

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор А.И. Жорник.

Замков Евгений Терентьевич – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: zamkov@fer.tsure.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371603; кафедра конструирования электронных средств; к.т.н.; доцент.

Палий Александр Викторович – e-mail: A.V._Paliy@mail.ru; кафедра конструирования электронных средств; к.т.н.; доцент.

Булейко Виктор Геннадьевич – e-mail: la@egf.tsure.ru; кафедра технологии микро- и наноэлектронной аппаратуры; д.ф.-м.н.; профессор.

Zamkov Evgeniy Terent'evich – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: zamkov@fer.tsure.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371603; the department of electronic apparatuses design; the department head; cand. of eng. sc.; associate professor.

Paliy Alexandr Viktorovich – e-mail: A.V._Paliy@mail.ru; the department of electronic apparatuses design; the department head; cand. of eng. sc.; associate professor.

Buleyko Victor Genad'evich – e-mail: la@egf.tsure.ru; the department of aircraft engineering; dr. of phis.-math. sc.; professor.

УДК 533.6.011

Е.Т. Замков, А.В. Палий, П.В.Серба

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЛЩИНЫ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ОБТЕКАНИИ ТЕЛА АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ ПОТОКОМ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЙ АНАЛОГИИ

Рассматривается возможность расчета толщины пограничного слоя при обтекании тела без использования эмпирических коэффициентов подобия. Для этого предлагается использование физической аналогии процессов. Описываются необходимые условия потока. Решается двумерное уравнение Лапласа для приповерхностной области ламинарного потока, обтекающего тело. Предлагаемая модель подтверждается моделированием в системе Maple 12. Таким образом, математической моделью обтекания тела с неровностью будет выражение, например, кассиниана.

Аэродинамический поток; пограничный слой; уравнение Лапласа.

E.T. Zamkov, A.V. Paliy, P.V. Serba

DEFINITION OF THE INTERFACE THICKNESS FOR AERODYNAMIC STREAM FLOW ROUND A BODY BY THE METHOD OF ELECTROSTATIC ANALOGIES

The possibility of the interface thickness calculation for the process of flow round a body without using empirical factors is considered in this article. The using of processes physical analogy is offered. The necessary stream conditions are described. The two-dimensional Laplace's equation for near surface area of a laminar stream flowing round a body. The offered model is proved by the method of the simulation in the system Maple 12. Thus, the expression (for example, kassiniana) will be the mathematical model of flow round a body.

The aerodynamic stream; an interface; the equation of Laplasa.

При обтекании тел любой геометрической формы аэродинамическим потоком в области, непосредственно прилегающей к поверхности тела (пограничный слой), скорость потока по толщине пограничного слоя изменяется от нуля (на поверхности тела) до скорости потока. Сам факт равенства нулю скорости потока является экспериментально доказанным. При этом следует отметить, что равенство нулю скорости потока, конечно, не означает, что молекулы газа или жидкости "замерзают" и останавливаются на поверхности твердого тела. При взаимодействии с телом молекулы, отскакивая от неровностей на его поверхности, теряют информацию о первоначальном направлении потока, и потоковая составляющая скорости молекул переходит в температурную.

Расстояние, на котором происходит изменение скорости, называется толщиной пограничного слоя δ . В литературе [1, 2] толщина ламинарного пограничного слоя приближенно оценивается на основании эмпирических коэффициентов подобия:

$$\delta \approx \frac{l}{\sqrt{Re}}, \quad (1)$$

где l – характерный размер тела, Re – критерий Рейнольдса.

В данной работе толщина пограничного слоя определяется без помощи эмпирических критериев подобия. Эта задача решена в электродинамике и электростатике.

В физике существует множество явлений, которые описываются аналогичными уравнениями. В литературе описано множество областей физики, в которых существуют такие уравнения, в частности распространение электростатического потенциала, натяжение мембраны, диффузия в однородном поле, излучение источника света и др. [3, 4].

