

УДК 629.7.058.53

**В.И. Меркулов, Д.А. Миляков, И.О. Самодов**

**ОПТИМИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ГРУППОВОГО УПРАВЛЕНИЯ  
БЕСПИЛОТНЫМИ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ В СОСТАВЕ  
ЛОКАЛЬНОЙ СЕТИ**

*Целью исследования является разработка одного из возможных вариантов группового управления беспилотными летательными аппаратами (БЛА) при движении по требуемым траекториям с сохранением заданной топологии и сниженными требованиями к вычислительной производительности. На основе математического аппарата статистической теории оптимального управления синтезирован закон группового управления БЛА в составе локальной сети. На основе имитационного моделирования проведена оценка эффективности предложенного закона полета группы из трех БЛА в горизонтальной плоскости по различным траекториям. По результатам моделирования можно сделать вывод, что синтезированный алгоритм коллективного управления обеспечивает адекватное управление группой БЛА как по линейным, так и по угловым координатам при минимальных вычислительных затратах, реализуя высокую безопасность совместного полета, в том числе и при полете по сложным траекториям. Проведенные исследования показали, что полученный алгоритм не накладывает принципиальных ограничений на возможность его реализации.*

*Децентрализованные информационные системы; эффективность; оптимальное управление; групповое управление; беспилотные летательные аппараты; локальная сеть.*

**V.I. Merkulov, D.A. Milyakov, I.O. Samodov**

**OPTIMIZATION ALGORITHM GROUP CONTROL DRONES ON A LAN**

*The aim of this study is to develop a possible option group control unmanned aerial vehicles (UAVs) by driving on the desired trajectory while maintaining a given topology and reducing the requirements for computational performance. On the basis of mathematical formalism of the statistical theory of optimal control law synthesized group control UAVs as part of a local network. The efficacy of the proposed law on the basis of simulation of flight groups of three drones in a horizontal plane along different trajectories. According to the simulation result, we can conclude that the collective control of synthesizing algorithm provides adequate control group of UAVs as on linear and angular coordinates with minimal computational cost, realizing the high security of the joint flight, including en-complex trajectories. Studies suggest that the resulting algorithm does not impose fundamental limitation on the possibility of its implementation.*

*Decentralized information system; efficiency; optimal control; group control; unmanned aerial vehicles; local network.*

**Введение.** Для решение целого ряда задач в оборонной и гражданской сферах часто применяются одиночные беспилотные летательные аппараты (БЛА). Однако решение таких задач, как обследование морских акваторий и обширных лесных массивов одиночными БЛА реализовать затруднительно. Поэтому в этих случаях применяется группа, состоящая из нескольких БЛА, управление которой значительно сложнее, чем управление одиночным аппаратом. Это следует из того, что помимо управления полетом и действиями собственно БЛА необходимо обеспечить определенную взаимосвязь и согласованность его действий с другими участниками группы с учетом их коллективного интереса.

Управление БЛА в составе группы может осуществляться различными способами [1]. При этом одним из самых эффективных является коллективное управление с сетевым информационным взаимодействием между БЛА [2]. Принципы взаимодействия между элементами группы поясняются рис. 1.

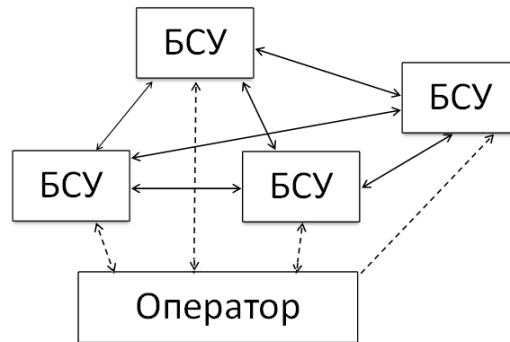


Рис. 1. Структура сетевой системы управления БЛА

При таком способе построения системы выполнение спланированных действий в процессе решения общей задачи возлагается на бортовые системы управления (БСУ), которые наряду с оператором с помощью коммуникационной системы объединяются в единую информационно-вычислительную сеть. Воздействия оператора, отображенные на рис. 1 пунктирными линиями, сводятся к постановке задачи для группы и контролю за ходом ее выполнения. Процессы обмена информацией между БСУ о состоянии каждого участника сети иллюстрируются сплошными линиями.

**Целью** статьи является разработка и исследование одного из возможных вариантов группового управления БЛА в составе локальной сети при их движении по требуемым траекториям с сохранением заданной топологии и со сниженными требованиями к вычислительной производительности.

**1. Синтез закона управления.** Решение задачи синтеза управления отдельными БЛА с учетом состояния всех участников сети будет выполняться на основе математического аппарата статистической теории оптимального управления.

