

### Раздел III. Математическое моделирование в экологии

УДК 519.63:532.55

А.И. Сухинов, А.В. Никитина

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕДИЦИОННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КАЧЕСТВА ВОД В АЗОВСКОМ МОРЕ

*Статья посвящена анализу качества вод Азовского моря и Таганрогского залива на основе экспедиционных исследований и математического моделирования происходящих в них гидробиологических процессов. Изучение возможностей улучшения качества вод эвтрофированных водоемов возможно при использовании пространственно-неоднородной модели токсичной диатомовой водоросли *Skeletonema costatum*. Показано, что одной из главных причин возникновения заморных зон в мелководном водоеме является обильное цветение фитопланктонных водорослей и невозможность их вынесения в основной массе из водоема естественным путем за счет усвоения организмами высших трофических уровней. Результаты численного моделирования соответствуют результатам экспедиционных исследований в Азовском море в июле 2010 г. и другим экспериментальным данным.*

*Математическая модель; алгоритм; численное моделирование; Азовское море.*

A.I. Sukhinov, A.V. Nikitina

#### MATHEMATICAL MODELLING AND EXPEDITIONAL INVESTIGATIONS OF WATER QUALITY IN AZOV SEA

*The article is devoted to the water quality analysis in shallow water basins for the Azov Sea and Taganrog Bay, on the basis of the mathematical modeling of the hydrobiological processes occurring in these water basins. The study of possibilities for the water quality improvement in the polluted water basins becomes possible while using a spatially inhomogeneous model of the toxic diatom alga *Skeletonema Costatum*. It is shown that one of the main reasons of mass-hypoxia zones appearance in the shallow water basins is abundant phytoplankton bloom; the removal of this alga is impossible by natural way because of the acquisition of the higher trophic levels organisms. Results of numerical simulation are correlated with expedition investigations results and other experimental data.*

*Mathematical model; taxis; algorithm; Numerical modeling; Azov Sea.*

**Введение.** Теоретической основой биологической реабилитации мелководных водоемов Юга России является комплексное решение проблем загрязнения их вод. Управление качеством вод мелководных водоемов должно включать действия, направленные на минимизацию концентрации загрязняющих веществ, улучшение санитарного состояния, предотвращение «цветения» воды сине-зелеными токсичными водорослями, такими как *Microcystis aeruginosa*, *Aphanizomenon flosaquae*, *Anabaena flosaquae* и др., диатомовыми водорослями, такими как *Skeletonema costatum*, *Chaetoceros lorenzianus* Grun., *Pseudonitzschia pseudodelicatissima* Hasle, *Pseudosolenia calcaravis* Sundstrom и др., биологическую мелиорацию высшей водной растительности и, наконец, контроль вылова рыбы и прочих биологических объектов. Микроорганизмы, растения и животные, заселяющие загрязненные водоемы, участвуют в процессе естественного самоочищения водоемов, но эффективность такого процесса достаточно низкая. Концентрация биогенов в Та-

ганрогском заливе и собственно Азовском море практически никогда не достигает аналитического нуля, поэтому азот и фосфор постоянно присутствуют в воде в форме, доступной для микроводорослей. В Таганрогском заливе сложились все условия для «цветения воды», кислород, образующийся в воде в процессе фотосинтеза, в воде не удерживается, но микроводоросли расходуют его больше, чем производят. Водоем изначально «заряжен» на замор. Цветение воды происходит из-за развития в воде в огромных количествах токсичных сине-зеленых и диатомовых водорослей. Они производят опасные для здоровья людей и животных сильнодействующие токсины, вызывающие аллергические реакции, продуцирующие злокачественные опухоли в организме. В летнее время при обильном цветении токсичных водорослей происходят заморы рыб, массовая гибель бентосных, планктонных и нейстонных животных, а также водоплавающих птиц и млекопитающих. При засилии токсичных водорослей в водоемах происходит перестройка их фитопланктонного сообщества, преобладание в развитии получают водоросли, наиболее неблагоприятные для экологического, санитарного и рыбохозяйственного состояния водоема. Одним из механизмов, используемых учеными для биологической реабилитации загрязненных водоемов, является изучение процессов распространения токсичных водорослей в мелководном водоеме с помощью методов математического моделирования [5].

Цель работы заключалась в построении вычислительно устойчивых алгоритмов реализации модели динамики токсичной диатомовой водоросли *Skeletonema costatum*, имеющей наибольшее значение в питании пелагических рыб. Моделирование процесса распределения водоросли *Skeletonema costatum* позволит разработать эффективные сценарии улучшения качества вод мелководных водоемов, таких как Азовское море и Таганрогский залив, а вследствие этого оценить возможность уменьшения площади заморной зоны, обнаруженной в ходе научно-исследовательской экспедиции учеными ТТИ ЮФУ в июле 2010 г. в центрально-восточной части Азовского моря.