Естественно напрашивается вопрос. Почему уравнения для разных явлений столь похожи? Электростатический потенциал, диффузия, натяжение мембраны, излучение и так далее. Электростатический потенциал совсем не то же самое, что интенсивность излучения, а тем более смещение мембраны при натяжении. Но способ описания явления с помощью дифференциальных уравнений – это приближение, и в каждом конкретном случае своё. Эти уравнения могут записываться разными буквами, но имеют они аналогичные решения, и полученные результаты в одной области могут быть перенесены в другую.

Электростатика уже давно считается классической областью физики, а уравнения электростатики – простейшие векторные уравнения, в справедливости которых уже давно никто не сомневается. Поэтому, например, с их помощью можно разобраться со многими другими явлениями в природе.

К основным уравнениям электростатики относят:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi. \quad (1)$$

Это дифференциальная форма записи зависимости напряженности электрического поля от изменения потенциала. Если в пространстве возникает разность потенциалов, то возникает и вектор напряженности электрического поля.

Существует большое множество физических задач, описываемых аналогичными уравнениями. В данной статье проведем аналогию для уравнений электростатики, теплопереноса и массопереноса, как наиболее распространенных и часто употребляемых.

Если в материале (необязательно однородном) температура меняется от точки к точке, то неизбежно возникает и поток тепла \vec{h} . Это количество тепла, которое проходит в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную потоку.

Если поток постоянен (состояние равновесное), то

$$\bar{h} = -\lambda \cdot \nabla T, \quad (2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности среды, что аналогично уравнению электростатики (1).

Явление массопереноса наблюдается при изменении в среде распространения от точки к точке давления. При этом возникает поток массой \bar{M} , направленный на уравновешивание этого давления:

$$\bar{M} = -\eta \cdot \nabla P,$$

где η – коэффициент массопроводности, что аналогично (1) и (2).

Задачи с постоянным потоком тепла или массы аналогичны задачам электростатики. Потоки \bar{h} и \bar{M} соответствуют напряженности поля \bar{E} , а температура T , давление P соответствуют потенциалу φ . Точечный тепловой источник создает поле температур, меняющееся, как $1/r$, и поток тепла, меняющийся, как $1/r^2$, точечный источник массы создает поле давлений, меняющееся, как $1/r$, и поток массы, меняющийся, как $1/r^2$, а точечный заряд создает потенциал, меняющийся, как $1/r$, и электрическое поле, меняющееся, как $1/r^2$. Основные аналогичные параметры этих трех физических областей можно свести в табл. 1.

Таблица 1

Аналогичные параметры

Электростатика	Теплоперенос	Массоперенос
φ – потенциал	T – температура	P – давление
q – заряд	W – тепловая мощность	M – масса
\bar{E} – напряженность поля	\bar{h} – поток тепла	\bar{M} – поток массы
ε – коэффициент проводимости	λ – коэффициент теплопроводности	η – коэффициент массопереноса
$\bar{E} = -\nabla \varphi$ – основное уравнение электростатики Максвелла	$\bar{h} = -\lambda \cdot \nabla T$ – основное уравнение теплопроводности Фурье	$\bar{M} = -\eta \cdot \nabla P$ – основное уравнение аэродинамики

Рассмотрим теперь тело, находящееся в аэродинамическом потоке. Необходимым условием существования потока является разность давлений, при этом масса перемещается из зоны с большим давлением в зону с меньшим.

При обтекании тела аэродинамическим потоком перед ним возникает зона повышенного давления, а после него – зона пониженного давления (разрежение). Для электростатического поля аналогом будет поле диполя, при этом зона перед телом будет представлять собой положительно заряженную область, а зона после – отрицательно заряженную область.

По сравнению с размером молекулы газа реальная поверхность тела представляет собой совокупность неровностей, при обтекании каждой из которых также будут возникать зоны повышенного и пониженного давлений, т.е. цепочку диполей.

Таким образом, толщину пограничного слоя будет определять количество и размер неровностей.

Полученный результат так же, как и описанный в литературе [1, 2], связывает толщину пограничного слоя с длиной поверхности и скоростью потока, но при использовании данного подхода получается точное решение, не требующее прибегать к эмпирическим коэффициентам подобия.

