БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Meurant G.* Computer solution of large linear systems. ELSEVIER, Amsterdam, 1999. – 753 p.
2. *Виноградова С.А., Крукиер Л.А.* Решение трехмерной стационарной задачи конвекции-диффузии в анизотропной среде методом неполного LU-разложения // Труды XIV Молодежной конференции-школы с международным участием «Современные проблемы математического моделирования», пос. Дюрсо, 12-17 сентября 2011 г. – С. 74-90.
3. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
4. *Самарский А.А., Николаев Е.С.* Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 592 с.
5. *Снарский А.А., Пальти А.М., Ащеулов А.А.* Анизотропные термоэлементы // Физика и техника полупроводников. – 1997. – Т. 31, № 11. – С. 1291-1298.
6. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
7. *Шибаев В.П.* Необычные кристаллы или загадочные жидкости // Соросовский образовательный журнал. – 1996. – № 11. – С. 37-46.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н. А.Л. Чикин.

Виноградова Светлана Александровна – Южно-Российский региональный центр информатизации (ЮГИНФО) Южного федерального университета; email: svetlavi@sfedu.ru; 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2; тел.: +78632199734; лаборатория вычислительного эксперимента на супер-ЭВМ; младший научный сотрудник.

Vinogradova Svetlana Alexandrovna – Computer Center SFU; email: svetlavi@sfedu.ru; 200/1, Stachki av., build. 2, Rostov-on-Don, 344090, Russia; phone: +78632199734; laboratory of computational experiments on super-computers; junior research fellow.

УДК 519.254.1

Д.В. Иванов, О.В. Усков

РЕКУРРЕНТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ БИЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМЕХАМИ НАБЛЮДЕНИЯ ВО ВХОДНОМ И ВЫХОДНОМ СИГНАЛАХ

Хорошо известно, что метод наименьших квадратов дает смещенные оценки параметров для динамических систем с помехами во входных и выходных сигналах. В работе предложен рекуррентный алгоритм на основе стохастической аппроксимации для оценивания параметров билинейных динамических систем с помехами наблюдения во входном и выходном. Доказана сильная состоятельность, получаемых оценок параметров, при ограничениях, не требующих знания закона распределения помех. Предложенный алгоритм был реализован в среде Matlab и проведено сравнение с рекуррентным методом наименьших квадратов и рекуррентным методом расширенных инструментальных переменных. Результаты моделирования подтвердили высокую эффективность предложенного алгоритма.

Рекуррентное оценивание; стохастическая аппроксимация; модель с ошибками в переменных; билинейные системы; метод наименьших квадратов.

D.V. Ivanov, O.V. Uskov

RECURSIVE ESTIMATION BILINEAR DYNAMICAL SYSTEMS WITH ERRORS-IN-VARIABLES

It is well known that the method of least squares gives biased estimates of parameters for dynamic systems when the observed input-output data are corrupted with noise. Recursive algorithm based on stochastic approximation is proposed for identification single-input-single-output (SISO) bilinear dynamic systems with errors-in-variables. The estimates are proved to be convergent to the true values with probability one, the resulting estimates of parameters under con-

straints that do not require knowledge of density. The proposed algorithm was realized in Matlab and compared with the recursive least-squares method and the recursive method extended instrumental variables. The results of a simulated example indicate that the proposed algorithm provides good estimates.

Recursive estimation; stochastic approximation; errors-in-variables model; bilinear systems; least square method.

Введение. Билинейные модели являются простейшим обобщением линейных динамических систем. Моделирование физических процессов с помощью билинейных систем находит применение во многих областях науки, таких как ядерная физика, электрические сети, химическая кинетика, гидродинамика и т.д. [1].

Проблема идентификации динамических систем с помехами во входных и выходных сигналах, несомненно, является более сложной, чем классическая постановка задачи в регрессионном анализе, когда зашумленным является только выходной сигнал. В настоящее время наблюдается активное развитие состоятельных методов идентификации систем с помехами во входных и выходных сигналах [2–4]. Подавляющее большинство работ посвящено линейным динамическим системам.

В работе [5] предложен метод идентификации билинейных систем с помехой наблюдения в выходном сигнале, являющийся обобщением метода наименьших квадратов [6]. В данной работе дано обобщение результатов работы [5] на случай билинейной системы с помехами во входных и выходных сигналах. Разработан рекуррентный метод, который позволяет получать сильно состоятельные оценки параметров билинейных систем, и не требует априорной информации о распределении помех.

