

**Pleshivtseva Yulia Edgarovna**

E-mail: yulia\_pl@mail.ru.

190-20, Samarskaya Street, Samara, 443100, Russia.

Phone: +78463324234.

The Department of management and the system analysis in power system; Dr. of Eng. Sc.; Professor.

УДК 681.5

**А.Б. Чернышев, Ю.В. Ильюшин**

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШАГА ДИСКРЕТИЗАЦИИ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕПЛООВОГО ПОЛЯ ТРЕХМЕРНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ**

*Рассматривается методика расчета шага дискретизации, однородного трехмерного объекта управления, исходя из заданной погрешности. Рассматривается влияние шага дискретизации на заданную погрешность. Получена функция начального нагрева и проведено математическое моделирование температурного процесса, проведен анализ полученных результатов. Сделан вывод об обобщении разработанного метода определения шага дискретизации на класс систем, для которых существует фундаментальное решение (функция Грина).*

*Температурное поле; управляющие воздействия; шаг дискретизации; функция Грина.*

**Y.V. Ilyushin, A.B. Chernyshev**

### **THE DETERMINATION OF THE STEP TO SAMPLING FOR CALCULATION OF THE HEAT FIELD OF THE THREE-DIMENSIONAL OBJECT OF MANAGEMENT**

*It Is Considered methods of the calculation of the step to sampling, uniform three-dimensional object of management, coming from given to inaccuracy. It Is Considered influence of the step to sampling on given inaccuracy. It Is Received function of the initial heating and is organized mathematical modeling of the warm-up process, is organized analysis got result. Conclusion is Made about generalization of the designed method of the determination of the step to sampling on class of the systems, for which exists the fundamental decision (the function Grina).*

*Thermal field; controlling actions; discretization step; Green's function.*

Рассмотрим пространственно трехмерный объект управления, который представляет собой объект, ограниченный пространственными координатами. Математическая модель такого объекта имеет вид [1]:

$$\frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} - a^2 \left[ \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Q(x, y, z, t)}{\partial z^2} \right] = f(x, y, z, t);$$

$$Q(x, y, z, 0) = Q_0(x, y, z);$$

$$Q(0, y, z, t) = q_1(y, z, t); \quad Q(L_1, y, z, t) = q_2(y, z, t); \quad Q(x, 0, z, t) = q_3(y, z, t);$$

$$Q(x, L_2, z, t) = q_4(x, z, t); \quad Q(x, y, 0, t) = q_5(x, y, t); \quad Q(x, y, L_3, t) = q_6(x, y, t).$$

$$0 \leq x \leq L_1; \quad 0 \leq y \leq L_2; \quad 0 \leq z \leq L_3; \quad t \geq 0; \quad a > 0;$$

Расчет показателей температуры будем вести по функции Грина, представленного в виде бесконечного ряда Фурье

$$G(x, y, z, \rho, \nu, \vartheta, t) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} B_{k,m,n}(\cdot) \cdot \exp \left[ -a^2 \pi^2 \cdot t \cdot \left( \frac{k^2}{L_1^2} + \frac{m^2}{L_2^2} + \frac{n^2}{L_3^2} \right) \right];$$

$$B_{k,m,n}(\cdot) = \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot y}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot z}{L_3}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{m \cdot \pi \cdot v}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot \vartheta}{L_3}\right).$$

Передаточная функция данного объекта управления при начальных условиях и текущей математической модели теплового процесса будет иметь вид

$$W(x, y, z, \rho, v, \vartheta, s) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \frac{B_{k,m,n}(\cdot)}{s + a^2 \pi^2 \left( \frac{k^2}{L_1^2} + \frac{m^2}{L_2^2} + \frac{n^2}{L_3^2} \right)}.$$