На поверхности тела скорость потока равна нулю, но на некотором расстоянии шероховатость уже не сказывается и скорость потока возрастает до определенной величины. Поток возмущается неровностью шероховатой поверхности. Глубину возмущения, или толщину пограничного нагретого слоя газа вокруг тела, можно определить из того факта, что поле любого тела в потоке носит дипольный характер (неровность – это диполь над отражающей поверхностью).

Глубину возмущения, или толщину нагретого поверхностного слоя воздуха вокруг тела, можно определить из того факта, что поле любого тела в потоке носит дипольный характер, т.е. любой бугорок – это диполь над отражающей поверхностью. В потоке перед любым телом наблюдается возрастание давления, а за телом – разряжение (рис. 1).

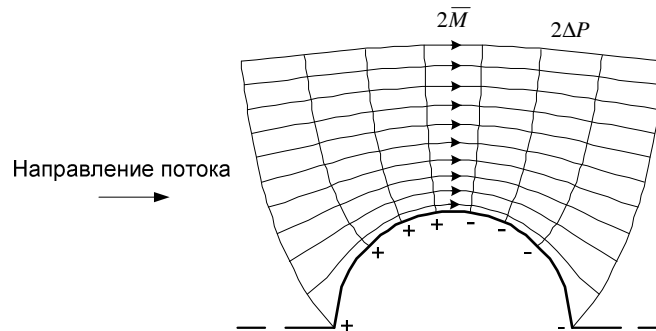


Рис. 1. Дипольное воздействие неровности на поверхности тела на воздушный поток

И хотя поток массы удваивается, по сравнению с обычным диполем, поле убывает быстрее, чем дипольное, из-за множества чередующихся диполей. Возмущение воздушного потока может быть представлено в виде чередующихся изменений давлений $\pm \Delta P$ (рис. 2).

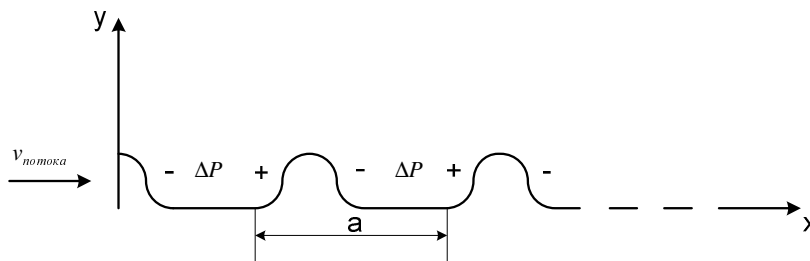


Рис. 2. Чередующееся изменение давлений

Исходя из принципа суперпозиции полей, суммарное поле от всех неровностей является также полем диполя. Дипольные поля обладают тем свойством, что убывают значительно быстрее полей их составляющих.

Если предположить, что неровности на поверхности тела одинаковы и располагаются на одинаковом расстоянии a , то соответственно возмущение газа будет представлено в виде чередующихся изменений давлений $\pm \Delta P$. Подобная периодическая величина может быть представлена в виде суммы синусоидальных волн (ряд Фурье):

$$F(x, y) = F_n(y) \cos \frac{2\pi x}{a},$$

где n – число волн.

Для ламинарного потока, в области над поверхностью, решение подчиняется уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0.$$

Откуда получаем:

$$-\frac{4\pi^2 n^2}{a^2} F_n(y) \cos \frac{2\pi x}{a} + \frac{d^2 F_n}{dy^2} \cos \frac{2\pi x}{a} = 0.$$

То есть $F_n(y)$ должно удовлетворять следующему условию:

$$\frac{d^2 F_n}{dy^2} = \frac{4\pi^2 n^2}{a^2} F_n.$$

Решением этого уравнения является:

$$F_n = A_n e^{\frac{y}{y_0}},$$

$$y_0 = \frac{a}{2\pi n}.$$

Амплитуда колебаний A_n зависит от размеров неровностей и увеличивается с ростом скорости потока. С увеличением расстояния от поверхности, амплитуда колебаний каждой гармоники убывает по экспоненте. Амплитуда у первой гармоники ($n = 1$) уменьшается в $e^{2\pi}$ раз (это очень резкое падение), когда мы удаляемся от поверхности на расстояние, равное a . Гармоники более высокого порядка ($n = 2, 3, \dots$) убывают еще быстрее. Таким образом, уже на расстоянии в несколько a поле можно считать невозмущенным.

