

УДК 681.51

А.Н. Попов, Ал.А. Колесников

**МЕТОД СИНЕРГЕТИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ГЕНЕРАТОРОВ
НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ**

Рассматривается применение принципов и методов синергетической теории управления для построения генераторов механических колебаний на основе электроприводов постоянного и переменного тока. Представлено несколько вариантов применения процедуры синергетического синтеза законов управления, обеспечивающих целенаправленную самоорганизацию управляемых систем и приводящих к рождению в их пространствах состояний аттракторов типа «предельный цикл». Теоретические обоснования подтверждены компьютерным моделированием.

Электромеханические колебания; синергетический подход; электропривод.

A.N. Popov, Al.A. Kolesnikov

**THE METHOD OF SYNERGETIC SYNTHESIS OF NONLINEAR
ELECTROMECHANICAL OSCILLATORS**

This paper is devoted to application of synergetic control theory principles and methods for building of mechanical oscillators based on DC and AC electric drives. Some variants of control laws synergetic synthesis procedure for electric drives are presented. These control laws ensure a directed self-organization of controlled systems and produce the limit cycle attractors in their state space. Theoretical studies were supported by computer modeling.

Electromechanical oscillators; synergetic approach; electric drive.

Введение. Режимы регулярных и хаотических колебаний не просто характерны и естественны для природных систем, но и играют в них доминирующую роль. С другой стороны, в современных системах искусственного происхождения существует целый ряд технических задач, требующих организации циклического изменения переменных (радиотехнические и акустические системы, грохота, абсорбирующие агрегаты и т.д.). Ярким примером подобного рода осциллирующих систем являются вибро-механические установки, в которых частота колебаний приближается к частоте резонанса. Под действием вибрации – быстрых движений в таких нелинейных колебательных системах возникают новые эффекты: вибрационное перемещение; изменение физико-механических свойств тел; стабилизация или, наоборот, дестабилизация положения равновесия; вибрационное поддержание вращения и самосинхронизация неуравновешенных роторов, имеющая аналогию в поведении небесных тел, и т.д. В последнее время также разрабатываются *виброреологические* установки, служащие для оценки изменения реологических характеристик тел под действием вибрации. К таким характеристикам относятся эффекты псевдосжижения, изменение коэффициентов вязкости материалов, виброползучесть, возникновение виброкипящего слоя и т.д. Таким образом, проблема построения эффективных генераторов механических колебаний является актуальной для многих областей техники и технологии.

Реализация механических колебательных процессов, как правило, обеспечивается соответствующей электромеханической системой (ЭМС) – электроприводом. При этом основную роль в организации колебательного режима играет именно механическая часть ЭМС, что, естественно, отражается на габаритах и стоимости оборудования, а также сопровождается дополнительными потерями энергии. В этой связи наиболее перспективным направлением создания электромеханических осцилляторов является построение таких управляемых ЭМС, в которых колебательный характер механического движения организуется исключительно самим двигателем за счет соответствующего управления.

Рассмотрим применение методики синергетического синтеза [1,2] для реализации на базе электроприводов постоянного и переменного тока различных типов электромеханических осцилляторов.

В отличие от типовых задач стабилизации частоты вращения и позиционирования, регулятор должен обеспечивать колебательный характер изменения механических координат ЭМС – скорости и угла поворота. С точки зрения обобщенной процедуры синергетического синтеза регуляторов ЭМС постоянного и переменного тока, описанной в [3,4], естественным шагом для реализации подобного режима является приведение уравнений механического движения вала двигателя

$$\begin{aligned}\dot{\theta}(t) &= \omega; \\ \dot{\omega}(t) &= M - M_c,\end{aligned}\quad (1)$$

к виду одной из известных автоколебательных систем второго порядка (Ван-дер-Поля, Рэля, Пуанкаре и т.п.). Такая трансформация производится на последнем этапе динамической декомпозиции путем выбора соответствующих «внутренних» управлений, которые будут присутствовать во втором уравнении системы (1) в качестве составляющих электромагнитного момента. Далее, подставив найденные таким образом «внутренние» управления в полученные на ранних этапах процедуры выражения для «внешних» управлений, можно решить поставленную задачу синтеза электромеханических осцилляторов. В этом случае аттрактором замкнутой системы будет предельный цикл, расположенный в фазовом пространстве объекта на пересечении вводимых инвариантных многообразий.

Далее будут приведены примеры реализации электромеханических осцилляторов на базе управляемых ЭМС, которые проиллюстрируют кратко описанную выше методику.

1. Генераторы с электроприводом постоянного тока. *Пример 1.* Электромеханический осциллятор на базе электропривода постоянного тока (ЭППТ) с колебательным режимом Ван дер Поля.