При этом будем полагать, что выполняются следующие допущения:

- ◆ каждый БЛА группы самостоятельно формирует свое управление для текущей ситуации на основе информации о цели, стоящей перед группой, о своем состоянии и состоянии других БЛА;
- ◆ в качестве оптимального понимается такое управление каждым БЛА в текущей ситуации, которое вносит максимально возможный вклад в достижение общей цели, т.е. обеспечивает максимальное приращение общего функционала при переходе группы из текущего состояния в конечное [8, 9].

В математическом плане задача формулируется следующим образом.

Для группы, состоящей из  $N$  однотипных БЛА, каждый из которых определяется моделью состояния

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{F}_i \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i(t) + \boldsymbol{\xi}_{xi}(t), i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{x}_i = \left[ \mathbf{x}_{Ti}^T \mathbf{x}_{yi}^T \right]^T \quad (2)$$

- ◆ составной вектор, в котором  $n$ -мерный вектор

$$\dot{\mathbf{x}}_{Ti}(t) = \mathbf{F}_{Ti} \mathbf{x}_{Ti}(t) + \boldsymbol{\xi}_{Ti}(t) \quad (3)$$

определяет требуемые координаты состояния (программу действий), а  $n$ -мерный вектор

$$\dot{\mathbf{x}}_{yi}(t) = \mathbf{F}_{yi} \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{B}_{yi} \mathbf{u}_i(t) + \boldsymbol{\xi}_{yi}(t) \quad (4)$$

отображает текущее (управляемое) состояние БЛА,  
при наличии измерений

$$\mathbf{z}_i(t) = \mathbf{H}_i \mathbf{x}_i(t) + \boldsymbol{\xi}_{ui}(t) \quad (5)$$

необходимо найти  $r$ -мерный ( $r \leq n$ ) вектор  $\mathbf{u}_i$  сигналов управления, оптимальных по минимуму функционала

$$I = M_y \left\{ \int_0^{t_k} \left[ \mathbf{x}_i^T(t) \mathbf{L}_{i1} \mathbf{x}_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \Delta \mathbf{x}_{ij}^T(t) \mathbf{M}_{j1} \Delta \mathbf{x}_{ij}(t) + \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i(t) \right] dt + \right. \\ \left. + \mathbf{x}_i^T(t_k) \mathbf{Q}_{i1} \mathbf{x}_i(t_k) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \Delta \mathbf{x}_{ij}^T(t_k) \mathbf{G}_{j1} \Delta \mathbf{x}_{ij}(t_k) \right\}, \quad (6)$$

где  $\Delta \mathbf{x}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $j \neq i$ .

В (1)–(6):  $\mathbf{F}_{Ti}$  и  $\mathbf{F}_{yi}$  – динамические матрицы, учитывающие внутренние связи процессов (3) и (4);  $\mathbf{B}_{yi}$  – матрица эффективности сигналов управления  $\mathbf{u}_i$ ;  $\mathbf{z}$  –  $m$ -мерный ( $m \leq 2n$ ) вектор измерений;  $\mathbf{H}_i$  – матрица связи  $\mathbf{X}_i$  и  $\mathbf{Z}_i$ ;  $\boldsymbol{\xi}_{Ti}$ ,  $\boldsymbol{\xi}_{yi}$  и  $\boldsymbol{\xi}_{ui}$  – центрированные гауссовские шумы состояния и измерений с известными матрицами спектральных плотностей;  $\mathbf{x}_j$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $j \neq i$  – векторы состояния других объектов группы;  $\mathbf{K}_i$  – положительно определенная матрица размером  $r \times r$  штрафов за величину сигналов управления;  $M_y$  – знак условного математического ожидания;

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Ti} & \mathbf{O}_1 \\ \mathbf{O}_2 & \mathbf{F}_{yi} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_3 \\ \mathbf{B}_{yi} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\xi}_{xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{Ti} \\ \boldsymbol{\xi}_{yi} \end{bmatrix}, \mathbf{L}_{i1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L} & -\mathbf{L} \\ -\mathbf{L} & \mathbf{L} \end{bmatrix}, \quad (7) \\ \mathbf{M}_{j1} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & -\mathbf{M} \\ -\mathbf{M} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_{i1} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & -\mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q} & \mathbf{Q} \end{bmatrix}, \mathbf{G}_{j1} = \begin{bmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{G} \\ -\mathbf{G} & \mathbf{G} \end{bmatrix},$$

где  $\mathbf{O}_1$ ,  $\mathbf{O}_2$ ,  $\mathbf{O}_3$  – нулевые матрицы соответствующих размеров;  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{Q}$  – матрицы размером  $n \times n$  штрафов за точность приближения  $\mathbf{X}_{yi}$  к  $\mathbf{X}_{Ti}$  в текущий момент времени  $t$  и конечный момент времени  $t_k$ ;  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{G}$  – матрицы размером  $n \times n$  штрафов за нарушение требуемого соотношения между  $\mathbf{X}_i$  и  $\mathbf{X}_j$  в текущий и конечный моменты времени.