**1. Экспедиционные исследования.** С целью построения комплекса пространственно-трехмерных математических моделей для прогнозирования экологического состояния Азовского моря и возможности его биологической реабилитации сотрудниками ТТИ ЮФУ в июле 2010 г. была организована научно-исследовательская экспедиция. Морские научные исследования проводились в Восточной части Азовского моря и Таганрогского залива на 47 станциях. Маршрут движения научно-исследовательских судов представлен на рис. 1. Для повышения точности экспедиционных данных исследователи проводили параллельные измерения на двух судах: на многоцелевой яхте «Буревестник» и научно-исследовательском теплоходе «Платов». Теплоход, рассчитанный на 6 мест, оборудован акустическим промерным комплексом Kongsberg. Восьмиместная многоцелевая яхта «Буревестник» создана на одной из лучших верфей в мире и имеет прекрасные технические характеристики. Научно-исследовательское оборудование «Буревестника» и «Платова» – целый арсенал приборов: современные гидрофизические зонды, персональные компьютеры, пробоотборная система и др. Удобные помещения, оборудованные вычислительной техникой, позволяют проводить первичный анализ данных в море.

Исследователи разделились на две группы. Первая группа была представлена математиками-прикладниками кафедры ВМ ТТИ ЮФУ, экологами и биологами ЮФУ-центра. Участники этой группы на научно-исследовательском теплоходе «Платов» проводили сбор и анализ данных микробиологических параметров, в частности, проводились комплексные исследования водной толщи и донных отложений на приоритетные загрязнители и другие параметры, исследовался видовой состав и концентрация фитопланктона.

Вторая группа исследователей на яхте «Буревестник» занималась изучением кислородного режима, замерами полей скоростей водного потока, температуры, солености и мутности водной среды.

Отбор проб на станциях с глубиной менее 7 м проводился с двух горизонтов, а при глубине более 7 м – с трех горизонтов. При обнаружении температурных градиентов проводился отбор проб воды на дополнительных горизонтах.

Акватория Азовского моря отличается существенной пространственно-временной изменчивостью гидрофизических параметров, что требует для построения прогностических моделей уточнения и детализации экспериментальных данных. В результате проведения экспедиции была получена систематическая информация экологического состояния водной среды. На основе многолетних исследований (подобные научные экспедиции организуются каждый год) дополнена база данных по Азовскому морю и Таганрогскому заливу. Полученные данные были использованы для построения комплекса высокоточных пространственно-трехмерных математических моделей, используемых для прогнозирования развития экосистемы Азовского моря [3].

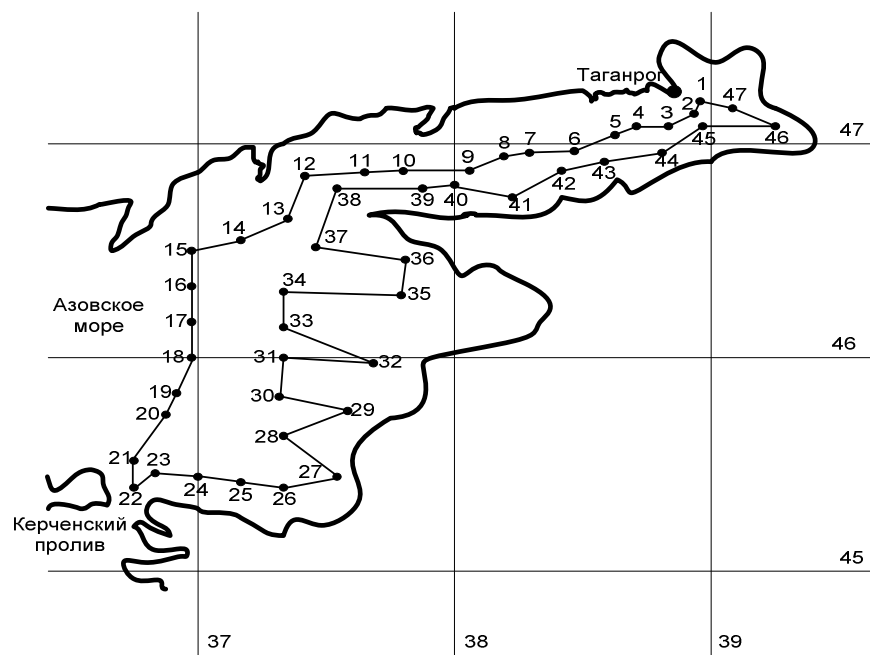


Рис. 1. Маршрут движения исследовательских судов в ходе экспедиции (июль 2010 г.)

