УДК 517.938

**Н.И. Сельвесюк**

# ОБОБЩЕННЫЙ ПОДХОД К СИНТЕЗУ ТОЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МНОЖЕСТВ ДОСТИЖИМОСТИ*

*Приведен обобщенный аналитический метод синтеза множества регуляторов в обратной связи, обеспечивающих заданную точность управления регулируемыми параметрами в линейной многосвязной системе управления при действии различных классов внешних возмущений. В качестве множеств достижимости системы при действии возмущений используются минимальные инвариантные эллипсоиды, которые описываются с помощью соответствующих уравнений Ляпунова. Для получения множества регуляторов используются результаты аналитического решения матричных уравнений на основе канонизации матриц и параметризации уравнения Ляпунова. Условия разрешимости задачи синтеза представляются в виде линейных матричных неравенств для удобства их численного решения.*

*Линейный регулятор; ограниченные возмущения; линейное матричное неравенство; канонизация матриц.*

**N.I. Selvesyuk**

# GENERALIZED APPROACH FOR ACCURACY MIMO-SYSTEMS CONTROL SYNTHESIS WITH USED SETS OF ATTAINABILITY

*In article the generalized analytical method for synthesis of feedback regulator sets which provided given control accuracy of regulated parameters in linear MIMO control system by present the various classes of external disturbances is presented. For described the sets of attainability by action various disturbances the minimal invariant ellipsoids are used. They are described with corresponded Lyapunov equations. For receipted regulator sets the analytical approach for matrix equations decision based on matrix canonization and Lyapunov equation parametrization are used. The decidability conditions of synthesis task are presented in linear matrix inequalities form for facility numerical solution.*

*Linear regulator; limited disturbances; linear matrix inequality; matrix canonization.*

**Введение**. Задача подавления внешних возмущений является одной из самых актуальных в теории управления. Методы решения данной задачи определяются типом системы и классом действующих возмущений. В статье рассматривается три типа возмущений: стохастические возмущения с заданной интенсивностью; произвольные убывающие во времени возмущения (ограниченные в $L_2$-норме); произвольные возмущения ограниченной интенсивности (ограниченные в $L_\infty$-норме).

В последнее время в различных постановках задачи подавления внешних возмущений указанных классов широко используются методы, основанные на понятии инвариантных множеств, которые являются некоторыми аппроксимациями множеств достижимости динамической системы [1]. При этом решение задачи синтеза управления сводятся к однопараметрической задаче оптимизации с набором условий в виде линейных матричных неравенств (LMI). Данный подход имеет ряд достоинств: гибкость постановки задачи, получение стабилизирующего решения, легкость численного решения с использованием пакетов системы MATLAB. Однако с практической точки зрения здесь имеются некоторые недостатки: использование интегральных по сути критериев оптимизации, которые затрудняют формулирование требований к качеству управления отдельными параметрами сис-

* Работа выполнена при поддержке Гранта Президента РФ № МД-1248.2011.8.

темы в виде понятных инженерных показателей качества; получение единственного решения задачи синтеза, что ограничивает выбор структуры закона управления и возможность удовлетворения дополнительных требований синтеза.

В докладе для устранения указанных недостатков используется подход, описанный в работе автора [2]. Он предполагает аналитическое построение всего множества регуляторов, обеспечивающих выполнение заданных требований к точности управления. Сами требования формулируются для каждого элемента регулируемого выхода системы и формализуются через элементы матриц, являющихся решением уравнений Ляпунова, описывающих инвариантные эллипсоиды.

**1. Описание инвариантных эллипсоидов достижимости.** Рассмотрим линейную непрерывную систему без управления:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{G}w(t)\,,\ \ x(0) = 0\,,\ \ z(t) = \mathbf{D}x(t)\,, \tag{1}$$

где $x \in \Re^{n_x}$ – вектор состояния с начальным состоянием $x_0$; $w \in \Re^{n_w}$ – вектор возмущений; $z \in \Re^{n_z}$ – вектор регулируемых параметров.