Математическая модель ЭППТ с независимым возбуждением хорошо известна и имеет вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2; \\ \dot{x}_2(t) &= (x_3x_4 - M_c(x_2))a_1; \\ \dot{x}_3(t) &= (u_1 - x_4x_2 - a_2x_3)a_3; \\ \dot{x}_4(t) &= (u_2 - f_1(x_4))a_4.\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь в относительных величинах обозначено:

x_1 – угол поворота вала двигателя; x_2 – угловая скорость двигателя; x_3 – ток якоря; x_4 – магнитный поток одного полюса; u_1 – напряжение на обмотке якоря; u_2 – напряжение на обмотке возбуждения; $M_c(x_2)$ – момент сопротивления нагрузки на валу двигателя (в дальнейшем считается известной функцией угловой скорости); $f_1(x_4)$ – функция, характеризующая процесс насыщения магнитной системы двигателя и обратная известной функции намагничивания; a_i – положительные коэффициенты, зависящие от параметров электромагнитных цепей двигателя.

Анализируя математическую модель ЭППТ, можно заметить, что управляющие воздействия u_1 и u_2 входят в правые части дифференциальных уравнений,

отражающих динамику изменения тока якоря x_3 и магнитного потока x_4 . Поэтому целесообразно выбрать параллельную совокупность инвариантных многообразий следующего общего вида:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= x_3 + \phi_1(x_1, x_2) = 0; \\ \psi_2 &= x_4 + \phi_2(x_1, x_2) = 0,\end{aligned}\quad (3)$$

Таким образом, функции $\phi_1(x_1, x_2)$ и $\phi_2(x_1, x_2)$ есть «внутренние» управления, которые будут определять характер изменения тока якоря и магнитного потока на пересечении инвариантных многообразий $\psi_1 \equiv 0$ и $\psi_2 \equiv 0$.

Решив систему основных функциональных уравнений метода АКАР [1]:

$$\begin{aligned}T_1 \dot{\psi}_1(t) + \psi_1 &= 0; \\ T_2 \dot{\psi}_2(t) + \psi_2 &= 0\end{aligned}\quad (4)$$

в силу дифференциальных уравнений модели объекта (2), можно найти векторный закон управления, обеспечивающий перевод изображающей точки замкнутой системы из произвольных начальных условий в некоторой допустимой области на пересечение $\psi_1 \equiv 0$ и $\psi_2 \equiv 0$:

$$\begin{aligned}u_1 &= \left(a_2 - \frac{1}{T_1 a_3} \right) x_3 + x_2 x_4 - \frac{1}{T_1 a_3} \phi_1 - \frac{1}{a_3} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \phi_1}{\partial x_2} (x_4 x_3 - M_c(x_2)) a_1 \right); \\ u_2 &= f_1(x_4) - \frac{1}{T_2 a_4} (x_4 + \phi_2 - \frac{1}{a_4} \left(\frac{\partial \phi_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \phi_2}{\partial x_2} (x_4 x_3 - M_c) a_1 \right)).\end{aligned}\quad (5)$$

В соответствии с основополагающим принципом синергетической концепции управления – принципом сжатия фазового пространства синтезируемых систем [1], динамика ЭППТ на пересечении инвариантных многообразий будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_2; \\ \dot{x}_2(t) &= (\phi_1(x_1, x_2) \phi_2(x_1, x_2) - M_c(x_2)) a_1.\end{aligned}\quad (6)$$

Уравнение

$$\ddot{x}(t) - (\varepsilon - x^2) \dot{x}(t) + x = 0, \quad (7)$$

описывающее осцилляторы различной природы, известно как уравнение Ван-дер-Поля. Характерной особенностью данного дифференциального уравнения является возникновение при $\varepsilon > 0$ режима устойчивых автоколебаний. Условие приведения декомпозированной системы (6) к уравнению (7) имеет следующий вид:

$$(\phi_1(x_1, x_2) \phi_2(x_1, x_2) - M_c(x_2)) a_1 = (\varepsilon - x_1^2) x_2 - x_1. \quad (8)$$

Пусть $\phi_2 = -x_4^0$ (электромагнитный инвариант–стабилизация магнитного потока), тогда

$$\phi_1 = -\frac{1}{x_4^0} (M_c(x_2) + \frac{1}{a_1} ((\varepsilon - x_1^2) x_2 - x_1)).$$

Этим функциям соответствует следующий набор инвариантных многообразий:

$$\psi_1 = x_3 - \frac{1}{x_4^0} (M_c(x_2) + \frac{1}{a_1} ((\varepsilon - x_1^2)x_2 - x_1)) = 0; \quad (9)$$

$$\psi_2 = x_4 - x_4^* = 0,$$

а синтезированные законы управления, реализующие подобный электромеханический осциллятор, имеют следующий вид:

$$u_1 = x_2 x_4 + \left(a_2 - \frac{1}{a_3 T_1} \right) x_3 + \frac{a_1}{x_4^0 a_3} \left[\left(\frac{\partial M_c(x_2)}{\partial x_2} + \frac{1}{a_1} (\varepsilon - x_1^2) \right) (x_3 x_4 - M_c(x_2)) \right] - \frac{1}{x_4^0 a_3 a_1} (2x_1 x_2 + 1) x_2 - \frac{1}{x_4^0 a_3 T_1} \left(M_c(x_2) - \frac{1}{a_1} ((\varepsilon - x_1^2)x_2 - x_1) \right); \quad (10)$$