Постановка задачи. Пусть билинейная динамическая система описывается стохастическими уравнениями с дискретным временем $i = \ldots -1,0,1\ldots$

$$z_i - \sum_{m=1}^{r} b_0^{(m)} z_{i-m} = \sum_{m=0}^{r_1} a_0^{(m)} x_{i-m} + \sum_{m=0}^{r_2} \sum_{k=1}^{r_3(m)} c_0^{(mk)} x_{i-m} z_{i-k}, \qquad (1)$$

$$y_i = z_i + \xi_1(i), \ w_i = x_i + \xi_2(i).$$

где z_i, y_i – ненаблюдаемая и наблюдаемая выходные переменные; x_i, w_i – ненаблюдаемая и наблюдаемая входные переменные; $\xi_1(i)$, $\xi_2(i)$ – помехи наблюдения в выходном и входном сигналах.

Пусть выполняются следующие предположения:

1^0. Множество $\tilde{\mathrm{B}}$, которому априорно принадлежат истинные значения параметров устойчивой, управляемой и идентифицируемой билинейной системы, является компактным.

2^0. Помехи $\{\xi_1(i)\}$ и $\{\xi_2(i)\}$ статистически не зависят между собой с

$$E\{\xi_1(i)/F_i^{(1)}\}=0, \ E\{\xi_2(i)/F_i^{(2)}\}=0,$$

$$E\{\xi_1^2(i)/F_i^{(1)}\} \le W_i^{(1)} < \infty, \ E\{(\xi_2^2(i)/F_i^{(2)}\} = W_i^{(2)} < \infty,$$

где $F_i^{(1)}, F_i^{(2)}$ – σ-алгебры, индуцированные семействами случайных величин $\{\xi_1(t), t \in T_i\}$ и $\{\xi_2(t), t \in T_i\}$, $T_i = \{t, t \le i, t \in \mathrm{Z}_c\}$, Z_c – множество целых чисел, $W_i^{(1)}$, $W_i^{(2)}$ – случайные величины $E\left(W_i^{(1)}\right) \le \pi_{\xi_1}$, $E\left(W_i^{(2)}\right) \le \pi_{\xi_2}$, где E – оператор математического ожидания.

3^0. $\{\xi_1(i)\}, \{\xi_2(i)\}$ статистически не зависит от $\{x_i\}$.

4^0. Последовательности $\{x_i\}$-стационарные в узком смысле с дробно-рациональной плотностью случайные сигналы с $E\{(x_i)^2\} = \overline{\sigma}_x^2 > 0$. Для некоторых $\pi_x > 0$: $|x_i| < \pi_x$ п.н.

Требуется определять оценки неизвестных коэффициентов динамической системы, описываемой уравнением (1) по наблюдаемым последовательностям y_i, w_i, при известных порядках r, r_1, r_2 и r_3 определить оценки истинных значений параметров.

Рекуррентный алгоритм оценивания параметров. Система может быть записана как линейная регрессия

$$y_i = \varphi_i^T \theta + \varepsilon_i, \tag{2}$$

где $\varphi_i = \left(\phi_y^T(i) \mid \phi_w^T(i) \mid \phi_{wy}^T(i)\right)^T$, $\phi_y(i) = \left(y_{i-1}, \dots y_{i-r}\right)^T$,

$$\varphi_w(i) = \left(w_{i-1}, \dots w_{i-r_1}\right)^T$$

$$\varphi_{wy}(i) = \left(w_i y_{i-1}, \dots, w_i y_{i-r_3(0)} \mid w_{i-1} y_{i-1}, \dots, w_{i-1} y_{i-r_3(1)} \mid \dots \right.$$

$$\left. \dots \mid w_{i-r_2} y_{i-1}, \dots, w_{i-r_2} y_{i-r_3(r_2)}\right)^T,$$

$$\theta_0 = \left(b_0^T \mid a_0^T \mid c_0^T\right)^T, \; b_0 = \left(b_0^{(1)} .. b_0^{(r)}\right)^T, a_0 = \left(a_0^{(1)} ... a_0^{(r_1)}\right)^T,$$

$$c_0 = \left(c_0^{(11)} \dots c_0^{(1r_3(1))} \mid c_0^{(21)} \dots c_0^{(2r_3(2))} \mid \dots \mid c_0^{(r_21)} \dots c_0^{(r_2r_3(r_2))}\right)^T,$$

$$\varepsilon_i = \xi_1(i) - \sum_{m=1}^{r} b_0^{(m)} \xi_1(i-m) - \sum_{m=0}^{r_1} a_0^{(m)} \xi_2(i-m) -$$

$$-\sum_{m=0}^{r_2} \sum_{k=1}^{r_3(m)} c_0^{(mk)} \left(x_{i-m} \xi_1(i-k) + z_{i-k} \xi_2(i-m) + \xi_1(i-k) \xi_2(i-m)\right). \tag{3}$$