Положим матрицу $\mathbf{A}$ гурвицевой, пару матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{G})$ – полностью управляемой, матрицу $\mathbf{D}$ – полного ранга. Тогда предельное множество достижимости системы (1) – это совокупность концов траекторий системы на отрезке $t \in [0, \infty)$ при действии любого из возмущений $w(t)$.

$$\aleph = \{x \in \Re^{n_x} : x = x(t),\ t \ge 0 - \text{решение (1),(2) при } x(0) = 0\}\,. \tag{2}$$

В работе [1] в качестве удобной в вычислительном плане аппроксимации множества достижимости (2) предлагается использовать инвариантные эллипсоиды системы. Эллипсоид

$$\Im_x = \{x \in \Re^{n_x} : x^{\mathrm{T}}\mathbf{P}^{-1}x \le 1\},\ \mathbf{P} > 0\,, \tag{3}$$

называется инвариантным для системы (1) с возмущениями $w(t)$, если из условия $x(0) \in \Im_x$ следует $x(t) \in \Im_x$ для всех моментов времени $t \ge 0$. Матрица $\mathbf{P}$ называется матрицей эллипсоида $\Im_x$. Способ определения матрицы $\mathbf{P}$ зависит от класса возмущения.

В докладе рассматривается три класса возмущений, для которых возможно определение матрицы эллипсоида путем решения алгебраических уравнений Ляпунова:

1) если вектор возмущений $w_1(t)$ представляет собой стационарный гауссовский случайный процесс с нулевым средним и матрицей интенсивности $\mathbf{Q}$, то множество достижимости для системы (1) в точности совпадает с инвариантным эллипсоидом, а матрица $\mathbf{P}$ представляет собой дисперсионную матрицу системы и определяется из уравнения Ляпунова вида

$$\mathbf{AP} + \mathbf{PA}^{\mathrm{T}} + \mathbf{GQG}^{\mathrm{T}} = 0\,,\ \ \mathbf{P} > 0;. \tag{4}$$

2) при действии на систему (1) ограниченных в $L_2$-норме возмущений $\|w_2\|_2^2 = \int\limits_0^\infty w_2^{\mathrm{T}}(t)w_2(t)dt \le 1$, множество достижимости также совпадает с эллипсоидом достижимости. Матрица $\mathbf{P}$ представляет собой грамиан управляемости системы и определяется из уравнения Ляпунова, симметричного уравнению (4)

$$\mathbf{PA} + \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{P} + \mathbf{GQG}^{\mathrm{T}} = 0\,,\ \ \mathbf{P} > 0;. \tag{5}$$

3) при действии на систему (1) произвольных, ограниченных в $L_\infty$-норме возмущений $\|w_3(t)\| \le 1,\ \forall t \ge 0$, эллипсоид (3) является некоторым «консервативным» приближением множества достижимости. Матрица эллипсоида $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\alpha)$ при $x(0) = 0$ также удовлетворяет уравнению Ляпунова

$$\mathbf{AP} + \mathbf{PA}^{\mathrm{T}} + \alpha\mathbf{P} + \alpha^{-1}\mathbf{GG}^{\mathrm{T}} = 0,\ \mathbf{P} > 0, \tag{6}$$

при значении параметра $0 < \alpha < -2\max \operatorname{Re} \lambda_i(\mathbf{A})$, где $\lambda_i(\mathbf{A})$ – собственные значения матрицы $\mathbf{A}$.

Множество достижимости в виде инвариантного эллипсоида для регулируемого выхода имеет вид

$$\Im_z = \{z \in \Re^{n_z} : z^{\mathrm{T}}(\mathbf{DPD}^{\mathrm{T}})^{-1} z \le 1\},\ \mathbf{P} > 0\,. \tag{7}$$

Эллипсоид (7) можно рассматривать как характеристику влияния внешних возмущений на траекторию системы и использовать для оценки степени влияния возмущений $w(t)$ на регулируемые параметры $z(t)$.