$$u_2 = f_1(x_4) - \frac{1}{a_4 T_2} (x_4 - x_4^0).$$

Ниже приведены результаты моделирования замкнутой системы (2), (10) при $a_1 = 0,5$, $a_2 = 0,02$, $a_3 = 10$, $a_4 = 1,7$, $T_1 = T_2 = 0,5$, $x_4^0 = 1$, $M_c(x_2) = 0,5x_2$, $\varepsilon = 0,12$. На рис. 1 представлен фазовый портрет замкнутой системы в пространстве координат $x_1 x_2 x_3$. Более четко предельный цикл на пересечении инвариантных многообразий можно наблюдать в проекции на плоскость $x_1 x_2$ – рис. 2. На рис. 3 показаны переходные процессы переменных состояния и управляющих воздействий ЭППТ.

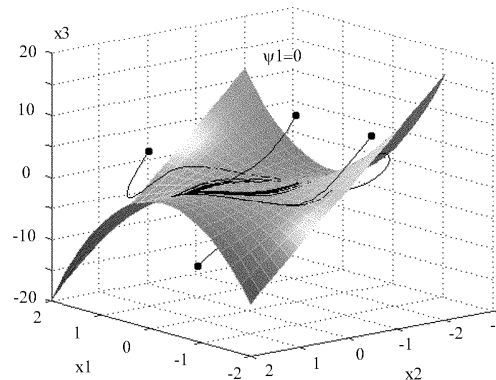


Рис. 1. Фазовый портрет замкнутой системы «ЭППТ – регулятор» в пространстве координат x_1, x_2, x_3

Пример 2. Электромеханический осциллятор на базе ЭППТ с колебательным режимом Рэлея:

$$\ddot{x}(t) - \eta(1 - \dot{x}^2(t))\dot{x}(t) + x = 0. \quad (11)$$

Чтобы декомпозированная система (6) приняла вид (11), необходимо выполнение условия

$$\phi_1(x_1, x_2)\phi_2(x_1, x_2) = M_c(x_2) + \frac{1}{a_1} (\eta(1 - x_2^2)x_2 - x_1). \quad (12)$$

Пусть $\phi_2 = -x_4^0$, тогда согласно (12):

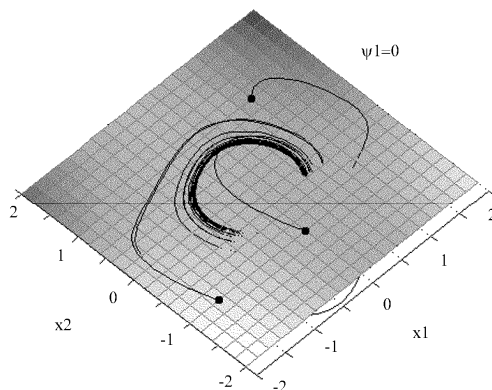


Рис. 2. Предельный цикл в пространстве состояний замкнутой системы «ЭППТ – регулятор» (проекция на плоскость x_1x_2)

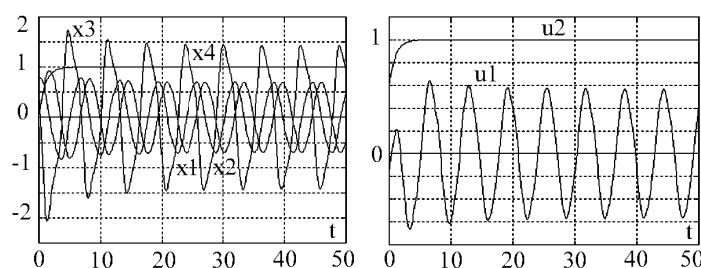


Рис. 3. Переходные процессы координат состояний и управляющих воздействий ЭППТ при значении управляющего параметра $\varepsilon = 0,12$

Увеличение ε ведёт к росту амплитуды и изменению формы колебаний. На рис. 4 приведены переходные процессы координат состояния ЭППТ и управляющих воздействий при тех же параметрах системы, той же нагрузке и $\varepsilon = 0,7$.

$$\phi_1 = -\frac{1}{x_4^*} \left(M_c(x_2) + \frac{1}{a_1} (\eta(1-x_2^2)x_2 - x_1) \right).$$