Часть экспедиционных исследований была посвящена изучению механизмов возникновения анаэробной зоны. В результате исследований в восточной части Азовского моря были обнаружены две точки с аноксией, т.е. выявлены места с полным отсутствием кислорода, которым способствует накопление различных загрязнений в определенных участках моря.

При подготовке исследовательской экспедиционной работы по изучению фитопланктона были поставлены следующие вопросы:

- ◆ какие виды фитопланктона обитают в море?

- ◆ откуда они пришли?
- ◆ по каким правилам происходит их расселение?
- ◆ как складываются их взаимоотношения?
- ◆ в какую сторону развивается видовой состав?

Ученые-биологи, участвующие в экспедиции, использовали стандартные компоненты анализа видового состава:

- ◆ таксономический анализ (количественный и качественный состав родов, семейств и старших таксонов);
- ◆ экологический анализ (состав экологических групп, сформированных по отношению к различным факторам);
- ◆ географический анализ (соотношение видов с различными широтно-зональными типами ареалов и принадлежащими к различным географическим элементам).

При анализе проб было выявлено, что видовой состав фитопланктона Азовского моря сформирован следующим образом:

- ◆ реликтовый (Понто-Каспийский) элемент – 4 % от флоры;
- ◆ 2/3 – виды, происходящие из внутренних вод;
- ◆ 1/3 – морские виды (происходят из талласных вод).

Также было установлено, что эндемичных видов нет.

Исследователями ТТИ ЮФУ были выявлены особенности развития фитопланктонных популяций, такие как:

- ◆ слабое развитие цианопрокариот в Таганрогском заливе;
- ◆ высокое таксономическое разнообразие талласных видов в собственно море;
- ◆ обилие Chaetoceraeae в собственно Азовском море;
- ◆ обилие цианопрокариот, имеющих гетероциты, в собственно Азовском море;
- ◆ слабая представленность мелкоклеточных жгутиковых водорослей.

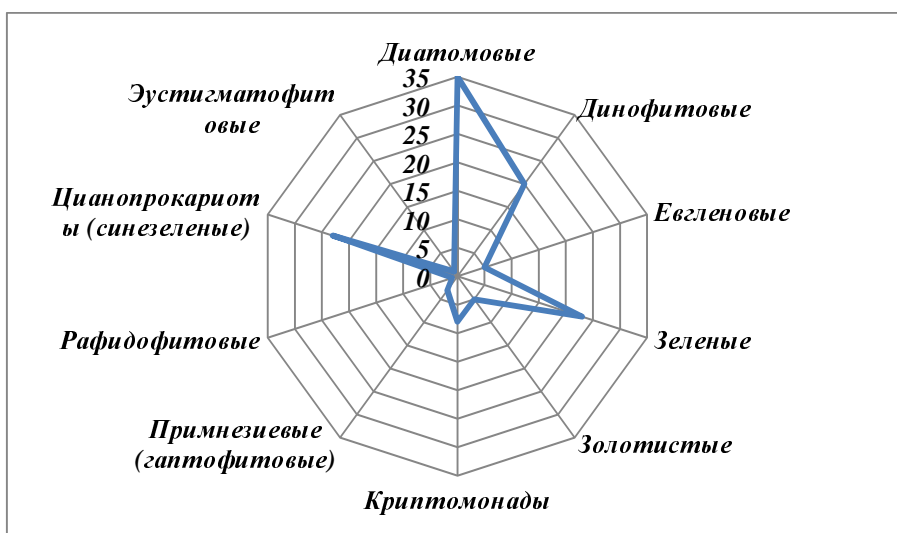


Рис. 2. Диаграмма видового состава фитопланктона по данным экспедиционных работ (июль 2010 г.)

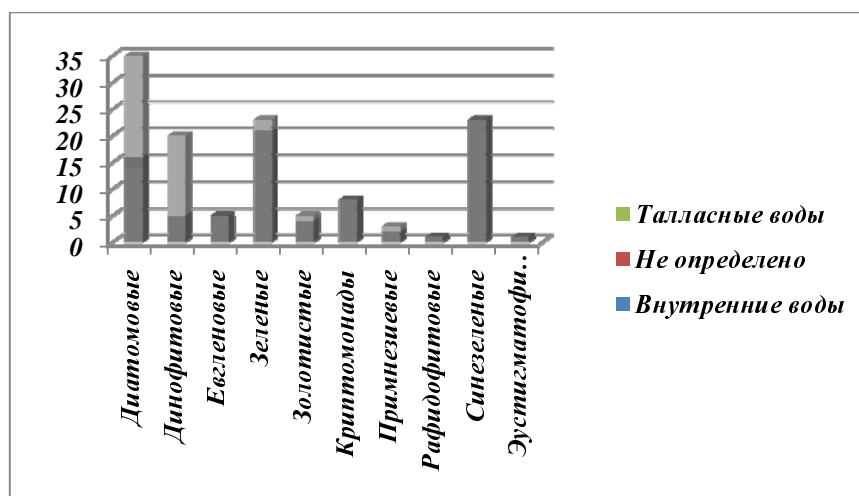


Рис. 3. Диаграмма принадлежности видового состава фитопланктона по данным экспедиционных работ (июль 2010 г.)

