

4. *Ле Тхи Фьонг Май* Повышение эффективности систем HARQ на основе комбинирования сверточного кодирования и выборочного повторения (SR) протокола повторной передачи ARQ // Материалы Всероссийской научной конференции "Теоретические и методические проблемы эффективного функционирования радиотехнических систем" ("Системотехника-2011"). – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2011. – С. 165-175.

Статью рекомендовал к опубликованию к.т.н. М.Ю. Руденко.

**Корниенко Владимир Тимофеевич**

Технологический институт федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: vlad\_korn65@mail.ru.

347924, г. Таганрог, ул. Дзержинского, 170, кв. 53.

Тел.: +79515271225.

К.т.н.; доцент.

**Ле Тхи Фьонг Май**

E-mail: vlad\_korn65@mail.ru.

347928, г. Таганрог, ул. Энгельса, 1, ком. 315.

Тел.: +79515271225.

Аспирант.

**Kornienko Vladimir Timofeevich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Autonomy Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: vlad\_korn65@mail.ru.

170, Dzerzinsky Street, Fl. 53, Taganrog, 347924, Russia.

Phone: +79515271225.

Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor.

**Le Thi Fiong May**

E-mail: vlad\_korn65@mail.ru.

1, Engels Street, Fl. 315, Taganrog, 347929, Russia.

Phone: +79515271225.

Postgraduate Student.

УДК: 681.327.8

**Д.Ф. Хисамов**

**ОЦЕНКА ПРИЕМА АПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ НА КАНАЛАХ НИЗКОГО КАЧЕСТВА**

*Разработан математический аппарат для оценки вероятности неприема аperiodической псевдослучайной последовательности (АПСП) в биномиальных и составных каналах с релейскими замираниями при синхронизации по методу зачетного отрезка в системах защиты информации. Проведены сравнительные оценки синхронизации датчиков АПСП в указанных каналах для различных периодов псевдослучайной последовательности и качества канала связи. На основе расчетов даны практические рекомендации по реализации систем синхронизации датчиков АПСП на каналах с памятью.*

*Синхронизация; псевдослучайная последовательность; алгоритм синхронизации аperiodической ПСП.*

D.F. Khisamov

## SIMULATION OF DERTENTION APERIODIC PREUDO-CASUAL SEQUENCE IN THE LOW CHANELLS

*The mathematical device for an estimation of probability undertention aperiodic pseudo-casual sequence (APCS) in binomial and compound channels with relay fades is developed at synchronization on a method of a test piece. Comparative estimations of synchronization of gauges APCS in the specified channels for the various periods of pseudo-casual sequence and quality of a liaison channels are carried out. On the base of calculations practical recommendations on realization of systems of synchronization of gauges APCS in memory channels are given.*

*Synchronization; aperiodic pseudorandom sequence; algorithm synchronization of aperiodic PST.*

**1. Вывод вероятности неприема АПСП в составном канале с переменными параметрами при разнесенном приеме с автовыбором.** Предположим, что параметр канала не успевает измениться на каком то интервале времени, т.е.  $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n = \mu$ . Такое условие приближенно выполняется [4], например, для коротковолновых (КВ) каналов, если  $n \cdot \tau_0 \leq 0,5$  с, или для тропосферных каналов при условии  $n \cdot \tau_0 \leq 0,05$  с. Соответственно с учетом скорости передачи по каналу получим для КВ канала  $n \leq 0,5 \cdot U$  и тропосферного  $n \leq 0,05 \cdot U$ , где  $U$  – скорость передачи в канале;  $\tau_0$  – длительность элементарного импульса. Учитывая, что в КВ канале максимальная скорость передачи равна 300 бодам, легко определить максимальную длину блока, в котором параметр  $\mu_i$  можно считать постоянным,  $n \leq 60$ , или для тропосферного канала, где обычно  $U = 1200 - 2000000$  бод,  $n \leq 100000$ .

Следовательно, сделанное предложение будет справедливо для систем синхронизации с “зачетным отрезком”, длина зачетного отрезка (ЗОТ) в которых  $n \leq 60$  для КВ-каналов и  $n \leq 100000$  для тропосферных каналов. Или учитывая [1], что длина зачетного отрезка складывается и равна  $k + m \leq n < N = 2^k - 1$ , где  $k$  – длина ЛРР;  $m$  – емкость счетчика совпадений, можем записать:

для КВ-канала:

$$k + m \leq n \leq 60, \quad (1)$$

для тропосферного канала:

$$k + m \leq n \leq 100000. \quad (2)$$

Для нахождения вероятности  $P_n$  опишем модель канала синхронизации по “зачетному отрезку” при сделанных предположениях. Для этого разобьем ПСП на интервале анализа  $N$  на блоки из  $n$  элементов. Получим  $Z = N / n$  на не пересекающихся “зачетных отрезков”. Будем считать, что “зачетные отрезки” независимы между собой [1, 2] и на длине “ЗОТ”, по определению составного канала с переменными параметрами  $\mu$ , постоянно. Тогда для вероятности неприема ПСП будет справедливо равенство

$$P_n^{P3} = \left(1 - P_{\text{oo}}(n)\right)^Z, \quad (3)$$

где  $P_{\text{oo}}(n)$  – вероятность безошибочного приема блока из  $n$  символов в составном КПП.