Поскольку исходные модели (1)–(5) линейные, функционал качества – квадратичный, а возмущения – гауссовские, то в соответствии с теоремой разделения [10] задачи синтеза управления и фильтрации могут решаться отдельно.

В таких условиях (ЛКГ-задача) для отыскания управления может быть использовано уравнение Беллмана [8–10]. С учетом (1)–(7) в результате математических преобразований закон для сигнала управления принимает вид

$$\mathbf{u}_i = -\mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{B}_i^T \left( \mathbf{R}_{i1} \mathbf{x}_i + \sum_{i=1, j \neq i}^N \mathbf{P}_{j1} \Delta \mathbf{x}_{ij} \right). \quad (8)$$

Симметричные матрицы  $\mathbf{R}_{i1}$  и  $\mathbf{P}_{j1}$  в (8) вычисляются по следующим правилам:

$$\dot{\mathbf{R}}_{i1} = -\mathbf{L}_{i1} - \mathbf{F}_i^T \mathbf{R}_{i1} - \mathbf{R}_{i1} \mathbf{F}_i^T + \mathbf{R}_{i1} \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{B}_i^T \mathbf{R}_{i1}, \mathbf{R}_{i1}(t_\kappa) = \mathbf{Q}_{i1}, \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{P}}_{j1} = -\mathbf{M}_{j1} + \sum_{i=1, i \neq j}^N \mathbf{P}_{j1} \mathbf{B}_i \mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{B}_i^T \mathbf{P}_{j1}, \mathbf{P}_{j1}(t_\kappa) = \mathbf{G}_{j1}. \quad (10)$$

Поскольку рассматривалась ЛКГ-задача, то на основании принципа статистической эквивалентности [7] можно утверждать, что статистический закон управления будет адекватен детерминированному при условии замены в нем координат состояния  $\mathbf{x}_i$ ,  $\mathbf{x}_j$ , и  $\Delta \mathbf{x}_{ij}$  их оптимальными оценками  $\hat{\mathbf{x}}_i$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_j$  и  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{ij}$ , т.е.

$$\mathbf{u}_i = -\mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{B}_i^T \left( \mathbf{R}_{i1} \hat{\mathbf{x}}_i + \sum_{i=1, i \neq j}^N \mathbf{P}_{j1} \Delta \hat{\mathbf{x}}_{ij} \right). \quad (11)$$

Анализ (9)–(11) позволяет сделать следующие заключения.

В общем случае в систему коллективного управления с сетевым информационным обменом должны входить: оптимальные регуляторы, вычисляющие на каждом БЛА сигналы управления  $\mathbf{u}_i$ ; оптимальные фильтры, формирующие оценки  $\hat{\mathbf{x}}_i$  и  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{ij}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $j \neq i$ , и система обмена оценками координат состояния каждого БЛА.

Сигнал управления, формируемый на каждом БЛА, зависит от его параметров  $\mathbf{F}_{yi}$  и  $\mathbf{B}_{yi}$ , требуемого закона управления  $\mathbf{F}_{Ti}$ , состояния самого БЛА  $\hat{\mathbf{x}}_i$  и состояния других БЛА, определяющих ошибки  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{ij}$ .

Коэффициенты матриц  $\mathbf{R}_{i1}$  и  $\mathbf{P}_{j1}$ , вычисляемые по правилам (9) и (10), совокупным образом учитывают в (11) параметры БЛА  $\mathbf{F}_i$  и  $\mathbf{B}_i$ , требования к точности  $\mathbf{L}_{i1}$  и экономичности управления  $\mathbf{K}_i$  и степень соответствия состояний  $i$ -го и  $j$ -го БЛА, определяемую коэффициентами матрицы  $\mathbf{M}_{j1}$ .

Спецификой полученного алгоритма является необходимость решения двухточечной краевой задачи, так как матрицы  $\mathbf{R}_{i1}$  и  $\mathbf{P}_{j1}$  рассчитываются в обратном времени от  $t_\kappa$  к  $t$ , тогда как управление (11) для БЛА формируется в прямом от  $t$  к  $t_\kappa$ .

Использование (11) позволяет обеспечить не только полет каждого БЛА по требуемой траектории за счет учета  $\mathbf{X}_i$ , но и предотвратить столкновения между ними в процессе совместного полета за счет учета  $\Delta \mathbf{x}_{ij}$ .