Из предположения (2) следует, что обобщенная ошибка имеет нулевое среднее значение, а из предположения (3) - что ее локальная дисперсия с вероятностью 1 будет равна:

$$\overline{\sigma}_\varepsilon^2(b_0, a_0, c_0) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} E\left(\left(\varepsilon_i(b_0, a_0, c_0)\right)^2\right) =$$

$$= \overline{\sigma}_1^2 + \overline{\sigma}_1^2 b_0^T b_0 + \overline{\sigma}_2^2 a_0^T a_0 + \left(\overline{\sigma}_1^2 \overline{\sigma}_x^2 + \overline{\sigma}_2^2 \overline{\sigma}_z^2 + \overline{\sigma}_1^2 \overline{\sigma}_2^2\right) c_0^T c_0,$$

$$\overline{\sigma}_1^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \xi_1^2(i), \quad \overline{\sigma}_2^2 = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \xi_2^2(i).$$

Тогда оценки неизвестного вектора θ можно получить с помощью стохастически градиентного алгоритма минимизации суммы взвешенных квадратов обобщённых ошибок $\varepsilon_i^2(b_0, a_0, c_0, i)$ с весом $\overline{\sigma}_\varepsilon^2(\hat{b}(i), \hat{a}(i), \hat{c}(i))$, т.е.:

$$\hat{\theta}(i+1) = \hat{\theta}(i) - \alpha_i \nabla_\theta \left[\left(y_{i+1} - \varphi_{i+1}^T \hat{\theta}(i)\right)^2 \Big/ \overline{\sigma}_\varepsilon^2(\hat{b}(i), \hat{a}(i), \hat{c}(i))\right], \tag{4}$$

где α_i – последовательность, удовлетворяющая условиям:

5^0. $\sum_{i=0}^{\infty}\alpha_i=\infty,\ \alpha_i\ge\alpha_{i+1},\ \sum_{i=0}^{\infty}\alpha_i^l<\infty,\ l>1.$

6^0. $\sum_{i=1}^{\infty}\alpha_i\xi_1(i)<\infty,\ \sum_{i=1}^{\infty}\alpha_i\xi_2(i)<\infty.$ п.н.

Теорема. *Пусть динамическая система описывается уравнениями (1) и выполняются предположения 1^0–6^0, тогда оценки, определяемые алгоритмом (4), либо* $\hat{\theta}(i)\xrightarrow[i\to\infty]{}\theta_0$ *п.н., либо* $\hat{\theta}(i)\xrightarrow[i\to\infty]{}\infty$.

В формуле (4) используются дисперсии помех наблюдения $\hat{\sigma}_1^2,\hat{\sigma}_2^2$ и дисперсии входного и выходного ненаблюдаемых сигналов $\hat{\sigma}_x^2,\hat{\sigma}_z^2$. Согласно теореме Манна–Вольда [6]: если случайные величины $\hat{\sigma}_1^2$, $\hat{\sigma}_2^2$, $\hat{\sigma}_x^2$, $\hat{\sigma}_z^2$ сходятся почти к постоянным $\bar{\sigma}_1^2$, $\bar{\sigma}_2^2$, $\bar{\sigma}_x^2$, $\bar{\sigma}_z^2$, то любая непрерывная функция $J(\hat{\sigma}_x^2,\hat{\sigma}_z^2,\hat{\sigma}_1^2,\hat{\sigma}_2^2)$ сходится почти наверное к постоянной $J(\bar{\sigma}_x^2,\bar{\sigma}_z^2,\bar{\sigma}_1^2,\bar{\sigma}_2^2)$:

$$\hat{\sigma}_x^2\xrightarrow{п.н.}\bar{\sigma}_x^2,\ \ \hat{\sigma}_z^2\xrightarrow{п.н.}\bar{\sigma}_z^2,\ \hat{\sigma}_1^2\xrightarrow{п.н.}\bar{\sigma}_1^2,\ \ \hat{\sigma}_2^2\xrightarrow{п.н.}\bar{\sigma}_2^2,$$
$$J(\hat{\sigma}_x^2,\hat{\sigma}_z^2,\hat{\sigma}_1^2,\hat{\sigma}_2^2)\xrightarrow{п.н.}J(\bar{\sigma}_x^2,\bar{\sigma}_z^2,\bar{\sigma}_1^2,\bar{\sigma}_2^2). \tag{5}$$