Обобщенные законы управления, реализующие такой осциллятор, имеют следующий вид:

$$u_1 = x_2x_4 + \left(a_2 - \frac{1}{a_3T_1} \right) x_3 + \frac{1}{x_4^0 a_3} (x_3x_4 - M_c(x_2)) \left(a_1 \frac{\partial M_c}{\partial x_2} + \eta(1-3x_2^2) \right) - \frac{x_2}{x_4^0 a_3 a_1} + \frac{1}{x_4^0 a_3 T_1} \left(M_c(x_2) + \frac{1}{a_1} (\eta(1-x_2^2)x_2 - x_1) \right); \quad (13)$$

$$u_2 = f_1(x_4) - \frac{1}{a_4 T_2} (x_4 - x_4^0).$$

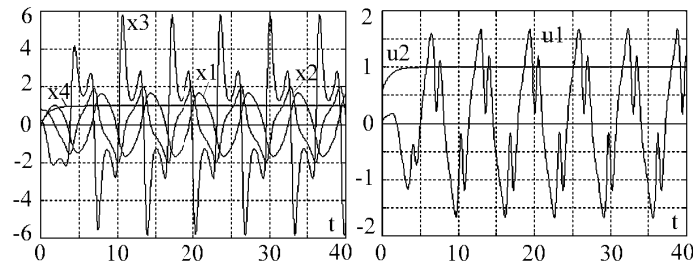


Рис. 4. Переходные процессы координат состояний и управляющих воздействий ЭППТ при значении управляющего параметра $\varepsilon = 0,7$

Переходные процессы в замкнутой системе (2), (13) при $T_1 = 0,5$, $T_2 = 2$, $x_4^0 = 1$, $M_c(x_2) = 0,5x_2$, $\eta = 4$ приведены на рис. 5, а фазовый портрет замкнутой системы в пространстве $x_1x_2x_3$ – на рис.6. Вариация параметра η приводит к изменению формы колебаний. При больших значениях η колебания становятся релаксационными.

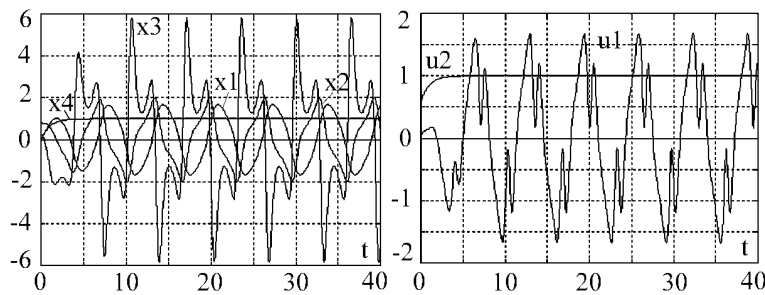


Рис. 5. Переходные процессы координат состояний и управляющих воздействий ЭППТ

2. Генераторы с электроприводом переменного тока. Математическая модель АЭП с короткозамкнутым ротором во вращающейся системе координат, ориентированной по направлению вектора потокосцепления ротора, имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2; \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{3}{2} \frac{p^2 L_{12}}{J L_2} x_3 x_5 - \frac{p}{J} m_1(x_2); \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{r_r L_{12}}{L_2} x_4 - \frac{r_2}{L_2} x_3; \\ \dot{x}_4(t) &= -\frac{r_2 L_{12}^2 + r_1 L_2^2}{L_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)} x_4 + x_2 x_5 + \frac{r_2 L_{12}}{L_2} \frac{x_5^2}{x_3} + \frac{r_2 L_{12}}{L_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)} x_3 + \frac{L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} u_1; \\ \dot{x}_5(t) &= -\frac{r_2 L_{12}^2 + r_1 L_2^2}{L_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)} x_5 + x_2 x_4 + \frac{r_2 L_{12}}{L_2} \frac{x_4 x_5}{x_3} + \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} x_3 x_2 + \frac{L_2}{L_1 L_2 - L_{12}^2} u_2. \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь x_1 и x_2 – угол поворота и угловая скорость вала двигателя; x_3 – потокосцепление ротора; x_4 и x_5 – проекции тока статора на оси вращающейся системы

координат; u_1 и u_2 – проекции напряжения статора; $m_l(x_2)$ – момент сопротивления нагрузки на валу двигателя, L_1, L_2, L_{12} – собственные и взаимная индуктивности обмоток, а R_1, R_2 – их активные сопротивления; p – число пар полюсов статора, J – приведенный момент инерции АЭП.

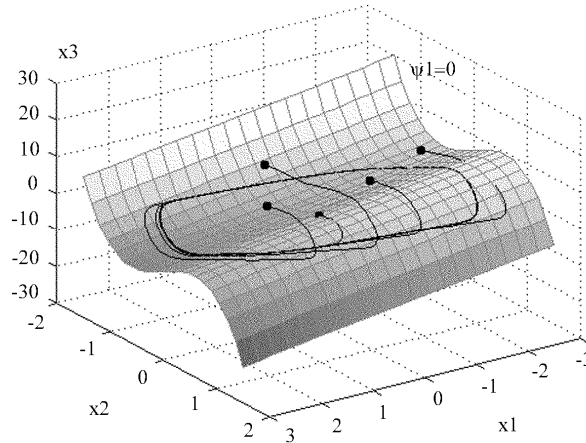


Рис. 6. Фазовый портрет замкнутой системы «ЭППТ – регулятор» в пространстве координат x_1, x_2, x_3

Согласно стандартной процедуре метода АКАР [1, 2], зададим первую совокупность инвариантных многообразий:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \beta_1(x_4 - v_1(x_1, x_2, x_3)) + \beta_2(x_5 - v_2(x_1, x_2, x_3)) = 0; \\ \psi_2 &= \beta_3(x_4 - v_1(x_1, x_2, x_3)) + \beta_4(x_5 - v_2(x_1, x_2, x_3)) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Далее, решая систему функциональных уравнений вида (4), в силу уравнений модели (14), можно найти вектор управления, обеспечивающий попадание изображающей точки замкнутой системы на пересечение инвариантных многообразий (15).

