**Зельманов Самуил Соломонович**
Московский технический университет связи и информатики (Волго-Вятский филиал).
E-mail: zelmanss@yandex.ru.
603011, г. Нижний Новгород, Менделеева, 15.
Тел.: 8312457505.

**Zelmanov Samuil Solomonovich**
Moscow Technical University of Communication and Information Sciens (Volgo-Vyatskiy Branch).
E-mail: zelmanss@yandex.ru.
15, Mendeleeva Street, Nizhny Novgorod, 603011, Russia.
Phone: 8312457505.

УДК 621.05.3

**В.В. Владимиров, Н.С. Звягинцев**

## АЛГОРИТМЫ ЛИНЕЙНОГО ВРАЩЕНИЯ ВЕКТОРА ЧИСЛЕННЫМ ИНТЕГРИРОВАНИЕМ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

*На основе вращения вектора численным интегрированием предлагается итерационный линейный алгоритм для рационального вычисления дискретного преобразования Фурье. Основное достоинство алгоритма – вычисление значений тригонометрического базиса за одну линейную итерацию в реальном времени. Как следствие, снижение вычислительного объема достигается за счет быстрого и параллельного вычисления элементов гармоник сигнала и соответствующих тригонометрический функций. Алгоритм дискретного квадратурного преобразования может представлять собой перспективный инструмент для реализации дискретного преобразования Фурье в задачах цифровой обработки сигналов.*

*Преобразования Фурье; тригонометрические функции.*

**V.V. Vladimirov, N.S. Zvyaginstev**

## DISCRETE QUADRATURE ALGORITHMS FOR DISCRETE FURRIER TRANSFORMS COMPUTING

*Herein introduced an iterative linear algorithm derived from vector's rotation by numerical integration that serves for rational computing of discrete Furrier transform. The main algorithm's benefit is the computing of trigonometric basis by single linear iteration performed in real time scale. As a result the computing process is simplified by fast and parallel work out of harmonic units together with relative trigonometric functions. The algorithm of discrete quadrature conversion can represent the perspectiv tool for implementation of discrete Furrier transform in problems of a digital processing of signals.*

*Furrier transform; trigonometric functions.*

Дискретное преобразование Фурье (ДПФ) широко применяется в алгоритмах цифровой обработки сигналов (ЦОС), а также в других областях, связанных с анализом частот на дискретном поле. На базе этого преобразования решены многие задачи цифровой фильтрации. В основном, задачи ЦОС находят свое решение в специализированных процессорах и контроллерах (ПЦОС), аппаратная архитектура которых нацелена на быструю обработку сигнала в реальном времени. В то же время на вычислительные средства часто накладываются ограничения по весогабаритным параметрам, характеристикам энергопотребления, стоимости, надежности, живучести, которые существенно снижают быстродействие. Перечисленные параметры зависят от алгоритмов реализации задач ЦОС, в частности ДПФ. Они должны соответствовать условиям минимизации вычислительного объема (базовых операций сложения, умножения, сдвига) и простоты аппаратурной реализации при возможности организации параллельных вычислений [1]. Также отметим, что для ПЦОС характерным является наличие аппаратного умножителя, позволяющего выполнять умножение за один командный такт [2]. В универсальных же процессорах умножение обычно реализуется за несколько тактов, как последовательность операций сдвига и сложения. Другой особенностью ПЦОС является включение в систему специальных команд как, например, умножения с накоплением $C_{i+1} = A_i B_i + C_i$ и с правилом изменения индексов, элементов массивов $A$ и $B$ [2].

Классическая запись ДПФ имеет вид [3]

$$X_k = \sum_{m=0}^{N-1} x_m W^{mk}\ ,\ k = 0,1,2...N-1\ ,\ W = exp\left(-j\frac{2\pi}{N}\right),$$

где $X_k$ – массив значений сигнала на выходе преобразования, $x_k$ – массив координат сигнала. ДПФ обратимо, т.е. координатный массив определяется значениями сигнала по аналогичной зависимости.

Существует ряд алгоритмов, позволяющих значительно снизить вычислительный объем при реализации ДПФ. К ним относятся алгоритмы быстрого преобразования Фурье (БПФ), алгоритм Редера, алгоритм Виноградова и др. [3]. Не вдаваясь в подробности каждого способа, отметим, что снижение вычислительного объема достигается за счет рационального применения комбинаторных схем организации вычислений. В принятых оценках считается, что реализация $N$-точечного ДПФ классическим методом обладает вычислительной сложностью $N^2$, БПФ по основанию два снижает сложность до $N\,log_2 N$. Существуют также методы снижения сложности до $N$ [3]. Однако указанная сложность выполнения БПФ и других преобразований рассчитывалась без учета вычисления значений показательных или тригонометрических функций, входящих в состав преобразования. Как правило, существует разграничение задач реализации преобразования как такового и определения значения функций, входящих в ДПФ. В доступной литературе считается, что значение тригонометрической или показательной функции определяется разложением в показательный ряд (ряд Маклорена) или реализацией дискретных линейных преобразований методом цифра-за-цифрой – алгоритмом Волдера и его производными [4]. Для реализации этих преобразований необходимо выполнить вычисления слагаемых частных сумм рядов или фиксированное количество итераций алгоритма Волдера. Очевидно, что реализация этих вычислений несет с собой дополнительную нагрузку на вычислительные средства и существенно увеличивает вычислительную сложность ДПФ в целом.

Для снижения вычислительного объема и оптимизации процесса реализации ДПФ предлагается использовать дискретные линейные алгоритмы вращения вектора методом численного интегрирования – алгоритмы дискретного квадратурного преобразования (ДКП) [5]. Эти алгоритмы позволяют вычислять значения гармоник вместе с тригонометрическими функциями, не осложняя процесс дополнительными вычислениями. Также алгоритмы ДКП позволяют организовать параллельные вычисления, достигая при этом роста производительности. Суть алгоритмов состоит в следующем.

Приращение радиус-вектора $\overline{R}(t) = \{x(t), y(t), z(t)\}$ в декартовой системе координат с базисом $\{e_{1i}, e_{2i}, e_{3i}\}$ на текущем шаге аргумента $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ определяется углом вращения $\overline{\alpha}(t) = \{\alpha_x(t), \alpha_y(t), \alpha_z(t)\}$:

$$\Delta\overline{R}_i(t) = \int\limits_{t_i}^{t_i+\Delta t}\overline{R}(t)d\overline{\alpha}(t). \tag{1}$$

После выполнения преобразования (1) вектор

$$\overline{R}_{i+1} = \overline{R}(t_{i+1}) = \{x(t_{i+1}), y(t_{i+1}), z(t_{i+1})\} = \overline{R}_i + \Delta\overline{R}_i$$

переходит в базис $\{e_{1(i+1)}, e_{2(i+1)}, e_{3(i+1)}\}$ и таким образом сохраняется ортогональность преобразования (1). Это соответствует переиндексации $i+1=i$.

При наличии начальных значений $\overline{R}_0$ выражение (1) описывает вращение вектора вокруг произвольно направленной оси в системе координат, связанной с начальным значением вектора.

Такое вращение сводится к линейной комбинации двух, четырех или шести интегралов вида

$$I_{n,m} = \int\limits_{t_i}^{t_j+\Delta t} r_n(t)d\alpha_m(t), \text{ где } m \neq n, \text{ и } m,n \in \{x,y,z\} \tag{2}$$

в зависимости от размерности угла вращения $\overline{\alpha}(t)$. Таким образом, произвольное вращение вектора в трехмерном пространстве определяется линейной комбинацией численных квадратур (2). Реализация метода численного интегрирования основана на предварительном разложении подинтегральной и поддифференциальной функций по второй интерполяционной формуле Ньютона

$$r_n(t) = r_{nj} + \sum_{l=1}^{a}\frac{\Delta^l r_{n(j-l)}}{l!}\prod_{\beta=0}^{l-1}(q+\beta), \tag{3}$$

$$\alpha_m(t) = \alpha_{mi} + \sum_{j=1}^{b}\frac{\Delta^j \alpha_{mi}}{j!}\prod_{\gamma=0}^{j-1}(q+\gamma), \tag{4}$$

где $\Delta^k f_{n-k} = \Delta^{k-1}f_{n-k+1} - \Delta^{k-1}f_{n-k}$ – нисходящие разности $(f=\{\alpha,r\})$, $q=\frac{t-t_i}{\Delta t}$, $a$ и $b$ – порядки разложения.

Ограничивая порядок разложения (3) и (4), запишем алгоритм вращения вектора $\overline{R}_0$ в трехмерном пространстве методом дискретного квадратурного преобразования (ДКП):

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i - \zeta_z\Delta r(y,\alpha_z)_i + \zeta_y\Delta r(z,\alpha_y)_i; \\ y_{i+1} &= \zeta_z\Delta r(x,\alpha_z)_i + y_i - \zeta_x\Delta r(z,\alpha_x)_i; \\ z_{i+1} &= -\zeta_y\Delta r(x,\alpha_y)_i + \zeta_x\Delta r(y,\alpha_x)_i + z_i, \end{aligned} \tag{5}$$

где $f(t_s)=f_s$, $f\in\{x,y,z,\alpha_x,\alpha_y,\alpha_z\}$, $s\in\{i+1,i,i-1\}$, $i\in\{0,1,2...\}$, $\zeta_l\in\{1,0,-1\}$ – оператор направления вращения (введен для отработки углов в противоположенном направлении и контроля текущих вычислений), а $\Delta r(k,\alpha_l)_i$, $k$, $l\in\{x,y,z\}$, $k\neq l$ определяются численной квадратурой (2):

$$\Delta r(k,\alpha_l)_i = \Delta\alpha_{li}\sum_{h=0}^{2} g_{ih}, \tag{6}$$

где $g_{i0}=k_i$, $g_{i1}=\frac{\Delta\alpha_{li}}{2}\left(k_i-k_{i-1}\right)$, $g_{i2}=\frac{\Delta\alpha_{li}}{6}\left(k_i-2k_{i-1}+k_{i-2}\right)$.

Основное качество алгоритма (5) в том, что при наличии координат $\overline{R}_i$ (значения тригонометрических функций на момент $t_i$) для вычисления вектора $\overline{R}_{i+1}$ (значения тригонометрических функций на момент $t_{i+1}=t_i+\Delta t$ ) необходимо выполнить лишь одну итерацию (5) по разложению (6).

При наличии вектора $\overline{R}_i=\begin{pmatrix}cos\,\alpha_i\\ sin\,\alpha_i\end{pmatrix}$, $i=\{0,1,2...n-1\}$значение пары $\overline{R}_{i+1}=\begin{pmatrix}cos\,\alpha_{i+1}\\ sin\,\alpha_{i+1}\end{pmatrix}$ вычисляется алгоритмом ДКП за одну итерацию по одномерному углу:

$$\overline{R}_{i+1}=\begin{pmatrix}x_{i+1}\\ y_{i+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -\Delta\alpha_i\\ \Delta\alpha_i & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_i\\ y_i\end{pmatrix}$$ – ДКП по формуле прямоугольников;

$$\overline{R}_{i+1}=\begin{pmatrix}x_{i+1}\\ y_{i+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -\Delta\alpha_i\\ \Delta\alpha_i & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_i\\ y_i\end{pmatrix}+\frac{\Delta\alpha_i}{2}\begin{pmatrix}-x_i+x_{i-1}\\ y_i-y_{i-1}\end{pmatrix}=A_i\overline{R}_i+\overline{\delta}_i^{tr}$$ – ДКП по формуле трапеций;