В качестве такой оценки можно рассматривать функцию следа $f(\mathbf{P}) = \operatorname{trace}[\mathbf{DPD}^{\mathrm{T}}]$. Тогда для отдельного элемента регулируемого выхода $z_i = d_i x$, $i = \overline{1, n_z}$, где $d_i$ – $i$-я строка матрицы $\mathbf{D}$, инвариантный эллипсоид (7) вырождается в отрезок

$$|z_i| \le \left(d_i \mathbf{P} d_i^{\mathrm{T}}\right)^{1/2}. \tag{8}$$

Выражение (8) позволяет сформулировать понятные инженерные требования к точности управления:

- при действии стационарных гауссовских случайных возмущений $w_1(t)$ – ограничения на величину СКО $\sigma_z$;
- при действии ограниченных в $L_2$-норме возмущений $w_2(t)$ – ограничения на величину установившейся ошибки $e_z$;
- при действии ограниченных в $L_\infty$-норме возмущений $w_3(t)$ – ограничения на максимальные значения (с определенной степенью консерватизма) регулируемых параметров $\max\limits_{t \ge 0} \max\limits_{\|w\| \le 1} |z_i(t)|$.

**2. Постановка задачи синтеза.** Рассмотрим линейную непрерывную управляемую систему

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{G}w(t)\,,\ x(0) \in \Im_x\,,\ z(t) = \mathbf{D}x(t)\,, \tag{9}$$

где $u \in \Re^{n_u}$ – вектор управления Пара матриц $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ является стабилизируемой, матрица $\mathbf{A}$ не предполагается гурвицевой.

Задача синтеза заключается в аналитическом описании множества матриц передачи $\mathbf{K}$ в форме статической линейной обратной связи по состоянию

$$u(t) = -\mathbf{K}x(t)\,, \tag{10}$$

который стабилизирует замкнутую систему

$$\dot{x}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})x(t) + \mathbf{G}w(t) \tag{11}$$

и обеспечивает заданную точность управления по вектору $z \in \Re^{n_z}$.

Другими словами, замкнутая система (11) должна удовлетворять одному из уравнений Ляпунова (4), (5) или (6) в зависимости от класса действующего возмущения с матрицей $\mathbf{P}$, соответствующие диагональные элементы которой определяются заданными ограничениями (8).

Синтез статического регулятора вида (10) рассматривается в докладе только с целью упрощения решения задачи. Предлагаемый подход позволяет также получить аналитическое описание множества динамических регуляторов низкого порядка (не превышающего порядка системы).

В приведенной постановке задачи методика синтеза управления аналогична для всех классов рассматриваемых возмущений. В докладе методика синтеза рассмотрена на примере ограниченного в $L_\infty$-норме возмущения. В этом случае уравнение Ляпунова (6) для замкнутой системы (11) приобретает вид

$$(\mathbf{A}-\mathbf{BK})\mathbf{P}+\mathbf{P}(\mathbf{A}-\mathbf{BK})^{\mathrm{T}}+\alpha\mathbf{P}+\alpha^{-1}\mathbf{GG}^{\mathrm{T}}=0,\ \mathbf{P}>0. \tag{12}$$

**3. Решение задачи синтеза.** В качестве методической основы синтеза используются методы аналитического решения линейных матричных уравнений на основе канонизации матриц, полное описание которых приведено в [3], а также результаты параметризации уравнения Ляпунова [4]. Решение для возмущения $w_3(t)$ дается теоремой.

*Теорема.* Заданная матрица инвариантного эллипсоида $\mathbf{P}(\alpha)>0$ замкнутой системы (11) является реализуемой с помощью статической обратной связи по состоянию (10) с передаточной матрицей **K**, если и только если выполняется условие

$$\overline{\mathbf{B}}^{L}(\mathbf{AP}+\mathbf{PA}^{\mathrm{T}}+\alpha\mathbf{P}+\alpha^{-1}\mathbf{GG}^{\mathrm{T}})(\overline{\mathbf{B}}^{L})^{\mathrm{T}}=0,\ \alpha>0. \tag{13}$$

При этом все множество регуляторов, обеспечивающих заданное значение матрицы **P**, определяется формулой

$$\{\mathbf{K}\}_{\boldsymbol{\mu},\boldsymbol{\nu}}=\tilde{\mathbf{B}}(\mathbf{H}-\boldsymbol{\mu})\mathbf{P}^{-1}+\overline{\mathbf{B}}^{R}\boldsymbol{\nu}\ , \tag{14}$$

где матрица **H** определяется выражением $H=\mathbf{AP}+\frac{1}{2}\alpha\mathbf{P}+\frac{1}{2\alpha}\mathbf{GG}^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\mu}$ – любая из множества кососимметрических матриц

$$\boldsymbol{\mu}=\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\overline{\overline{\mathbf{B}}}^{L})^{\mathrm{T}}-\overline{\overline{\mathbf{B}}}^{L}\mathbf{H}+\overline{\overline{\mathbf{B}}}^{L}\mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\overline{\overline{\mathbf{B}}}^{L})^{\mathrm{T}}+\mathbf{B}\boldsymbol{\rho}\mathbf{B}^{\mathrm{T}};$$

$\boldsymbol{\rho}$ – произвольная кососимметрическая матрица подходящего размера; $\boldsymbol{\nu}$ – произвольная матрица подходящего размера.

В большинстве практических задач матрица эффективности управления **B** имеет полный строчечный ранг. Для такой матрицы $\overline{\mathbf{B}}^{R}=0$, $\tilde{\mathbf{B}}=\tilde{\mathbf{B}}^{L}$ и выражение (14), описывающее множество регуляторов заданной точности, примет вид

$$\{\mathbf{K}\}_{\mu}=\tilde{\mathbf{B}}^{L}(\mathbf{H}-\boldsymbol{\mu})\mathbf{P}^{-1}.$$

Как следует из формулы (14), множество эквивалентных регуляторов порождается кососимметрической матрицей $\boldsymbol{\mu}$ из некоторого сложным образом организованного множества.

Необходимо отметить, что в силу свойств решения уравнения Ляпунова множество регуляторов (14) являются стабилизирующим.

**4. Решение задачи достижимости.** Условие реализуемости (13) является линейной функцией матрицы **P**, поэтому его проверка не составляет труда. Для этого могут быть использованы численные методы выпуклой оптимизации, итерационные рекурсивные алгоритмы с целью последовательного снижения порядка модели, либо аналитические методы решения алгебраических уравнений. Однако наличие варьируемого параметра $\alpha$ в условии (13) делает более предпочтительным использование численных методов решения задачи реализуемости.

Для построения численного алгоритма решения задачи реализуемости предлагается использовать аппарат линейных матричных неравенств (LMI). Мощные численные процедуры решения данных неравенств содержит пакет LMI Control Toolbox системы Matlab, а также пакеты SeDuMi, YALMIP, cvx.

Для использования предлагаемого подхода решение матричного уравнения (13) вида $F(\mathbf{X})=0$ с условием $\mathbf{X}=\mathbf{X}^{\mathrm{T}}>0$ заменим решением линейных матричных неравенств вида $F(\mathbf{X})<0$, $\mathbf{X}=\mathbf{X}^{\mathrm{T}}>0$, первое из которых вытекает из требования устойчивости системы.

Тогда уравнению (13) с учетом преобразований по лемме Шура [1] соответствует линейное матричное неравенство

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{B}}^{L}(\mathbf{AP}+\mathbf{PA}^{\mathrm{T}}+\alpha\mathbf{P})(\overline{\mathbf{B}}^{L})^{\mathrm{T}} & \overline{\mathbf{B}}^{L}\mathbf{G} \\ \mathbf{G}^{\mathrm{T}}(\overline{\mathbf{B}}^{L})^{\mathrm{T}} & -\alpha\mathbf{I} \end{bmatrix}<0,\ \alpha>0. \qquad (15)$$

Для учета ограничений на диагональные элементы матрицы $\mathbf{P}$, формализующих требования к точности управления, вводится дополнительная система матричных неравенств вида

$$d_i\mathbf{P}d_i^{\mathrm{T}}\le c_i^2,\ i=\overline{1,n_z}, \qquad (16)$$

где $c_i$ – действительные числа, характеризующие заданную точность управления.

Неравенства (15)–(16) при фиксированном параметре $\alpha$ описывают выпуклые однопараметрические множества, и их решение относится к классу задач полуопределенного программирования (SDP).

**Пример**. В качестве примера рассмотрим задачу управления «двойным маятником», описанную в [5]. Непрерывная модель возмущенных колебаний двойного маятника описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}_1=v_1, \\ \dot{v}_1=-x_1+x_2+u, \\ \dot{x}_2=v_2, \\ \dot{v}_2=x_1-x_2-w, \end{cases} \qquad (17)$$

где $x_1, x_2$ – координаты первого и второго тела; $v_1, v_2$ – скорости первого и второго тела; $u$ – управление, прикладываемое к первому телу; $w$ – возмущение, действующее на второе тело.

Возмущение $w(t)$ является ограниченным в $L_\infty$-норме, т.е. удовлетворяет условию $\|w(t)\|\le 1,\ \forall t\ge 0$. В качестве регулируемых параметров рассматриваются координата и скорость второго тела, на которое действует возмущение, т.е. $z(t)=\begin{bmatrix}x_2 & v_2\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.

В векторно-матричной форме (9) модель (17) будет иметь следующие значения матриц:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\-1&0&1&0\\0&0&0&1\\1&0&-1&0\end{bmatrix},\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix},\ \mathbf{G}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\\-1\end{bmatrix},\ \mathbf{D}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \qquad (18)$$

Матрица $\mathbf{A}$ модели неустойчива, пары $(\mathbf{A},\mathbf{B})$ и $(\mathbf{A},\mathbf{G})$ полностью управляемы.

Сначала решим задачу минимизации эллипсоида достижимости замкнутой системы $f(\mathbf{P})=\mathrm{trace}(\mathbf{P})\to\min$, матрица которого удовлетворяет условию реализуемости (13). Численное решение данной задачи с использованием пакета cvx [6] дает следующее значение матрицы $\mathbf{P}$ при $\alpha=0{,}55$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 4{,}44 & -1{,}22 & 0{,}96 & -3{,}29 \\ -1{,}22 & 10{,}37 & 2{,}77 & -1{,}67 \\ 0{,}96 & 2{,}77 & 4{,}47 & -1{,}23 \\ -3{,}29 & -1{,}67 & -1{,}23 & 4{,}18 \end{bmatrix}.$$

Множество регуляторов, обеспечивающих данное значение матрицы **P**, в соответствие с формулой (14) имеет вид

$$\{\mathbf{K}\}_{\mu} = [4{,}81 - 0{,}27\mu \quad 1{,}95 - 0{,}2\mu \quad 0{,}11\mu - 0{,}46 \quad 3{,}75 - 0{,}26\mu], \tag{19}$$

где $\mu$ – произвольное действительное число.

Пусть на систему действует гармоническое возмущение, удовлетворяющее ограничению $\|w(t)\| \le 1$, график которого приведен на рис. 1. Результаты моделирования регулируемого выхода $z(t)$ замкнутой системы с регулятором (19) при $\mu = 0$ и нулевом начальном состоянии приведены на рис. 2. Полюса замкнутой системы имеют значения

$$\lambda(\mathbf{A} - \mathbf{BK}_0) = \{-0{,}49 \pm 2{,}18j \quad -0{,}48 \pm 0{,}79j\}.$$

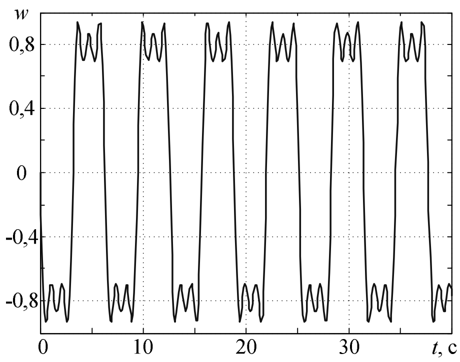


*Рис. 1. График возмущения*

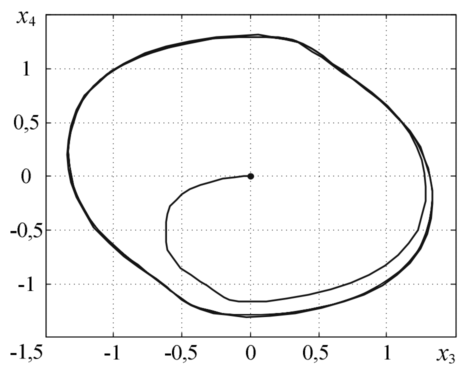


*Рис. 2. Траектория выхода системы с регулятором (19)*

Теперь рассчитаем матрицу передачи статического регулятора, который обеспечивает уменьшение влияния возмущения на регулируемый выход в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с минимальным регулятором (19), что соответствует уменьшению вдвое диагональных элементов $p_{33}$ и $p_{44}$ матрицы **P**. При определении реализуемой матрицы **P** дополнительно потребуем минимизации функции $f(\mathbf{P}) = \mathrm{trace}(\mathbf{P})$, так как требования к части ее диагональных элементов не заданы.

Численное решение задачи реализуемости с использованием пакета cvx дает следующее значение матрицы **P** при $\alpha = 0{,}55$:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 4{,}46 & -1{,}28 & 0{,}43 & -2{,}09 \\ -1{,}28 & 30{,}32 & 1{,}85 & -3{,}06 \\ 0{,}43 & 1{,}85 & 2{,}23 & -0{,}61 \\ -2{,}09 & -3{,}06 & -0{,}61 & 2{,}09 \end{bmatrix}.$$

Множество регуляторов, обеспечивающих данное значение матрицы **P**, в соответствие с формулой (14) имеет вид

$$\{\mathbf{K}\}_{\mu} = \left[12{,}63-0{,}11\mu \quad 2{,}39-0{,}05\mu \quad 0{,}02\mu-0{,}69 \quad 14{,}29-0{,}16\mu\right], \tag{20}$$

где $\mu$ – произвольное действительное число.

Результаты моделирования регулируемого выхода $z(t)$ замкнутой системы с регулятором (20) при $\mu = 0$ и нулевом начальном состоянии приведены на рис. 3. Полюса замкнутой системы имеют значения

$$\lambda(\mathbf{A}-\mathbf{BK}_0) = \{-0{,}35 \pm 3{,}44j \quad -0{,}58 \pm 0{,}78j\}.$$

Результаты моделирования демонстрируют выполнение предъявляемых требований к точности управления. Графики сигналов управления для регулятора (19) $u_1$ и регулятора (20) $u_2$ приведены на рис. 4.

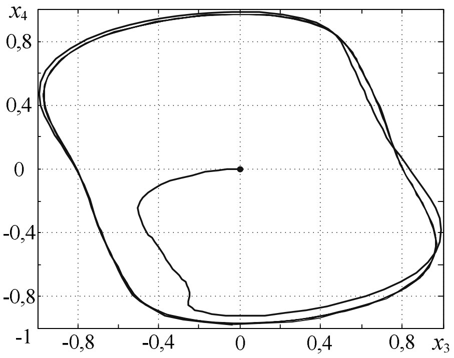


*Рис. 3. Траектория выхода системы с регулятором (20)*

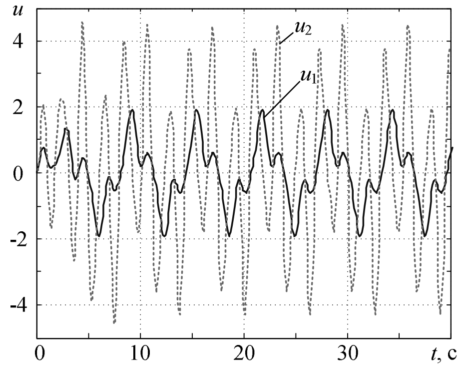


*Рис. 4. Графики сигналов управления*

**Заключение.** Предложенный в работе единый подход позволяет получить аналитическое описание всего множества регуляторов в обратной связи, обеспечивающих заданную точность управления при действии возмущений различных классов. Наличие варьируемых параметров множества дает возможность удовлетворить дополнительные требования синтеза или выбрать структуру регулятора. Условия разрешимости задачи синтеза представлены в виде линейных матричных неравенств. Это позволяет использовать хорошо проработанные численные методы на базе системы MATLAB для расчета реализуемой матрицы инвариантного эллипсоида.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002.
2. *Сельвесюк Н.И.* Синтез ковариационных регуляторов на основе технологии вложения систем // АиТ. – 2005. – № 6. – С. 126-137.
3. *Буков В.Н.* Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. – Калуга: Изд-во научной литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
4. *Буков В.Н., Рябченко В.Н., Сельвесюк Н.И.* Параметризация уравнения Лурье–Риккати // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2005. – № 4. – С. 64-71.
5. *Назин С.А., Поляк Б.Т., Топунов М.В.* Подавление ограниченных внешних возмущений с помощью метода инвариантных эллипсоидов // АиТ. – 2007. – № 3. – С. 106-125.
6. *Grant M., Boyd S.* CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 1.21. http://cvxr.com/cvx, April 2011.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н. С.Н. Казарин.

**Сельвесюк Николай Иванович** – Военный учебно-научный центр ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»; e-mail: selvesyuk@yandex.ru; 125167, г. Москва, ул. Планетная, д. 3; тел.: 84992311812; кафедра «Системного анализа, приборного и оптико-электронного оборудования»; начальник кафедры; д.т.н.; доцент.

**Selvesyuk Nikolay Ivanovich** – Air Force military educational-scientific center «Zhukovskii and Gagarin Air Force Military Academy»; e-mail: selvesyuk@yandex.ru; 3, Planetnay street, Moscow, 125167, Russia; phone: +74992311812; the department «the system analysis, the instrument and optico-electronic equipment»; the chief of department; dr. of eng. sc.; associate professor.

УДК 629.73.02; 681.5.01

**А.М. Шевченко, Б.В. Павлов, Г.Н. Начинкина**

## МЕТОД ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВЗЛЕТА САМОЛЕТА ПРИ НАЛИЧИИ ВЫСОТНЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ

*С целью снижения рисков на этапе взлета воздушных судов в работе предлагаются алгоритмические методы оценивания текущего и прогнозирования будущего движения с использованием энергетического подхода к управлению полетом летательных аппаратов. На основе полученных оценок рассчитывается положение воздушного судна на взлетно-посадочной полосе, из которого возможно достигнуть желаемого конечного состояния на этапе взлета. Приводятся результаты моделирования взлета пассажирского самолета в различных вариантах загрузки и при наличии высотных препятствий по курсу взлета на разном удалении от конца взлетно-посадочной полосы.*

*Управление полетом; взлет; энергетический подход; принятие решения.*

**A.M. Shevchenko, B.V. Pavlov, G.N. Nachinkina**

## METOD OF AIRCRAFT TAKEOFF FORECASTING IN THE PRESENCE OF HIGH-ALTITUDE OBSTACLES

*For the purpose of risks decrease at a stage of flying vehicles takeoff the algorithmic method of an estimation of current state and forecasting of future movement are offered in work. Method is based on the energy approach to flight control. On the basis of these estimations the aircraft position from which probably to reach a desirable final state at a takeoff stage is calculated. Results of modeling of the passenger aircraft takeoff under various loading and in the presence of high-altitude obstacles ahead on different distances from the runway are presented.*

*Flight control; takeoff; energy approach; decision-making.*

**Введение.** Концептуально основная идея работы находится в русле новых взглядов на управление в классе терминальных алгоритмов с фиксированной функцией цели.

В данной работе находятся условия достижимости конечного состояния и определяется резерв времени или дальности по траектории до возникновения опасной ситуации.

В процессе выполнения полета любого летательного аппарата имеются два этапа, характеризующиеся как интенсивным маневрированием, так и ограниченностью ресурсов управления для достижения некоторых терминальных состояний. Так, на этапе взлета требуется выполнить разбег в границах взлетно-посадочной полосы и набрать достаточную высоту исходя из требований норм летной годности или при наличии препятствий по курсу полета. С другой стороны, на конечном этапе посадки требуется погасить скорость до уровня, пригодного для рулежки. При неблагоприятных условиях, таких как удаленная точка приземления, укоро-