Движение вдоль этого пересечения описывается уравнениями декомпозированной системы:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2; \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{3}{2} \frac{p^2 L_{12}}{J L_2} x_3 v_2(x_1, x_2, x_3) - \frac{p}{J} m_l(x_2); \\ \dot{x}_3(t) &= \frac{r_r L_{12}}{L_2} v_1(x_1, x_2, x_3) - \frac{r_2}{L_2} x_3. \end{aligned} \quad (16)$$

Чтобы провести дальнейшую декомпозицию системы, введем еще одно инвариантное многообразие $\psi_3 = x_3 - x_3^0 = 0$, которое фактически представляет собой электромагнитный инвариант, связанный со стабилизацией потокосцепления ротора [3, 4]. Решение функционального уравнения $T_3 \dot{\psi}_3(t) + \psi_3 = 0$ позволяет определить «внутреннее» управление $\phi_1(x_1, x_2, x_3)$.

На втором этапе динамической декомпозиции получаем систему второго порядка, описывающую динамику механических переменных АЭП:

$$\dot{x}_1(t) = x_2; \quad \dot{x}_2(t) = \frac{3}{2} \frac{p^2 L_{12}}{J L_2} x_3^0 v_2 - \frac{p}{J} m_l(x_2), \quad (17)$$

которую соответствующим выбором функции $v_2(x_1, x_2, x_3)$ можно преобразовать к одной из известных автоколебательных систем. Так, например, функция

$$v_1(x_1, x_2, x_3) = \frac{2(Jx_2(\varepsilon - x_1) - Jx_1 + pm_l(x_2))L_2}{3p^2L_{12}x_3^0}$$

трансформирует систему (17) в уравнение Ван-дер-Поля (7).

Определив функции $v_1(x_1, x_2, x_3)$ и $v_2(x_1, x_2, x_3)$, можно найти теперь закон управления АЭП $u_1(x_1, \dots, x_5)$ и $u_2(x_1, \dots, x_5)$, гарантирующий формирование в пространстве состояний замкнутой системы аттрактора типа «предельный цикл» и, следовательно, обеспечивающие работу АЭП в режиме генерации механических колебаний.

На рис. 7 и 8 представлены результаты моделирования замкнутой системы, иллюстрирующие достижение требуемого эффекта осцилляции. Моделирование проводилось при следующих параметрах АЭП: $r_1 = 0,03$ Ом, $r_2 = 0,0172$ Ом, $L_{12} = 0,0154$ Гн, $L_1 = L_2 = 0,0158$ Гн, $J = 0,968$ кг·м/с², момент сопротивления нагрузки $m_l(x_2) = 10x_2$.

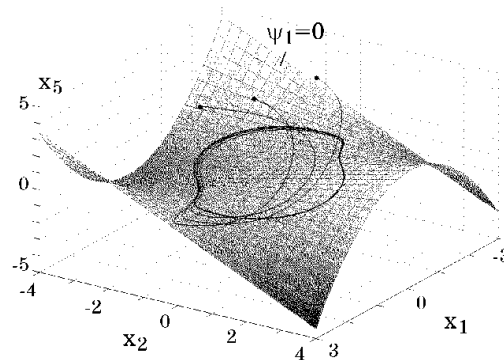


Рис. 7. Фазовый портрет замкнутой системы в пространстве

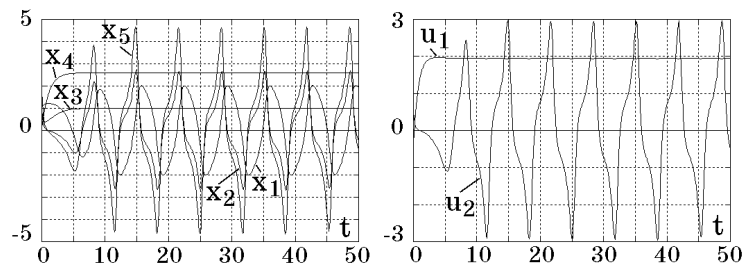


Рис. 8. Переходные процессы

Синтезируем теперь электромеханический осциллятор на базе АЭП, который обладает автоколебаниями, описываемыми моделью Ван-дер-Поля–Релея [5]:

$$\ddot{x}(t) - \mu(1 - 0,5\alpha x^2 - 0,5\beta\dot{x}^2)\dot{x}(t) + \omega^2 x = 0, \quad (18)$$

$$v_1 v_2 = m_l + \frac{1}{a_{21}} \left[\mu(1 - 0,5\alpha x_1^2 - 0,5\beta x_2^2) x_2 - \omega^2 x_1 \right]. \quad (19)$$