$$\overline{R}_{i+1}=\begin{pmatrix}x_{i+1}\\ y_{i+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -\Delta\alpha_i\\ \Delta\alpha_i & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_i\\ y_i\end{pmatrix}+\frac{\Delta\alpha_i}{2}\begin{pmatrix}-x_i+x_{i-1}\\ y_i-y_{i-1}\end{pmatrix}+\frac{\Delta\alpha_i}{6}\begin{pmatrix}-x_i+2x_{i-1}-x_{i-2}\\ y_i-2y_{i-1}+y_{i-2}\end{pmatrix}=$$

$=A_i\overline{R}_i+\overline{\delta}_i^{tr}+\overline{\delta}_i^{pr}$ – ДКП по формуле квадратичных парабол.

Пусть $a_k$ и $b_k$ – синусоидальная и косинусоидальная компоненты координаты сигнала в функциональном базисе $\begin{pmatrix}cos\,k\frac{2\pi}{T}t\\ sin\,k\frac{2\pi}{T}t\end{pmatrix}$. Тогда вектор $\overline{R}_{i+1}$ определяет значение базиса главной гармонической компоненты ДПФ, т.е. при $k=1$ на момент $t=t_{i+1}$. При начальных данных $\overline{R}_0=\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$ алгоритму ДКП на текущем шаге для определения указанного базиса надо выполнить одну итерацию, а для определения $k$-й гармоники необходимо выполнить $k$ итераций с шагом $\Delta t$. При наличии значений гармонических базисов на текущем шаге вычислений определение самих гармоник и, как следствие, значения самой функции сводится к реализации $2N$ умножений и $N$ сложений.

Параллельные вычисления алгоритмом ДКП организуются следующим образом:

$$\overline{R}_0=\left(a_1\quad 0\quad b_1\quad 0\quad .\ .\ .\ .\quad a_k\quad 0\quad b_k\quad 0\quad .\ .\ .\ .\quad a_K\quad 0\quad b_K\quad 0\right)^T;$$

задается начальный вектор $\overline{R}_0$ размерности $4K$, алгоритм ДКП выполняет вращение с матрицей $A_i$ в $2K$ независимых плоскостях, и каждая координата преобразуется в своей плоскости.

Гармоники вычисляются суммированием первой и четвертой компоненты каждой пары плоскостей, начиная с первой, т.е. $k$-я гармоника определяется как $x_{1l} + y_{2l}$, а само значение массива ДПФ равно

$$X_k = a_0 + \sum_{l=1}^{K} ( x_{1l} + y_{2l} ) .$$

Дополнительное снижение вычислительного объема при выполнении параллельных вычислений достигается за счет масштабирования исходного вектора вращения. При этом значения тригонометрических функций на каждой итерации определяются с множителем, соответствующим координате сигнала.

Структура выполнения обратного дискретного преобразования Фурье полностью аналогична. Количественный состав преобразований приводиться в табл. 1, 2.

Таблица 1

**Состав преобразований для реализации ДПФ по $K$ гармоническим компонентам**

| Вид ДКФ | Кол-во итераций ДКП ($n$) | Кол-во операций сложения | Кол-во операций умножения |
|---|---|---|---|
| Последовательный | $n = K$ | $K^2$ | $2K$ |
| Параллельный | $1 \le n \le K$ | $K^2$ | 0 |

Таблица 2

**Состав ДКП на простой итерации**

| ДКФ | Сложение | Умножение |
|---|---|---|
| Прямоугольник | 2 | 2 |
| Трапеция | 6 | 2 |
| Квадратная парабола | 12 | 2 |

Сравнительный анализ таблиц показывает, что вычислительная сложность алгоритма ДКП при реализации классического ДПФ сравнима с известными алгоритмами БПФ и др. При этом в алгоритме ДКП нет необходимости усложнять вычисления определением тригонометрических или показательных функций. Также отметим ориентацию структуры алгоритма ДКП на базовые операции ПЦОС и возможность применения последовательно алгоритма ДКП для вычисления тригонометрических функций в классических схемах БПФ.

Таким образом, алгоритм ДКП может представлять собой перспективный инструмент для реализации ДПФ в задачах ЦОС, отличающийся простотой и широкими возможностями организации параллельных вычислений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Букашкин С.А., Лисицын Г.Ф., Миронов В.Г.* Применение цифровых процессоров обработки сигналов – магистральный путь развития современных средств телекоммуникаций // Сборник докладов 3-й Межд. конф. «Цифровая обработка сигналов и ее применение». Т. 1. – М., 2000. – С. 3-4.
2. *Корнеев В.В., Киселев А.В.* Современные микропроцессоры. – М.: Нолидж, 1998. – 240 с.
3. *Нуссбаумэр Г.* Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. – М.: Радиосвязь, 1985. – 248 с.
4. *Volder J.E.* The CORDIC Trigonometric Computing Technique // IRE Trans. On Electronic Computers. – 1959. – Vol. EC-8 (3). – P. 330-334.
5. *Владимиров В.В. Звягинцев Н.С.* Анализ и синтез алгоритмов дискретного вращения вектора для решения задач морской навигации // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Проблемы водного транспорта, 2004.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., профессор Л.П. Фельдман.

**Владимиров Виктор Владимирович**
Государственная морская академия им. Ф.Ф. Ушакова.
E-mail: vev-71@mail.ru.
353918, г. Новороссийск, пр. Ленина, 93.
Тел.: 88617232322.

**Звягинцев Николай Сергеевич**
Новороссийское морское пароходство.
E-mail: zns1@yandex.ru.
353918, г. Новороссийск, пр. Ленина 93.
Тел.: 88617601763.

**Vladimirov Victor Vladimirovich**
Novorossiysk State Marine Academy.
E-mail:vev-71@mail.ru.
93, Lenina Pr., Novorossiysk, 353918, Russia.
Phone: +78617232322.

**Zvyaginstev Nikolay Sergeevich**
Quality division, JSC Novoship.
E-mail: zns1@yandex.ru.
93, Lenina Pr., Novorossiysk, 353918, Russia.
Phone: +78617601763.

УДК 681.518.54

**С.Ю. Байдаров**

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ РАБОТЫ ДАТЧИКОВОЙ АППАРАТУРЫ

*Статья посвящена неразрушающему контролю пьезоэлектрических интеллектуальных датчиков быстропеременных и акустических давлений на примере исследования виброчувствительного элемента с разделенными электродами. В качестве диагностики датчика с виброчувствительным элементом был использован прямой и обратный пьезоэффекты, а для анализа сигналов – вейвлет-преобразование, с последующим исследованием скейлолграммы. Данный метод позволяет повысить информативность диагностики и контроля различных агрегатов и узлов специальной техники.*

*Вейвлет-преобразования; диагностика; неразрушающий контроль; датчик давления.*

**S.U. Baydarov**

## USING WAVELET TRANSFORM FOR DIAGNOSIS OF SENSOR EQUIPMENT

*The article is devoted to the nondestructive testing of piezoelectric smart sensors rapidly and acoustic pressures at the example of research vibrochuvstvitelnogo element with separate electrodes.As a diagnostic sensor vibrochuvstvitelnym element was used direct and inverse piezoelectric effect, and for signal analysis – wavelet transform, followed by research skeylolgrammy.This method allows to increase the information content of the diagnosis and monitoring of various units and units of special equipment.*

*Wavelet transform; diagnosis; nondestructive testing; pressure sensor.*

Для неразрушающей диагностики датчиковой аппаратуры (ДА) широкое распространение получил пьезоэффект, благодаря которому для виброчувствитель-