Baliberdin Valery Alecseevich – 3 The central scientific research institute of the Ministry of Defence of the Russian federation; e-mail: baliberdinv@yandex.ru; 10, Pogonny'j, Moscow, 107564, Russia; phone: +79162386854; dr. of eng. sc.; professor; a leading researcher.

Stepanov Oleg Alecseevich – phone: +79165095834; cand. of eng. sc.; a department head.

Belevtsev Andrey Andreevich – CEO RooX Solutions LLC; e-mail: baliberdinv@yandex.ru; 3, Orshavckay street, Moscow, 121522, Russia; phone: +79251009990; general director.

УДК 621.3.013.62

С.С. Зельманов

МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Классическая теория резонанса в линейных стационарных динамических системах, предложенная в первой половине XX в. применительно к одиночному резонатору с пренебрежимо малыми потерями, в последующие годы не получила своего развития. При этом появились резонансные системы со многими степенями свободы с существенными потерями и собственными процессами негармонического типа, на которые классическая теория резонанса не распространяется. В статье на базе теории пространств входных сигналов обосновывается возможность обобщения понятия традиционного однопараметрического частотного резонанса на понятие многопараметрического резонанса, для которого характерен экстремальный отклик на сигнал со многими параметрами. Рассматривается пример 3-параметрического резонанса.

Поведенческая модель; внутреннее поведение системы; внешнее поведение системы; многопараметрический резонанс; резонанс формы; поверхность избирательности.

S.S. Zelmanov

POLIPARAMETERS RESONANCE IN THE LINEAR STEADI STATE DYNAMIK SUSTEMS

The classical resonance theory in the linear stationary dynamic system which was suggested in the first middle of the 20-thcentury and was adapted to the single resonator with concept little losses, was not developed in the subsequent years. At this time the resonance systems with many freedom degrees, essential losses and with their own processes of non harmonic type were appeared, but the classic resonance theory does not spread to them and now the frequency is not a single resonance parameter. On the base of the space theory and especially with use of functional space of input signals we receive the possibility of the generalization of the frequency resonance conception for poliparameters resonance in the linear stationary dynamic systems, which are characterized by extreme reaction on the signals with polis parameters. Taking into consideration the three parameters resonance.

Behavior model; internal behavior; external behavior; poliparameters resonance; form resonance; surface of election.

1. Содержание проблемы и постановка задачи. Классическая теория резонанса в линейных стационарных динамических системах, предложенная в первой половине XX в. применительно к одиночному резонатору с пренебрежимо малыми потерями, в последующие годы не получила своего развития и обобщения [1]. Одному из аспектов этой проблемы посвящена настоящая работа.

Классическое определение резонанса, предложенное Н.Д. Папалекси в докладе «Эволюция понятия резонанса», в развитие определения Л.И. Мандельштама не предполагает учета потерь в резонаторе, а напротив обращает эти потери в ноль и приводит колебания в резонаторе к нормальным колебаниям. Частота нормальных колебаний считается резонансной.

В более сложных системах свободное колебание является суммой собственных процессов, спектры которых перекрываются. Было показано, что степень этого перекрытия определяет характер спектра свободного процесса, учет потерь в системе и её резонансную частоту. Это важно в том смысле, что существуют резонансные системы, потери в которых играют существенную конструктивную роль, и пренебречь ими не представляется возможным, так как система при этом разрушается [2].

Речь идет прежде всего об RC-системах, но и не только о них. К таким системам упомянутое выше определение резонанса принципиально неприменимо, поскольку оно неприменимо к системам с неограниченными потерями и произвольным числом степеней свободы.

В связи с этим нами была предложена спектральная теория резонанса, основанная на том положении, что свободный процесс в резонансной системе с потерями и произвольным числом степеней свободы в общем случае является суперпозицией собственных процессов, среди которых могут наблюдаться как затухающие гармонические, так и экспоненциальные процессы. Это означает, что корни характеристического уравнения линейной стационарной динамической системы могут быть как комплексно сопряженными, и, как это ни парадоксально, отрицательными действительными числами. Это позволило обобщить и расширить теорию резонанса [4], [5], [6].

Отсюда следует, что классическое определение резонанса является лишь частным случаем этого определения для систем, устранение потерь в которых является возможным.

Однако оказалось, что свойство экстремального реагирования на внешнее воздействие может быть также характерным для более сложных линейных стационарных систем. Да и характер резонансного воздействия в общем случае может весьма отличаться от гармонического сигнала.