При моделировании фитопланктонных популяций в Азовском море на основании экспедиционных исследований были сделаны выводы:

- ♦ важно не только, какие факторы влияют на сообщество, но и какие виды конкурируют за ресурсы;
- ♦ исключение из модели специфики конкретных видов (их стратегии выживания) отрывает модель от объекта и делает ее непроверяемой.

**2. Трехмерная модель гидробиологии мелководного водоема.** На основании проведенных экспедиционных исследований с целью оценки возможной биологической реабилитации мелководных водоемов, таких как Таганрогский залив и Азовское море, было осуществлено моделирование планктонной популяции токсичной водоросли в этих водоемах.

При математическом моделировании водорослей необходимо учитывать, что на физическом уровне для фитопланктона возникает ряд феноменов, таких как:

- ♦ пятнистость (несмотря на возмущения водной среды, распределение фитопланктона по водоему имеет структурированный характер);
- ♦ для фитопланктона выполняется модель сплошной среды (клетки фитопланктона присутствуют даже в самом малом объеме).

В модели будем учитывать процессы: конвекцию (перемещение субстанции за счет перемещения водной среды); микротурбулентную диффузию (движение за счет теплового движения частиц), рост и размножение, отмирание клеток фитопланктона, а также факторы, стимулирующие рост особей. Предположим, что в процессе жизнедеятельности фитопланктонной популяции выделяется биологически активный метаболит, влияющий на скорость роста особей. Модель должна удовлетворять законам материального баланса [3]. Рассмотрим систему из трех уравнений диффузии-конвекции-реакции в области  $G$ , представляющей собой замкнутый бассейн, ограниченный невозмущенной поверхностью водоема  $\Sigma_0$ , дном  $\Sigma_H = \Sigma_H(x, y)$  и цилиндрической поверхностью  $\sigma$ , для временного интервала  $0 < t \leq T_0$ .  $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_H \cup \sigma$  – кусочно-гладкая граница области  $G$  (рис. 4.):

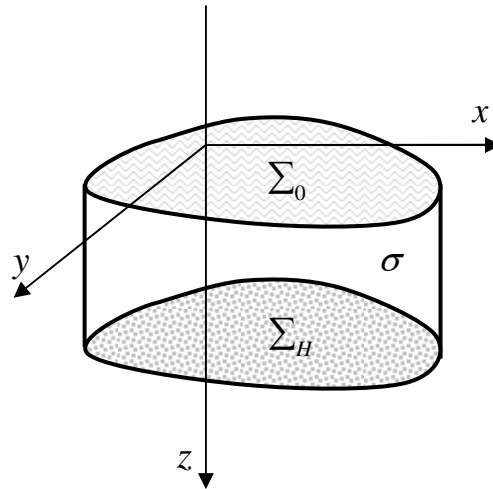


Рис. 4. Расчетная область  $\bar{G}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{u} \cdot X) &= \mu_X \Delta X + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_X \frac{\partial X}{\partial z} \right) + (\alpha_0 + \gamma M) \psi X - \delta X, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{u} \cdot S) &= \mu_S \Delta S + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_S \frac{\partial S}{\partial z} \right) - (\alpha_0 + \gamma M) \psi X + B(S' - S) + f, \quad (1) \\ \frac{\partial M}{\partial t} + \operatorname{div}(\vec{u} \cdot M) &= \mu_M \Delta M + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_M \frac{\partial M}{\partial z} \right) + k_3 X - \varepsilon M. \end{aligned}$$