Принципиальным отличием полученного алгоритма от классического является возможность учета при синтезе управления  $i$ -м БЛА состояния остальных  $j$ -х БЛА при существенно меньших вычислительных затратах. Так, при использовании классического способа синтеза в постановке Летова – Калмана [8] для формирования сигналов  $\mathbf{u}_i$  в векторно-матричных представлениях необходимо решать систему уравнений размерностью

$$N_{\text{ymp1}} = (2n \cdot N)^2 = 4n^2 N^2, \quad (12)$$

в то время как при использовании предложенного способа –

$$N_{\text{ymp2}} = [n^2 + n^2] N = 2n^2 N. \quad (13)$$

Сравнение (12) и (13) свидетельствует о получении выигрыша в количестве решаемых уравнений в  $2N$  раз, где  $N$  – количество БЛА в группе.

Необходимо, однако, отметить, что при использовании большого числа БЛА реализация полученного управления также становится проблематичной.

Между тем, процедуру коллективного управления можно существенно упростить, если использовать оптимизацию по минимуму локального функционала качества [9], при которой в (6)  $\mathbf{L}_{i1} = \mathbf{0}, \mathbf{M}_{i1} = \mathbf{0}$ , а каждый момент времени рассматривается как момент возможного окончания управления, т.е.  $t_k = t$ . Тогда из (6) и (11) следует

$$I = M_y \left\{ \mathbf{x}_i^T(t) \mathbf{Q}_{i1} \mathbf{x}_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \Delta \mathbf{x}_{ij}^T(t) \mathbf{G}_{j1} \Delta \mathbf{x}_{ij}(t) + \int_0^t \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i(t) dt \right\}, \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_{i1}(t) = \mathbf{Q}_{i1}, \mathbf{P}_{j1}(t) = \mathbf{G}_{j1}. \quad (15)$$

Используя (14), (2), (7) в (11), получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= -\mathbf{K}_i \left[ \mathbf{O}_3 \mathbf{B}_i^T \right] \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{i1} & -\mathbf{Q}_{i1} \\ -\mathbf{Q}_{i1} & \mathbf{Q}_{i1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{Ti} \\ \hat{\mathbf{x}}_{yi} \end{bmatrix} + \sum_{j=1, j \neq i}^N \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{j1} & -\mathbf{G}_{j1} \\ -\mathbf{G}_{j1} & \mathbf{G}_{j1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}}_{Tij} \\ \Delta \hat{\mathbf{x}}_{yij} \end{bmatrix} \right\} = \\ &= \mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{B}_i^T \left\{ \mathbf{Q}_{i1} (\hat{\mathbf{x}}_{Ti} - \hat{\mathbf{x}}_{yi}) + \sum_{j=1, j \neq i}^N \mathbf{G}_{j1} (\Delta \hat{\mathbf{x}}_{Tij} - \Delta \hat{\mathbf{x}}_{yij}) \right\}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{Tij} = \hat{\mathbf{x}}_{Ti} - \hat{\mathbf{x}}_{Tj}$ ,  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{yij} = \hat{\mathbf{x}}_{yi} - \hat{\mathbf{x}}_{yj}$ ,  $j = \overline{1, N}$   $j \neq i$ .

Преимуществом (16) является возможность формирования сигнала группового управления без решения высокоразмерной двухточечной краевой задачи в обратном времени с использованием уравнений (9), (10).

Кроме того, полученная система коллективного управления характеризуется наличием отрицательных обратных связей по всем координатам в каждом БЛА. Это свидетельствует о ее высокой устойчивости и низкой чувствительности к точности выдерживания параметров. При этом сигнал управления в ней зависит от ошибок управления  $\hat{\mathbf{x}}_{Ti} - \hat{\mathbf{x}}_{yi}$  и  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{Tij} - \Delta \hat{\mathbf{x}}_{yij}$ . Эта особенность позволяет в два раза снизить требования к пропускной способности линий передач, поскольку достаточно обмениваться только ошибками  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{Tij}$  и  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{yij}$ .

Более того, из (16) отчетливо прослеживается его возможность обеспечить не только полет каждого БЛА по требуемой траектории за счет учета  $\hat{\mathbf{x}}_{Ti} - \hat{\mathbf{x}}_{yi}$ , но и предотвращать их взаимные столкновения при совместном полете за счет учета  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{Tij} - \Delta \hat{\mathbf{x}}_{yij}$ .

Таким образом, предложенный вариант сетевого управления позволяет реализовать совместное функционирование БЛА, обеспечивающее полет по заданным траекториям и предотвращение столкновений между ними при минимальных требованиях к вычислительной производительности БСУ. Ниже приводятся результаты исследования эффективности рассмотренного алгоритма.

**2. Исследование эффективности закона управления.** Оценивание эффективности полученного алгоритма выполнялось по результатам моделирования при условии, что управление каждым БЛА формируется как по закону (16), так и по закону

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{K}_i^{-1} \mathbf{B}_i^T \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{x}}_{Ti} - \hat{\mathbf{x}}_{yi}), \quad (17)$$

в котором не учитывается влияние других БЛА группы.

Начальные положения БЛА в прямоугольной системе координат  $XOZ$  принимались следующими: для БЛА 1  $z=0, x=0$ ; для БЛА 2  $z=50 \text{ м}, x=0$ ; для БЛА 3

$z=1900$  м,  $x=0$ . Требуемые траектории полета представляют собой три параллельные линии с углом наклона  $\psi_{Ti} = 45^\circ$  к оси  $OZ$ , расположенные на удалении 550 м друг от друга, по которым БЛА перемещаются со скоростью  $V_i = 42$  м/с. Начальные курсы БЛА: для БЛА 1  $\psi_1 = 30^\circ$ , для БЛА 2  $\psi_2 = 60^\circ$ , для БЛА 3  $\psi_3 = 45^\circ$  (см. рис. 2).

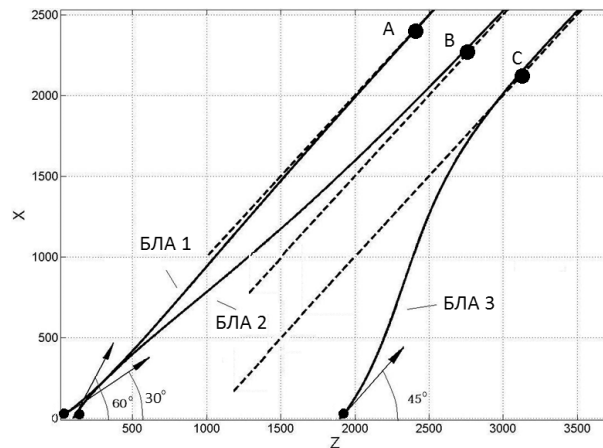


Рис. 2. Траектории полета БЛА с индивидуальным управлением

Необходимо проверить способность выхода группы в требуемые точки пространства А, В, С с требуемым курсом, выдерживая требуемые интервалы в горизонтальной плоскости, независимо от начальных курсов каждого БЛА и первоначальных расстояний между ними. В качестве показателей эффективности использовались: линейные ошибки вывода БЛА в требуемые точки, ошибки управления по угловым координатам, а также время регулирования и реализуемые перегрузки.

Для расчета сигналов управления необходимо иметь модели состояния (3), (4), в качестве которых целесообразно использовать кинематические уравнения [12]:

$$\dot{\varphi}_{\Gamma_i} = \omega_{\Gamma_i} + \frac{j_{\Gamma_i}}{D_i}, \quad \varphi_{\Gamma_i}(0) = \varphi_{\Gamma_i}, \quad (18)$$

$$\dot{\omega}_{\Gamma_i} = -\frac{2\dot{D}_i}{D_i}\omega_{\Gamma_i} - \frac{j_{\Gamma_i}}{D_i}, \quad \omega_{\Gamma_i}(0) = \omega_{\Gamma_0}$$

при условии, что

$$\dot{\varphi}_{Ti} = 0, \quad \varphi_{Ti}(0) = 30^\circ, 60^\circ, 45^\circ \quad (19)$$

$$\dot{\omega}_{Ti} = 0, \quad \omega_{Ti}(0) = 0,$$

где  $\varphi_{Ti}$  и  $\varphi_{\Gamma_i}$  – требуемый и текущий пеленги желаемых точек А, В, С выхода БЛА в горизонтальной плоскости;  $\omega_{Ti}$  и  $\omega_{\Gamma_i}$  – требуемая и текущая угловые скорости линий визирования этих точек с БЛА (рис. 2);  $j_{\Gamma_i}$  – мгновенное поперечное ускорение (сигнал управления);  $D_i$  – дальность до требуемой точки, а  $\dot{D}_i$  – скорость ее изменения.

Соотношениям (3), (4) и (18), (19) соответствуют векторно-матричные представления:

$$\mathbf{x}_{Ti} = \begin{bmatrix} \varphi_{Ti} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_{yi} = \begin{bmatrix} \varphi_{yi} \\ \omega_{yi} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{yi} = \begin{bmatrix} 1 / \dot{D}_i \\ -1 / \dot{D}_i \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_\varphi & 0 \\ 0 & q_\omega \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_\varphi & 0 \\ 0 & g_\omega \end{bmatrix}, \mathbf{K} = k_i, \mathbf{u} = j_{Ti}.$$

Используя (20) в (16), получаем законы управления для каждого БЛА:

$$j_{TT1} = \left[ \frac{q_{\varphi 1}}{k_1 \dot{D}_1} (\hat{\varphi}_{T1} - \hat{\varphi}_{y1}) + \frac{q_{\omega 1}}{k_1 \dot{D}_1} \hat{\omega}_1 \right] + \frac{g_{\varphi 2}}{k_2 \dot{D}_2} (\Delta \hat{\varphi}_{T12} - \Delta \hat{\varphi}_{y12}) + \frac{g_{\omega 2}}{k_2 \dot{D}_2} \hat{\omega}_2 +$$

$$+ \frac{g_{\varphi 3}}{k_3 \dot{D}_3} (\Delta \hat{\varphi}_{T13} - \Delta \hat{\varphi}_{y13}) + \frac{g_{\omega 3}}{k_3 \dot{D}_3} \hat{\omega}_3;$$

$$j_{TT2} = \left[ \frac{q_{\varphi 2}}{k_2 \dot{D}_2} (\hat{\varphi}_{T2} - \hat{\varphi}_{y2}) + \frac{q_{\omega 2}}{k_2 \dot{D}_2} \hat{\omega}_2 \right] + \frac{g_{\varphi 1}}{k_1 \dot{D}_1} (\Delta \hat{\varphi}_{T21} - \Delta \hat{\varphi}_{y21}) + \frac{g_{\omega 1}}{k_1 \dot{D}_1} \hat{\omega}_1 +$$

$$+ \frac{g_{\varphi 3}}{k_3 \dot{D}_3} (\Delta \hat{\varphi}_{T23} - \Delta \hat{\varphi}_{y23}) + \frac{g_{\omega 3}}{k_3 \dot{D}_3} \hat{\omega}_3;$$

$$j_{TT3} = \left[ \frac{q_{\varphi 3}}{k_3 \dot{D}_3} (\hat{\varphi}_{T3} - \hat{\varphi}_{y3}) + \frac{q_{\omega 3}}{k_3 \dot{D}_3} \hat{\omega}_3 \right] + \frac{g_{\varphi 1}}{k_1 \dot{D}_1} (\Delta \hat{\varphi}_{T31} - \Delta \hat{\varphi}_{y31}) + \frac{g_{\omega 1}}{k_1 \dot{D}_1} \hat{\omega}_1 +$$

$$+ \frac{g_{\varphi 2}}{k_2 \dot{D}_2} (\Delta \hat{\varphi}_{T32} - \Delta \hat{\varphi}_{y32}) + \frac{g_{\omega 2}}{k_2 \dot{D}_2} \hat{\omega}_2. \quad (21)$$

Рациональные значения соотношений  $\frac{q_\omega}{k}$  и  $\frac{q_\varphi}{k}$ , отвечающие за точность управления, выбираются по известным правилам [11].

Исследуем случай управления по закону (17), в котором не учитываются изменения состояний других объектов. В соотношениях (21) им соответствуют слагаемые в квадратных скобках.

Траектории полета группы БЛА, соответствующие этому управлению, представлены на рис. 2, где пунктирной линией обозначаются требуемые траектории, а точками А, В, С – конечные точки управления. Из рисунка видно, что все три БЛА могут выйти на требуемый курс, однако траектории полета первого и второго БЛА пересекаются на начальном участке, что свидетельствует об их возможном столкновении.

Для сравнения на рис. 3 представлены траектории полета трех БЛА при тех же условиях, полученные с использованием коллективного управления (21).

Из рисунка видно, что группа вышла на требуемые курсы, причем полет обеспечивается без пересечения траекторий, что исключает их столкновение. Более того, группа стремится сохранить требуемые расстояния между БЛА в течение всего полета.

Для оценивания линейных ошибок управления воспользуемся соотношением, определяющим линейный промах БЛА в горизонтальной плоскости [10].

Рис. 4 иллюстрирует зависимости текущих линейных промахов каждого БЛА от времени, а рис. 5 – угловых ошибок  $\varphi_{Ti} - \varphi_{yi}$  управления от времени.

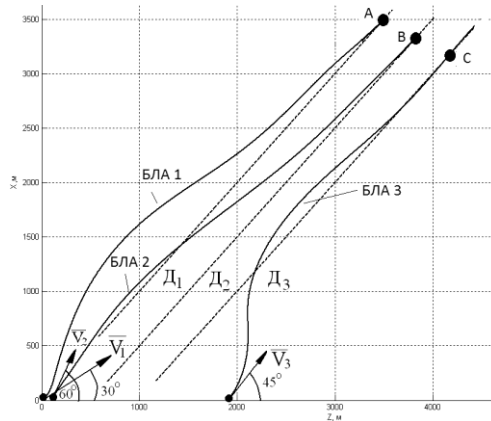


Рис. 3. Траектории полета БЛА с коллективным управлением

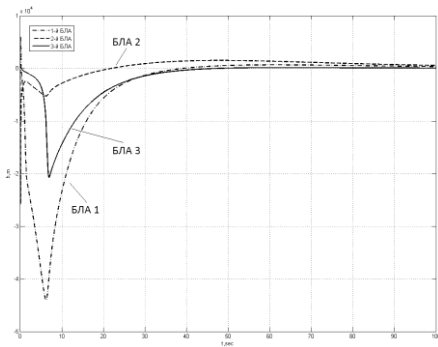


Рис. 4. Зависимость текущего промаха от времени

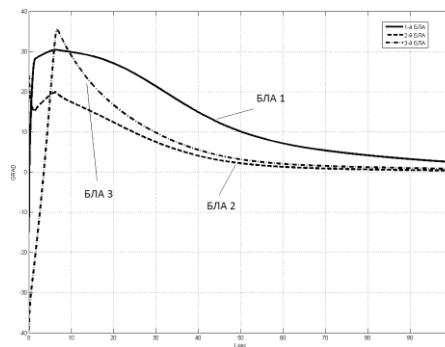


Рис. 5. Зависимость ошибок по угловым координатам от времени

Из рис. 4 и 5 следует, что коллективное управление по предложенному закону (21) реализует устранение как линейных, так и угловых ошибок. При этом исследуемый алгоритм обеспечивает групповое управление при полете по сложным криволинейным траекториям (рис. 6,а,б) с максимальными значениями перегрузок, действующих на БЛА, не превышающими 3,5g, что свидетельствует об отсутствии принципиальных ограничений на возможность реализации предложенного закона управления.

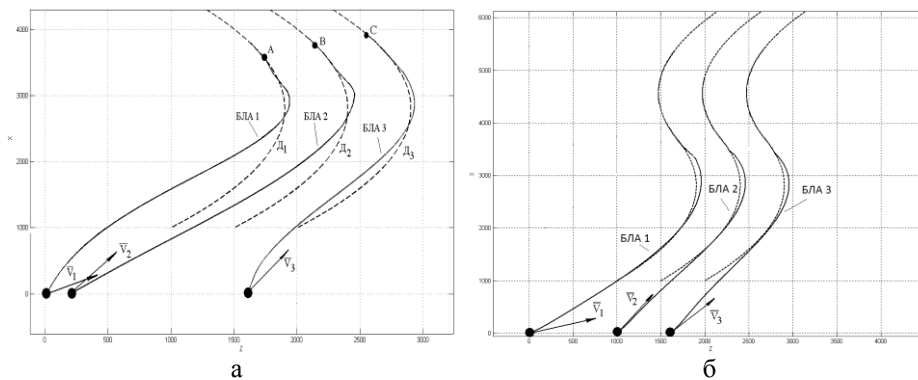


Рис. 6. Групповой полет БЛА по криволинейным траекториям



**Заключение.** По итогам выполненной работы можно сделать следующие выводы:

- ♦ синтезированный алгоритм коллективного управления обеспечивает адекватное управление группой БЛА как по линейным, так и по угловым координатам при минимальных вычислительных затратах, реализуя высокую безопасность совместного полета, в том числе и при полете по сложным траекториям;
- ♦ в общем случае в систему коллективного управления с сетевым информационным обменом должны входить: оптимальные регуляторы, реализующие для каждого БЛА сигналы управления; оптимальные фильтры, формирующие оценки  $\hat{\mathbf{x}}_i$ ,  $\hat{\mathbf{x}}_j$  и  $\Delta \hat{\mathbf{x}}_{ij}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $j \neq i$ , и система обмена оценками координат состояния каждого БЛА.
- ♦ в системе с сетевым информационным взаимодействием отсутствует необходимость корректирующей работы оператора по управлению каждым БЛА. Его функции заключаются только в задании требуемых траекторий и контроле за их выполнением.

В целом, проведенные исследования позволяют заключить, что рассмотренный алгоритм не накладывает принципиальных ограничений на возможность его реализации.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г.* Методы и модели коллективного управления в группах роботов. – М.: Физматлит, 2009. – 280 с.
2. *Верба В.С., Поливанов С.С.* Организация информационного обмена в сетевых операциях // Радиотехника. – 2009. – № 8. – С. 57-62.
3. *Меркулов В.И., Харьков В.П., Шамаров Н.Н.* Оптимизация коллективного управления группой беспилотных летательных аппаратов // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2012. – № 7. – С. 3-8.
4. *Харьков В.П., Меркулов В.И.* Синтез алгоритма иерархического управления группой беспилотных летательных аппаратов // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2012. – № 8. – С. 61-67.
5. *Гайдук А.Р., Капустян С.Г.* Концепция построения систем коллективного управления беспилотными летательными аппаратами // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2012. – № 7. – С. 8-16.
6. *Ройтенберг Я.Н.* Автоматическое управление. – М.: Наука, 1992. – 576 с.
7. *Брайсон А., Хо Юши.* Прикладная теория оптимального управления / Пер. с англ. – М.: Мир, 1972. – 544 с.
8. *Черноусько Ф.А., Колмановский В.Б.* Оптимальное управление при случайных возмущениях. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
9. *Меркулов В.И., Дрогалин В.В., Ленин В.Н. и др.* Авиационные системы радиоуправления. Т. 1. Принципы построения систем радиоуправления. Основы синтеза и анализа / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003.
10. *Меркулов В.И., Дрогалин В.В. и др.* Авиационные системы радиоуправления. Т. 2. Радиоэлектронные системы самонаведения / Под ред. А.И. Канащенкова и В.И. Меркулова. – М.: Радиотехника, 2003.

#### REFERENCES

1. *Kalyaev I.A., Gayduk A.R., Kapustyan S.G.* Metody i modeli kollektivnogo upravleniya v gruppakh robotov [Methods and models of collective management in groups of robots]. Moscow: Fizmatlit, 2009, 280 p.
2. *Verba V.S., Polivanov S.S.* Organizatsiya informatsionnogo obmena v setetsentricheskikh boevykh operatsiyakh [Organization of information exchange in a network-centric military operations], *Radiotekhnika* [Radio engineering], 2009, No. 8, pp. 57-62.

3. *Merkulov V.I., Khar'kov V.P., Shamarov N.N.* Optimizatsiya kollektivnogo upravleniya gruppoy bespilotnykh letatel'nykh apparatov [Optimization of collective management of a group of unmanned aerial vehicles], *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy* [Information-measuring and control systems], 2012, No. 7, pp. 3-8.
4. *Khar'kov V.P., Merkulov V.I.* Sintez algoritma ierarkhicheskogo upravleniya gruppoy bespilotnykh letatel'nykh apparatov [The synthesis algorithm of hierarchical control of a group of unmanned aerial vehicles], *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy* [Information-measuring and control systems], 2012, No. 8, pp. 61-67.
5. *Gayduk A.R., Kapustyan S.G.* Kontseptsiya postroeniya sistem kollektivnogo upravleniya bespilotnymi letatel'nymi apparatami [The concept of building systems for collective management of unmanned aerial vehicles], *Informatsionno-izmeritel'nye i upravlyayushchie sistemy* [Information-measuring and control systems], 2012, No. 7, pp. 8-16.
6. *Roytenberg Ya.N.* Avtomaticheskoe upravlenie [Automatic control]. Moscow: Nauka, 1992, 576 p.
7. *Brayson A., Kho Yushi.* Prikladnaya teoriya optimal'nogo upravleniya [Applied optimal control theory], Translation from English. Moscow: Mir, 1972, 544 p.
8. *Chernous'ko F.A., Kolmanovskiy V.B.* Optimal'noe upravlenie pri sluchaynykh vozmushcheniyakh [Optimal control with random perturbations]. Moscow: Nauka, 1978, 352 p.
9. *Merkulov V.I., Drogalin V.V., Lepin V.N. i dr.* Aviatsionnye sistemy radioupravleniya [Aircraft radio control system]. Vol. 1. *Printsipy postroeniya sistem radioupravleniya. Osnovy sinteza i analiza* [The principles of radio systems. Basics of synthesis and analysis]. Moscow: Radiotekhnika, 2003.
10. *Merkulov V.I., Drogalin V.V. i dr.* Aviatsionnye sistemy radioupravleniya [Aircraft radio control system]. Vol. 2. *Radioelektronnye sistemy samonavedeniya* [Electronic guidance system]. Moscow: Radiotekhnika, 2003.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.П. Харьков.

**Меркулов Владимир Иванович** – ОАО «Концерн «Вега»; e-mail: from\_fn@mail.ru; 121170, Москва, Кутузовский проспект, 34; тел.: 84992499476; д.т.н.; профессор; заместитель генерального конструктора.

**Миляков Денис Александрович** – к.т.н.; начальник лаборатории.

**Самодов Игорь Олегович** – тел.: 89653479164; инженер.

**Merkulov Vladimir Ivanovich** – JSC “Radio Engineering Corporation “Vega”; e-mail: from\_fn@mail.ru; 34, Kutuzovskiy prospekt, Moscow, 121170, Russia; phone: +74992499476; dr. of eng. sc.; professor; deputy of general constructor.

**Milyakov Denis Alexandrovich** – cand. of eng. sc.; head of laboratory.

**Samodov Igor Olegovich** – phone: +79653479164; engineer.

УДК 519.6:532.5

**И.Н. Шабас, Л.Г. Чикина, А.Л. Чикин**

### **ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ Ш-ГО РОДА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ЗАДАЧ КОНВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ ПРИ ПРОТИВОПОТОКОВОЙ АППРОКСИМАЦИИ\***

*Представлены результаты разностной аппроксимации трехмерной задачи конвекции-диффузии с краевыми условиями третьего рода. Приводятся представления оператора конвекции-диффузии, приводящие к M-матричности. Формулируются условия устойчивости разностной схемы задачи конвекции-диффузии противоточковой аппроксимации*

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект №1420, государственное задание вузов, базовая часть).