Для этого в соответствии с уравнениями (18) и (19), определим внутренние управления:

$$v_1 = \frac{r_r T_3 - L_r}{r_r L_m T_3} x_3 + \frac{L_r}{r_r L_m T_3} x_3^0; \quad (20)$$

$$v_2 = \frac{pm_l}{J} + \mu(1 - 0,5\alpha x_1^2 - 0,5\beta x_2^2) x_2 - \omega^2 x_1. \quad (21)$$

Тогда, подставив v_1 (20) и v_2 (21) в выражения для макропеременных

$$\psi_1 = x_4 - v_1; \quad \psi_2 = \frac{3}{2} \frac{p^2 L_m}{J L_r} x_3 x_5 - v_2,$$

находим следующие законы векторного управления:

$$u_1 = \frac{L_s L_r - L_m^2}{L_r} \left(-f_4 + \frac{r_r T_3 - L_r}{r_r L_m T_3} f_3 - \frac{\psi_1}{T_1} \right); \quad (22)$$

$$u_2 = \frac{2}{3} \frac{J(L_s L_r - L_m^2)}{p^2 L_m x_3} \left(-\frac{3}{2} \frac{p^2 L_m}{J L_r} (x_5 f_3 + x_3 f_5) + \mu f_2 (1 - 0,5\alpha x_1^2 - 0,5\beta x_2^2) - \right. \\ \left. - \mu x_2 (\alpha x_1 x_2 + \beta x_2 f_2) - \omega^2 x_2 - \frac{\psi_2}{T_2} \right). \quad (23)$$

В выражениях (22) и (23) обозначено:

$$f_2 = \frac{3}{2} \frac{p^2 L_m}{J L_r} x_3 x_5 - \frac{pm_l}{J};$$

$$f_4 = -\frac{(r_r L_m^2 + r_s L_r^2) x_4 + r_r L_m x_3}{L_r (L_s L_r - L_m^2)} + x_2 x_5 + \frac{r_r L_m x_5^2}{L_r x_3};$$

$$f_3 = \frac{r_r L_m}{L_r} x_4 - \frac{r_r}{L_r} x_3;$$

$$f_5 = -\frac{(r_r L_m^2 + r_s L_r^2) x_5 + L_r L_m x_2 x_3}{L_r (L_s L_r - L_m^2)} + x_2 x_4 + \frac{r_r L_m}{L_r} \frac{x_4 x_5}{x_3}.$$

На рис. 9–16 представлены результаты моделирования замкнутой системы (14), u_1 (22), u_2 (23) с прежними параметрами АЭП и $\mu = 1$; $\omega = 5$; $\alpha = \beta = 1$. Эти результаты также подтверждают теоретические положения метода АКАР при синтезе электромеханических осцилляторов.