Следовательно, если заменить в (3) $\bar{\sigma}_1^2$, $\bar{\sigma}_2^2$, $\bar{\sigma}_x^2$, $\bar{\sigma}_z^2$ оценками $\hat{\sigma}_1^2$, $\hat{\sigma}_2^2$, $\hat{\sigma}_x^2$, $\hat{\sigma}_z^2$, оценки параметров $\hat{\theta}$ останутся сильно состоятельными. Состоятельные и несмещенные оценки дисперсий $\hat{\sigma}_w^2,\hat{\sigma}_y^2$ может быть получена как

$$\bar{w}_{i+1}=\bar{w}_i+\left(w_{i+1}-\bar{w}_i\right)/\left(i+1\right),$$
$$\hat{\sigma}_w^2(i+1)=\hat{\sigma}_w^2(i+1)+\left((w_i-\bar{w}_i)^2-\hat{\sigma}_w^2(i+1)\right)/i,$$
$$\bar{y}_{i+1}=\bar{y}_i+\left(y_{i+1}-\bar{y}_i\right)/\left(i+1\right),$$
$$\hat{\sigma}_y^2(i+1)=\hat{\sigma}_y^2(i+1)+\left((y_i-\bar{y}_i)^2-\hat{\sigma}_y^2(i+1)\right)/i.$$

Дисперсии ненаблюдаемых и наблюдаемых входных сигналов связаны отношениями:

$$\bar{\sigma}_w^2=\bar{\sigma}_x^2+\bar{\sigma}_2^2,\ \bar{\sigma}_y^2=\bar{\sigma}_z^2+\bar{\sigma}_1^2. \tag{6}$$

Таким образом, для получения сильно состоятельных оценок параметров $\hat{\theta}$ достаточно знать не все значения дисперсий, а только два, например: $\bar{\sigma}_1^2$, $\bar{\sigma}_2^2$ или $\bar{\sigma}_x^2$, $\bar{\sigma}_z^2$, либо знание отношений сигнал-шум на входе и выходе. Дальнейшим направлением исследований должна стать разработка метода, не требующего знания дисперсий помех и сигналов.

Результаты моделирования. Предложенный алгоритм (4) был реализован в Matlab и сравнен с рекуррентным алгоритмом наименьших квадратов (РМНК) и рекуррентным методом расширенных инструментальных переменных (РМИП). Динамическая система описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} &z_i - 0,7z_{i-1} + 0,4z_{i-2} = \\ &= 0,3x_i + 0,7x_{i-1} + 0,2x_{i-2} + 0,2x_i z_{i-1} + \xi_1(i). \end{aligned} \qquad (7)$$

На вход подавался входной сигнал:

$$x_i + 0,5 \cdot x_{i-1} = \zeta_i + 0,8 \cdot \zeta_{i-1} + 0,6 \cdot \zeta_{i-2},$$

где ζ_i – белый шум.

Отношение “помеха-сигнал”: $\bar{\sigma}_1 / \bar{\sigma}_z \approx 0,5$, $\bar{\sigma}_2 / \bar{\sigma}_x \approx 0,5$. Начальные значения параметров равны 0. На рис. 1 представлены графики погрешности оценок параметров, определяемые по формуле: $\delta\theta_i = \left\|\hat{\theta}_i - \theta_0\right\| / \left\|(\theta_0)\right\| \cdot 100\,\%$.

Заключение. В работе предложен рекуррентный алгоритм для оценивания параметров билинейных систем с помехами наблюдения во входном и выходном сигналах. В среде Matlab создано программное обеспечение, результаты моделирования подтверждают эффективность работы предложенного алгоритма. Полученные результаты могут послужить основой для создания высокоэффективных автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП). Дальнейшие исследования могут быть направлены на построение алгоритмов идентификации при автокоррелированных помехах.