Для вероятности правильного приема можем записать

$$P_{nm}^{P3} = 1 - P_n^{P3}. \quad (4)$$

Известно [4], что вероятность безошибочного приема блока из  $n$  символом в составном канале находится как:

$$P_{\text{oo}}(n) = P_{\text{oo}}^Q(n) = Q \sum_{i=0}^{Q-1} (-1)^i \cdot C_{Q-1}^i \cdot S_n^{(i+1)}, \quad (5)$$

где

$$S_n^{(i+1)} = \frac{2^{-n} + \frac{H^2}{2} \cdot n \cdot S_{n-1}^{i+1}}{k+1 + \frac{H^2}{2} \cdot n};$$

$$S_0^{i+1} = \frac{1}{(k+1)},$$

где  $Q$  – число ветвей разнесения.

Подставляя (5) в (3), получим:

$$P_n^{p3} = \left( 1 - Q \cdot \sum_{i=0}^{Q-1} (-1)^i \cdot C_{Q-1}^i \cdot S_n^{(i+1)} \right)^Z. \quad (6)$$

**2. Вывод вероятности неприема АПСП в биномиальном канале ДСК.** По аналогии с составным каналом КПП для вероятности неприема ПСП в биномиальном канале ДСК будет справедлива оценка

$$P_n^{\delta} = \left[ 1 - (1 - P)^n \right]^Z. \quad (7)$$

А для вероятности правильного приема можем записать

$$P_{mn}^{\delta} = 1 - P_n^{\delta}, \quad (8)$$

где  $P = 1/(2+H^2)$ ,

$H^2 = \frac{a^2}{\sigma^2}$  – отношение средней энергии элемента сигнала на входе приемника к спектральной плотности помехи.

Оценим вероятность неприема  $P_n$  в составном КПП при разнесенном приеме с автовыбором и сравним полученные результаты с синхронизацией ПСП в эквивалентном биномиальном канале.

**3. Сравнительная оценка вероятности неприема ПСП в биномиальном и составном КПП при разнесенном приеме с автовыбором.** По формулам (6), (4), (7), (8) для различных значений  $Q$ ,  $n$  и  $N$  были произведены сравнительные расчеты на ПЭВМ. Результаты расчетов показаны на рис. 1 в виде графиков функций:  $P_n^{p3} = \varphi(n)$ ;  $P_n^{\delta} = \varphi(n)$  и на рис. 2 в виде графиков функций:  $P_m^{p3} = \varphi(n)$ ;  $P_m^{\delta} = \varphi(n)$ .

Анализ графиков рис. 1 показывает, что вероятность неприема  $P_n$  в составном КПП гораздо меньше, чем в эквивалентном биномиальном канале. Причем при увеличении  $H^2$  эта разница увеличивается. Например, для  $N=127$ ,  $n=20$ ,  $Q=1$  и  $H^2=8$  вероятность неприема в составном канале  $P_n^{p3}$  на 3-и десятичных порядка меньше, чем вероятность неприема в эквивалентном биномиальном канале  $P_n^{\delta}$ , а при  $H^2=18$ , эти вероятности различаются на 4-и десятичных порядка. С увеличением же  $n$  эта разница убывает. Например, если для  $N=127$ ,  $Q=1$ ,  $H^2=18$  и  $n=20$  вероятность неприема в составном канале меньше вероятности неприема в биномиальном на 4-и порядка, то при  $n=50$  эта разница убывает и составляет всего лишь два десятичных порядка. При увеличении  $n$  вероятность неприема в составном канале возрастает быстрее, чем в биномиальном. То есть синхронизация в составном канале более критичнее к выбору длины зачетного отрезка  $n$ , чем в эквивалентном биномиальном канале.