В системе (1) приняты следующие обозначения:  $X$ ,  $S$ ,  $M$  – концентрация фитопланктона (диатомовой водоросли *Skeletonema costatum*), биогенного вещества (азот, фосфор) и метаболита соответственно;  $u$ ,  $v$ ,  $w$  – компоненты вектора скорости водного потока;  $\alpha = (\alpha_0 + \gamma M)$  – коэффициент роста фитопланктона;  $\alpha_0$  – скорость роста фитопланктона в отсутствии метаболита;  $\gamma$  – параметр воздействия;  $\mu_X, \mu_S, \mu_M, v_X, v_S, v_M$  – диффузионные коэффициенты в горизонтальном и вертикальном направлении субстанций  $X$ ,  $S$ ,  $M$  соответственно;  $\delta = \delta(C)$  – коэффициент убыли фитопланктона за счет отмирания (удельная смертность), учитывающий влияние солености;  $B$  – удельная скорость поступления загрязняющего вещества;  $S'$  – предельно возможная концентрация загрязняющего вещества;  $f(x, y, z)$  – функция источника загрязнения;  $k_3$  – коэффициент экскреции;  $\varepsilon$  – коэффициент разложения метаболита;  $\Delta$  – двумерный оператор Лапласа;  $C$  – концентрация солености;  $T$  – температура;  $\psi(T, S)$  – коэффициент, учитывающий влияние температуры и концентрации биогенного вещества на рост концентрации фитопланктона. Положим вначале  $\psi(T, S) = S$ ,  $\delta = \text{const}$ .

Пусть  $n$  – вектор внешней нормали к поверхности  $\Sigma$ ,  $U_n$  – нормальная по отношению к  $\Sigma$  составляющая вектора скорости водного потока. К системе (1) необходимо добавить начальные условия:

$$\begin{aligned} X(x, y, z, 0) &= X_0(x, y, z), \quad S(x, y, z, 0) = S_0(x, y, z), \\ M(x, y, z, 0) &= M_0(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \bar{G}, \quad t = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

и граничные условия:

$$\begin{aligned} X = S = M &= 0, \quad \text{на } \sigma, \quad \text{если } U_n < 0; \\ \frac{\partial X}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial n} &= 0, \quad \text{на } \sigma, \quad \text{если } U_n \geq 0; \\ \frac{\partial X}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial z} &= 0, \quad \text{на } \Sigma_0; \\ \frac{\partial X}{\partial z} = -\varepsilon_1 X, \quad \frac{\partial S}{\partial z} = -\varepsilon_2 S, \quad \frac{\partial M}{\partial z} &= -\varepsilon_3 M, \quad \text{на } \Sigma_H, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – неотрицательные постоянные;  $\varepsilon_1$  – учитывает опускание водорослей на дно и их затопление;  $\varepsilon_2, \varepsilon_3$  – учитывают поглощение биогенного вещества и метаболита донными отложениями.

Для построенной математической модели (1)–(3) необходимо:

- ◆ теоретически исследовать корректность (на первом этапе) для линейризованной постановки задачи;
- ◆ построить дискретные модели (разностные схемы) и процедуры (итерационные методы) их численной реализации;
- ◆ разработать программное обеспечение для численного моделирования процессов жизнедеятельности фитопланктона;
- ◆ на основе численного моделирования исследовать вопросы возникновения неоднородных по пространству (в частности, периодических) решений модельных уравнений с целью исследования “пятнистости” распределения планктона;
- ◆ исследовать все процессы: конвекции (перемещение субстанции за счет перемещения водной среды), микротурбулентной диффузии (за счет хаотического движения планктонных клеток), процессы размножения, гибели и др.

**3. Результаты численного эксперимента.** Дискретизация модели произведена на равномерной прямоугольной сетке с использованием метода конечных разностей [4]. Поля скоростей водного потока относятся к входным данным для модели (1)–(3), они были рассчитаны в работе [1]. Результаты моделирования фитопланктонной популяции представлены на рис. 5–9 ( $N$  – номер итерации). На рис. 10–13 показаны результаты расчета модели для распространения загрязняющего биогенного вещества для северного направления ветра.

Раздел III. Математическое моделирование в экологии

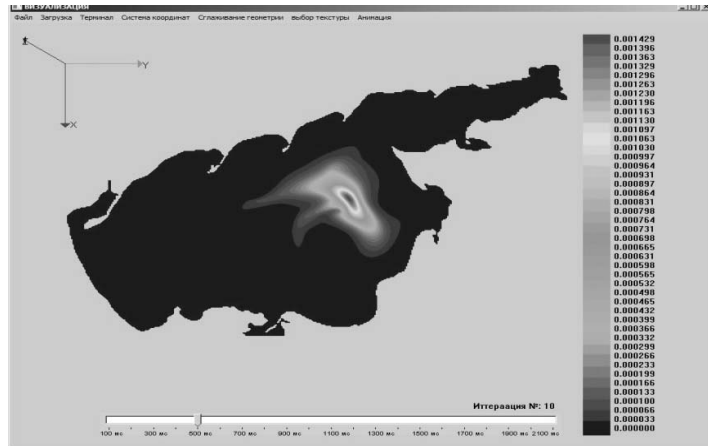


Рис. 5. Распределение концентрации фитопланктона  $X$ ,  $N = 10$

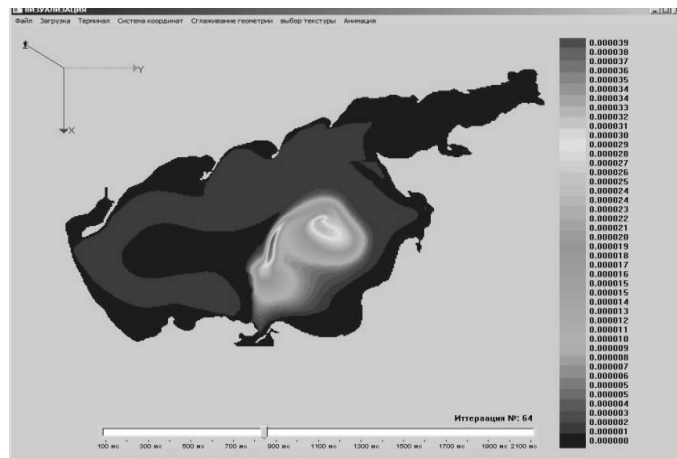


Рис. 6. Распределение концентрации фитопланктона  $X$ ,  $N = 64$

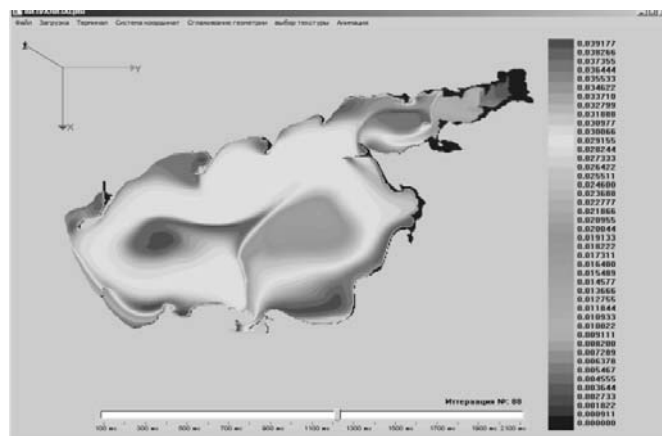


Рис. 7. Распределение концентрации фитопланктона  $X$ ,  $N = 88$



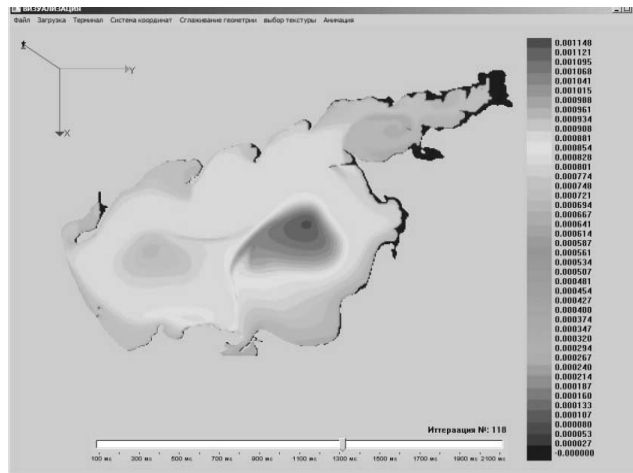


Рис. 8. Распределение концентрации фитопланктона  $X$ ,  $N = 118$

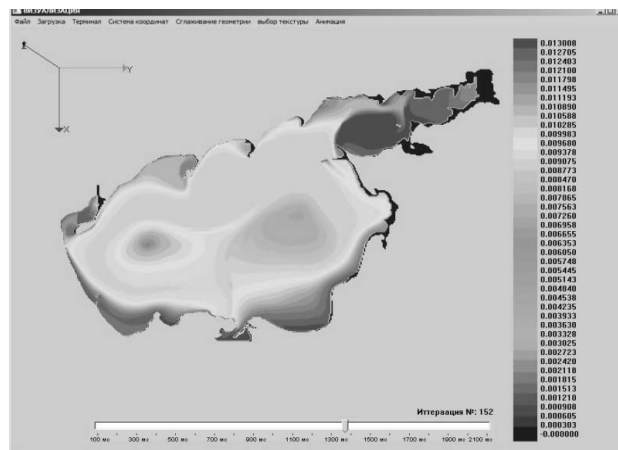


Рис. 9. Распределение концентрации фитопланктона  $X$ ,  $N = 152$

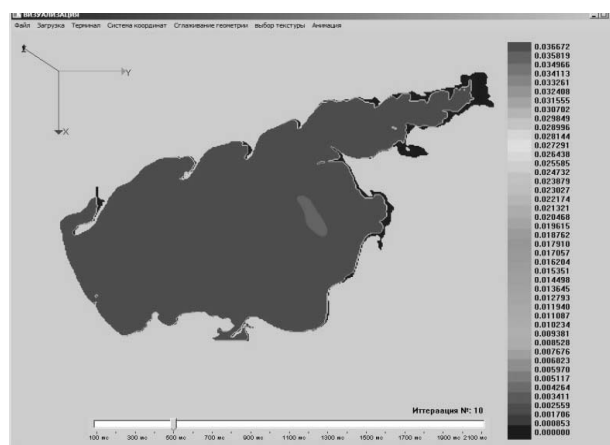


Рис. 10. Концентрация загрязняющего вещества  $S$ ,  $N = 10$

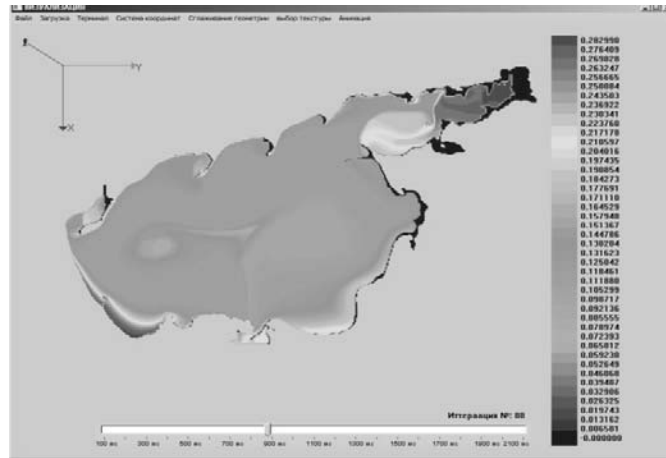


Рис. 11. Концентрация загрязняющего вещества  $S$ ,  $N = 88$

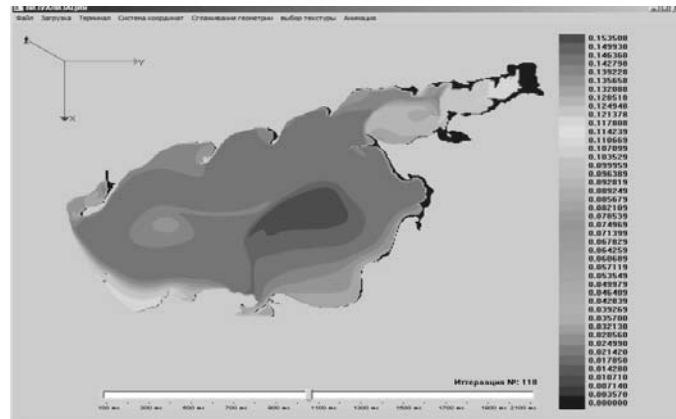


Рис. 12. Концентрация загрязняющего вещества  $S$ ,  $N = 118$

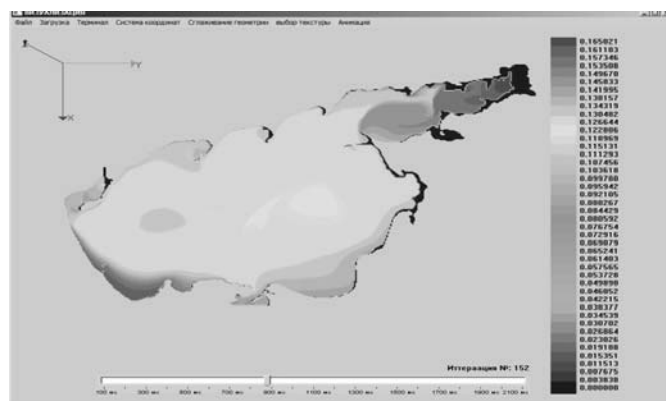


Рис. 13. Концентрация загрязняющего вещества  $S$ ,  $N = 152$

Приведенные выше рисунки отражают влияние структур течений водного потока «S- структур» в восточной части Азовского моря, описанных в работе [2], на распределение концентрации диатомовых токсичных водорослей. «S-структуры» являются природными «ловушками», которые могут накапливать все типы загрязнений. Распределенные источники импульса и массы (реки Дон и Кубань), сила Кориолиса и рельеф дна Азовского моря оказывают влияние на физическую природу S-структур. Согласно результатам моделирования и спутниковым данным, по пятнам фитопланктона можно выявлять не только структуру течений, но и зоны аноксии.

