Унакафов Антон Михайлович
Закрытое акционерное общество «ОКБ “Ритм”».
E-mail: anton@rista.ru.
347900, г. Таганрог, ул. Петровская, 99.
Тел.: 88634383963.

Лушняк Олеся Анатольевна
Кубанский государственный университет физической культуры, спорта и туризма.
E-mail kakcvetaeva@rambler.ru.
350015, г. Краснодар, ул. Буденного, 16.
Тел.: 88612553573.

Unakafov Anton Michailowich
Joint Stock Company «OKB “Ritm”».
E-mail: anton@rista.ru.
99, Petrovskaya street, Taganrog, 347900, Russia.
Phone: +78634383963.

Lushnyak Olesya Anatol’evna
Kuban State University of Physical Education, Sport and Tourism.
E-mail kakcvetaeva@rambler.ru.
161, Budyonnogo street, Krasnodar, 350015, Russia.
Phone: +78612553573.

УДК 004.415.2

А.М. Унакафов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЖНО-ГАЛЬВАНИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ НА БОЛЕВЫЕ РАЗДРАЖИТЕЛИ

Разработана математическая модель кожно-гальванических реакций человека на дискомфортные электростимулы. Модель позволяет оценить динамику амплитуд и длительностей латентного периода реакций. Формулируется алгоритм индивидуальной настройки параметров модели.

Кожная проводимость; электрические стимулы; габитуация.

A.M. Unakafov

MATHEMATICAL MODEL OF GALVANIC SKIN RESPONSES TO PAINFUL STIMULI

The paper is devoted to development of a mathematical model of the galvanic skin responses to electric shock. Model lets to estimate reactions’ amplitudes and latencies dynamics. An algorithm of model parameters individual adjustment is presented.

Skin conductance response; electric shock; habituation.

Изучение особенностей реакций человека на действие различных раздражителей является актуальной, но не вполне решенной на сегодняшний день задачей. В частности, слабо исследованы реакции на дискомфортные раздражители. В настоящей работе предлагается модель кожно-гальванических реакций (КГР) человека на умеренное болевое воздействие – электрический стимул (электростимул).

В ходе экспериментов, на которых базируются предлагаемая модель, для оценки КГР использовалось измерение фазической составляющей кожной проводимости. Электростимулы подавались на запястье, их сила подбиралась индивидуально, на уровне порога переносимости боли. Зависимость КГР человека от времени является непрерывной функцией, дискретизируемой в ходе измерения и оцифровки. В дальнейшем, полагая КГР на раздражители функцией дискретного аргумента, будем обозначать ее как $S_R(t)$ для упрощения записи.

Форма КГР на раздражитель, в частности – болевой, изучена достаточно хорошо. До действия раздражителя и в течение времени задержки реакции τ после него, $S_R(t)=0$. Затем, в течение времени реакции T, $S_R(t)$ может быть отличен от нуля, после чего $S_R(t)=0$. При подаче серии из n электростимулов в моменты времени t_i, $\tilde{S}_R(t)$, моделирующая КГР на раздражители, может быть записана в следующем виде:

$$\tilde{S}_R(t)=\begin{cases} 0, t\notin\bigcup\limits_{i=1}^{n}\overline{(t_i+\tau_i+1)..(t_i+\tau_i+T_i)} \\ A_i\cdot\bar{F}_i(t-t_i-\tau_i), t\in\bigcup\limits_{i=1}^{n}\overline{(t_i+\tau_i+1)..(t_i+\tau_i+T_i)} \end{cases},$$

где τ_i – задержка, T_i – длительность, A_i – амплитуда реакции на раздражитель, а вектор $\bar{F}_i=\langle F_i(1),...,F_i(T_i)\rangle^T$ задает форму КГР, $\bar{F}_i(t)\in[0;1]$ для $t=\overline{1..T_i}$.

Форма реакции индивидуальна, но у каждого человека в норме меняется слабо [6]. В связи с этим форму F_i и время T_i реакции конкретного человека на конкретный раздражитель можно приближенно считать постоянными: $\bar{F}_i=\bar{F}$, $T_i=T$.

Если сила электростимулов не превышает порога переносимости боли, по мере уменьшения их «новизны», реакция на них может ослабевать. Имеет место эффект, схожий с привыканием к нейтральным раздражителям [2], который выражается в уменьшении амплитуды КГР A_i и увеличении времени задержки реакции τ_i при повторении раздражителя. Если между сериями раздражителей проходит достаточно большое время, имеет место обратный эффект, обратный привыканию – восстановление реакции.

Итак, для построения модели КГР $\tilde{S}_R(t)$ необходимо определить характеристики ее формы ($\bar{F}$, T), а также оценить динамику A_i и τ_i.

Для оценки формы КГР, будем использовать метод главных компонент. Рассмотрим множество R экспериментально полученных образцов КГР человека на электростимул. $R=\left\{r_1,r_2,...,r_{|R|}\right\}$, где $|R|$ – количество элементов в множестве R, r_i – вектора вида $\left\langle r_{i,1},...,r_{i,k},...,r_{i,T}\right\rangle^T$, $r_{i,k}=S_R(t_i+\tau+k)\quad\forall t=\overline{1..T}$, где t_i – время i-й подачи раздражителя. Произведем нормирование и центрирование векторов r_i:

$$r_i^0(k)=\frac{r_i(k)-\frac{1}{T}\sum\limits_{j=1}^{\tau_2}r_i(j)}{\sqrt{\sum\limits_{l=1}^{T}\left(r_i(l)-\frac{1}{T}\sum\limits_{j=1}^{T}r_i(j)\right)^2}}=\frac{r_{i,k}-\frac{1}{T}\sum\limits_{j=1}^{T}r_i(j)}{\sqrt{\sum\limits_{j=1}^{T}r_i(j)^2-\frac{1}{T}\left(\sum\limits_{j=1}^{T}r_i(j)\right)^2}}.$$

Обозначим матрицу, состоящую из центрированных и нормированных векторов, как $R_0=\left(r_1^0,r_2^0,...,r_{|R|}^0\right)$. Найдем спектр матрицы $R_0^TR_0$: собственные числа

λ_i и собственные вектора $\overline{e}_i(t) = \langle e_i(1), e_i(2), ..., e_i(T) \rangle^T$. Порядок нумерации λ_i и e_i таков, что $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_{|R|}$. Известно, что $\lambda_i \in [0;1]$, $\sum_{i=1}^{|R|} \lambda_i = 1$ [1].

В [6] показано, что у здоровых людей два первых собственных вектора объясняют в среднем 92 % и не менее 70 % формы КГР. Можно предположить, что для здоровых людей будет достаточно точной следующая оценка формы КГР $\tilde{F}$:

$$\tilde{F}(t) = k \sum_{i=1}^{2} c_i \lambda_i \left(R_0 e_i(t) \right) + b = k R_0 \sum_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) + b \,,$$

где k и b – константы, обеспечивающие корректность значений $\tilde{F}$; c_i – числовые коэффициенты, определяющие вес собственных векторов.

Найдем значения k и b. Так как $F(t) \in [0;1]$, а полученные собственные вектора нормированы [6], имеем:

$$k = \frac{1}{\max\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right) - \min\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right)} \,,$$

$$b = \frac{- \min\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right)}{\max\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right) - \min\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right)} \,,$$

и соответственно:

$$\tilde{F}(t) = \frac{R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) - \min\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right)}{\max\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right) - \min\limits_{t=1..T} \left(R_0 \sum\limits_{i=1}^{2} c_i \lambda_i e_i(t) \right)} \,.$$

Если представлять c_i как случайные величины, значение $c_i = 0.5$ естественно считать их математическим ожиданием. Однако в данной работе будем считать форму КГР постоянной, и моделировать, задав $c_1 = c_2 = 0.5$:

$$\tilde{F}(t) = \frac{R_0 \left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t) \right) - \min\limits_{t=1..T} \left(R_0 \left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t) \right) \right)}{\max\limits_{t=1..T} \left(R_0 \left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t) \right) \right) - \min\limits_{t=1..T} \left(R_0 \left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t) \right) \right)} \,.$$

Значения λ_1, λ_2, $e_1(t)$, $e_2(t)$ определяются путем анализа R_0 с помощью метода главных компонент. Базируясь на результатах [6], будем использовать в качестве критерия возможности моделирования условие $\lambda_1 + \lambda_2 \geq 0.7$. Если $\lambda_1 + \lambda_2 < 0.7$, моделирование $\tilde{S}_R(t)$ будем считать невозможным.

Исследование [3] показывает, что увеличение длительности задержек реакций на электростимулы при их многократной подаче носит характер, близкий к линейному. Таким образом, динамика задержек реакций, при подаче серии из n раздражителей, может быть оценена следующим образом:

$$\tilde{\tau}_i = \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau}\ .$$

Расчет $\tilde{\tau}_0$ и $\Delta\tilde{\tau}$ можно произвести по экспериментальным данным с помощью метода наименьших квадратов:

$$F(\tilde{\tau}_0, \Delta\tilde{\tau}) = \sum_{i=1}^{n}\left(\tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} - \tau_i\right)^2 \to \min\ .$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F(\tilde{\tau}_0, \Delta\tilde{\tau})}{\partial(\Delta\tilde{\tau})} = 2\sum\limits_{i=1}^{n} i\left(\tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} - \tau_i\right) = 0, \\ \dfrac{\partial F(\tilde{\tau}_0, \Delta\tilde{\tau})}{\partial(\tilde{\tau}_0)} = 2\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} - \tau_i\right) = 0. \end{cases}$$

Решив данную систему, получим:

$$\Delta\tilde{\tau} = \frac{12\sum\limits_{i=1}^{n}\left(i - \dfrac{n+1}{2}\right)\tau_i}{n(n-1)(n+1)}\ ,\ \tilde{\tau}_0 = \frac{2\sum\limits_{i=1}^{n}\left(2n+1-3i\right)\tau_i}{n(n-1)}\ .$$

Основываясь на экспериментальных данных, полученных в [3], будем оценивать амплитуду реакции на i -ую подачу электростимула $\tilde{A}_i$ с помощью формулы

$$\tilde{A}_i = \tilde{A}_0 e^{-h\sqrt{(i-1)}} + \xi\ ,$$

где h – константа, характеризующая скорость привыкания к электростимулам, индивидуальная для каждого человека, $\tilde{A}_0$ – оценка начального уровня реакции, также индивидуальная, ξ – случайная величина, о которой известно, что $M\xi = 0$.

Исследование распределения ξ является актуальной, но нерешенной на данный момент задачей. В дальнейшем при моделировании будем оценивать амплитуду реакции как $\tilde{A}_i = \tilde{A}_0 e^{-h\sqrt{(i-1)}}$, однако при анализе экспериментальных данных существование случайного компонента будет учитываться.

Таким образом, для моделирования значений амплитуды необходимо рассчитать индивидуальные для каждого человека значения $\tilde{A}_i$ и h. Решить эту задачу можно по методике, предложенной [5], основанной на снижении влияния случайной составляющей амплитуды ξ за счет усреднения.

Пусть известны максимальные значения реакций A_i на i -ю подачу раздражителя, $i = \overline{1...4}$. Естественно считать, что $A_i > 0$. Тогда значения $\tilde{A}_0$ и h можно вычислить следующим образом:

$$h = -\frac{1}{|R|-1}\sum_{i=2}^{|R|}\frac{\ln A_i}{\sqrt{i}}\ ;\ \tilde{A}_0 = A_1\ .$$

Будем исходить из предположения, что если время между сериями подач раздражителя достаточно велико (несколько часов), то восстановление происходит в полном объеме, т.е. реакции на следующую серию будут в среднем такими же, как на предыдущую: $\tilde{A}_0^j = \tilde{A}_0$, $\tilde{\tau}_0^j = \tilde{\tau}_0$. Данное предположение обеспечивает достаточно корректное описание реакций, что подтверждается экспериментальными данными [3].

В завершении статьи сформулируем алгоритм настройки параметров модели КГР на электростимулы.

1. Номер шага построения модели j устанавливается равным нулю. Задаются начальные значения параметров модели: $\tau_0 = T = \Delta\tau = 0$, $\tilde{A}_0 = 0$, $H = 0$. Задается значение параметра $\varepsilon \in (0,1)$ – требуемая точность модели.

2. Проводится измерение КГР человека $S^j(t)$, в моменты времени t_i, $i = \overline{1..n}$, $n = 6$, подаются электростимулы. КГР на раздражители рассчитывается по формуле $S_R^j(t) = \max\left(S^j(t) - \overline{S}, 0\right)$, где $\overline{S}$ – среднее значение спонтанных КГР человека, которое может быть оценено с помощью модели, предложенной в [4].

3. Определяется время начала (tb_i) и конца (te_i) КГР на i-ю подачу раздражителя. По ним определяются временные параметры модели:

$$\Delta\tilde{\tau} = \frac{1}{j+1}\left(j\Delta\tilde{\tau} + \frac{12\sum_{i=1}^{n}\left(i - \frac{n+1}{2}\right)(tb_i - t_i)}{n(n-1)(n+1)} \right),\ \tilde{\tau}_0 = \frac{1}{j+1}\left(j\tilde{\tau}_0 + \frac{2\sum_{i=1}^{n}(2n+1-3i)(tb_i - t_i)}{n(n-1)} \right),$$

$$T = \frac{1}{j+1}\left(jT + \max_{i=1..n}(te_i - tb_i) \right).$$

Если $\left|\tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} - (tb_i - t_i)\right| \geq \varepsilon\left(\tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau}\right)$ или $\left| T - \max\limits_{i=1..n}(te_i - tb_i) \right| > \varepsilon T$, то необходима еще одна проверка модели.