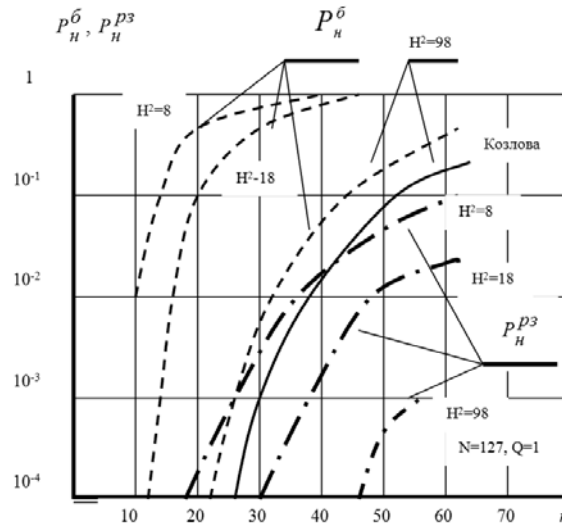


Рис. 1. Вероятность неприятия ПСП в биномиальном и в составном квазивиномиальном каналах связи

Однако при одинаковых вероятностях неприятия, вероятность ложной синхронизации в составном КПП будет меньше, чем в биномиальном канале за счет удлинения самого зачетного отрезка. Действительно, из графиков видно, что при  $P_n^{P3} = P_n^{\bar{b}} = 10^{-2}$  в биномиальном канале  $n=11$ , а в составном –  $n=40$ .

Следовательно, в составном канале быстрее можно войти в синхронизм. Это преимущество хорошо видно на рис. 2. С увеличением длины зачетного отрезка  $n$  вероятность правильного приема в составном канале  $P_{mn}^{P3}$  убывает значительно медленнее, чем вероятность правильного приема в эквивалентном биномиальном канале  $P_{mn}^{\bar{b}}$ . То есть в составном КПП вероятность правильного приема ПСП сохраняется на достаточно высоком уровне даже при увеличении  $n$  в несколько раз. Расчеты показывают, что с увеличением ветвей разнесения  $Q$  или периода ПСП  $N$  качественные показатели системы синхронизации ПСП в составном КПП резко улучшаются. То есть вероятность неприятия стремится к нулю, а вероятность правильного приема ПСП к единице ( $P_n^{P3} \rightarrow 0$ , а  $P_{mn}^{P3} \rightarrow 1$ ) (рис. 3). Расчеты показывают, что прием с разнесением и автовыбором целесообразно использовать при  $H^2 < 8$ , так как на таких каналах эффективность одиночного приема резко падает, например, из рис. 2 видно, что при  $N=127$ ,  $Q=1$  и  $H^2=1$  даже при  $n=10$  вероятность правильного приема ПСП  $P_{mn}^{P3} < 0,5$ .

Необходимо отметить, что при данной методике расчета не учитываются чистые интервалы длиной в  $n$  знаков, появляющиеся на стыках между смежными зачетными отрезками. Следовательно, (3) и (7) дают верхнюю оценку для  $P_n$ . Для сравнения на рис.1 показан график вероятности неприятия ПСП, как функция от длины зачетного отрезка  $P_n^{\bar{b}} = \varphi(n)$ , рассчитанный по точной формуле Козлова [3]. Видно, что кривая  $P_n^{\bar{b}} = \varphi(n)$  при одинаковых  $H^2$  идет ниже кривой вероятности неприятия ПСП в эквивалентном биномиальном канале  $P_n^{\bar{b}} = \varphi(n)$ , но вероятность неприятия больше, чем в эквивалентном составном КПП  $P_n^{P3}$ .

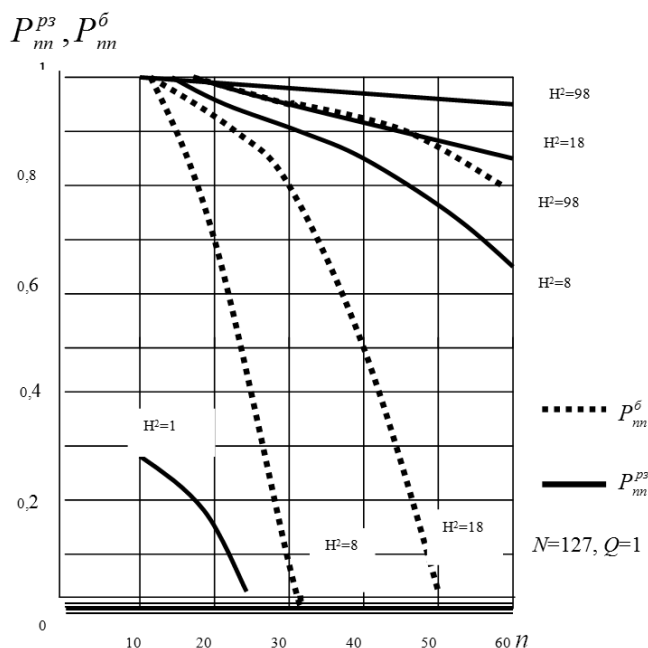


Рис. 2. Оценка вероятности правильного приема ПСП в биномиальном и в составном квазидномиальном каналах связи