**Заключение.** С помощью экспедиционных исследований проведена первичная верификация модели и гидробиологических процессов в Азовском море. Реализована задача моделирования и прогноза состояния водной экосистемы Азовского моря в условиях антропогенного воздействия с целью всестороннего изучения уникального водного объекта, который в силу мелководности и природно-климатических условий подвержен эвтрофированию. Создан исследовательско-прогнозный программный комплекс, объединяющий математические модели и базы данных. Дан прогноз загрязнения воды вредными веществами и его влияния на развитие токсичных водорослей. Оценено влияние температурного режима воды в Азовском море на ее биологическую очистку. Исследовательско-прогнозный комплекс, созданный по материалам экспедиционных работ, позволяет проверить ряд гидробиологических и биологических гипотез о ключевых механизмах формирования вертикальной и горизонтальной зональностей в распределении концентраций биогенных веществ, кислорода и токсичных фитопланктонных популяций, указать параметры управления объемом сероводородной и гипоксинной зон, оценить возможность биологической очистки вод Азовского моря путем вытеснения токсичных сине-зеленых и диатомовых водорослей, осуществить ранжирование экологической эффективности факторов управления устойчивостью видовой состава фитопланктона, включая «цветение» микроводорослей.

Математические модели токсичных водорослей могут быть использованы для биологической реабилитации мелководных водоемов с целью восстановления их экосистем до естественного уровня.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сухинов А.И., Чистяков А.Е., Алексеенко Е.В. Численная реализация трехмерной модели гидродинамики для мелководных водоемов на супервычислительной системе // Математическое моделирование. – 2011. – Т. 23, № 3. – С. 3-21.
2. Alexander I. Sukhinov, Anton A. Sukhinov. Reconstruction Of 2001 Ecological Disaster in the Azov Sea on the Basis of Precise Hydrophysics Models. Parallel Computational Fluid Dynamics, Mutidisciplinary Applications, Proceeedings of Parallel CFD 2004 Conference, Las Palmas de Gran Canaria, Spain, ELSEVIER, Amsterdam–Berlin–London–New York–Tokyo, 2005. – P. 231-238.
3. Якушев Е.В., Сухинов А.И. и др. Комплексные океанологические исследования Азовского моря в 28-м рейсе научно-исследовательского судна «Акванавт» // Океанология. – 2003. – Т. 43, № 1. – С. 44-53.
4. Никитина А.В. Численное решение задачи динамики токсичных водорослей в Таганрогском заливе // Известия ЮФУ. – 2010. – № 6 (107). – С. 113-116.
5. Никитина А.В. Модели биологической кинетики, стабилизирующие экологическую систему таганрогского залива // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 8 (97). – С. 130-134.

Статью рекомендовал к опубликованию д.ф.-м.н. В.А. Жорник.

**Сухинов Александр Иванович**

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: sukhinov@gmail.ru.

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634310599.

Руководитель ТТИ ЮФУ; д.ф.-м.н.; профессор.

**Никитина Алла Валерьевна**

E-mail: nikitina.vm@gmail.com.

г. Таганрог, ул. Чехова, 38, кв. 3.

Тел.: +79515168538.

Кафедра высшей математики; заведующий кафедрой; к.ф.-м.н.; доцент.

**Sukhinov Alexander Ivanovich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: sukhinov@gmail.ru

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634310599.

The Head of TIT SFedU; Dr. of Phys.-Math. Sc.; Professor.

**Nikitina Alla Valer'evna**

E-mail: nikitina.vm@gmail.com.

Phone: +79515168538.

38, Chekhov Street, Apt. 3, Taganrog, Russia.

The Department of Higher Mathematics; the Head of Department; Cand. of Phys.-Math. Sc.; Associate Professor.

УДК 519.86

**А.И. Сухинов, А.Е. Чистяков, Д.С. Хачунц**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ  
МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ВОЗДУШНОЙ СРЕДЫ И ТРАНСПОРТА  
ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ**

*Рассматривается математическое моделирование движения многокомпонентной воздушной среды и распространения загрязняющих веществ. Актуальными проблемами современной физики атмосферы являются математическое моделирование изменчивости газового и аэрозольного состава атмосферы, а также оценка влияния атмосферных примесей на окружающую среду. В работе представлена математическая модель переноса загрязняющих веществ в атмосфере, которая учитывает такие факторы, как переход воды из жидкого в газообразное состояние, турбулентный обмен, осаждение вещества, теплообмен между жидкими и газообразными состояниями, а также переменную плотность и температуру.*

*Многокомпонентная воздушная среда; конденсация; загрязняющие вещества; турбулентный обмен.*

**A.I. Sukhinov, A.E. Chistyakov, D.S. Khachunts**

**MATHEMATIC MODELLING OF MULTICOMPONENT AIR MOTION  
AND POLLUTANTS TRANSPORTATION**

*The mathematic modeling of multicomponent air motion and pollutants spreading is described in the paper. The main problems of modern aerophysics are the mathematic modeling of gas and aerosol atmospheric composition variability and the estimation of air pollutants influence*