

УДК 519.6:532.5

**И.Н. Шабас, А.Л. Чикин, Л.Г. Чикина****МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА  
МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ ПРИМЕСЕЙ В АЗОВСКОМ МОРЕ  
НА МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ\***

*Рассматриваются процессы переноса многокомпонентных веществ в водоеме. Примером таких веществ могут являться нефтяные, а также радионуклидные загрязнения природных водоемов. Наличие моделей, описывающих поведение загрязняющих примесей в природных водоемах, позволит оценить ущерб от возможных аварийных разливов, а также предсказать последствия сооружения различных гидротехнических сооружений в акватории водоемов. Расчет распространения нефтяного загрязнения в водоеме проводится с помощью модели, учитывающей следующие процессы: растекание нефтяного пятна по поверхности водоема, формирование в толще водоема эмульсии «нефть в воде», процессы испарения, приводящие к изменению плотности нефти и ее вязкости. Моделирование дрейфа пятна нефти по поверхности водоема и распределение эмульсии «нефть-вода» в его толще описываются двухмерным и трехмерным уравнениями конвекции-диффузии. Полученные в результате математического моделирования системы уравнений решаются конечно-разностными методами с использованием неявных схем. Решение численных задач проводится на высокопроизводительных вычислительных системах (ВВС) с использованием существующих пакетов распараллеленных итерационных методов. В качестве исследуемого водоема рассматривается Азовское море. Вычислительные эксперименты проводятся с изменением координат и мощности модельных разливов, силы и направления ветра над морем.*

*Математическое моделирование; конвективно-диффузионный перенос; вычислительный эксперимент; высокопроизводительные вычислительные системы.*

**I.N. Shabas, A.L. Chikin, L.G. Chikina****MATHEMATICAL MODELING OF THE PROBLEMS  
OF MULTICOMPONENT POLLUTION TRANSPORT IN THE SEA  
OF AZOV ON THE MULTIPROCESSOR COMPUTING SYSTEMS**

*The transport processes of multicomponent substances in the pond are considered. For example, there are oil and radionuclide contamination of natural waters. The models describing the behavior of contaminants in natural waters, assesses the possible damage from accidental spills and predicts the effects of different constructions of hydraulic structures in the waters of lakes. Using a model that takes into account the following processes: the spreading oil slick on the water surface, forming a thicker reservoir emulsion "oil in water", the processes of evaporation, leading to changes in oil density and viscosity, the calculation of the spread of oil pollution in the water is carried out. Drift modeling oil slick on the surface of the reservoir and the distribution of the emulsion "oil-water" in its thicker are described by two-dimensional and three-dimensional convection-diffusion equation. Using finite difference methods the systems of linear equations are solved. Using existing packages parallelized iterative methods on the high-performance computing system the solution of numerical tasks is carried out. The Sea of Azov is considered. Computational experiments with a change of coordinates, and the power of model spills, strength and direction of wind are carried out.*

*Mathematical modeling; convective-diffusive transport; computational experiment; high-performance computing.*

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект №1420, государственное задание вузов, базовая часть).

**Введение.** В настоящее время биосфера Земли подвергается нарастающему антропогенному воздействию. При этом можно выделить несколько наиболее существенных процессов, любой из которых не улучшает экологическую ситуацию на планете.

Наиболее масштабным и значительным является химическое загрязнение окружающей среды несвойственными ей веществами химической природы. Химическое заражение почв, засорение воздуха и увеличивающееся загрязнение вод Мирового океана – все эти факторы оказывают заметное воздействие на процессы, происходящие в биосфере.

Многие химические вещества, попадающие в водоемы в результате техногенных аварий, а также в процессе функционирования промышленных предприятий, представляют собой не однородные, а многофазные, многофракционные вещества или многокомпонентные смеси. К таким веществам, например, относятся нефтяные загрязнения, тяжелые металлы и радионуклиды.

**Постановка задачи. Гидродинамика.** Объектом исследования являются физико-химические процессы, протекающие в Азовском море, которое содержит как глубоководные, так и мелководные районы. При моделировании гидродинамики использовалась двухслойная математическая модель [11], достаточно адекватно описывающая ветровые течения в Азовском море.

В модели исходная трехмерная область расчета  $\Omega$  (водная толща водоема), ограниченная сверху акваториальной, а снизу донной поверхностями, разбивается на две – глубоководную и мелководную части. Для декомпозиции пространственной области моделирования  $\Omega$  проводится горизонтальная секущая плоскость  $P$ , отстоящая от невозмущенной поверхности водоема  $P_0$  на глубине, равной максимальной глубине мелководья (рис. 1). Таким образом плоскость  $P$  делит исходную область на две подобласти: верхний слой  $\Omega_1$  (слой I) – все мелководье и верхняя часть глубоководного слоя и глубоководный слой  $\Omega_2$  (слой II). Предполагается, что эффект осушения из-за сгона воды может присутствовать только в мелководных районах.