Рассмотрим методику определения шага дискретизации, исходя из необходимой точности вычислений [2]:

$$\sin \frac{\pi}{l} \xi_1 = \frac{\Delta_1 + T_{зад} - \frac{4}{\pi} \exp\left[-\left(\frac{\pi a}{l}\right)^2 t_m\right]}{\frac{4}{l} \exp\left[-\left(\frac{\pi a}{l}\right)^2 (t_m - \tau_1)\right]};$$

$$\frac{4}{\pi} \sin \frac{\pi}{l} x_1 \geq T_{зад},$$

где  $\Delta$  – текущее значение погрешности,  $T_{зад}$  – необходимое значение температуры,  $L_1, L_2, L_3$  – пространственные значения объекта,  $a$  – коэффициент теплопроводности материала. Ввести начальное значение количества точек дискретизации  $N$ .

Для этого рассмотрим объект прямоугольной формы с координатами  $X, Y, Z$ . Предположим, что  $N$  – это количество точек, располагающихся на каждой из осей.

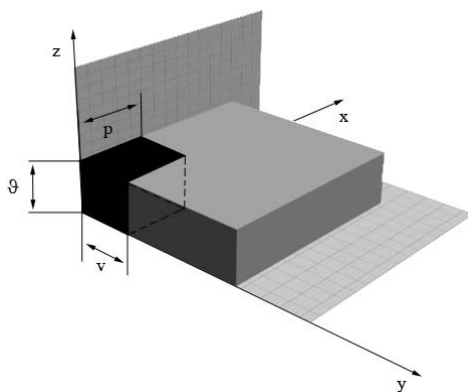


Рис. 1. Трехмерный объект управления с учетом шага дискретизации

Шаг дискретизации для текущего объекта (см. рис. 1.) будет определяться следующими параметрами:

$$\rho_1 = \frac{L_1}{N + 1} \text{ – шаг дискретизации по оси } x,$$

$$v_1 = \frac{L_2}{N+1} - \text{шаг дискретизации по оси } y,$$

$$\vartheta_1 = \frac{L_3}{N+1} - \text{шаг дискретизации по оси } z.$$

Основываясь на данном выводе, можно записать обобщенный алгоритм нахождения шага дискретизации пространственно распределенного объекта [3]. При текущих допущениях его можно записать:

- ◆ Ввести текущие значения системы:  $\Delta$  – текущее значение погрешности,  $T_{zad}$  – необходимое значение температуры,  $L_1, L_2, L_3$  – пространственные значения объекта,  $a$  – коэффициент температуропроводности материала. Ввести начальное значение количества точек дискретизации  $N$ .
- ◆ Для каждого значения дискретизации  $N$  вычислять значения параметров:  $\rho_1, v_1, \vartheta_1, \tau_1, \tau_2, t_m$ .

$$\rho_1 = \frac{L_1}{N+1}, v_1 = \frac{L_2}{N+1}, \vartheta_1 = \frac{L_3}{N+1},$$

$$\tau_1 = A[L_1, L_2, L_3, a, \rho_1, v_1, \vartheta_1, T_{zad}],$$

$$\tau_2 = B[L_1, L_2, L_3, \rho_1, v_1, \vartheta_1, T_{zad}, \tau_1],$$

$$t_m = C[L_1, L_2, L_3, a, \rho_1, v_1, \vartheta_1, \tau_1],$$

- ◆ При вычислении проверять выполнение следующих условий:

$$D[L_1, L_2, L_3, \rho_1, v_1, \vartheta_1] = E[\Delta, L_1, L_2, L_3, a, T_{zad}, \tau_1, t_m]$$

$$F[L_1, L_2, L_3, \rho_1, v_1, \vartheta_1] \geq T_{zad}.$$

В случае, если выполняются условия, зафиксировать значение  $N$  и определить шаги дискретизации:  $S_{x1} = \rho_1, S_{y1} = v_1, S_{z1} = \vartheta_1$ .

- ◆ При вычислении проверять выполнение следующих условий:

$$D[L_1, L_2, L_3, \rho_1, v_1, \vartheta_1] = H[L_1, L_2, L_3, a, \tau_1, \tau_2];$$

$$F[L_1, L_2, L_3, \rho_1, v_1, \vartheta_1] \geq T_{zad}.$$

В случае, если выполняются условия, зафиксировать значение  $N$  и определить шаги дискретизации:  $S_{x2} = \rho_1, S_{y2} = v_1, S_{z2} = \vartheta_1$ .

- ◆ На основании полученных пар значений необходимо выбрать наименьшее значение:

$$S_x = \min\{S_{x1}; S_{x2}\}, S_y = \min\{S_{y1}; S_{y2}\}, S_z = \min\{S_{z1}; S_{z2}\}.$$

Как и в случае двухмерного объекта, рассмотрим влияние составляющих ряда Фурье в начальный момент времени [4]. При начальных условиях системы, равных  $n \rightarrow \infty, t = 0, \tau = 0$ , получим

$$\exp\left[-a^2\pi^2 \cdot t \cdot \left(\frac{k^2}{L_1^2} + \frac{m^2}{L_2^2} + \frac{n^2}{L_3^2}\right)\right] = 1.$$

Тогда значение температурного поля в точках пространственного трехмерно-го объекта будет выражаться следующей формулой:

$$G(x, y, z, \rho, \nu, \vartheta, t) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z}{L_3}\right) \times \\ \times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{L_1}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \nu}{L_2}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \vartheta}{L_3}\right) \cdot \exp\left[-a^2\pi^2 \cdot t \cdot \left(\frac{k^2}{L_1^2} + \frac{m^2}{L_2^2} + \frac{n^2}{L_3^2}\right)\right].$$

Пусть импульсный тепловой источник оказывает воздействие в точке  $x = y = z = \frac{L}{4}$ , тогда формула примет вид

$$G(x, y, z, \rho, \nu, \vartheta, t) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z}{L_3}\right) \times \\ \times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{4}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \nu}{4}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \vartheta}{4}\right).$$

Амплитуда каждой составляющей ряда Фурье примет вид:  $A_n = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \left| \sin \frac{\pi \rho}{4} \cdot \sin \frac{\pi \nu}{4} \cdot \sin \frac{\pi \vartheta}{4} \right|$ . Приведем аналитическое решение расчета

первых пяти составляющих ряда Фурье [5], при  $x = y = z = \frac{L}{4}$ ,  $k = m = n =$

1,2,3,4,5 получим:

$$T_1(x, y, z) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \left( \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{L_2} \sin \frac{\pi}{L_1} x \right) \cdot \left( \sin \frac{\pi}{L_1} \sin \frac{\pi}{4} y \sin \frac{\pi}{L_2} y \right) \cdot \left( \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{\pi}{L_2} \sin \frac{\pi}{L_3} z \right);$$

$$T_2(x, y, z) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \left( \sin \frac{2\pi}{4} \sin \frac{2\pi}{L_2} \sin \frac{2\pi}{L_1} x \right) \cdot \left( \sin \frac{2\pi}{L_1} \sin \frac{2\pi}{4} y \sin \frac{2\pi}{L_2} y \right) \cdot \left( \sin \frac{2\pi}{4} \sin \frac{2\pi}{L_2} \sin \frac{2\pi}{L_3} z \right);$$

$$T_3(x, y, z) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \left( \sin \frac{3\pi}{4} \sin \frac{3\pi}{L_2} \sin \frac{3\pi}{L_1} x \right) \cdot \left( \sin \frac{3\pi}{L_1} \sin \frac{3\pi}{4} y \sin \frac{3\pi}{L_2} y \right) \cdot \left( \sin \frac{3\pi}{4} \sin \frac{3\pi}{L_2} \sin \frac{3\pi}{L_3} z \right);$$

$$T_4(x, y, z) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \left( \sin \frac{4\pi}{4} \sin \frac{4\pi}{L_2} \sin \frac{4\pi}{L_1} x \right) \cdot \left( \sin \frac{4\pi}{L_1} \sin \frac{4\pi}{4} y \sin \frac{4\pi}{L_2} y \right) \cdot \left( \sin \frac{4\pi}{4} \sin \frac{4\pi}{L_2} \sin \frac{4\pi}{L_3} z \right);$$

$$T_5(x, y, z) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \left( \sin \frac{5\pi}{4} \sin \frac{5\pi}{L_2} \sin \frac{5\pi}{L_1} x \right) \cdot \left( \sin \frac{5\pi}{L_1} \sin \frac{5\pi}{4} y \sin \frac{5\pi}{L_2} y \right) \cdot \left( \sin \frac{5\pi}{4} \sin \frac{5\pi}{L_2} \sin \frac{5\pi}{L_3} z \right).$$

Аналогично другим случаям, функция Грина  $G(x, y, z, \rho, \nu, \vartheta, t) \geq 0$ , при любых значениях переменных  $x, y, z, \rho, \nu, \vartheta, t$ . Если  $t = 0$  и имеется большое количество слагаемых ряда Фурье,  $n$  – значения функции, имеющие отрицательные корни, будут исчезать. А область значений  $X$ , при которых функция положительна, будет сужаться, приближаясь со всех сторон к точке приложения воздействия

$p = \nu = \vartheta = \frac{L}{4}$ . При этом значение функции в точках  $p, \nu, \vartheta \rightarrow \infty$ .

Выражение

$$\frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z}{L_3}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{L_1}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot v}{L_2}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \vartheta}{L_3}\right)$$
 представляет собой пространственно-распределенную дельта-функцию в виде ряда Фурье, т.е.

$$\delta(x-p, y-v, z-\vartheta) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z}{L_3}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{L_1}\right) \times \\ \times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot v}{L_2}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \vartheta}{L_3}\right),$$

где  $\delta$  – это функция, которая относится к классу «обобщённых функций».

Аргументами  $\delta$ -функции  $\delta(x-p, y-v, z-\vartheta)$  являются пространственные координаты  $x, y, z$  [6]. Функция  $\delta(x-p, y-v, z-\vartheta) = 0$  в пределах всей занимаемой пластиной области пространства, кроме точки  $p, v, \vartheta$ , в которой функция  $\delta$  принимает значения, равные бесконечности.

$$\delta(x-p, y-v) = \begin{cases} \infty, & \text{при } y=v, \\ 0, & \text{при } y \neq v, \\ \infty, & \text{при } x=p, \\ 0, & \text{при } x \neq p, \\ \infty, & \text{при } z=\vartheta, \\ 0, & \text{при } z \neq \vartheta. \end{cases}$$

Для функций  $f(x, y, z)$ , распределённых на объекте с конечными координатами  $x \in [0, L_1]$ ,  $y \in [0, L_2]$ ,  $z \in [0, L_3]$ , имеет место, следующее равенство:

$$\int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^l f(x, y, z) \delta(x-p, y-v, z-\vartheta) dx \cdot dy \cdot dz = f(p, v, \vartheta)$$

Аналогично предыдущему примеру, вводится понятие временной  $\delta$ -функции  $\delta(t-\tau)$ .

Применительно к функции  $f(x, y, z, t)$  четырех переменных – скалярных пространственных координат  $x, y, z$  и времени  $t$ . Векторная  $\delta$ -функция, моделирующая детерминированное воздействие, наносимое в момент времени  $\tau \in [t_0, t]$  в точке  $x \in [0, L_1]$ ,  $y \in [0, L_2]$ ,  $z \in [0, L_3]$ , описывается произведением трех переменных во времени  $\delta$ -функций  $\delta(x-p)\delta(y-v)\delta(z-\vartheta)\delta(t-\tau)$  [7]. Интегральное представление данной функции будет иметь следующий вид:

$$f(p, v, \vartheta, \tau) = \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \int_{t_0}^t f(x, y, z, t) \cdot \delta(y-v) \cdot \delta(x-p) \cdot \delta(z-\vartheta) \cdot \delta(t-\tau) \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

Таким образом, полагая, что на рассматриваемый объект было приложено единичное импульсное возмущение, приложенное в точке  $x, y, z$  в момент времени  $\tau_0$ , то выходная функция примет следующий вид:

$$T(x, y, z, t) = \int_0^l \int_0^l \int_0^l G(x, y, z, t, p, v, \vartheta, \tau) \delta(p - p_0) \delta(v - v_0) \delta(\tau - \tau_0) \delta(z - \vartheta) dp dv d\vartheta d\tau = ;$$

$$= G(x, y, z, t, p_0, v_0, \tau_0)$$

При условиях и допущениях описанных при рассмотрении одно и двухмерного объекта управления, найдём функцию начального нагрева [7].

$$G(x, y, z, \rho, v, \vartheta, t) = \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z}{L_3}\right) \times$$

$$\times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho}{L_1}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot v}{L_2}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \vartheta}{L_3}\right) \cdot \exp\left[-a^2 \pi^2 \cdot t \cdot \left(\frac{k^2}{L_1^2} + \frac{m^2}{L_2^2} + \frac{n^2}{L_3^2}\right)\right].$$

Функция показывает поведение системы в начальный момент времени, когда система получает первый импульс. В связи с тем, что система находится в состоянии покоя, данный импульс имеет максимальную амплитуду. Распространение тепла по объекту проходит в разных направлениях с одинаковой скоростью, так как это связано с однородностью материала [8].

В случае неоднородности материала, тепловой процесс будет происходить неравномерно, что приведет к различной скорости прогревания материала. Графически функция начального нагрева будет иметь вид, представленный на рис. 2:

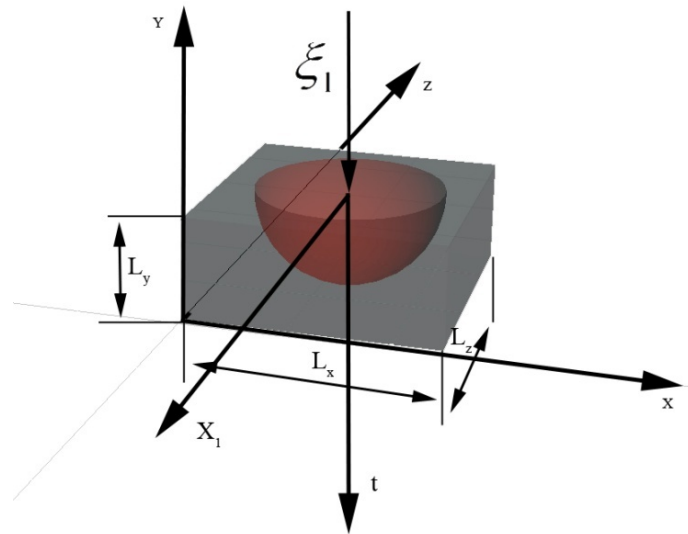


Рис. 2. Графическое отображение функции начального нагрева

С течением времени объект будет остывать и тогда, для поддержания системы в диапазоне значений заданных температур, необходимо дать второй нагревательный импульс. Тогда значение температуры в объекте будет складываться из двух нагревательных импульсов. Для описания поведения системы необходимо составить функцию начального нагрева, которая будет показывать поведение системы с течением времени. Выразим функцию нагрева пластины, на основе функции Грина, предварительно разложив его в ряд Фурье.

$$\begin{aligned}
G(x_j, y_j, z_j, \rho, \nu, \vartheta, t) = & \sum_{i=1}^d \frac{8}{L_1 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x_j}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y_j}{L_2}\right) \times \\
& \times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho_i}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \nu_i}{L_2}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z_j}{L_3}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \vartheta_i}{L_3}\right) \times \\
& \times \exp\left[-a^2 \pi^2 \cdot t \cdot \left(\frac{k^2}{L_1^2} + \frac{m^2}{L_2^2} + \frac{n^2}{L_3^2}\right)\right] \cdot \sum_p \sum_{k,m,n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot x_j}{L_1}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot y_j}{L_2}\right) \times \\
& \times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot z_j}{L_3}\right) \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \rho_{z(p)}}{L_1}\right) \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \nu_{z(p)}}{L_2}\right) \times \sin\left(\frac{k \cdot \pi \cdot \vartheta_{z(p)}}{L_3}\right) \times \\
& \times \exp\left[-a^2 \pi^2 \cdot (t - \tau) \cdot \left(\frac{k^2}{L_1^2} + \frac{m^2}{L_2^2} + \frac{n^2}{L_3^2}\right)\right].
\end{aligned}$$

На основе полученной функции можно просчитать значение температуры в точке с координатами  $x_l(x, y, z)$  в момент времени  $\tau$ , прошедшего с момента включения системы  $t$ . При действии на объект  $d$  источников нагрева  $\xi(\rho, \nu, \vartheta)$ , находящихся на поверхности объекта с пространственной размерностью  $L_1, L_2, L_3$ , где  $n, m, k$  – количество членов ряд Фурье. Перед первым знаком суммы можно добавить множитель мощности, который в данном случае не используется, так как принимаем его равным единицы.

Проведем исследование поведения температурного поля трехмерного объекта управления, используя математический аппарат среды математических операций Mathcad 14. Для проведения математического моделирования процесса возьмем следующие значения переменных параметров системы:  $L_1 = 10$ ,  $L_2 = 10$ ,  $L_3 = 10$ ,  $a = 0,01$ ,  $x_1 = y_1 = z_1 = \xi_1 = \rho_1 = \nu_1 = \vartheta_1 = 1$ ,  $t = 1,500$ ,  $\xi_i, \rho_i, \nu_i, \vartheta_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $\tau = 3$ ,  $k = 10$ ,  $d = 9$ . В результате проведения расчетов в среде Mathcad 14 мы получим значения, представленные в табл. 1. Данные исследования показали возможность практического использования дискретизации трехмерных объектов большой площади. Такой способ дискретизации позволяет проводить математический анализ объектов с любым числом степеней свободы, что существенно снижает нагрузку на вычислительные комплексы, тем самым, ускоряя процесс получения результатов моделирования.

Таблица 1

Результаты исследования температуры

№ источника	$d=5$	$d=6$	$d=8$	$d=9$	$d=10$
1	0,08	0,004	6,32	7,44	6,05
	0,06	0,003	4,70	5,53	4,50
2	0,045	0,002	3,49	4,11	3,34
3	0,034	0,001	2,60	3,06	2,49
4	0,025	0,001	1,93	2,27	1,85
5	0,018	0,0009	1,43	1,69	1,37
6	0,014	0,0007	1,06	1,26	1,02

Окончание табл. 1

7	0,010	0,0005	7,95	9,37	7,61
8	0,007	0,0004	5,91	6,97	5,66
9	0,005	0,0002	4,40	5,18	6,05

Таким образом, разработанная методика может быть обобщена на класс систем, для которых существует фундаментальное решение (функция Грина). При этом усложнение выражения функции Грина, естественно, вызывает увеличение затрат на вычислительный процесс. Практические исследования показали целесообразность использования функции Грина с предложенной методикой расчета шага дискретизации управляющих воздействий. Использование функции начального нагрева и функции поведения системы во времени позволяют проводить расчет динамических систем.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высшая школа, 2001. – 550 с.
2. *Чернышев А.Б.* Исследование нелинейных распределённых систем управления температурными полями // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. Спец. выпуск. Математическое моделирование и компьютерные технологии. – Новочеркасск, 2004. – С. 57-60.
3. *Першин И.М.* Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. – Пятигорск: РИА-КМВ, 2007. – 244 с.
4. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 736 с.
5. *Чернышев А.Б.* Модификация критерия абсолютной устойчивости для систем с распределенными параметрами. – Ставрополь: СевКавГТУ, 2008. – С. 49-69.
6. *Чернышев А.Б. Ильюшин Ю.В.* Устойчивость распределенных систем с дискретными управляющими воздействиями // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2010. – № 12 (113). – С. 166-171.
7. *Душин С.Е., Зотов Н.С., Имаев Д.Х.* и др. Теория автоматического управления // Под ред. В.Б. Яковлева. – М.: Высшая школа, 2003. – 567 с.
8. *Чернышев А.Б., Антонов В.Ф., Шураков Д.Л.* Система стабилизации температурного поля в процессе утилизации тепла при контактной сварке // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2010. – № 6 (113). – С. 151-155.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Н.Н. Ефимов.

#### **Чернышев Александр Борисович**

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Пятигорский государственный технологический университет.

E-mail: chalbor@rambler.ru.

г. Пятигорск, ул. 40 лет Октября, 56.

Тел.: +79283612836.

К.т.н., доцент кафедры УИТС.

#### **Ильюшин Юрий Валерьевич**

E-mail: bdbyu@rambler.ru.

Тел.: +79188668287.

Ассистент кафедры УИТС.

#### **Chernyshev Alexander Borisovich**

State Educational Institution of the High Vocational Training Pyatigorskiy State Technological University.

E-mail: chalbor@rambler.ru.

56, 40 years of October; Pyatigorsk; Russia.

Phone: +79283612836.

The Department of CITS; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor.



**Pyushin Yuriy Volerevich**  
E-mail: bdbyu@rambler.ru.  
Phone: +79188668287.  
The Department of CITS; Assistant.

УДК 556.3

**А.В. Малков, В.В. Хмель**

**ПРИМЕНЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ АНАЛИЗЕ ОПЫТА  
ЭКСПЛУАТАЦИИ КИСЛОВОДСКОГО МЕСТОРОЖДЕНИЯ  
МИНЕРАЛЬНЫХ ВОД**

*Сложные геологические условия Кисловодского месторождения предполагают применение гидравлического метода оценки запасов минеральных вод. Анализ 25-летнего опыта эксплуатации Березовского участка показывает, что гидравлические модели дают достаточно точные прогнозы динамики уровня и минерализации подземных вод. Сопоставление расчетных и фактических понижений и минерализации по среднегодовым данным дают погрешность в расхождении параметров не более чем 10%. Гидравлический метод может использоваться при подсчете запасов и проектировании систем управления качественными показателями минерального состава.*

*Гидравлические модели; подземные воды; падение уровня; минеральный состав; гидрогеологические скважины.*

**A.V. Malkov, V.V. Khmel**

**THE USING OF THE HYDRAULICALLY MODELS DURING THE ANALYSIS  
OF THE EXPERIENCE OF THE EXPLOITATION OF THE KISLOVODSKY  
RESOURCES OF THE MINERAL WATERS**

*In the Kislovodsky deposit is used the hydraulic method of the appraisal of reserves of mineral waters because of the complex of geological conditions.*

*The analysis of 25 years of the experience of the Berезovsky area shows that the hydraulic models are given the exact forecast of the dynamics of the level and mineral composition of the underground waters. The comparison of the rated and actual falling and mineral composition by the average annual information is given the error no more then 10 %. The hydraulic method can be used during counting the reserves and planning the systems of the qualitative index of the mineral composition.*

*Hydraulic models, underground waters, falling of the level, mineral composition, hydrogeological pores.*

На сегодняшний день в практике гидрогеологических исследований используются гидродинамические и гидравлические модели. Они имеют свои достоинства и недостатки.

Гидродинамические модели (в том числе и методы численного моделирования) широко используются при региональных построениях, позволяют достаточно полно отразить реальные особенности геолого-гидрогеологического строения и режимы эксплуатации объекта, однако и требуют соответствующего информационного обеспечения.

Гидравлические модели – мера вынужденная. Такие модели используются в очень сложных геолого-гидрогеологических условиях или условиях малой изученности, когда получение необходимого объема информации для построения тематической модели по каким-либо причинам невозможно или экономически