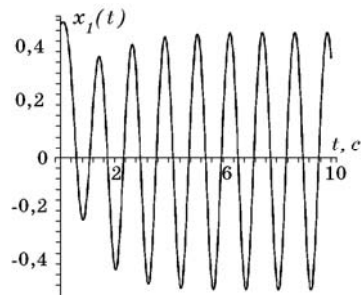


Рис. 9. Изменение x_1

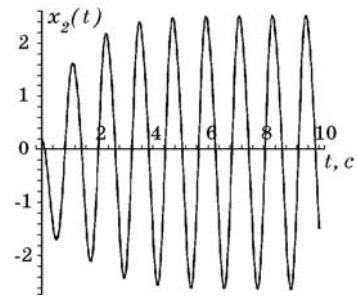


Рис. 10. Изменение x_2

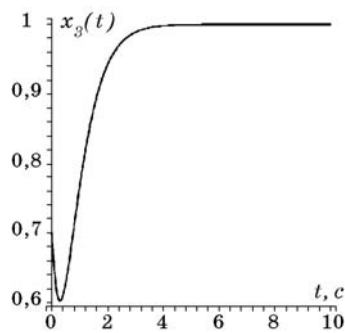


Рис. 11. Изменение x_3

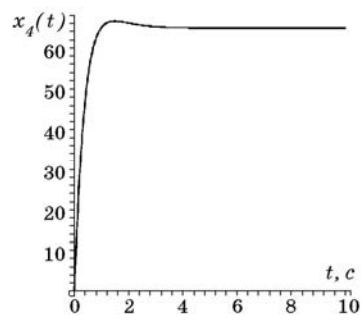


Рис. 12. Изменение x_4

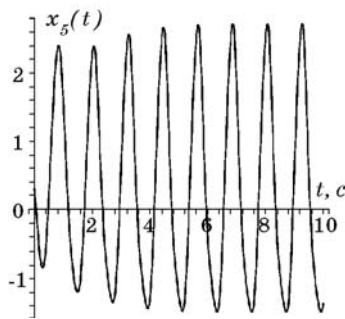


Рис. 13. Изменение x_5

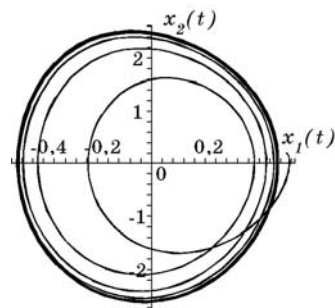


Рис. 14. Фазовый портрет

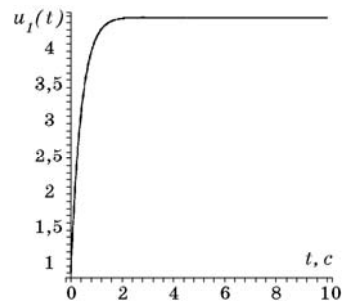


Рис. 15. Изменение u_1

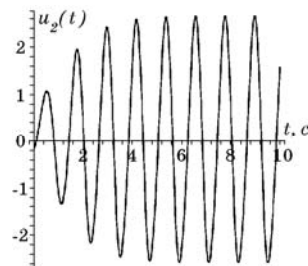


Рис. 16. Изменение u_2

В рассмотренных выше примерах эффект осцилляции проявлялся на пересечении инвариантных многообразий. Движение же изображающей точки замкнутой системы к этому пересечению соответствует решению системы основных функциональных уравнений метода АКАР и имеет асимптотически устойчивый характер.

3. Каскадные осцилляторы. В [1, 2] показано, что процедура синергетического синтеза допускает использование разнообразных функциональных (эволюционных) уравнений, что позволяет изменять характер траекторий на начальных этапах движения. Применительно к решаемой в данном разделе задаче механической осцилляции колебательный режим работы ЭМС может быть обеспечен за счет использования в качестве функциональных уравнений типовых уравнений автоколебательных систем (Ван-дер-Поля, Рэля и т.д.). Так, на рис. 17 представлен фазовый портрет (проекция на пространство x_2, x_3, x_4) замкнутой системы с ЭППТ, законы управления которым синтезированы методом АКАР по принципу «внешнего» предельного цикла. Иначе говоря, в качестве системы функциональных уравнений была выбрана система Ван-дер-Поля:

$$\dot{\psi}_1(t) = \psi_2; \quad \dot{\psi}_2(t) = (\varepsilon - \psi_1^2)\psi_2 - \psi_1, \quad (24)$$

а в качестве инвариантных многообразий – поверхности стационарных значений тока якоря и магнитного потока:

$$\psi_1 = x_3 - x_3^0 = 0; \quad \psi_2 = x_4 - x_4^0 = 0. \quad (25)$$

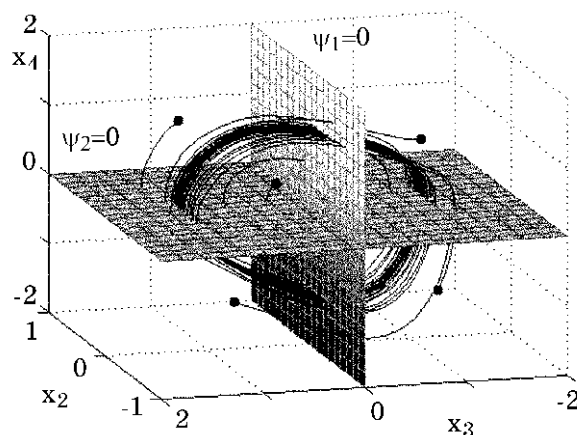


Рис. 17. Фазовый портрет замкнутой системы («внешний» предельный цикл)

Естественно, можно совместить колебательное движение изображающей точки замкнутой системы относительно пересечения инвариантных многообразий и колебательное движение на этом пересечении. Для этого в процедуре синергетического синтеза необходимо использовать функциональные уравнения типа (24) (организация «внешнего» предельного цикла), а инвариантные многообразия должны назначаться, исходя из условия трансформации декомпозированных систем (6) или (17) в автоколебательные («внутренний» предельный цикл).

Ниже приведены законы управления ЭППТ, позволяющие построить подобный каскадный осциллятор на базе уравнений Ван-дер-Поля. При этом в процедуре синтеза использовались функциональные уравнения (24) и инвариантные многообразия (9). В результате найдены законы управления

$$u_1 = a_{31}x_3 + x_2x_4 + \frac{1}{a_{32}} \left[\frac{a_{21}}{x_4^0} \left(\frac{\partial m_l}{\partial x_2} + \frac{1}{a_{21}} (\varepsilon_2 - x_1^2) \right) (x_3x_4 - m_l) - \frac{x_2}{x_4^0 a_{21}} (2x_1x_2 + 1) + x_4 - x_4^0 \right]; \quad (26)$$

$$u_2 = f_1(x_4) + \frac{1}{a_{41}} \left[\left(\varepsilon_1 - \left(x_3 - \frac{1}{x_4^0} \left(m_l + \frac{1}{a_{21}} \left((\varepsilon_2 - x_1^2)x_2 - x_1 \right) \right) \right) \right)^2 \right] (x_4 - x_4^0) - x_3 + \frac{1}{x_4^0} \left(m_l + \frac{1}{a_{21}} \left((\varepsilon_2 - x_1^2)x_2 - x_1 \right) \right).$$

На рис. 18 и 19 представлены результаты моделирования замкнутой системы (2) с законами обратной связи (26).