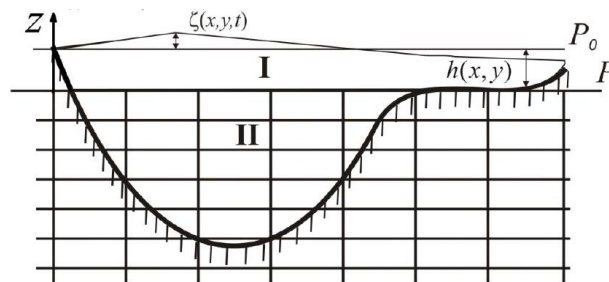


Рис. 1. Вертикальный разрез водоема с обширным мелководьем

Границы расчетной области  $\Omega$  могут быть твердыми  $\partial\Omega_T$  (донная поверхность, переходящая в береговую линию), участками втекания или вытекания воды  $\partial\Omega_R$ , свободной поверхностью  $\partial\Omega_S$ .

Считается, что на движение воды в слое I влияет ветер, а движение в слое II инициируется как градиентами давления, так и движением слоя I.

Движение воды в слое I описывается уравнениями мелкой воды. Движение воды в глубоководном слое II описывается системой, состоящей из уравнений количества движения, уравнения неразрывности среды и уравнения гидростатического давления. На границах слоев I и II скорости задаются следующим образом:

на дне для слоя II и вдоль береговой линии для слоя I скорости равны нулю, в местах втекания или вытекания воды они равны соответствующим значениям. На границе с атмосферой задается сила трения ветра о поверхность водоема. На поверхности слоя II скорости приравниваются вычисленным скоростям в слое I. В качестве начальных данных можно задавать какое-либо известное распределение скоростей или считать эти скорости нулевыми.

При расчете течения задавался ветер, различный как по скорости и направлению, так и по однородности его распределения.

**Транспорт примесей.** Известно, что распространение вещества в жидкости и распределение концентрации описывается уравнением конвекции – диффузии [10]. Так, процессы переноса в многофазной среде в области  $\bar{\Omega} \times T$ ,  $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$  могут быть описаны системой трехмерных уравнений [9]

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{S}}{\partial t} - \sum_{\alpha=1}^3 \left( \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left( M^{\alpha} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_{\alpha}} \right) \right) + \gamma \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} (V^{\alpha} \bar{S}) + (1-\gamma) \sum_{\alpha=1}^3 V^{\alpha} \frac{\partial \bar{S}}{\partial x_{\alpha}} + \\ + \mathcal{B}(\bar{S}) \bar{S} = \bar{f}(x, y, z), \\ \operatorname{div} \bar{v}_i = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$  – вектор концентраций  $i$ -х веществ;  $M_1, M_2, M_3$  – диагональные матрицы размера  $k \times k$  с элементами  $\{\mu_i^{\alpha}\}_{i=1}^k$ , – коэффициентами турбулентной диффузии  $i$ -го вещества;  $\alpha = 1, 2, 3$ ,  $V_1, V_2, V_3$  – диагональные матрицы размера  $k \times k$ , элементами которых являются скорости движения каждой компоненты примеси по направлениям  $x$ ,  $y$  и  $z$  соответственно;  $\bar{v}_i = \{u_i, v_i, w_i\}$  – вектор скорости движения  $i$ -го вещества. В общем случае нелинейный оператор вида  $\mathcal{B}(\bar{S})$  описывает взаимодействие веществ в среде.

Система (1) замыкается начальными

$$\bar{S}|_{t=0} = \bar{S}_0(x, y, z)$$

и смешанными краевыми условиями на границе  $\Gamma = \bigcup_{i=0}^4 \Gamma_i$  области  $\Omega$  [12]:

$$G \frac{\partial \bar{S}}{\partial n} + R \bar{S} \Big|_{\partial \Omega} = P.$$

Здесь  $\Gamma_0$  – боковая непроницаемая граница;  $\Gamma_1$  – участки впадения рек;  $\Gamma_2$  – открытые участки границы, на которых происходит водообмен;  $\Gamma_3$  – поверхность водоема;  $\Gamma_4$  – дно водоема;  $G, P, R$  – диагональные матрицы размера  $k \times k$ ;

$\frac{\partial \bar{S}}{\partial \bar{n}}$  – производная по нормали  $\bar{n}$  к границе  $\Gamma$ .

**Радионуклиды.** Примером многофазной жидкости может служить водоем, в который попало некоторое количество радионуклидов. Фазами будем называть различные состояния рассматриваемого радионуклида. Часть радионуклидов будет находиться в *растворенной фазе*  $C$ , часть – вступать во взаимодействие с частицами взвеси и составлять *взвешенную фазу*  $C_s$ . Третий компонент смеси – осевшие

на дно радионуклиды – образуют *донную фазу*  $C^b$ . Наличие в водоеме взвесей  $S$  обеспечивает переход растворенной фазы во взвешенную. Таким образом, вектор концентраций в системе (1) примет вид  $\bar{S} = \{S, C, C_s, C^b\}$ .

При описании процесса распространения радионуклидов в Азовском море была взята за основу модель, предложенная киевскими учеными под руководством М.И. Железняка [8].

**Нефть.** Нефтяные загрязнения водоемов – неизбежная опасность, возникающая в процессе транспортировки нефти водным путем от мест ее добычи к местам переработки.

Распространение нефти в водоеме представляет собой достаточно сложный процесс, при моделировании которого необходимо учитывать большое количество разнообразных факторов. На поведение нефти, попавшей в водоем, оказывают влияние как собственные физико-химические свойства нефти (температура кипения фракций, их плотность, вязкость), так и внешние условия окружающей среды (ветровая ситуация, температура воздуха и температура вод водоема, наличие в водоеме нефтеокисляющих бактерий, соленость водоема, солнечная радиация и т.п.).

В процессе распространения нефти вначале преобладают процессы растекания нефтяного пятна, среди которых обычно выделяют три режима: инерционный, гравитационно-вязкий и режим поверхностного натяжения [2]–[3]. Параллельно с этими процессами начинает происходить неизбежная деструкция нефти под воздействием внешних природных факторов. К процессу деструкции нефти можно отнести испарение легких нефтяных фракций, их растворение в водах водоема, а также эмульсификацию и биодegradацию нефти [5], [13]. Эти процессы оказывают влияние на исходную плотность и вязкость нефти – они увеличиваются [4], [13], а суммарное поверхностное натяжение на границе раздела вода – нефть – воздух убывает. В дальнейшем остающиеся тяжелые фракции нефти могут оказаться плотнее воды и осесть на дно водоема. На определенном этапе поверхностное натяжение меняет знак и растекание прекращается.

Поведение пятна нефти на поверхности водоема описывается двумерным уравнением конвекции – диффузии [1], [6], [7]

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \bar{V}(\bar{v}h) - \bar{V}(D\bar{V}vh) = R_h,$$

$$\bar{v} = \left( u_x + \frac{\tau_x^w}{C_f}, u_y + \frac{\tau_y^w}{C_f} \right), \quad (2)$$

$$D = \frac{gh^2(\rho_w - \rho_{oil})}{\rho_w C_f}$$

где  $h$  – толщина нефти;  $\bar{v}$  – скорость дрейфа пленки;  $\frac{\tau_x^w}{C_f}$  – напряжение сдвига из-за ветра;  $D$  – функция диффузии распространения пятна нефти;  $C_f$  – коэффициент трения между нефтяной пленкой и поверхностью воды (0,02 кг/м<sup>2</sup>с);  $R_h$  – источниковая (стоковая) функция;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\bar{V} = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ . Начальная толщина пленки задается в виде

$$h|_{t=0} = \frac{V}{\pi R^2},$$

где  $V$  – начальный объем вылившейся нефти;  $R$  – радиус пятна. На границе ставятся условия непротекания

$$\left. \frac{\partial h}{\partial n} \right|_{\Gamma_0} = 0.$$

Распределение в толще водоема эмульсии «нефть – вода» описывается системой (1), вектор концентраций которой имеет вид  $\bar{S} = \{C_d, C_{em}\}$ , где  $C_{em}$  – концентрация капель нефти в воде,  $C_d$  – концентрация растворенной нефти.

Уравнения [6]

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= -\frac{K}{\rho_0} (\Lambda \rho_0 h - z_m C_{em}), \\ \frac{dC_{em}}{dt} &= \frac{K}{z_m} (\Lambda \rho_0 h - z_m C_{em}) \end{aligned} \quad (3)$$

описывают процесс взаимоперехода части нефти из нефтяной пленки в капли, из которых состоит эмульсия «нефть – вода» в слое смешения нефти с водами водоема. Здесь

$$\begin{aligned} K &= \frac{(\lambda_{ow} + \lambda_{wo}) \lambda_{wo} B_1}{\lambda_{ow} + \lambda_{wo} B_1}, \\ \Lambda &= \frac{\lambda_{ow}}{\lambda_{wo} B_1}, \end{aligned}$$

где коэффициенты  $\lambda_{ow}, \lambda_{wo}$  (задающие скорость перехода нефти в состояние эмульсии и наоборот) имеют значение [6]  $\lambda_{ow} = \lambda_{wo} = 1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , а характеризующий долю нефти в каплях эмульсии [6] коэффициент  $B_1 = 0,5$ .