Среди таких систем обращает на себя внимание согласованный фильтр, который экстремально реагирует на входной сигнал определенной формы. Можно ли отнести согласованный фильтр к резонансным системам? Оказалось, что это возможно и критерием экстремальности (резонанса формы) в согласованном фильтре является относительный максимум (экстремум) максимальной величины свертки входного сигнала и сдвинутого на интервал сигнала зеркального отображения свободного процесса фильтра.

Явление, при котором наблюдается относительный максимум свертки входного сигнала и сдвинутого на интервал сигнала зеркального отображения свободного процесса фильтра было определено как **резонанс формы** входного сигнала [7]. Это явилось обобщением и развитием физического понятия о резонансе в линейной стационарной динамической системе с одним входом и одним выходом.

Дальнейшее обобщение и развитие понятия резонанса было связано с исследованием динамической системы с n входами и одним выходом [8].

Практическая ценность такой задачи состоит в том, что реальные системы действительно могут содержать много точек внешнего воздействия. При действии на эти точки определенного сочетания внешних сил в системе может возникать резонанс, которого не ждут и который может привести к непредсказуемым последствиям. При этом иные сочетания автономных воздействий внешних сил на отдельные входы системы экстремального отклика на выходе системы не вызывают. При традиционном обследовании таких систем методом частотного анализа резонансы в них не обнаруживаются. К таким системам могут относиться мостовые конструкции, отрезки железнодорожных путей с движущимися по ним составам и другие системы с ограниченной базой, находящиеся под воздействием внешних сил в разных точках. Такой вид резонанса был определён как **матричный резонанс формы**. При этом было показано, что в случае векторной совокупности входных сигналов при фиксированной энергии для определенной их параметризации на выходе системы может иметь место экстремальный отклик, величина которого в некоторый момент времени будет больше, чем для любой иной комбинации входных сигналов [9], [10].

Более широкий подход к изучению резонанса в линейных стационарных динамических системах приводит к постановке и решению задачи обобщения понятия об этом явлении с использованием поведенческой модели с внешним описанием, отличным от традиционного внутреннего описания резонансной системы. Поведенческая модель системы позволяет ставить и решать задачи на некоторые её “особые” поведения.

При этом резонанс рассматривается как свойство системы с внешним описанием типа «вход-выход». Это свойство альтернативно традиционному классическому резонансу системы с внутренним описанием.

Рассмотрение в настоящей работе явления многопараметрического резонанса как особого внешнего поведения системы позволяет существенно обобщить это понятие, приблизив к научному объяснению многие поведенческие ситуации в гораздо более широком классе динамических систем, по сравнению с теми системами, которые описываются дифференциальными уравнениями второго порядка. Поэтому в данной статье ставится задача теоретического исследования многопараметрического резонанса и рассмотрения его реализации в системе с заданной импульсной характеристикой.

2. Решение задачи. Предметом рассмотрения будет модель вида

$$y(t) = F_X(u(\tau < t)), \tag{1}$$

где t – время (действительное число), а входной сигнал u: $t \to U$, представлен в виде U – множеством своих значений. В случае, когда система имеет n входов, то будем полагать $U=R^n$, где R^n – множество n-мерных векторов.

В выражении (1) F_x представляет собой семейство функций внешнего отображения, индексированное состоянием системы, т.е. функций, преобразующих отрезок входного сигнала $u(\tau) = u(\tau < t)$ при $\infty < \tau < t$ в значении выходного сигнала $y \in Y$ для каждого выбранного начального состояния системы x. Выходной сигнал $y : t \to Y$ – это функция, представленная своими значениями в множестве Y для систем с одним выходом, где Y – множество действительных чисел. Зафиксируем начальное состояние x системы и рассмотрим семейство входных сигналов Θ с m действительными параметрами ξ, т.е. $u(\xi,t); \xi \in \Theta \subseteq R^m$, т.е. параметрами ξ, принадлежащими множеству R^m. Рассмотрим зависимость уровня L выходного сигнала y от многомерного параметра ξ, т.е. $L = \|y\| = f(\xi)$. Назовем эту функцию передаточно-параметрической характеристикой системы. Очевидно, что в этом случае сигнал на выходе уже не будет совпадать по форме с входным сигналом. Однако, передаточно-параметрическая характеристика, представленная как действительная функция m переменных, будет также определять особенности внешнего поведения системы при изменении входного сигнала. Если существует некоторая (возможно не единственная) точка $\xi_0 \in \Theta$ в пространстве параметров ξ, для которой справедливо соотношение $L_0 = f(\xi_0) > f(\xi), \forall \xi \neq \xi_0$, означающее, что существует некоторый параметр ξ_0, которому соответствует максимальный уровень (норма) выходного сигнала по сравнению со всеми другими параметрами из множества Θ, то будем говорить, что в системе существует многопараметрический резонанс для сигнала с многомерным параметром ξ_0. Поверхность $L = f(\xi)$ в окрестности ξ_0 можно называть поверхностью избирательности системы (1) в окрестности резонанса в точке ξ_0. При $m = 1$ (классический частный случай) имеем кривую избирательности с выраженным максимумом. Представленный здесь многопараметрический резонанс может иметь место при действии на систему сигнала с дискретной структурой спектра. При этом своими параметрами обладает каждая составляющая спектра сигнала. Этот резонанс также характеризует внешнее поведение системы.

3. Реализация многопараметрического резонанса. Рассмотрим возможность реализации многопараметрического резонанса в системе, на n входах которой действуют сигналы с несколькими параметрами. Ограничимся примером 3-параметрического резонанса. Пусть импульсная характеристика системы $h_\delta(t)$ имеет вид 2х прямоугольных импульсов величиной U_0 с параметрами $T = 2\tau$ и локализацией в интервале [$0 \quad T_0$].

Рассмотрим воздействие на систему напряжения, имеющее вид

$$u_1(T_0 - t) = a_0 + a_1 \sin\omega_0(T_0 - t) + a_2 \sin 3\omega_0(T_0 - t), \qquad (2)$$

где $a_0 = 0{,}5U_0$, $a_1 = 0{,}63U_0$, $a_2 = 0{,}21U_0$, $U_0 = 1{,}2B$, a_0, a_1, a_2 – параметры сигнала.

Необходимо путем вариации параметров a_0, a_1, a_2 при постоянстве полной энергии сигнала $u_1(T_0 - t)$, определяемой этими величинами, вычислить резонансную зависимость сигнала на выходе системы от величин указанных параметров. Постоянство энергии 3-сигналов приводит к следующему соотношению между параметрами a_0, a_1, a_2:

$$A = \sqrt{a_0^2 + a_1^2 + a_2^2} = 1. \qquad (3)$$

Соотношение (3) определяет положение вектора $\underline{A}$ сигнала в пространстве a_0, a_1, a_2, где A – модуль вектора.

Выражение (3) позволяет привести в однозначное соответствие набор значений параметров a_0, a_1, a_2 с положением этого вектора $\underline{A}$, определяемого углами α и β, которые могут задаваться произвольно, в соответствии с соотношениями вида:

$$a_2 = A\cos\beta,\ a_1 = s_1\cos\alpha, \text{где } s_1 = A\cos\gamma,\ \gamma = 90^0 - \beta,\ a_0 = \sqrt{s_1^2 - a_1^2}\ . \qquad (4)$$

Если реакцию системы на любое сочетание параметров a_0, a_1, a_2, эквивалентное соответствующему сочетанию углов ($\alpha = x$ и $\beta = y$) вектора $\underline{A}$, обозначить через Z, то зависимость $Z = f(x, y)$ будет представлять собой пространственную резонансную фигуру в 3-мерном пространстве, соответствующую 3-параметрическому резонансу системы.

Для определения значений функции $Z = f(x, y)$ при различных сочетаниях параметров a_0, a_1, a_2 сигнала $u_1(t - T_0)$ необходимо вычислить интеграл свертки с этим сигналом импульсной характеристики $h_\delta(t)$ с помощью выражения:

$$u_2(t) = \int_0^t h_\delta(\xi) * u_1(\xi - T_0)\, d\xi. \qquad (5)$$

Для вычисления этого интеграла переведем его в дискретную форму вида

$$u_2(k\Delta t) = \sum_{k=1}^{k=l} h(k\Delta t)\cdot u_1((l-k+1)\Delta t, \tag{6}$$

где $1 \le k \le l$, а $l = 1,2,3..n$.

Расчет произведем при $n = 150,\ h(k\Delta t) = \dfrac{U_0 при \Delta t \le k\Delta t \le 50\Delta t}{U_0 при 100\Delta t \le k\Delta t \le 150\Delta t}$ и

$h(k\Delta t) = 0$ при $100\Delta t \le k\Delta t \le 150\Delta t$

$$u_1((l-k+1)\Delta t) = a_0 + a_1 \sin\frac{\pi}{m}(l-k+1) + a_2 \sin\frac{3\pi}{m}(l-k+1),$$

где $m = \dfrac{T}{\Delta t}$, $m = 50$; $U_0 = 1{,}2$.

Значения промежуточных максимумов в выражении свертки (6), полученных в результате задания пар (x, y), определяющих различные сочетания параметров $a_{0,}a_{1,}a_2$, определяются соответствующей программой расчета. Пример расчета максимальной величины Z на рис. 1.

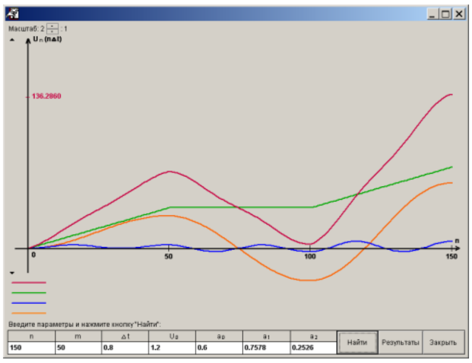

Рис. 1. Максимальное значение свертки

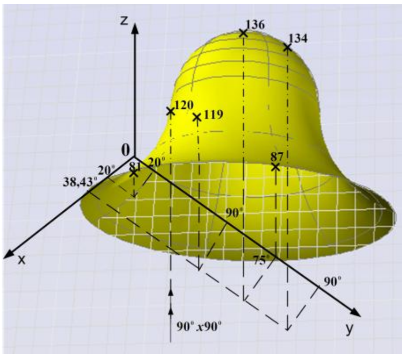

Рис. 2. Резонансная поверхность

Здесь три кривые – это результаты свертки импульсной характеристики с каждым из трех слагаемых сигнала (2), а верхняя кривая – суммарный результат свертки. Полученные таким образом максимальные значения Z должны располагаться на резонансной поверхности избирательности системы.

Соответствующая резонансная поверхность избирательности системы для случая 3-параметрического матричного резонанса представлена на рис. 2.

Она представляет собой обобщение традиционной однопараметрической резонансной кривой на случай трёх независимых параметров, только определенное сочетание которых позволяет получить резонансный эффект в системе. В общем случае число таких параметров может быть произвольным, но задача может решаться аналогично.

Вывод. Теоретические предпосылки и моделирование процесса воздействия на линейную стационарную динамическую систему с заданной импульсной характеристикой сигнала с несколькими параметрами показывает возможность получения экстремального отклика системы, т.е. возможность реализации в ней многопараметрического резонанса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Папалекси Н.Д.* Эволюция понятия резонанса // Успехи физических наук. – 1947. – Т. 31. – Вып. 4.
2. *Зельманов С.С.* Резонанс в линейной стационарной системе с экспоненциальными собственными процессами // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 12 (113). – С. 116-125.
3. *Харкевич А.А.* Основы радиотехники. – М.: ГИЛ по вопросам связи и радио, 1963.
4. *Zelmanov S.* Development of the general theory of resonance in linear stationary systems // Latvian journal of physics and technical sciences. – 2002. – № 3.
5. *Зельманов С.С.* Особенности апериодического режима линейной стационарной системы // Latvian journal of physics and technical science. – 2003. – № 2.
6. *Зельманов, С.С.* Исследование явления резонанса в цепной RC-линии // T•Comm. (Телекоммуникации и транспорт). Спецвыпуск по итогам 3-й отраслевой научной конференции «Технологии информационного общества». – 2009. – №8.
7. *Зельманов, С.С.* Исследование явления резонанса формы сигнала в согласованном фильтре // Электросвязь. – 2011. – № 1.
8. *Зельманов С.С.* Резо нанс в линейной стационарной динамической системе с n входами и одним выходом // T-Comm (Телекоммуникации и транспорт). – 2013. – № 1.
9. *Зельманов С.С.* Резонанс в линейной стационарной динамической системе с n входами и одним выходом. Сборник докладов 67-й Всероссийской конференции с международным участием (67-thRDC-2012-RadioDayConferencewiththeinternationalParticipation). Москва – 2012.
10. *Зельманов С.С.* Обобщение понятия частотного резонанса на поведенческую модель линейной динамической системы с внешним описанием // T-Comm (Телекоммуникации и транспорт). – 2012. – № 5.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.А. Зори.

Зельманов Самуил Соломонович – Волго-вятский филиал московского технического университета связи и информатики; e-mail: zelmanss@yandex.ru; 603011, г. Нижний Новгород, ул. Менделеева, 15; тел.: 89036044141; к.т.н.; доцент.

Zelmanov Samuel Solomonovitch – Moscow Technical University of Communication and Informatics (Volgo-Vyatskiy Branch); e-mail: zelmanss@yandex.ru; 15, Mendeleyev street, Nizhniy Novgorod, 603011, Russia; phone: +79036044141; cand. of eng. sc.; associate professor.