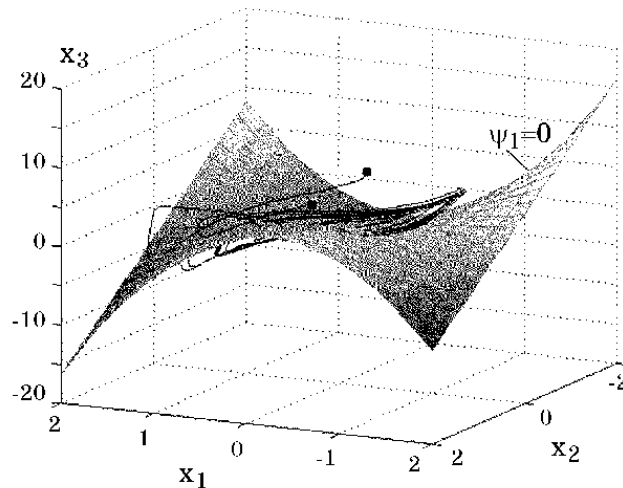


Рис. 18. Фазовый портрет замкнутой системы (каскадный осциллятор)

Сочетание различных автоколебательных систем на внешнем и внутреннем этапах синтеза и варьирование их коэффициентов (например, \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2) дает возможность строить на базе электроприводов переменного и постоянного тока нелинейные осцилляторы принципиально нового класса, генерирующие механические колебания различной формы, частоты и амплитуды. Разумеется, предельные значения параметров колебаний будут определяться инерционностью объектов и ограничениями на координаты и управление.

Заключение. В настоящем докладе было показано применение методики синергетического синтеза для конструирования нелинейных электромеханических осцилляторов. Введение соответствующих обратных связей позволяет целевым образом структурировать пространство состояний управляемых динамических систем и приводит к рождению «предельных циклов», характерных для колебательного характера изменения переменных во времени. Полученные законы управления ЭМС постоянного и переменного тока могут служить основой для построения нового класса генераторов механических колебаний для различных технических приложений.

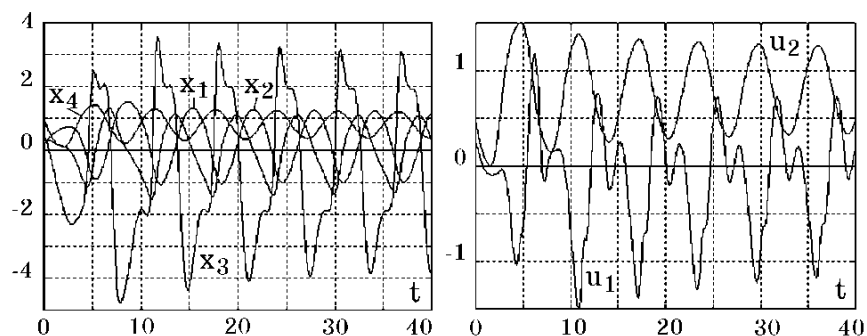


Рис. 19. Переходные процессы

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Колесников А.А. Синергетическая теория управления. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 344 с.
2. Современная прикладная теория управления: Синергетический подход в теории управления / Под ред. А.А. Колесникова. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. Ч. II. – 559 с.
3. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Колесников Ал.А., Кузьменко А.А. Синергетическое управление нелинейными электромеханическими системами. – М.: Фирма "Ис-по-Сервис", 2000. – 248 с.
4. Колесников А.А., Веселов Г.Е., Попов А.Н., Колесников Ал.А. Синергетическая теория управления нелинейными взаимосвязанными электромеханическими системами. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. – 182 с.
5. Колесников Ал.А. Управление нелинейными колебаниями: энергетические инварианты // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2009. – № 2. – С. 24-37.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор В.Л. Заковоротный.

Попов Андрей Николаевич

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: andypriest@mail.ru.

347900, г. Таганрог, ул. Чехова, 2.

Тел.: 88634318090.

Кафедра синергетики и процессов управления; заведующий кафедрой; к.т.н.; доцент.

Колесников Александр Анатольевич

E-mail: office.ccsd@gmail.com.

Кафедра синергетики и процессов управления; заведующий кафедрой; к.т.н.; доцент.

Popov Andrei Nickolaevitch

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: andypriest@mail.ru.

2, Chexova Street, Taganrog, 347900, Russia.

Phone: +78634318090.

The Department of Synergetics and Control; Head the Department; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor.

Kolesnikov Alexandr Anatol'evich

E-mail: office.ccsd@gmail.com.

The Department of Synergetics and Control; Head the Department; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor.