

возникают качественно различные оптимальные стратегии клиентов. При определенных значениях параметров более выгодно действовать честно, в то время как при других значениях параметров дача взятки позволяет уменьшить затраты или увеличить доход. Поэтому разработка методики идентификации моделей играет важную роль в реализации методов борьбы с коррупцией. Коррупция может препятствовать поддержанию системы в гомеостазе, так как уменьшает оптимальную для ПП степень очистки сточных вод. В рамках предложенной модели борьба с коррупцией возможна как административными (контроль), так и экономическими (увеличением доли средств, поступающих к ОУ) методами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Rose-Ackerman S.* The economics of corruption // *Journal of political economy.* – 1975. – № 4. – P. 187-203.
2. *Bac M.* Corruption and supervision costs in hierarchies // *Journal of comparative economics.* – 1996. – № 2. – P. 99-118.
3. *Mishra A.* Hierarchies, incentives and collusion in a model of enforcement // *Journal of Economic Behavior and Organization.* – 2002. – Vol. 47. – P. 165-178.
4. *Левин М.И., Цирик М.Л.* Коррупция как объект математического моделирования // *Экономика и математические методы.* – 1998. – Т. 34, № 3. – С. 40-62.
5. *Усов А.Б.* Модельное исследование коррупции в трехуровневых системах управления // *Экономика и математические методы.* – 2009. – Т. 45. – Вып. 2. – С. 66-73.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Г.А. Угольницкий.

Усов Анатолий Борисович – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: usov@math.rsu.ru; 344002, г. Ростов-на-Дону, ул. Ульяновская, 50, кв. 24; тел.: 890434046-21; факультет математики, механики и компьютерных наук; кафедра прикладной математики и программирования; профессор, д.т.н.; доцент.

Usov Anatoliy Borisovich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: usov@math.rsu.ru; 50, Uliyanovskaya street, fl. 24, Rostov-on-Don, 344002, Russia; phone: 89043404621; faculty of mathematics, mechanics and computer sciences; the department of applied mathematics and programming; professor; dr. of the eng. sc.; assistant professor.

УДК 51-77

А.Э. Назиров

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СУБЪЕКТОВ РЫНОЧНОЙ СИСТЕМЫ

Построена оригинальная математическая модель, описывающая деятельность различных субъектов рыночной системы. Модель исследуется с учетом иерархии в отношениях между субъектами. Описанная система включает в себя Комитента, Комиссионера, Торговое предприятие и Управляемую систему. Методом множителей Лагранжа аналитически строится равновесие по Штакельбергу с учетом требований поддержания системы в заданном состоянии. В качестве метода иерархического управления используется метод побуждения, в соответствии с которым, Ведущий создает Ведомому такие условия, что ему экономически выгодно способствовать достижению цели Ведущего и невыгодно обратное. Проведено исследование модели с последующей интерпретацией полученных результатов.

Иерархическое моделирование; равновесие по Штакельбергу; метод побуждения; оптимизация.

A.E. Nazirov

MODELING OF MARKET ACTOR BEHAVIOUR

An original mathematical model describing behavior of different market actors is designed. The model is being analyzed subject to the hierarchy within the actors' attitude. The hierarchical system involves Principal, Agent, Trading Enterprise and controlled environment. The Stackelberg's equilibrium with a glance of the system's requirements in a given state of the model is made. The method of Lagrange multipliers is used for solving the problem. The impulsion method is used for hierarchical control. In such case principal creates condition for client. It is economically profitable for client to follow this condition. The research of a model with the further interpretation of the obtained results was carried out.

Hierarchical modeling; Stackelberg's equilibrium; method of impulsion; optimization.

Введение. В современном мире экономика основана на принципах частной собственности, свободного предпринимательства и договорных отношений между хозяйствующими субъектами. При этом ценообразование не предполагает какого-либо вмешательства государства и определяется спросом и предложением на товар.

Для исследования различных явлений, возникающих в рыночной экономике, используют различные методы познания, среди которых можно выделить системный анализ [1, 2]. Одним из многочисленных инструментов системного анализа является моделирование и эксперимент. Математическое моделирование как инструмент исследования иерархических систем управления получило активное распространение в XX в. Этому способствовали работы Ю.Б. Гермейера, Н.Н. Моисеева, В.А. Горелика и других [1, 2].

В данной работе построена и исследована оригинальная трехуровневая модель, описывающая взаимодействие нескольких хозяйствующих субъектов рыночной системы. Взаимоотношения субъектов управления верхнего и среднего уровня происходят в соответствии с договором комиссии. В качестве метода иерархического управления в предложенной модели используется метод побуждения. В работе аналитическим методом множителей Лагранжа строится равновесие по Штакельбергу с учетом требований поддержания системы в заданном состоянии. Проведены эксперименты с последующей интерпретацией полученных результатов.

Теоретическая часть. Построена оригинальная математическая модель, описывающая функционирование рыночной системы и включающая в себя Поставщика, Посредника, Торговое Предприятие (ТП) и Управляемую систему (УС). Взаимоотношения внутри такой системы носят следующий характер: Поставщик воздействует на Посредника, Посредник – на Торговое предприятие, ТП – на УС. Непосредственное воздействие Поставщика на УС отсутствует. Со всех субъектов управления взимается налог в размере V .

Деятельность Поставщика заключается в производстве и последующей продаже строительных материалов из древесины, при этом основной целью Поставщика является поддержание системы в заданном состоянии. Будем считать, что система находится в заданном состоянии, если количество загрязняющих веществ (ЗВ), выделяемых в атмосферу при производстве строительных материалов, соответствует экологическим нормам, установленным государством. Данное условие отражает главную объективную цель развития всей системы. Условие сбалансированного развития для данной системы описывается неравенством (1)

$$M_{II}(V) < M_{II\text{Max}} \quad (1)$$

$M_{II\text{Max}}$ – максимальный возможный объем сброса ЗВ в окружающую среду, установленный государством, $M_{II}(V)$ – количество попадающих в окружающую среду загрязнений, определяется количеством пыли деревообрабатывающего производства при изготовлении V единиц продукции.

Поставщик может добиться выполнения условия (1) не единственным образом, поэтому, кроме того, Поставщик реализует свою продукцию, с целью увеличения собственной прибыли. Реализация продукции происходит через Посредника. Между Поставщиком и Посредником заключен договор комиссии, в котором прописаны все права и обязанности каждой из сторон. В соответствии с договором комиссии Поставщик выступает в роли Комитента, Посредник в роли Комиссионера.

Поставщик предоставляет Посреднику товар по базовой цене, которая является его управлением. При этом он расходует средства на оплату постоянных затрат, не зависящих от объема производства, и переменных затрат, зависящих от объема производимой продукции. Выплата комиссионных Посреднику относится к переменным затратам, так как их величина зависит от объема проданной продукции и цены Поставщика.

Предполагается, что Поставщик сотрудничает с одним Посредником и с одним ТП. Объем продаваемого товара определяется функцией спроса $V(P_{ТП})$ по цене $P_{ТП}$ с постоянным коэффициентом эластичности α [3] и описывается формулой (2).

$$V(P_{ТП}) = \frac{A}{(P_{ТП})^\alpha}. \quad (2)$$

Целевая функция поставщика имеет вид

$$J_{ПСТ} = (1 - \nu)((P_{ПСП} - \text{cost}_{ПСТ} \cdot P_{ПСТ} - z_s) \cdot V(P_{ТП}) - FC_{ПСТ}) \rightarrow \max_{P_{ПСТ}}, \quad (3)$$

где $FC_{ПСТ}$ – фиксированные затраты Поставщика; $\text{cost}_{ПСТ}$ – доля средств, покрывающих производственные затраты, $\text{cost}_{ПСТ} \in (b, 1)$; $V(P_{ТП})$ – объем продаж, зависящий от $P_{ТП}$, убывает с увеличением аргумента; $P_{ПСП}$ – значение цены Посредника; $P_{ТП}$ – значение цены ТП; $z_s = \text{const}$ – средства, которые ТП тратит на хранение единицы продукции, $z_s > 0$; b – величина комиссионных за единицу проданной продукции, $b \in (0, 1)$.

Посредник может менять цену, установленную Поставщиком, в пределах оговоренных договором комиссии. Он управляет величиной собственной надбавки или скидки к цене Поставщика. Основная цель Посредника – увеличение собственной прибыли. При этом Посредник несет производственные затраты.

Целевая функция Посредника имеет вид:

$$J_{ПСП} = (1 - \nu)(1 - \text{cost}_{ПСП}) \cdot b \cdot P_{ПСТ} \cdot V(P_{ТП}) \rightarrow \max_{P_{ПСП}}, \quad (4)$$

$$P_{ПСП} = P_{ПСТ} \cdot (1 + c_{ПСП}), \quad (5)$$

$b \cdot P_{ПСТ} \cdot V(P_{ТП})$ – комиссионные, получаемые от Поставщика, за единицу проданного товара, зависящие от стоимости продукции; $\text{cost}_{ПСП}$ – доля средств от общей выручки, покрывающих переменные затраты, причем $\text{cost}_{ПСП} \in (0, 1)$.

Торговое предприятие занимается продажей строительных материалов, приобретаемых у Поставщика через Посредника. Оно стремится к максимизации своей прибыли, управляя размером торговой наценки на стоимость единицы продукции, по которой приобретает товар. При этом ТП несет фиксированные и переменные затраты.

Целевая функция Торгового предприятия имеет вид:

$$J_{ТП} = (1 - v)((c_{ТП} - s \cdot P_{ТП} - S_{RS}) \cdot V(P_{ТП}) - FC_{ТП}) \rightarrow \max_{c_{ТП}}, \quad (6)$$

$$St_{ТП} = St_{ПСП} + c_{ТП}, \quad (7)$$

где $A, \alpha = const$ – параметры спроса на продукцию ТП; $c_{ТП}$ – наценка торгового предприятия; $c_{ТП} \cdot V(P_{ТП})$ – доход торгового предприятия; $FC_{ТП} = const$ – фиксированные затраты Торгового предприятия; $s = const$ – доля выручки предприятия, выделяемой в фонд заработной платы на ТП, $s \in (0,1)$; $S_{RS} = const$ – средства, которые ТП тратит на хранение единицы продукции, $S_{RS} > 0$.

Описанная выше модель решается при следующих ограничениях на управления

◆ Поставщика

$$P_{ПСТ \min} \leq P_{ПСТ} \leq P_{ПСТ \max}. \quad (8)$$

◆ Посредника

$$c_{ПСП \min} \leq c_{ПСП} \leq c_{ПСП \max}. \quad (9)$$

◆ Торгового Предприятия

$$c_{ТП \min} \leq c_{ТП} \leq c_{ТП \max}. \quad (10)$$

Модель описывается системой (1)–(10).

Реализационная часть. Для организации управления в многоуровневых моделях используются различные методы иерархического управления [4–5]. При решении данной модели используется метод побуждения. Строится равновесие по Штакельбергу с учетом требований поддержания системы в заданном состоянии. Равновесие строится аналитически методом множителей Лагранжа [4–5].

Алгоритм нахождения равновесия побуждения в трехуровневой системе заключается в следующем.

1. Решается задача (2), (6)–(7), (10). Определяется оптимальное для ТП значение торговой наценки в зависимости от значения стоимости единицы продукции у Посредника $P_{ПСП}$. Обозначим это значение через $c_{ТП}^*(c_{ПСП})$.

2. Решается задача (4)–(5), (9). С учетом $c_{ТП}^*(c_{ПСП})$ определяется оптимальное значение параметра управления Посредника в зависимости от величины $P_{ПСТ}$. Обозначим это значение через $c_{ПСП}^*(P_{ПСТ})$.

3. Подставим найденные на первом и втором шагах алгоритма величины $c_{ТП}^*(c_{ПСП}^*(P_{ПСТ}))$ и $c_{ПСП}^*(P_{ПСТ})$ в (1), (3), (8). Определяется оптимальное для Поставщика значение стоимости единицы продукции $P_{ПСТ}^*$.

Решение модели (1)–(10) имеет вид

$$\{P_{ПСТ}^*, c_{ПСП}^*(P_{ПСТ}^*), c_{ТП}^*(c_{ПСП}^*(P_{ПСТ}^*))\}.$$

В работе проводилось множество экспериментов с различными значениями входных параметров, в соответствии со следующими ограничениями:

◆ Торгового предприятия

$$0 \leq s < 1; \quad 0 < S_{RS}; \quad 0 < A; \quad \alpha > 1.$$

◆ Посредника

$$0 < b < 1; \quad 0 < cost_{ПСП} < 1.$$

◆ Поставщика

$$(I + c_{ПСП\min}) > cost_{ПСТ}.$$

Комплекс программ, реализующих модель разработан с использованием Visual Studio 2010. Для хранения данных использовалась СУБД MS SQL Server.

Проведенные эксперименты позволили выявить основные закономерности функционирования системы. Часть из них приведены ниже:

- ◆ уменьшение издержек субъекта управления системы приводит к увеличению его прибыли;
- ◆ с ростом значения коэффициента эластичности прибыль Поставщика и Посредника снижается, однако прибыль ТП может и не уменьшиться;
- ◆ уменьшение максимальной скидки в договоре комиссии влечет уменьшение прибыли Посредника и ТП, но прибыль Поставщика при этом увеличивается. Причем суммарная прибыль всех субъектов системы растет.
- ◆ в данной модели в качестве функции спроса использовалась функция спроса по цене с постоянным коэффициентом эластичности. Данный коэффициент частично отражает конкуренцию на рынке и заменяемость товара. Указанные свойства коэффициента эластичности придают дополнительный смысл представленным результатам.

Заключение. В представленной работе построена оригинальная модель рыночной системы иерархической структуры. Система описывает деятельность Поставщика, Посредника и Торгового предприятия. Данная модель построена на основе теоретико-игрового и иерархического подходов.

При исследовании данной модели использовался метод побуждения. Строится равновесие по Штакельбергу с учетом требований поддержания системы в заданном состоянии. Равновесие строится в соответствии с приведенным алгоритмом аналитически методом множителей Лагранжа. Были проведены многочисленные эксперименты, что позволило выявить основные закономерности функционирования системы, часть из которых представлены в работе.

В дальнейшем планируется исследовать данную модель с учетом возможности коррупционных отношений между ТП и Посредником. Предполагается, что ТП предлагает взятку Посреднику с целью уменьшения стоимости единицы продукции. При этом Посредник может принять или отклонить взятку.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1979. – 224 с.
2. *Гермейер Ю.Б.* Введение в теорию исследования операций. – М.: Наука, 1971. – 384 с.
3. *Жак С.В.* Детерминированная финансовая математика. – Ростов-на-Дону.: Изд-во ЮФУ, 2008. – 158 с.
4. *Угольницкий Г.А.* Иерархическое управление устойчивым развитием. – М.: Физматлит, 2010. – 332 с.
5. *Усов А.Б.* Модели иерархического управления качеством водных ресурсов. – Ростов-на-Дону: ЦВВР, 2006. – 291 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор Г.А. Угольницкий.

Назирова Адалят Эльшанович – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Южный федеральный университет»; e-mail: carma@mail.ru; г. Ростов-на-Дону, ул. Еременко, 66/1, кв. 4; тел.: +79286014569; кафедра прикладной математики и программирования; магистрант; бакалавр.

Nazirov Adalyat Elshanovich – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: carma@mail.ru; 66/1 Eremenko street, flat 4; Rostov-on-Don, Russia; phone: +79286014569; the department of applied mathematics and programming; student; bachelor.