

Veselov Gennady Evgen'evich

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: deanfib@tti.sfedu.ru.

2, Chekhov Street, Taganrog, 347900, Russia.

Phone: +78634360450.

College of Informational Security; Dean.

УДК 681.51.

В.Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг

**ПЕРЕСТРОЙКА ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ,
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ПРОЦЕССОМ РЕЗАНИЯ,
В ХОДЕ ЕЁ ЭВОЛЮЦИИ**

Предлагается новый способ математического моделирования эволюционных преобразований в динамической системе, взаимодействующей со средой. Процесс резания, образующийся в результате взаимодействия механических подсистем инструмента и заготовки, рассматривается в качестве среды. Особенность среды зависит не только от координат состояния системы, но и от траектории. Поэтому параметры динамической модели среды представляются в виде интегральных операторов Вольтера относительно траекторий работы и мощности необратимых преобразований.

Моделирование; эволюция; интегральные операторы.

V.L. Zakovorotny, Pham Dinh Tung

**THE REORGANIZATION OF THE DYNAMIC SYSTEM INTERACTING
WITH THE CUTTING PROCESS, DURING ITS EVOLUTION**

The article proposes a new method of mathematical modeling of evolutionary transformations in the dynamic system, which interacts with the medium. The cutting process, which is formed as a result of interaction of mechanical subsystems of the tool and workpiece, is considered a medium. The features of the medium depend not only on the state coordinates of the system, but on the trajectories. Therefore the parameters of dynamic model of environment are represented in the form of Voltaire's integrated operators relative to the trajectories of the work and power of irreversible transformations.

Modeling; evolution; integrated operators.

Изучение эволюции технической системы является традиционным, и оно связано с проблемой обеспечения надёжности. В частности, при обработке изделий на металлорежущих станках изучение эволюционных преобразований затрагивает такие вопросы, как развитие износа инструмента, изменение показателей качества изделий в ходе функционирования системы резания и др. Однако все эти показатели характеризуют внешнее проявление эволюционных изменений. Большое значение имеют эволюционные изменения динамической характеристики процесса резания, которая оказывает влияние на параметры геометрического качества изделия и состояние процесса обработки через процессы динамической перестройки системы. Последние проблемы обсуждаются в настоящей статье.

Математическая модель эволюционных преобразований. При построении динамических моделей используется иерархический принцип, основанный на разделении движений на «медленные» движения исполнительных элементов и «быстрые», которые рассматриваются в вариациях относительно траекторий «медленных» движений [1]. Будем считать заданными траектории «медленных» дви-

жений исполнительных элементов, которые формируются в независимой системе отсчёта $X = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}^T \in \mathbf{X}$. Для определённости, например, применительно к токарной обработке компоненты вектора X имеют следующий смысл: X_1 – координата поперечного перемещения суппорта; X_2 – координата перемещения суппорта в направлении скорости резания (очевидно, что в традиционной компоновке станка $X_2 \equiv 0$); X_3 – координата продольного перемещения суппорта; X_4 – угловая координата положения шпинделя. Если обработка ведётся с неизменной частотой вращения шпинделя, то $dX_4/dt = const$. Таким образом, в пространстве \mathbf{X} задаются траектории исполнительных перемещений станка. Если не принимать во внимание погрешности приводов исполнительных перемещений, то эти траектории, заданные в виде фазовых траекторий, – есть программа ЧПУ. Например, для токарного станка при программировании траектории движения суппорта задаётся скорость подачи на заданном перемещении, т.е. фазовая траектория $\{X_3, dX_3/dt\}$. В результате пересечения траекторий пространства \mathbf{X} с расположенной в этом пространстве заготовкой формируются взаимодействия $F = (F_1(t), F_2(t), F_3(t))^T \in \mathbf{F}$, заданные своими проекциями. Эти силы совершают работу при некоторой их мощности. Именно работа сил резания при некоторой их мощности приводит к изменению свойств процесса резания, вызывая эволюционные преобразования в динамической системе резания.

Силы резания зависят от упругих деформаций инструмента относительно заготовки. Поэтому введём в рассмотрение векторы упругих деформаций инструмента $Y(t) = \{Y_1(t), Y_2(t), Y_3(t)\}^T \in \mathbf{Y}$ относительно заготовки $Z(t) = \{Z_1(t), Z_2(t), Z_3(t)\}^T \in \mathbf{Z}$. Следовательно, в общем случае силы резания являются функциями всех координат пространств \mathbf{X} , \mathbf{Y} и \mathbf{Z} . Как уже было отмечено, в рамках настоящей статьи траектории исполнительных элементов станка и геометрия заготовки в пространстве \mathbf{X} считаются заданными. Следуя [1], определим уравнение динамики системы, которое дополним эволюционными изменениями параметров $p = \{p_1, p_2, \dots, p_s\}$ динамической характеристики процесса резания (в общем случае – среды):

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + h \frac{dY(t)}{dt} + cY(t) = F \left(X, \frac{dX}{dt}, Y, \frac{dY}{dt}, Z, \frac{dZ}{dt}, p \right); \\ M \frac{d^2 Z(t)}{dt^2} + H \frac{dZ(t)}{dt} + CZ(t) = F \left(X, \frac{dX}{dt}, Y, \frac{dY}{dt}, Z, \frac{dZ}{dt}, p \right); \\ p^{(i)}(A) = p_{i,0} + p_i \int_0^A w_{P_i}(A - \tau) N(\tau) d\tau, i = 1, 2, \dots, s; \\ A(t) = \int_0^t N(\tau) d\tau; \\ N(t) = V_p |F_2(t)|, \end{array} \right. \quad (1)$$

где m , M – диагональные матрицы размером $3 \otimes 3$; $c = [c_{s,k}]$, $C = [C_{s,k}]$ – положительно определённые симметричные матрицы жёсткости подсистемы инструмента и заготовки размером $3 \otimes 3$, неизменные по координатам перемещения суппорта и неизменные при смещении точки равновесия системы; $h = [h_{s,k}]$, $H = [H_{s,k}]$ – положительно определённые симметричные матрицы диссипации подсистемы инструмента и заготовки размером $3 \otimes 3$, также неизменные по координатам перемещения суппорта и неизменные при смещении точки равновесия системы; $w_{P_i}(A - \tau) = \exp\left[-\frac{1}{T_{P_i}}(A - \tau)\right]$ – ядра интегральных операторов, причём,

T_{P_i} – постоянные работы, имеющие размерность $кГМ$, эти параметры характеризуют эволюционную наследственность траекторий по мере совершения работы; V_P – скорость резания, которая в нашем случае считается постоянной.

Сделаем предварительные замечания по поводу модели (1). В рассматриваемой системе параметры динамической характеристики процесса резания имеют начальные значения $P_{i,0}$ и значения P_i , зависящие от траектории работы и мощности. В свою очередь, траектория работы и мощности является функцией координат состояния системы. В дальнейшем будем рассматривать наиболее важный случай, когда работа и мощность изменяются настолько медленно, что в пределах одного шага интегрирования системы (1) их можно считать неизменными. Другими словами, запаздывание в вычислении A и N на один шаг не влияет на общую динамику системы. Кроме этого в систему (1) входят параметры динамической модели подсистем инструмента и заготовки. Методы вычисления этих параметров и их идентификации известны [2]. Что касается динамических моделей процесса резания, раскрывающих связь координат исполнительных элементов станка и упругих деформаций инструмента относительно заготовки, то такие модели рассмотрены ранее [2]. В частности, показано, что в окрестности стационарной траектории, задаваемой «медленными» движениями исполнительных элементов, возможно их линеаризованное представление. Тогда в окрестности стационарной траектории «медленных» движений реакция со стороны процесса резания определяется матрицами динамической жёсткости и диссипации процесса обработки. Принципиальное значение при изучении эволюционной перестройки динамической системы имеют параметры ядер интегральных операторов $w_{P_i}(A - \tau)$, которые в данном случае считаются стационарными. Вопросы идентификации ядер будут рассмотрены в других наших публикациях.

Особенности эволюционных преобразований динамической системы. Рассмотрим систему, обладающую следующими свойствами:

- ◆ силы резания удовлетворяют гипотезе неизменной их ориентации в пространстве. Ориентация задаётся угловыми коэффициентами $\mathcal{X} = (\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \mathcal{X}_3)$;
- ◆ в вариациях относительно стационарной траектории, задаваемой X , динамическую характеристику можно линеаризовать и реакцию со стороны процесса обработки заменить матрицами динамической жёсткости и диссипации. Тогда вместо (1) имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 Y(t)}{dt^2} + h \frac{dY(t)}{dt} + cY(t) = F(t)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}; \\ M \frac{d^2 Z(t)}{dt^2} + H \frac{dZ(t)}{dt} + CZ(t) = F(t)\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}; \\ F(t) = F_0 + F^{(\odot)}(t) + \alpha(A)(-Y_1(t) - Z_1(t)) + \beta(A) \left(-\frac{dY_1}{dt}(t) - \frac{dZ_1}{dt}(t) \right); \\ F^{(\odot)}(t) = f \int_0^A w_\alpha(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ \alpha(A) = \alpha_0 + \gamma \int_0^A w_\alpha(A-\tau)N(\tau)d\tau; \beta(A) = \beta_0 + \eta \int_0^A w_\beta(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ A(t) = \int_0^t N(\tau)d\tau; \quad N(t) = V_p |\chi_2 F(t)|, \end{array} \right. \quad (2)$$

где f , γ , η – согласующие коэффициенты, имеющие соответственно размер-

ность $\left[\frac{c}{\kappa \Gamma M^2} \right]$, $\left[\frac{c}{\kappa \Gamma M^3} \right]$ и $\left[\frac{c^2}{\kappa \Gamma M^3} \right]$, эти коэффициенты характеризуют интенсив-

ность эволюционных изменений постоянной составляющей силы резания, жёсткости и диссипации процесса обработки. В этом случае эволюционные составляющие постоянной составляющей силы резания, коэффициента жёсткости и диссипации соответственно получаются в $[\kappa \Gamma]$, $[\kappa \Gamma / M]$ и $[\kappa \Gamma c / M]$.

В системе (2) начальные условия определяются значениями упругих деформаций инструмента $Y^* = \{Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*\}^T$ относительно заготовки $Z^* = \{Z_1^*, Z_2^*, Z_3^*\}^T$ на начальной стадии процесса, когда эволюционные изменения параметров динамической жёсткости и диссипации отсутствуют, т.е. $\alpha(A) = \beta(A) = 0$. Таким образом,

$$\begin{aligned} Y(0) = \{Y_1^*, Y_2^*, Y_3^*\}^T, \quad \frac{dY}{dt}(0) = \{0, 0, 0\}^T, \quad Z(0) = \{Z_1^*, Z_2^*, Z_3^*\}^T, \\ \frac{dZ}{dt}(0) = \{0, 0, 0\}^T. \end{aligned} \quad (3)$$

В приведённой модели скорость резания считается величиной постоянной. Таким образом, если система имеет точку равновесия асимптотически устойчивую, то работу совершает только составляющая силы, направленная по скорости резания. Координаты $Y(0) = Y^*$ и $Z(0) = Z^*$, определяющие начальное состояние системы, являются решениями систем

$$cY(0) = \chi_i F(0); CZ(0) = \chi_i F(0), i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Функции Y и Z характеризуют смещения точки равновесия, обусловленные особенностями силового взаимодействия на начальном этапе процесса резания и эволюционными преобразованиями системы (2) в связи с совершаемой работой при некоторой мощности необратимых преобразований, зависящей от траектории. Старт эволюционных преобразований начинается в точке $t = 0$, в которой совер-

шённая работа равна нулю. Поэтому имеет смысл при анализе рассматривать композицию $Y(A) = Y^* + Y^{(3)}(A)$ и $Z(A) = Z^* + Z^{(3)}(A)$, которой во времени соответствует композиция $Y(t) = Y^* + Y^{(3)}(t)$ и $Z(t) = Z^* + Z^{(3)}(t)$. Так как работа, время, текущие силы и перемещения в (2) взаимосвязаны, то можно также рассмотреть функции $Y(X_3) = Y^* + Y^{(3)}(X_3)$ и $Z(X_3) = Z^* + Z^{(3)}(X_3)$ смещения точки равновесия по перемещению инструмента относительно заготовки. Причём, здесь X_3 есть путь, пройденный инструментом относительно заготовки при изготовлении партии изделий.

Функция $A(t)$ является возрастающей на всем интервале интегрирования, так как подынтегральное выражение в любой момент времени неотрицательная величина. Так как в приведённой упрощённой модели суммарные матрицы жёсткости и диссипации имеют коэффициенты, которые «медленно» изменяются в ходе эволюционных преобразований, то эволюционной является не только точка равновесия, но и изменяются динамические свойства системы для «быстрых» движений. Поэтому эволюционной траектории $Y^{(3)}(t)$ и $Z^{(3)}(t)$ должны соответствовать траектории корней характеристического полинома в комплексной плоскости. Однако при высокой интенсивности эволюционных преобразований возможна такая ситуация, когда сами эволюционные преобразования оказывают влияние на динамику системы. Интенсивность эволюционных преобразований в (2) определяется коэффициентами γ и η .

Приведём пример. Будем считать неизменными динамические характеристики подсистемы инструмента и все условия обработки, кроме значений динамической жёсткости и диссипации процесса резания. Основные параметры приведены в табл. 1,2, начальные значения жёсткости и диссипации – $\alpha_0 = 100 \text{ кГ} / \text{мм}$ и $\beta_0 = 10 \frac{\text{кГс}}{\text{мм}}$. Сила резания на начальном этапе – $F_0 = 100 \text{ кГ}$. Постоянные эволюционной наследственности T_α и T_β соответственно равны $T_\alpha = 50 \text{ кГм}$ и $T_\beta = 20 \text{ кГм}$. Коэффициенты ориентации силы: $\chi_1 = 0,50$; $\chi_2 = 0,71$; $\chi_3 = 0,50$. Мы видим, что в зависимости от параметров интенсивности эволюционных преобразований γ и η кривые смещения точки равновесия в направлении, нормальном к оси вращения заготовки, меняются (рис. 1), и при некоторых их значениях они напоминают кривые износа инструмента. Это лишний раз указывает на связь величины износа инструмента с изменениями динамической характеристики процесса резания.

Таблица 1

Параметры подсистемы инструмента

| $m, \frac{\text{кГс}^2}{\text{мм}} \cdot 10^{-3}$ | $h, \frac{\text{кГс}}{\text{мм}}$ | $c, \frac{\text{кГ}}{\text{мм}} \cdot 10^3$ |
|--|---|---|
| $\begin{bmatrix} 0,25; & 0; & 0 \\ 0; & 0,25; & 0 \\ 0; & 0; & 0,25 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0,6; & 0,1; & 0,08 \\ 0,1; & 0,5; & 0,2 \\ 0,08; & 0,2; & 0,7 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1,0; & 0,3; & 0,2 \\ 0,3; & 1,2; & 0,4 \\ 0,2; & 0,4; & 1,6 \end{bmatrix}$ |

Таблица 2

Параметры подсистемы заготовки

| $m, \frac{\kappa\Gamma c^2}{\text{мм}} \cdot 10^{-3}$ | $h, \frac{\kappa\Gamma c}{\text{мм}}$ | $c, \frac{\kappa\Gamma}{\text{мм}} \cdot 10^3$ |
|---|---|---|
| $\begin{bmatrix} 5,0; & 0; & 0 \\ 0; & 5,0; & 0 \\ 0; & 0; & 5,0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 5,0; & 1,0; & 0,8 \\ 1,0; & 4,0; & 0,6 \\ 0,8; & 0,6; & 2,0 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0,2; & 0,1; & 0,08 \\ 0,1; & 0,2; & 0,01 \\ 0,08; & 0,01; & 1,0 \end{bmatrix}$ |

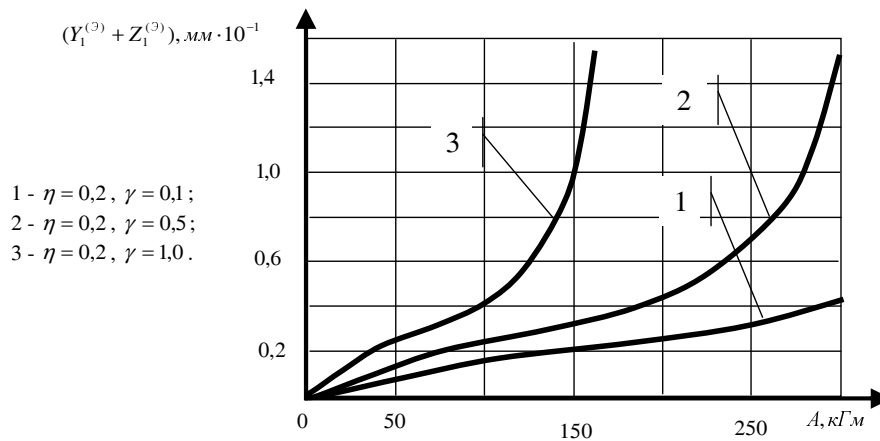


Рис. 1. Смещение точки равновесия системы в направлении, нормальном к оси вращения заготовки, при её эволюционных преобразованиях

Рассмотрим траектории корней характеристического полинома (рис. 2,а), соответствующие эволюционным траекториям отклонения точки равновесия, изображённым на рис. 1. Траектории вычислены для характеристического полинома системы (2) в предположении, что текущие параметры системы являются замороженными. Рассматриваемой системе отвечают шесть пар комплексно-сопряжённых корней $p_i^{(1)} = -a_i^{(1)} + jb_i^{(1)}$ и $p_i^{(2)} = -a_i^{(1)} - jb_i^{(1)}$ ($i = 1, 2, \dots, 6$), расположенных в левой комплексной полуплоскости, так как замороженная система остаётся устойчивой на всём рассматриваемом отрезке функционирования. Эволюционной траектории каждого корня или его вещественной и мнимой составляющим однозначно соответствует эволюционное смещение точки равновесия. На рис. 2,б приведён пример, иллюстрирующий возможность разделения отдельных эволюционных стадий на классы по признаку смещения точки равновесия.

Так как рассматриваемая система является детерминированной и эволюционные кривые корней не имеют участков неоднозначности, то оценивание $Y^{(3)}(t)$ и $Z^{(3)}(t)$ может быть абсолютно точным. Однако возможна постановка вопроса об оценивании эволюционных смещений на основе авторегрессионного спектрального анализа с помощью наблюдения за вибрационной последовательностью. В этом случае можно сформировать информационное пространство, состоящее из вещественных и мнимых составляющих корней и использовать методы классификации, подробно рассмотренные ранее, например, на основе байесовского классификационного правила.

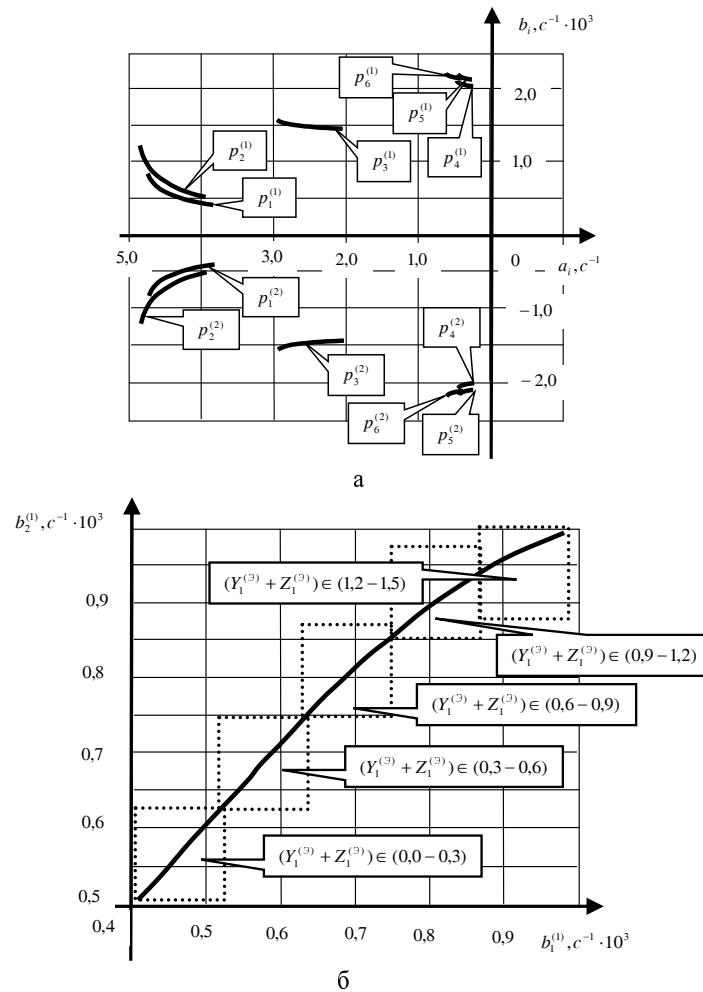


Рис. 2. Эволюционные траектории корней характеристического полинома (а) и пример разделения на классы по величине эволюционного смещения точки равновесия (б)

Эволюционная перестройка динамической системы. В примере принята гипотеза о неизменности ориентации сил резания в пространстве, которая справедлива лишь в низкочастотной области и при малых вариациях износа режущего инструмента. При рассмотрении же системы (1) в вариациях, приходится считаться с тем, что в ходе эволюции наблюдается перераспределение между составляющими сил, действующих в различных направлениях. При этом в суммарных матрицах жёсткости и диссипации не только образуются кососимметричные составляющие, но и сами матрицы могут стать отрицательно определёнными. В этом случае точка равновесия может стать неустойчивой, и тогда в пространстве состояния формируются некоторые многообразия. Проиллюстрируем этот эволюционный режим на простейшем примере. Будем считать деталь недеформируемой, и процесс точения при неизменных внешних условиях (скорость, подача, припуск). Для упрощения не будем рассматривать влияние работы и мощности на общие силы резания, т.е. $F^{(3)} \equiv 0$. Таким образом, эволюционно меняются исключи-

тельно матрицы динамической жёсткости и диссипации процесса. На квазистатические позиционные силы в вариациях относительно точки равновесия X^* оказывают влияние деформации инструмента в направлении X_1 . Эти составляющие изменяют суммарную матрицу жёсткости системы. Что касается матрицы диссипации процесса резания, то в результате эволюции, как уже было отмечено ранее, изменяются все её компоненты. Как и ранее, скорость резания и две составляющих силы $F_0 = \{F_{0,1}, F_{0,2}, F_{0,3}\}^T$ будем считать постоянными. Таким образом, вместо (3) имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + h \frac{dX(t)}{dt} + cX(t) = F \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right); \\ F \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right) = \left\{ F_1 \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right), F_2 \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right), F_3 \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right) \right\}^T; \\ F_i \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right) = F_{0,i} + \alpha_i (-X_1(t)) + \beta_i \left(-\frac{dX_1}{dt} \right) + \varphi_i \left(-\frac{dX_2}{dt} \right) + \mu_i \left(-\frac{dX_3}{dt} \right), i=1,2,3; \quad (5) \\ \alpha_i(A) = \alpha_{0,i} + \alpha_i \int_0^A w_{\alpha,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \beta_i(A) = \beta_{0,i} + \beta_i \int_0^A w_{\beta,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ \varphi_i(A) = \varphi_{0,i} + \varphi_i \int_0^A w_{\varphi,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \mu_i(A) = \mu_{0,i} + \mu_i \int_0^A w_{\mu,i}(A-\tau)N(\tau)d\tau; \\ A(t) = \int_0^t N(\tau)d\tau; N_i(t) = V_p |F_2(t)|. \end{array} \right.$$

Ядра операторов в (5) имеют ту же структуру, что и в (2). Однако совершаемая работа, соответствует (2) лишь в случае, когда система имеет точку равновесия, асимптотически устойчивую. В общем случае в отличие от (2) работа и мощность определяется для сил, имеющих различные проекции на оси X_1 , X_2 и X_3 . Выражения для вычисления работы в общем случае подробно проанализированы в нашей монографии [1]. Таким образом, в ходе эволюции наблюдается перераспределение элементов матрицы жёсткости и диссипации системы. При этом в матрицах жёсткости, как правило, возрастают те составляющие, которые формируют силовые реакции со стороны среды в направлениях X_1 и X_3 . Коэффициенты матрицы диссипации варьируются в результате действия следующих факторов:

- ◆ они принципиально зависят от величины запаздывающего аргумента при формировании изменений сил резания, а запаздывающий аргумент при неизменной скорости резания увеличивается при возрастании объёма пластической деформации в зоне резания, вовлекаемого в перестройку системы. Поэтому матрицы диссипации при малых вариациях координат состояния относительно точки равновесия могут быть отрицательными и по модулю они, как правило, возрастают в ходе эволюционных преобразований;
- ◆ за счёт кинетической характеристики процесса резания на падающем участке зависимости сил от скорости наблюдается эффект отрицательного трения в области контакта передней грани инструмента со стружкой и в области, прилегающей к задней поверхности инструмента. Этот эффект, как правило, возрастает по мере приработки и развития износа, т.е. в ходе эволюции системы.

Рассмотрим пример эволюционного изменения системы резания в предположении, что матрицы диссипации остаются неизменными, т.е. $\beta_i = \phi_i = \mu_i = 0$. Ограничимся случаем, когда работа, совершаемая при колебаниях системы в окрестности точки равновесия, пренебрежимо мала, по сравнению с работой, совершаемой главной составляющей силы резания по мере перемещения инструмента относительно заготовки. Это справедливо в тех случаях, когда точка равновесия является асимптотически устойчивой или многообразия, формируемые в окрестности этой точки, имеют амплитуды, существенно меньшие, чем величина припуска на обработку. Тогда вместо (5) необходимо рассмотреть следующую упрощённую эволюционную систему резания:

$$\left\{ \begin{aligned} m \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + h_{\Sigma} \frac{dX(t)}{dt} + c_{\Sigma} X(t) &= F \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right); \\ F \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right) &= \left\{ F_1 \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right), F_2 \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right), F_3 \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right) \right\}^T; \\ F_i \left(X, \frac{dX(t)}{dt} \right) &= F_{0,i} + \alpha_i(A)(-X_1(t)), i = 1, 2, 3; \\ \alpha_i(A) &= \alpha_{0,i} + \alpha_i \int_0^A w_{\alpha,i}(A - \tau) N(\tau) d\tau; \\ A(t) &= \int_0^t N(t) dt; \\ N_i(t) &= V_p |F_2(t)|, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

где $h_{\Sigma} = \begin{bmatrix} (h_{1,1} + \beta_{0,1}); & (h_{2,1} + \phi_{0,1}); & (h_{3,1} + \mu_{0,1}) \\ (h_{1,2} + \beta_{0,2}); & (h_{2,2} + \phi_{0,2}); & (h_{3,2} + \mu_{0,2}) \\ (h_{1,3} + \beta_{0,3}); & (h_{2,3} + \phi_{0,3}); & (h_{3,3} + \mu_{0,3}) \end{bmatrix}$ – суммарная матрица

диссипации с учётом реакции со стороны процесса резания.

Рассмотрим конкретный пример для этого случая. Основные параметры системы приведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметры подсистемы инструмента с учётом реакции со стороны процесса резания

| $m, \frac{\kappa\Gamma c^2}{\text{мм}} \cdot 10^{-3}$ | $h_{\Sigma}, \frac{\kappa\Gamma c}{\text{мм}}$ | $c, \frac{\kappa\Gamma}{\text{мм}} \cdot 10^3$ |
|--|---|---|
| $\begin{bmatrix} 0,25; & 0; & 0 \\ 0; & 0,25; & 0 \\ 0; & 0; & 0,25 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1,2; & 0,2; & 0,1 \\ 0,2; & 1,5; & 0,2 \\ 0,1; & 0,2; & 1,4 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 1,0; & 0,5; & 0,2 \\ 0,5; & 1,2; & 0,4 \\ 0,2; & 0,4; & 1,6 \end{bmatrix}$ |

Суммарная матрица диссипации условно принята симметричной и положительно определённой. Начальные значения сил, определяемые технологическими режимами ($t_p = 2,5 \text{ мм}, S_p = 0,2 \text{ мм/об}, V_p = 120,0 \text{ м/мин}$), при точении стали 20X режущими пластинками из Т15К6 равны $F_{0,1} = 40,0 \text{ кГ}$,

$F_{0,2} = 100,0 \text{ кГ}$, $F_{0,3} = 60,0 \text{ кГ}$. Начальные значения коэффициентов жёсткости процесса резания соответственно равны $\alpha_{0,1} = 100 \text{ кГ/мм}$, $\alpha_{0,2} = 80,0 \text{ кГ/мм}$, $\alpha_{0,3} = 20,0 \text{ кГ/мм}$. Мы видим, что пары корней характеристического полинома после некоторой эволюции становятся равными между собой и вещественными (точка А на рис. 3,б). Затем эти корни расходятся по вещественной оси в разные стороны, и один из корней пересекает мнимую ось. В этот момент «замороженная» система теряет устойчивость точки равновесия, и координата X_1 по закону неустойчивой экспоненты уходит в бесконечность. Наблюдается так называемый «подрыв» инструмента. Система в целом в этом случае претерпевает двойные бифуркационные преобразования. Три наложенных друг на друга устойчивых фокуса на начальной стадии эволюции преобразуются в точке А на рис. 3 в два устойчивых фокуса, которым соответствуют колебания относительно узла, асимптотически стремящегося к точке равновесия. Затем в точке В одна из траекторий становится неустойчивой, но к ней стягиваются все остальные траектории. Приведённый пример показывает, что эволюционные преобразования в процессе резания характеризуются износом инструмента и (или) изменением текущих значений диаметра обрабатываемой заготовки. Это лишь два внешних проявления эволюционных изменений системы. Большого внимания, на наш взгляд, заслуживает изменение топологии фазового пространства, проявляющейся в бифуркационных преобразованиях и связанных с ними изменениях динамической характеристики процесса резания.

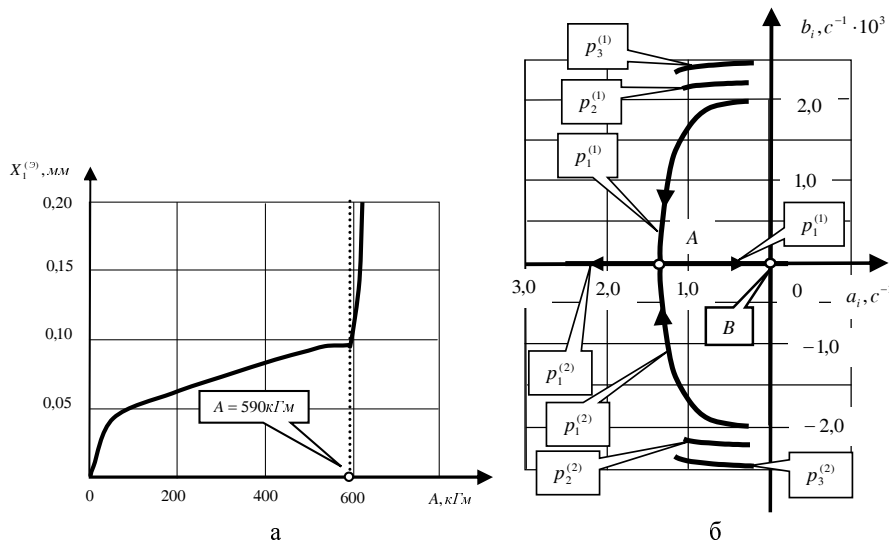


Рис. 3. Эволюционные траектории смещения точки равновесия системы в направлении X_1 (а) и корней характеристического полинома (б) для системы (б)