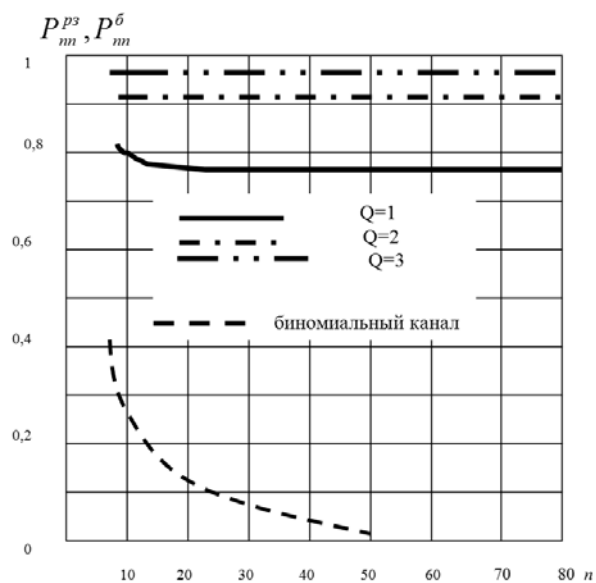


Рис. 3. Вероятность правильного приема ПСП в биномиальном канале и квазидномиальном канале с ветвями разнесения  $Q=1, Q=2, Q=3$

То есть хорошо сохраняется общая закономерность изменения вероятности неприема в биномиальном канале, рассчитанные по формуле Козлова и по формуле (7), полученной в данной работе, что указывает на верность предыдущих выводов относительно сравнительного анализа синхронизации ПСП в составном и биномиальных каналах связи.

В отличие от биномиального канала, оценка (6) для составного канала будет мало отличаться от истинной. Действительно, в составном канале вероятность появления ошибок на “g” фиксированных местах при одинаковых соотношениях сигнал/помеха  $H^2$  больше чем в биномиальном и уменьшается при раздвижении единиц в образце ошибок [4], т.е. можем записать

$$P\left(\frac{e_{i_g}}{i_g} \geq n\right) < P\left(\frac{e_{i_g}}{i_g} < n\right), \quad (9)$$

где  $P\left(\frac{e_i}{i_g} \geq n\right)$  – вероятность появления образца ошибок  $e_{i_g}$  с расположением

единиц на фиксированных местах, при условии, что расстояние между смежными единицами  $\geq n$ ;

$i_g$  – расстояние между смежными единицами в образце ошибок  $e_{i_g}$ .

Из (9) видно, что вероятность появления чистого интервала из  $n$  символов между смежными “ЗОТ” будет меньше вероятности его не появления, т.е. существенного увеличения вероятности правильного приема ПСП в составном КПП  $P_{nt}^{P3}$  за счет неучтенных “ЗОТ” ожидать не приходится. В частности, расчеты показывают, что при  $n=50$  погрешность за счет неучтенных ЗОТ составит примерно два процента.

При выводе формул (3), (6), (7) предполагалось независимость зачетных отрезков, хотя в реальных каналах связи такая зависимость может наблюдаться. Поэтому важно получение еще более общих соотношений для вероятностей неприема АПСП ( $P_n$ ), учитывающих зависимость смежных зачетных отрезков между собой. Этим вопросам посвящены дальнейшие исследования автора.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хисамов Д.Ф. Расчет вероятности ложной синхронизации псевдослучайной последовательности по методу зачетного отрезка в биномиальных каналах связи // Сборник научных работ. – СПб.: СПб ВМИ, 2002. – С. 5-7.
2. Хисамов Д.Ф. Граничные оценки вероятности синхронизации псевдослучайной последовательности на каналах с произвольным распределением ошибок // Материалы Международного конгресса «Математика в XXI веке» // 25-28 июня 2003 г. – Новосибирск: Академгородок, 2003. <http://www.sbras.ru/ws/MMF-21/>.
3. Козлов А.Ф. О вычислении вероятности неприема рекуррентного сигнала // Сборник научных трудов ЦНИИИС МО СССР. – М.: 1964. – № 4.
4. Коржик В.И., Финк Л.М. Помехоустойчивое кодирование дискретных сообщений в каналах со случайной структурой. – М.: Связь, 1975.

Статью рекомендовал к опубликованию д.т.н., доцент И. Королев.

#### Хисамов Денис Франгизович

Некоммерческое частное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский институт информзащиты» в г. Краснодаре.

E-mail: kiiz@rambler.ru.

г. Краснодар, Авиагородок, 22, кв. 99.

Тел.: 88612523031.

Кафедра комплексной защиты информации; доцент.

**Khisamov Denis Frangizovich**

Kuban Information Security Institute, Non-commercial Private Educational Institution of Higher Professional Education, Krasnodar.

E-mail: kiiz@rambler.ru.

22, Aviagorodok, Ap. 99, Krasnodar, Russia.

Phone: +78612523031.

The Department of Complex Information Protection; Associate Professor.