Полученные системы уравнений решаются конечно-разностными методами с использованием неявных схем. В области  $\bar{\Omega} = \Omega_h \cup \Gamma_h$  вводится равномерная по всем направлениям разностная сетка с шагами  $h_1 = 660 \text{ м}$ ,  $h_2 = 685 \text{ м}$ ,  $h_3 = 0,5 \text{ м}$ . Здесь  $\Omega_h$  – множество внутренних узлов сетки,  $\Gamma_h$  – множество граничных узлов. При пространственной аппроксимации уравнения переноса выбрана противопотоковая схема [10]

$$\begin{aligned} & \frac{S_{i,j,k}^{n+1} - S_{i,j,k}^n}{\tau} + \frac{u_{i,j,k}^n + |u_{i,j,k}^n|}{2} \cdot \frac{S_{i,j,k}^{n+1} - S_{i-1,j,k}^{n+1}}{h_1} + \frac{u_{i,j,k}^n - |u_{i,j,k}^n|}{2} \cdot \frac{S_{i+1,j,k}^{n+1} - S_{i,j,k}^{n+1}}{h_1} + \\ & + \frac{v_{i,j,k}^n + |v_{i,j,k}^n|}{2} \cdot \frac{S_{i,j,k}^{n+1} - S_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_2} + \frac{v_{i,j,k}^n - |v_{i,j,k}^n|}{2} \cdot \frac{S_{i,j+1,k}^{n+1} - S_{i,j,k}^{n+1}}{h_2} + \\ & + \frac{w_{i,j,k}^n + |w_{i,j,k}^n|}{2} \cdot \frac{S_{i,j,k}^{n+1} - S_{i,j,k-1}^{n+1}}{h_3} + \frac{w_{i,j,k}^n - |w_{i,j,k}^n|}{2} \cdot \frac{S_{i,j,k+1}^{n+1} - S_{i,j,k}^{n+1}}{h_3} = (4) \\ & = \mu_s^{xy} \left( \frac{S_{i+1,j,k}^{n+1} - 2S_{i,j,k}^{n+1} + S_{i-1,j,k}^{n+1}}{h_1^2} + \frac{S_{i,j+1,k}^{n+1} - 2S_{i,j,k}^{n+1} + S_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_2^2} \right) + \\ & + \frac{\mu_{s,k+1}^z S_{i,j,k+1}^{n+1} - (\mu_{s,k+1}^z + \mu_{s,k}^z) S_{i,j,k}^{n+1} + \mu_{s,k}^z S_{i,j,k-1}^{n+1}}{h_3^2}. \end{aligned}$$

В результате конечно-разностной аппроксимации получаются системы линейных уравнений с пятидиагональной матрицей в случае растекания нефтяного пятна по поверхности водоема и с семидиагональной матрицей в случае расчета транспорта радионуклидов и в случае расчетов поведения взвеси «нефть – вода».

**Параллельные вычисления.** Решение полученных в процессе моделирования задач проводится на многопроцессорных вычислительных системах с распределенной памятью в среде параллельного программирования MPI. В суперкомпьютерном центре ЮФУ существуют 4 вычислительных кластера, которые работают под управлением общего управляющего сервера:

- ◆ *INFINI* – Linux-кластер, состоящий из 20 вычислительных узлов, соединенных скоростной коммуникационной сетью SDR Infiniband. Каждый вычислительный узел представляет собой компьютер с процессором Intel Pentium 4 3.4 ГГц и оперативной памятью DDR2 2Гб;
- ◆ *IBMX* – Linux-кластер, состоящий из 13 вычислительных узлов, соединенных скоростной коммуникационной сетью DDR Infiniband. Каждый вычислительный узел представляет собой компьютер с одним 2-ядерным процессором Intel Xeon 5160 с тактовой частотой 3.0 ГГц и оперативной памятью 8Гбайт;
- ◆ *LINUX* – вычислительный кластер из 10 узлов, соединенных вычислительной сетью Gigabit Ethernet. Каждый из узлов представляет собой компьютер с процессором Pentium 4 2.4 ГГц, с 512 Мб оперативной памяти;
- ◆ *WSD* – кластер из 8-ми рабочих станций DELL с двухядерными процессорами Intel Core 2 Duo, оперативной памятью 4 Гб и коммуникационной сетью Gigabit Ethernet.

**Библиотека параллельных методов Aztec.** На всех многопроцессорных системах суперкомпьютерного центра ЮФУ установлена одна из библиотек параллельных подпрограмм – Aztec, предназначенная для решения систем линейных алгебраических уравнений с разреженной матрицей. Программы, использующие этот пакет, могут выполняться на любой вычислительной системе без каких-либо модификаций.

Aztec включает в себя процедуры, реализующие ряд итерационных методов подпространства Крылова, – метод сопряженных градиентов (CG), обобщенный метод минимальных невязок (GMRES), квадратичный метод сопряженных градиентов (CGS), метод квазимиимальных невязок (TFQMR), метод бисопряженных градиентов (BiCGSTAB) со стабилизацией. Все методы используются совместно с различными переобуславливателями (полиномиальный метод и метод декомпозиции областей, использующий как прямой метод LU, так и неполное LU разложение в подобластях).

**Выбор эффективного итерационного метода.** Для выявления наиболее эффективного для данной задачи метода из пакета Aztec был проведен ряд расчетов на одном процессоре вычислительного кластера IBMX. Для всех методов расчеты проводились для 100 временных шагов при прочих одинаковых условиях. Результаты этих тестов приведены в табл. 1.

Таблица 1

**Сравнение времени счета различных методов из пакета Aztec на IBMX-кластере (3,0 ГГц)**

Метод	Время счета, с
GMRES	330,55
TFQMR	333,95
BiCGStab	330,73

Рассматривались методы, применимые не только для симметричных матриц. Видно, что существенного различия во времени счета нет, однако меньшее время было затрачено при применении методов GMRES и BiCGStab.

**Выбор вычислительной платформы.** Для тех же 100 временных шагов было протестировано время счета метода BiCGStab на различных вычислительных платформах. Результаты этих расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

**Сравнение времени счета метода BiCGStab на одном процессоре различных платформ**

Платформа	Время счета, с
IBMX	180,61
LINUX	456,14
INFINI	327,11
WSD	169,05

Таким образом, в расчетах имеет смысл применять методы GMRES или BiCGStab из пакета Aztec, и расчеты на кластере WSD или IBMX обеспечивают лучшее время счета.

**Эффективность распараллеливания.** Для оценки эффективности распараллеливания было протестировано время счета метода BiCGStab на кластере INFINI на 100 временных шагах с применением различного количества ядер вычислительной системы. Результаты этих расчетов приведены в табл. 3 и отражены на рис. 2.

Таблица 3

**Сравнение времени счета метода BiCGStab на кластере INFINI на 100 временных шагах с применением различного количества узлов**

кол-во ядер	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
время счета (сек.)	360	203	138	104	84	74	63	59	54	50	48	44
ускорение	1,00	1,77	2,61	3,46	4,29	4,86	5,71	6,10	6,67	7,20	7,50	8,18

**Вычислительный эксперимент.** На кластере IBMX были проведены расчеты, моделирующие аварийные выбросы нефтяного загрязнения в центральной части моря и радионуклида в растворенной форме в районе г. Ейск. Расчеты проводились с целью изучения:

- 1) процесса образования эмульсии «нефть – вода» в слое смешения, находящегося под нефтяным пятном, растекшимся по поверхности водоема;
- 2) процесса сорбции радионуклида частицами взвеси, находящейся в водах Азовского моря.

В 1-м численном эксперименте тестирование модели распространения нефтяного пятна проводилось с изменением координат залповых источников выбросов нефти, с изменением количества нефти, попавшей в водоем в результате залпового выброса. Расчеты проводились при различных ветровых ситуациях. Результаты расчетов приведены на рис. 3.

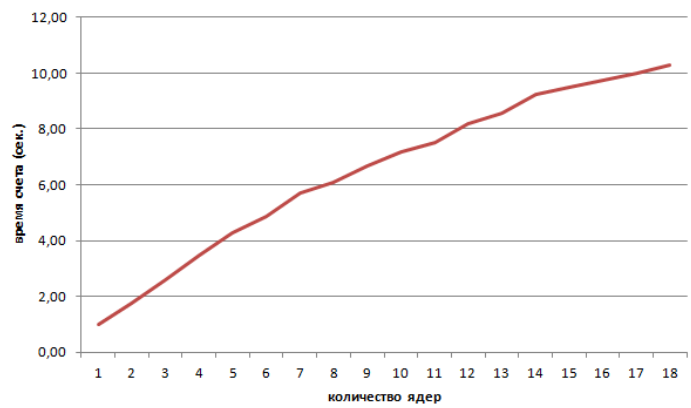


Рис. 2. Ускорение времени вычисления расчетов с применением различного количества узлов вычислительного кластера

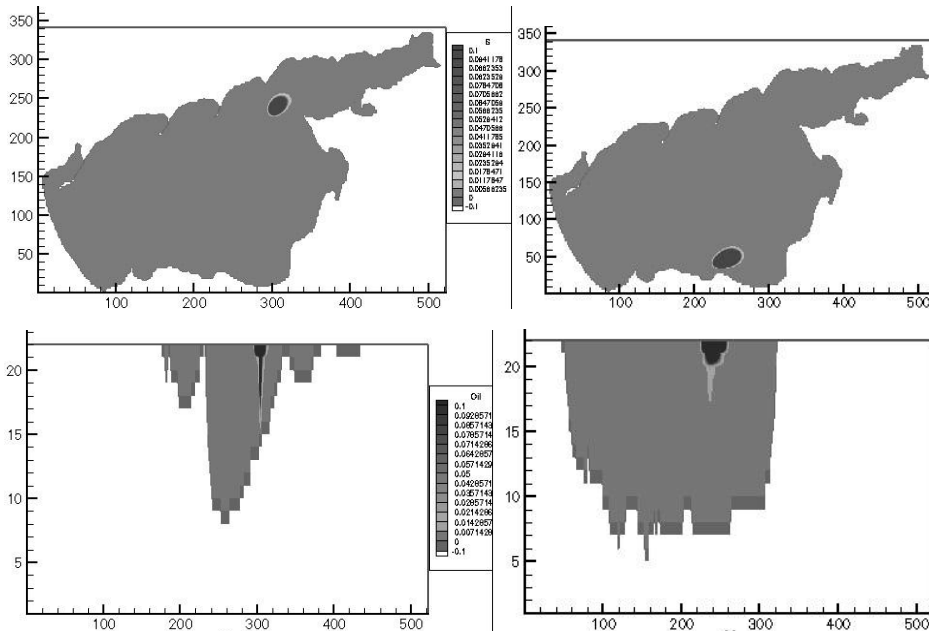


Рис. 3. Результаты моделирования образования эмульсии (снизу) «нефть – вода» из нефтяной пленки (сверху) (коэффициент вертикальной диффузии на левом рис. в 10 раз больше, чем на правом)

Во 2-м численном эксперименте течение воды формировалось под действием ветра северо-восточного направления силой 5 м/с. Сравнивались результаты расчетов, где начальное количество взвеси в одном расчете отличалось от другого в 3 раза (рис. 4). На начало расчета предполагалось отсутствие в море всех фаз радионуклидов. Исследовалась скорость образования взвешенной фазы радионуклида в зависимости от массы сорбирующего вещества.



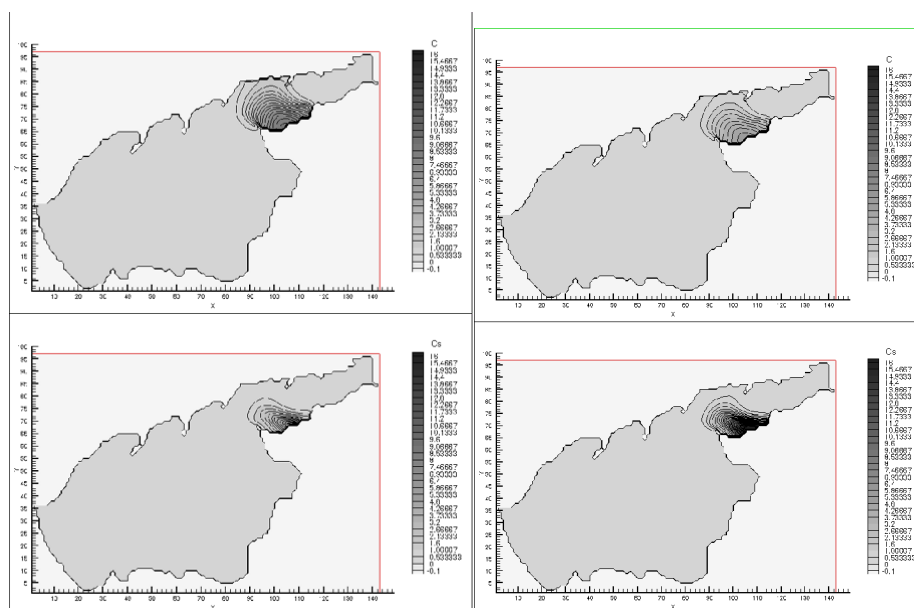


Рис. 4. Распространение растворенной ( $C$ , сверху) и взвешенной ( $CS$ , снизу) фазы радионуклида после аварийного выброса на поверхности водоема (начальное количество взвеси на левом рис. в 3 раза меньше, чем на правом)

**Выводы.** Результаты тестовых расчетов показали, что предложенная модель и ее программная реализация позволяют проводить расчеты, результаты которых достаточно хорошо согласуются с наблюдаемыми в природе процессами. Применение ВВС позволит в дальнейшем уточнять и усложнять предложенную модель для более реалистичного отражения ею реальных процессов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ehsan Sarhadi Zadeh* and *Kourosh Hejazi*. Eulerian Oil Spills Model Using Finite-Volume Method with Moving Boundary and Wet-Dry Fronts // *Modelling and Simulation in Engineering Volume* 2012 (2012), Article ID 398387. 7 p. <http://dx.doi.org/10.1155/2012/398387>.
2. *Fay J.A.* The spread of oil slicks on a calm sea. In: *Oil on the sea*, Plenum Press. – New-York, 1969. – P. 53-63.
3. *Fay J.A.* Physical processes in the spread of oil on a water surface // In: *Proc. of h- o Joint Conf. on prevention and control of oil spills*. – Washington, 1971. – No. 8.
4. *Guo W.J. and Wang Y.X.* A numerical oil spill model based on a hybrid method // *Marine Pollution Bulletin*. – 2009. – Vol. 58, No. 5. – P. 726-734.
5. *Mackay D.* *Oil Spill Processes and Models*, Environmental Protection Service. – Canada, 1980.
6. *Pavel Tkalich.* A CFD solution of oil spill problems // *Environmental Modelling & Software*. – 2006. – T. 21. – P. 271-282.
7. *Wang S.D., Shen Y.M., Guo Y.K., and Tang J.* Three-dimensional numerical simulation for transport of oil spills in seas // *Ocean Engineering*. – 2008. – Vol. 35, No. 5-6. – P. 503-510.
8. *Zheleznyak M.J.* The mathematical modelling of radionuclide transport by surface water flow from the vicinity of the Chornobyl Nuclear Power Plant // *Condensed Matter Physics*. – 1997. – № 12. – P. 37-50.
9. *Крукер Л.А.* Неявные разностные схемы и итерационный метод их решения для одного класса систем квазилинейных уравнений // *Известия вузов. Математика*. – 1979. – № 7. – С. 41-52.

10. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 284 с.
11. Чикин А.Л., Шабас И.Н., Сидиропуло С.Г. Моделирование процесса переноса загрязняющего вещества в Цимлянском водохранилище // Водные ресурсы. – 2008. – Т. 35, № 1. – С. 53-59.
12. Шабас И.Н. Численное решение трехмерной задачи оседания вещества в Азовском море // Сборник трудов IX Всероссийской школы-семинара "Современные проблемы математического моделирования". – Ростов-на-Дону: Изд-во РГУ, 2001. – С. 414-417.
13. Шабас И.Н. Моделирование процессов растекания и дрейфа нефтяных загрязнений по поверхности водоемов // IT-технологии: развитие и приложения, материалы XIV-й Международной научно-технической конференции. – Владикавказ, 2013. – С. 177-182.

#### REFERENCES

1. Ehsan Sarhadi Zadeh1 and Kouroshe Hejazi. Eulerian Oil Spills Model Using Finite-Volume Method with Moving Boundary and Wet-Dry Fronts, *Modelling and Simulation in Engineering* Volume 2012 (2012), Article ID 398387. 7 p. Available at: <http://dx.doi.org/10.1155/2012/398387>.
2. Fay J.A. The spread of oil slicks on a calm sea. In: *Oil on the sea*, Plenum Press. New-York, 1969, pp. 53-63.
3. Fay J.A. Physical processes in the spread of oil on a water surface, In: *Proc. of h- o Joint Conf. on prevention and control of oil spills*. Washington, 1971, No. 8.
4. Guo W.J. and Wang Y.X. A numerical oil spill model based on a hybrid method, *Marine Pollution Bulletin*, 2009, Vol. 58, No. 5, pp. 726-734.
5. Mackay D. *Oil Spill Processes and Models*, Environmental Protection Service. Canada, 1980.
6. Pavel Tklich. A CFD solution of oil spill problems, *Environmental Modelling & Software*, 2006, Vol. 21, pp. 271-282.
7. Wang S.D., Shen Y.M., Guo Y.K., and Tang J. Three-dimensional numerical simulation for transport of oil spills in seas, *Ocean Engineering*, 2008, Vol. 35, No. 5-6, pp. 503-510.
8. Zheleznyak M.J. The mathematical modelling of radionuclide transport by surface water flow from the vicinity of the Chernobyl Nuclear Power Plant, *Condensed Matter Physics*, 1997, No. 12, pp. 37-50.
9. Krukier L.A. Neyavnye raznostnye skhemy i iteratsionnyy metod ikh resheniya dlya odnogo klassa sistem kvazilineynykh uravneniy [Implicit difference scheme and the iterative method of solution for a class of systems of equations kvazilineynykh], *Izvestiya vuzov. Matematika* [Izvestiya vuzov. Mathematics], 1979, No. 7, pp. 41-52.
10. Rouch P. Vychislitel'naya gidrodinamika [Computational fluid dynamics]. Moscow: Mir, 1980, 284 p.
11. Chikin A.L., Shabas I.N., Sidiropulo S.G. Modelirovanie protsesssa perenosa zagryaznyayushchego veshchestva v Tsimlyanskom vodokhranilishche [Modeling of the process of transfer of polluting substances include reservoir], *Vodnye resursy* [Water resources], 2008, Vol. 35, No. 1, pp. 53-59.
12. Shabas I.N. Chislennoe reshenie trekhmernoy zadachi osedaniya veshchestva v Azovskom more [Numerical solution of three-dimensional task of settling the matter in the sea of Azov], *Sbornik trudov IX Vserossiyskoy shkoly-seminara "Sovremennye problemy matematicheskogo modelirovaniya"* [Proceedings of the IX all-Russian school-seminar "Modern problems of mathematical expressions, optical modeling"]. Rostov-on-Don: Izd-vo RGU, 2001, pp. 414-417.
13. Shabas I.N. Modelirovanie protsessov rastekaniya i dreyfa neftyanykh zagryazneniy po poverkhnosti vodoemov [Modeling of the processes of spreading and drift of oil spills on water surfaces], *IT-tekhnologii: razvitie i prilozheniya, materialy XIV-y Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii* [IT technologies: development and applications, proceedings of XIV-th International scientific-technical conference]. Vladikavkaz, 2013, pp. 177-182.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Ю.В. Тютюнов.