Полученный результат можно подтвердить моделированием, например в системе Maple 12 [5].

Математической моделью обтекания тела с неровностью будет выражение, например, кассиниана:

$$\omega = t \sqrt{1 + \frac{1}{t^2}}$$

при $t = pu$, $u = v + i\sqrt{1 - v^2}$, $v = i\sqrt{h^2 - z^2}$, $h = \frac{1}{2}(p - \frac{1}{p})$, $p = 0,95$.

with(plots): conformal ((.9 · I · (2,63 · 10⁻³ - z²)⁵ + .9 · I · (1 - z²)⁵) ×

$$\times \left(1 + \frac{1}{\left((.9 \cdot I \cdot (2.63 \cdot 10^{-3} - z^2)^5 + .9 \cdot I \cdot (1 - z^2)^5 \right)^2} \right)^5,$$

z=-1..1, grid=[10,10], numxy=[64,64], view=[-3..3, 0..3], axes=boxed, xtickmarks=10, ytickmarks=4, scaling=constrained, style=line, thickness=1, color=black).

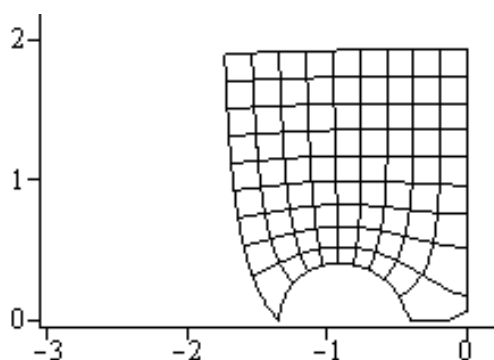


Рис. 3. Моделирование пограничного слоя при обтекании неровности на поверхности тела

Используя подобный подход, можно подбирать электростатические аналоги для любой системы тело–поток для тепло- и массопереноса. Конечно, для сложных геометрических объектов закономерности и картины распределения полей и потоков будут сложными, но данный метод даст точные значения, не прибегая к помощи множества эмпирических коэффициентов подобия, дающих лишь приближительные результаты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М.-Л.: Гостехиздат, 1973. – 828 с.
2. Остославский И.В. Аэродинамика самолета. – М.: Гос. изд-во оборонной промышленности, 1957. – 531 с.
3. Фейнман Р. и др. Фейнмановские лекции по физике. Т. 1. – М.: Мир, 1977. – 691 с.
4. Палий А.В., Механцев Е.Б., Замков Е.Т. Пути совершенствования характеристик тепловых труб // Известия ТРТУ. – 2005. – № 9 (53). – С. 75.
5. Иванов В.И., Попов В.Ю. Конформные отображения и их приложения. – М.: Едиториал УРСС, 2002. – 452 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н., профессор А.И. Жорник.

Замков Евгений Терентьевич – Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге; e-mail: zamkov@fep.tsure.ru; 347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44; тел.: 88634371603; кафедра конструирования электронных средств; к.т.н.; доцент.

Палий Александр Викторович – e-mail: A.V._Paliy@mail.ru; кафедра конструирования электронных средств; к.т.н.; доцент.

Серба Павел Викторович – e-mail: serba@fep.tsure.ru; кафедра технологии микро- и нано-электронной аппаратуры; д.ф.-м.н.; профессор.

Zamkov Evgeniy Terent'evich – Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”; e-mail: zamkov@fep.tsure.ru; 44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia; phone: +78634371603; the department of electronic apparatuses design; the department head; cand. of eng. sc.; associate professor.

Paliy Alexandr Viktorovich – e-mail: A.V._Paliy@mail.ru; the department of electronic apparatuses design; the department head; cand. of eng. sc.; associate professor.

Serba Pavel Viktorovich – e-mail: serba@fep.tsure.ru; the department of micro- and nanoelectronics; dr. of phis.-math. sc.; professor.