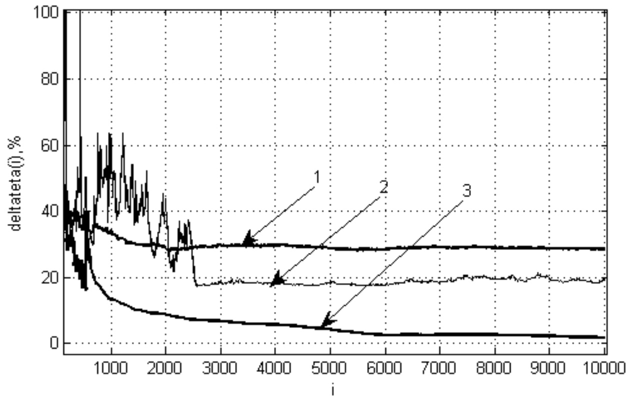

Рис. 1. График погрешности оценок: 1 – РМНК; 2– РМИП; 3 – Алгоритм (4)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Mohler R.R.* Bilinear Control Processes: With Applications to Engineering, Ecology, and Medicine. New York: Academic Press, 1973.
2. *Söderström T., Soverini U., Mahata K.* Perspectives on errors-in-variables estimation for dynamic systems // Signal Processing. – 2002. – Vol. 82, № 8. – P. 1139-1154.
3. *Söderström T.* Errors-in-variables methods in system identification. 14th IFAC Symposium on System Identification // Invited plenary paper. Newcastle, Australia, March, 29-31, 2006.
4. *Linden J. G., Vinsonneau B., Burnham K.J.* Review and comparison of some identification methods in the errors-in-variables framework. In Int. Conf. of System Engineering 2006. – P. 243-254. Coventry, UK, 2006.
5. *Иванов Д.В.* Идентификация билинейных динамических систем с помехой в выходном сигнале // Системный анализ и информационные технологии: Труды IV Международной конференции в 2-х т. Т. 1. – Челябинск: Изд-во Челяб. гос. ун-та, 2011. – С. 56-57.
6. *Mann, H.B., Wald A.* On stochastic limit and order relationship // The Annals of Mathematical Statistics. – 1943. – Vol. 14 (3). – P. 217-226.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.Н. Митрофанов.

Иванов Дмитрий Владимирович – ФГБОУ ВПО «Самарский государственный университет путей сообщения»; e-mail: dvi85@list.ru; 443066 г. Самара 1-й Безымянный пер., 18; тел.: 884629995460; кафедра мехатроники в автоматизированных производствах; старший преподаватель; к.ф.-м.н.

Усков Олег Владимирович – e-mail: quentyn@bk.ru; кафедра мехатроники в автоматизированных производствах; аспирант.

Ivanov Dmitriy Vladimirovich – Samara State University of Transport; e-mail:dvi85@list.ru; 18, 1-st Bezymyanniy lane, Samara, 443066, Russia; phone: +784629995460; the department of mechatronics in automated production; senior lecturer; cand of phis.-math. sc.

Uskov Oleg Vladimirovich – e-mail: quentyn@bk.ru; the department of mechatronics in automated production; postgraduate student.

УДК 519.713.4

Н.И. Крайнюков

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ МИНИМИЗАЦИИ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ ДЛЯ СУБРЕГУЛЯРНЫХ ЯЗЫКОВ

Субрегулярные языки – это подклассы регулярных языков, обладающие определенными свойствами, например к наиболее важным, с точки зрения приложений относятся конечные языки, языки замкнутые относительно взятия префиксов, суффиксов и подслов – префиксные суффиксные, факториальные регулярные языки. Конечные автоматы, распознающие эти языки, представляют более узкий класс автоматов, состояния, таких конечных автоматов обладают определенными свойствами. Рассматриваются параллельные алгоритмы минимизации конечных автоматов для таких языков. Распараллеливание достигается применением функции перехода для каждого класса эквивалентных состояний. Для исследования возможностей параллельных алгоритмов используется технология MPI – параллельные процессы с передачей сообщений – наиболее распространенная технология параллельного программирования.

Субрегулярные языки; параллельные алгоритмы минимизации; конечные автоматы; технологии параллельного программирования.

N.I. Krayinyukov

A PARALLEL ALGORITHMS FOR MINIMIZATION OF FINITE AUTOMATA FOR SUBREGULARY LANGUAGES

Subregular languages are a subclass of regular languages with certain properties, the most important from the point of view of applications are finite languages, the languages are closed under taking prefixes, suffixes and subwords – prefix suffix, factorial regular languages. Finite automata that recognize these languages, representing a subclass of automata, the states of finite automata have certain properties. We consider parallel algorithms for the minimization of finite automata for these languages. Parallelization is achieved by using the transition functions for each class of equivalent states. To investigate the possibilities of parallel algorithms uses a technology called MPI – Parallel processes with message passing – the most common parallel programming technology.

Subregular languages; parallel algorithms for minimization; finite state machines; parallel programming technologies.

Введение. В данной работе исследуются параллельные алгоритмы минимизации конечных автоматов, представляющих субрегулярные языки. К наиболее важным, с точки зрения приложений, относятся конечные языки, языки, замкнутые относительно взятия префиксов, суффиксов и подслов – префиксные суффиксные, факториальные регулярные языки. Первые алгоритмы минимизации де-