Однако типичным для динамических систем резания является переход пар корней характеристического полинома из левой в правую комплексную полуплоскость. В этом случае в точке перехода корней через мнимую ось наблюдаются бифуркации Андронова–Хопфа – рождения орбитально асимптотически устойчивого продольного цикла, который затем, как правило, преобразуется в двумерный инвариантный орбитально устойчивый тор. Не останавливаясь на деталях, приведём пример проекций фазовых траекторий для этого случая (рис. 4). На приведённой иллюстрации рассматривалась упрощенная динамическая система процесса резания, состоящая из двух

взаимодействующих через процесс резания колебательных контуров, характеризующих колебания подсистемы инструмента и заготовки. Силы резания представляются в виде нелинейного звена относительно суммарных значений деформационных смещений инструмента X_1 и заготовки X_2 . В свою очередь, учитывалось, что вариации сил запаздывают относительно деформационных смещений. Запаздывание моделировалось аperiodическим звеном первого порядка с постоянной времени T_p .

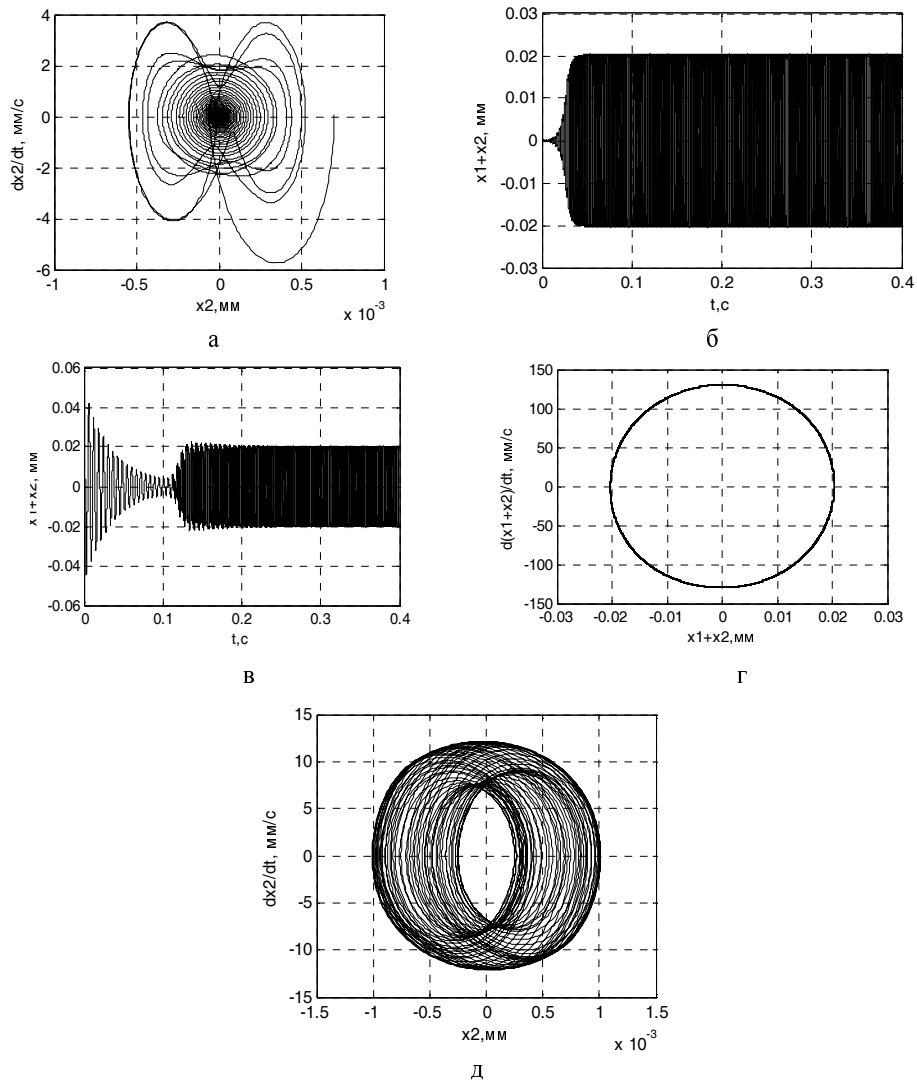


Рис. 4. Преобразование стационарных многообразий, формируемых в окрестности эволюционной траектории динамической системы резания: а – асимптотически устойчивая точка равновесия; б – временная траектория движения к предельному циклу от неустойчивой точки равновесия; в – временная траектория движения к предельному циклу при начальных условиях, находящихся за предельным циклом; г – предельный цикл; д – стационарная траектория двумерного инвариантного тора

На основе выполненных исследований построена бифуркационная диаграмма, на которую нанесена эволюционная траектория изменения параметров динамической модели процесса резания (рис. 5). Приведённая диаграмма практически совпадает с областью D-разбиения в плоскости двух варьируемых параметров k_p и T_p .

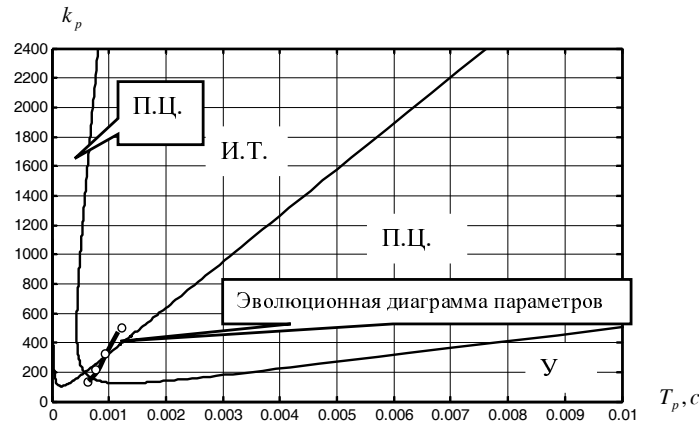


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма в плоскости коэффициента жёсткости процесса резания k_p [кг/мм] и постоянной времени T_p [с]: У – область асимптотически устойчивой точки равновесия; П.Ц. – две области формирования орбитально устойчивого предельного цикла; И.Т. – область формирования двумерного инвариантного орбитально устойчивого инвариантного тора

Скрупулезное изучение бифуркационных преобразований системы в ходе её эволюции показывает, что практически всегда при формировании двумерного тора мы имеем частоты стационарных орбитально асимптотически устойчивых периодических движений, кратные основной частоте. При этом наблюдается взаимная подстройка периодов колебаний. Квазипериодические движения наблюдаются лишь в ограниченной области, прилегающей к левой границе перехода от предельного цикла к инвариантному тору.

Заключение. Приведённые материалы позволяют сделать следующие выводы:

1. В ходе функционирования системы резания имеет место её динамическая перестройка, обусловленная эволюционными изменениями параметров динамической характеристики процесса обработки. Эволюционным траекториям параметров динамической характеристики соответствуют траектории корней характеристического полинома в комплексной плоскости. Наблюдение за траекториями корней в процессе резания удобно выполнять на основе авторегрессионного спектрального анализа сигнала виброакустической эмиссии. Траектории корней, в свою очередь, характеризуют не используемую ранее информационную базу, позволяющую в реальном времени диагностировать и управлять процессом резания.
2. Эволюция параметров динамической характеристики процесса резания вызывает изменение параметров многообразий, формируемых в окрестностях стационарных траекторий, которые задаются траекториями «медленных» движений исполнительных элементов станка. В отдельных точках эволюционных траекторий наблюдается изменение топологии фазового пространства подсистемы «быстрых» движений, т.е. бифуркации, которые

принципиально меняют динамический режим процесса резания. В результате наблюдается смещение траекторий формообразующих движений инструмента относительно заготовки, определяющих показатели геометрического качества изделий. Поэтому наблюдение за траекториями корней характеристического полинома позволяет оценивать текущие показатели геометрического качества изделий непосредственно в ходе обработки. Кроме того, изучение динамической перестройки системы позволяет на стадии проектирования оценивать формируемые погрешности системы, обусловленные эволюционными изменениями в ходе естественного функционирования системы резания.

3. При моделировании эволюционных преобразований в динамической системе резания необходимо использовать функциональные уравнения, в которых параметры динамической характеристики связаны с траекториями пространства работа – мощность интегральным преобразованием. В результате, с одной стороны, силы необратимых преобразований при резании являются зависящими от траекторий, с другой – сами траектории являются зависящими от сил, так как определяются траекториями работы и мощности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Заковоротный В.Л., Блохин В.П., Алексейчик М.И.* Введение в динамику трибосистем. – Ростов-на-Дону: ИнфоСервис, 2004. – 680 с.
2. *Заковоротный В.Л., Флек М.Б.* Динамика процесса резания. Синергетический подход. Ростов-на-Дону: Терра, 2006. – 823 с.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор А.А. Колесников.

Заковоротный Вилор Лаврентьевич

Донской государственный технический университет.

Email: vzakovozotny@dstu.edu.

344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.

Тел.: 88632738510.

Кафедра автоматизации производственных процессов; заведующий кафедрой; профессор.

Фам Динь Тунг

Email: phamdinh tung@mail.ru.

344000, г. Ростов-на-Дону, ул. Мечникова, 79а, общ. ДГТУ № 3.

Тел.: +79604540318.

Кафедра автоматизации производственных процессов; докторант.

Zakovorotny Vilor Lavrentevich.

Don State Technical University.

Email: vzakovozotny@dstu.edu.

1, Gagarin Square, 344000, Rostov on Don, Russia.

Phone: +78632738510.

The Department of Computer-aided Manufacturing; Head of the Department; Professor.

Pham Dinh Tung

Email: phamdinh tung@mail.ru.

3, hostel DGTU, 79a, Mechnikov Street, Rostov on Don, 344000, Russia.

Phone: +79604540318.

The Department of Computer-aided Manufacturing; Post-doctoral Student.