются равными соответствующим коэффициентам «дискретного прототипа». Вычисления V_g^* неизвестных коэффициентов числителя η_k^* желаемой ПФ $W_{yg}(z)$ (1) проводятся несколькими способами [3], используемыми уравнения (2) и основанными на решении СЛАУ следующего вида:

$$\mathbf{Ch} = \mathbf{v}, \quad (3)$$

где \mathbf{C} – матрица, состоящая из биномиальных коэффициентов; \mathbf{h} – вектор-столбец неизвестных коэффициентов числителя; \mathbf{v} – вектор-столбец, элементы которого определяются линейными комбинациями коэффициентов числителя и знаменателя ПФ (1).

Второй этап решения задачи синтеза. Уравнение «вход-выход» двумерного ЦУУ с учетом запаздывания в нем на период для обеспечения относительной степени ЦУУ строго большей нуля предлагается взять в виде

$$R(z)u(z) = Q(z)z^{-1}g(z) - L(z)z^{-1}y(z), \quad (4)$$

где $R(z)$, $Q(z)$, $L(z)$ – неизвестные полиномы ЦУУ, которые должны быть найдены в результате решения задачи синтеза. Условия физической реализуемости двумерного ЦУУ (4) имеют вид: $\deg R(z) \geq \deg L(z)$, $\deg R(z) \geq \deg Q(z)$, где \deg – значение степени соответствующего полинома.

На вход ЦУУ поступают два цифровых сигнала: задающее воздействие g_k и управляемая переменная y_k . С выхода ЦУУ управление u_k поступает на ДОУ, уравнение «вход-выход» которого в z -изображениях имеет вид [4]:

$$A(z)y(z) = B(z)u(z) + F(z)f(z), \quad (5)$$

где $B(z)$, $A(z)$, $F(z)$ – известные полиномы ДОУ, для которых, в общем случае, выполняются условия $\deg A(z) \geq \deg B(z)$, $\deg A(z) \geq \deg F(z)$.

По условию задачи синтеза y_k , g_k являются измеряемыми сигналами, а возмущение f_k – не измеряемым.

Определение [5]. Дискретные ОУ являются объектами с «внутренними» нулями, если для всех его нулей передачи выполняются условия вида:

$$\left| z_i^B \right| \leq 1 - \varepsilon_\Omega, \quad i \in [1, \deg B(z)], \quad (6)$$

где z_i^B – корни полинома $B(z)$ из уравнения (5); ε_Ω – малое положительное число, выбираемое из условия $\varepsilon_\Omega \geq \eta_\Omega$, где η_Ω – желаемый запас устойчивости синтезируемой ЦУС. Здесь Ω – множество полиномов, корни которых располагаются в

области допустимого по требованиям к степени устойчивости расположения корней характеристического полинома системы. Если хотя бы для одного корня полинома $B(z)$ условие (6) не выполняется, то ДОУ (5) являются объектами с «внешними» нулями.

В зависимости от характера нулей ДОУ синтез системы необходимо выполнять несколько отличающимися методами синтеза. Причем, если ДОУ имеет «внешние» нули, то метод синтеза ЦУС сложнее.

Рассмотрим метод аналитического синтеза ЦУС с «внутренними» нулями. В этом случае полиномы $R(z)$, $Q(z)$ и $L(z)$ из уравнения ЦУУ (4) определяются путем приравнивания желаемой ПФ и ПФ по задающему воздействию ЦУС (4), (5). В результате получим уравнение

$$\frac{B(z)Q(z)}{zA(z)R(z) + B(z)L(z)} = \frac{H_0(z)B_\Omega(z)z^\mu}{H(z)B_\Omega(z)z^{\mu+w}}, \quad (7)$$

где $H(z)$ – полином знаменателя «дискретного прототипа»; $H_0(z)$ – полином, коэффициенты которого определены путем решения системы (3); $B_\Omega(z) \in \Omega$ – нормированный полином, все корни которого равны корням полинома $B(z)$ и удовлетворяют условию (6); $z^{\mu+w}$ – вспомогательный множитель, степень которого $\mu + w$ определяется по соотношениям, учитывающих выполнение условий физической реализуемости ПФ ЦУС с частично заданной структурой.

Рассмотрим метод аналитического синтеза ЦУС, имеющих хотя бы один «внешний» нуль. В этом случае уравнение относительно полиномов $R(z)$, $Q(z)$, $L(z)$ имеет вид [6]:

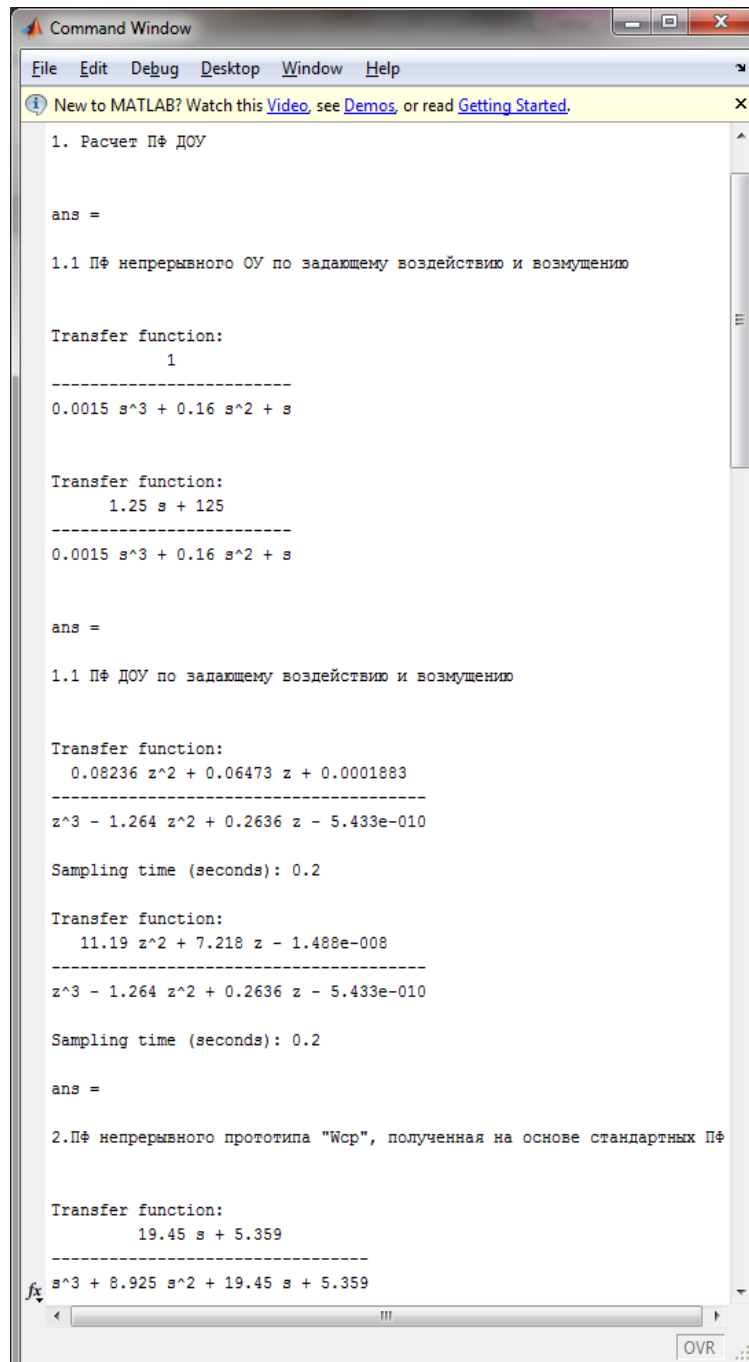
$$\frac{B(z)Q(z)}{zA(z)R(z) + B(z)L(z)} = \frac{B_\Omega(z)P(z)B_\Omega(z)z^\mu}{H(z)B_\Omega(z)z^{\mu+w}}, \quad (8)$$

где $B_\Omega(z) \notin \Omega$ – нормированный полином, все корни которого равны корням полинома $B(z)$ и не удовлетворяют условию (6); $P(z)$ – вспомогательный полином, который выбирается так, чтобы желаемая ПФ удовлетворяла условиям астатизма порядка v_g^* . Кроме того, при этом должны обеспечиваться заданные σ_g^* и t_p^* , $\deg P(z) = v_g^* - 1$. Коэффициенты полинома $P(z)$ определяются в результате решений системы вида (3). Элементы матрицы \mathbf{C} в этом случае определяются коэффициентами полинома $B_\Omega(z)$ и биномиальными коэффициентами.

Далее, из условия равенства знаменателей в (7) и (8) получается полиномиальное уравнение относительно полиномов $R(z)$ и $L(z)$, которое после ряда преобразований приводится к СЛАУ, решение которых определяет коэффициенты искомого полиномов $R(z)$ и $L(z)$. Полином $Q(z)$ ЦУУ определяется из равенства числителей в (7). На этом формальная процедура синтеза ЦУС с заданными показателями качества заканчивается.

Алгоритм работы ЦУУ (4) ищется в виде разностного уравнения, решение которого определяет управление u_k как функцию предыдущих значений задающего воздействия, управляемой переменной и управления, т.е. $u_k = U(g_{k-i}, y_{k-i}, u_{k-i}), \quad \forall k > 1, \quad i = 1, 2, \dots$, при нулевых начальных условиях [7].

Практическая реализация изложенного метода. На основе предложенных выше методов разработана программа «dcd2deg» для ЭВМ, прошедшая государственную регистрацию [8].



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
1. Расчет Пф ДОУ

ans =

1.1 Пф непрерывного ОУ по задающему воздействию и возмущению

Transfer function:
          1
-----
0.0015 s^3 + 0.16 s^2 + s

Transfer function:
      1.25 s + 125
-----
0.0015 s^3 + 0.16 s^2 + s

ans =

1.1 Пф ДОУ по задающему воздействию и возмущению

Transfer function:
  0.08236 z^2 + 0.06473 z + 0.0001883
-----
z^3 - 1.264 z^2 + 0.2636 z - 5.433e-010

Sampling time (seconds): 0.2

Transfer function:
  11.19 z^2 + 7.218 z - 1.488e-008
-----
z^3 - 1.264 z^2 + 0.2636 z - 5.433e-010

Sampling time (seconds): 0.2

ans =

2. Пф непрерывного прототипа "Wcp", полученная на основе стандартных Пф

Transfer function:
      19.45 s + 5.359
-----
s^3 + 0.925 s^2 + 19.45 s + 5.359
```

```

Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
New to MATLAB? Watch this Video, see Demos, or read Getting Started.
3. РЕЗУЛЬТАТ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ dcd2deg

ans =

3.1 Полином R(z) двумерного цифрового регулятора

Transfer function:
z^5 + 0.2347 z^4 - 2.328 z^3 - 0.04374 z^2 + 1.134 z + 0.003312
Sampling time (seconds): 0.2

ans =

3.2 Полином L(z) двумерного цифрового регулятора

Transfer function:
23.54 z^5 - 46.97 z^4 + 28.3 z^3 - 4.637 z^2 + 9.557e-009 z
Sampling time (seconds): 0.2

ans =

3.3 Полином Q(z) двумерного цифрового регулятора

Transfer function:
18.9 z^5 - 33.06 z^4 + 14.39 z^3
Sampling time (seconds): 0.2

ans =

3.4 Желаемая ПФ синтезируемой ДС

Transfer function:
0.2243 z^2 - 0.08629 z - 0.1192
-----
z^3 - 1.815 z^2 + 1.001 z - 0.1678
Sampling time (seconds): 0.2
fx
OVR

```

Рис. 1. Пример результата работы программы dcd2deg

Программа «dcd2deg» предназначена для синтеза цифровых регуляторов дискретных систем с непрерывными объектами как с левыми, так и с правыми нулями по управлению. Реализован метод аналитического синтеза дискретных систем управления по заданным показателям качества, в том числе произвольному порядку астатизма по задающему воздействию и возмущению. Входные данные: пере-

доточные функции ДОУ и «непрерывного прототипа», требуемый порядок астатизма. Выходные данные (основные): полиномы двумерного ЦУУ. Применение: автоматизированный синтез астатических ЦУС в среде Matlab. Пример результата работы программы «dcd2deg» в среде Matlab приведен на рис. 1.

Выводы. Использование реализованной процедуры автоматизированного синтеза позволяет: повысить качество и производительность труда инженеров-разработчиков на этапе эскизно-технического проектирования дискретных управляющих систем; ускорить и автоматизировать процесс научных исследований цифровых управляющих систем при различном сочетании требуемых показателей качества.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Семенов А.В., Гайдук А.Р. Биномиальные условия компенсации полиномиальных воздействий // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 4 (141). – С. 156-151.
2. Семенов А.В., Гайдук А.Р. Метод построения желаемых передаточных функций дискретных систем с высоким порядком астатизма // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 2 (139). – С. 14-20.
3. Семенов А.В. Способы расчета коэффициентов желаемых передаточных функций астатических дискретных следящих систем // Материалы Всероссийской научной конференции «Теоретические и методические проблемы эффективного функционирования радиотехнических систем – Системотехника-2013». – Таганрог, 2013. – С. 25-33.
4. Семёнов А.В., Гайдук А.Р., Геложе Ю.А. Математическая модель моментного электропривода // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 5 (94). – С. 251-257.
5. Семенов А.В. Аналитический синтез цифровых следящих систем по заданным показателям качества. Системный анализ, управление и обработка информации: Труды 4-го Международного семинара / Под общ. ред. Р.А. Нейдорфа. – Ростов-на-Дону: ДГТУ, 2013. – С. 149-155.
6. Семенов А.В., Гайдук А.Р. Синтез дискретных неминимально-фазовых следящих систем // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2012. – № 2 (127). – С. 53-59.
7. Семенов А.В., Гайдук А.Р., Геложе Ю.А. Алгоритм работы двумерного цифрового устройства управления // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 5 (142). – С. 143-149.
8. Программа синтеза цифровых регуляторов с управлением по выходу и воздействиям с учетом заданных показателей качества систем управления в среде Matlab / Семенов А.В., Гайдук А.Р., Капустян С.Г. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013617249, РФ. Зарегестр. в Реестре программ для ЭВМ 06.08.2013 г.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.В. Тютиков.

Семенов Александр Валерьевич – Южный федеральный университет; НКБ ЦОС ЮФУ; e-mail: semenov-av@rambler.ru; 347922, г. Таганрог, ул. Шевченко, 2; тел.: 88634312350; научный сотрудник.

Гайдук Анатолий Романович – Южный федеральный университет; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; 347904, г. Таганрог, ул. Слесарная, 26, кв. 2; тел.: 88634626287; кафедра систем автоматического управления; д.т.н.; профессор.

Геложе Юрий Андреевич – 347928, г. Таганрог, ГСП-17А, пер. Некрасовский, 44; кафедра радиотехнических и телекоммуникационных систем; к.т.н.; профессор.

Семенова Александра Владимировна – ООО НПКФ «ДЭЙТАМИКРО»; e-mail: alexaforum@rambler.ru; 347900, г. Таганрог, ул. Вишневая, 12; тел.: 88634310990; инженер-системотехник.

Semenov Alexander Valerevich – Southern Federal University; Digital Signal Processing Design Bureau Southern federal university; e-mail: semenov-av@rambler.ru; 2, Shevchenko street, Taganrog, 347922, Russia; phone: +78634312350; research associate.

Gaiduk Anatoly Romanovich – Southern Federal University; e-mail: gaiduk_2003@mail.ru; 26, Slesarnaya street, app. 2, Taganrog, 347904, Russia; phone: +78634626287; the department of automatic control systems; dr. of eng. sc.; professor.

Gelozhe Yuriy Andreevich – 44, Nekrasovskiy, GSP-17A, Taganrog, 347928, Russia; the department of radio Engineering and telecommunication systems; cand. of eng. sc.; professor.

Semenova Alexandra Vladimirovna – Ltd. Co. «DATAMICRO». e-mail: alexaforum@rambler.ru; 12, Vishnevaya street, Taganrog, 347900, Russia; phone: +78634310990; systems engineer.

УДК 681.3.06: 681.323 (519.6)

Я.Е. Ромм, И.И. Стаховская

ПАРАЛЛЕЛЬНО-КОНВЕЙЕРНОЕ УПОРЯДОЧЕНИЕ НЕОГРАНИЧЕННОГО МАССИВА

Представлены параллельно-конвейерные алгоритмы слияния с неограниченным массивом, которые построены на основе матриц сравнения. Многопутевое слияние по матрицам сравнения максимально параллельно и выполняется с единичной временной сложностью. Параллельная сортировка на этой основе выполняется с длительностью $\log_M N$ последовательных сравнений, где M – число путей слияния, N – длина последовательности. С применением многопутевого слияния синтезирован алгоритм параллельно-конвейерной сортировки массива неограниченной длины. Конвейер в каждом такте единичной длительности принимает на вход новый неупорядоченный массив из $M \times n$ элементов или новую часть такой же длины неограниченного входного массива. Время загрузки конвейера имеет единичную длительность, на выходе в такте той же длительности к упорядоченному массиву неограниченной длины добавляются новые $M \times n$ элементов с сохранением порядка всего выходного массива в целом. Даны оценки временной сложности, числа процессорных элементов, количества сегментов конвейера. Сегменты конвейера для неограниченного возрастания выходного массива образуют последовательность процессоров, количество которых на i -м шаге загрузки в сумме составит $\sum_{\ell=0}^i R_{\ell} = (2^{i+1} - 1)M^2 n^2$.

Параллельно-конвейерные алгоритмы; массив неограниченной длины; параллельная сортировка; многопутевое слияние; матрица сравнения; временная сложность.

Ya.E. Romm., I.I. Stakhovskaya

PARALLEL-CONVEYOR ORDERING ARRAY OF UNLIMITED LENGTH

Presented parallel-conveyor algorithms merger with unlimited array that is built on the basis of the comparison matrix. Multipath synthesized by comparison matrix maximum parallel and performed with the unit time complexity. Parallel sorting on this basis performed duration $\log_M N$ consecutive comparisons, where M – number of paths merger, N – consecution length. With the application of multipath synthesized fusion algorithm parallel-conveyor sorting an array of unlimited length. Conveyor unit in each cycle duration takes a new unlimited array $m \times n$ of items, or a new part of the same unlimited length of the input array. Time loading has unit length of conveyor, output in the same clock cycle continuation to an ordered array of unlimited length adding $m \times n$ new elements while the same order as a whole of the output array. Are given estimates for the time complexity, amount of processing elements, amount of conveyor seg-