**Шабас Ирина Николаевна** – Южный федеральный университет; e-mail: shabas@sfedu.ru; 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп.2, к.214; с.н.с.

**Чикина Любовь Григорьевна** – e-mail: lchikina@sfedu.ru; кафедра высокопроизводительных вычислений и информационно-коммуникационных технологий факультета математики, механики и компьютерных наук; профессор.

**Чикин Алексей Львович** – Институт аридных зон Южного научного центра; e-mail: chikin@sfedu.ru; главный научный сотрудник.

**Shabas Irina Nikolaevna** – Southern Federal University; e-mail: shabas@sfedu.ru; 344090, Rostov-on-Don, st. Stachki, 200/1, b.2, a.214; senior researcher.

**Chikina Lubov Grigoryevna** – e-mail: lchikina@sfedu.ru; the department VV IKT, faculty of Mathematics and Computer Science; professor.

**Chikin Alexey L'vovich** – Institute of Arid Ecosystems, South Science Center, Russian Academy; e-mail: chikin@sfedu.ru; chief scientific.

УДК 519.6

**Е.А. Проценко, А.Е. Чистяков, С.А. Шретер, А.А. Сухинов**

**СРАВНЕНИЕ ТРУДОЕМКОСТЕЙ ЧИСЛЕННОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЯВНОЙ И НЕЯВНОЙ СХЕМ ДЛЯ ЗАДАЧИ ТРАНСПОРТА НАНОСОВ В ПРИБРЕЖНЫХ ВОДНЫХ СИСТЕМАХ\***

*Для достоверного прогноза динамических явлений береговой зоны возникает необходимость в построении математических моделей процессов переноса вещества на мелководье под воздействием поверхностных гравитационных волн, играющих важную роль в прогнозировании возможного вмешательства в экосистему, в анализе текущей ситуации, в принятии оперативных решений по преодолению антропогенных воздействий. Цель работы заключается в построении и реализации двумерных непрерывных и дискретных моделей транспорта наносов в прибрежных водных системах, описывающих переформирование прибрежной зоны водоемов за счет движения воды и твердых частиц и удовлетворяющих основным законам сохранения. Для решения задачи использовались как традиционные (неявные), так и явные дискретные модели, с добавлением в последние регуляризованного по Б.Н. Четверушкину слагаемого – дискретного аналога разностной производной второго порядка по времени. Построены и программно реализованы на кластере распределенных вычислений пространственно-трехмерная модель гидродинамики в прибрежной зоне водоемов и модель транспорта взвешенных частиц. Приведены результаты численных экспериментов. Основной целью работы является сравнение временных затрат для алгоритмов, базирующихся на традиционных неявных и явных регуляризованных схемах. В работе рассмотрен выбор допустимого значения множителя при разностной производной второго порядка – регуляризаторе схемы, который необходим для построения эффективного параллельного алгоритма решения данной задачи на системах с массовым параллелизмом. Разработанные численные алгоритмы и реализующий их комплекс программ имеют практическую значимость: они могут быть использованы для исследования гидрофизических процессов в прибрежных водных системах, проверки гипотез и прогноза динамики донной области мелководных водоемов и береговой линии. Полученные выводы позволят улучшить существующие модели для прогнозирования изменений подводного рельефа и очертаний береговой линии.*

*Параллельные вычисления; перемещения наносов; дискретная модель; сеточные уравнения; численный эксперимент; метод регуляризации; неявные схемы.*

\* Работа выполнена при частичной поддержке проектов Программы № 43 фундаментальных исследований Президиума РАН по стратегическим направлениям развития науки "Фундаментальные проблемы математического моделирования".