4. На основе анализа матрицы, состоящей из «образцов» КГР на раздражитель $r_i^j = \left(S_R^j(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + 1), ..., S_R^j(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + T + 1)\right)^T$, дается оценка формы КГР на раздражитель:

$$\tilde{F}(t) = \frac{1}{j+1}\left(\tilde{F}(t)j + \frac{R_0^j\left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t)\right) - \min\limits_{t=1..T}\left(R_0^j\left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t)\right)\right)}{\max\limits_{t=1..T}\left(R_0^j\left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t)\right)\right) - \min\limits_{t=1..T}\left(R_0^j\left(\lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t)\right)\right)} \right),$$

где R_0^j – матрица, состоящая из нормированных и центрированных векторов r_i^j, значения λ_1, λ_2, $e_1(t)$, $e_2(t)$ – результаты анализа R_0^j с помощью метода главных компонент.

Если $\lambda_1 + \lambda_2 < 0,7$, необходима еще одна проверка модели.

5. $\tilde{A}_i^j = \tilde{A}_0 e^{-\sqrt{(i-1)h}}$. Так как форма КГР предполагается известной и постоянной, для минимизации влияния случайных факторов будем рассчитывать A^0 и H не по амплитудам КГР, а через отношение площади КГР на i-ую подачу раздражителя к площади единичной реакции $\tilde{F}(t)$, $a_i^j = \frac{1}{\sum_{t=1}^{T}\tilde{F}(t)}\sum_{t=1}^{T} S_R^j(tb_i + t)$, $i = \overline{1..n}$:

$$h = \frac{1}{j+1}\left(jh + \frac{1}{|R|-1}\sum_{i=2}^{|R|}\frac{1}{\sqrt{i}}\ln\left(\frac{a_i^j}{a_1^j}\right)\right),\ \tilde{A}_0 = \frac{j\tilde{A}_0 + a_1^j}{j+1}.$$

Если $\left|\sum_{i=1}^{n}\left(a_i^j - \tilde{A}_i^j\right)\right| \geq \varepsilon\sum_{i=1}^{n}\tilde{A}_i^j$, то необходима еще одна проверка модели.

6. Модель КГР на раздражители описывается формулой:

$$\tilde{S}_R^j(t) = \begin{cases} 0,\ t \notin \bigcup_{i=1}^{n}\overline{(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + 1)..(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + T)} \\ \tilde{A}_i^j \cdot \tilde{F}(t - t_i - \tilde{\tau}_0 - i\Delta\tilde{\tau}),\ t \in \bigcup_{i=1}^{n}\overline{(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + 1)..(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + T)} \end{cases}.$$

7. Проверка точности моделирования осуществляется следующим образом. Прежде всего, рассчитывается среднеквадратичная ошибка моделирования η_j:

$$\eta_j = \sqrt{\frac{1}{n\tau_2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{T}\left(\tilde{S}_R^j(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + k) - S_R^j(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + k)\right)^2}.$$

Будем считать результаты моделирования достаточно точными, если значение ошибки η_j не превысит некоторого теоретически рассчитанного значения η_T.

Для того чтобы определить предельно допустимые значения ошибки моделирования, рассмотрим причины, которые могут ее вызвать.

Прежде всего, это ошибки, возникающие за счет использования метода главных компонент. Поскольку используются только два собственных значения, модель будет описывать форму реакции лишь частично.

Таким образом, предполагая, что модель адекватно описывает лишь долю $(\lambda_1 + \lambda_2)\sqrt{\frac{1}{n\tau_2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\tau_2}\left(S_R^j(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + k)\right)^2}$ от среднеквадратического значения КГР в участках, где имеет место реакция на раздражитель, получим, что среднеквадратическая ошибка моделирования за счет использования метода главных компонент может достигать $\eta_{T1} = (1 - \lambda_1 - \lambda_2)\sqrt{\frac{1}{n\tau_2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\tau_2}\left(S_R^j(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + k)\right)^2}$.

Кроме того, сам подход к получению данных для моделирования $\tilde{S}_R^j(t)$ в предположении, что $S^j(t) = S_R^j(t) + \overline{S}$ может привести к ошибкам. Учтем ошибку η_{T2}, которая может возникнуть за счет неравномерности спонтанных КГР. Будем считать, что $\eta_{T2} = \overline{S}_\sigma$, где $\overline{S}_\sigma$ – ожидаемое среднеквадратичное значение спонтанных КГР, которое может быть оценено с помощью модели, предложенной в [4].

Итак, если $\eta_j < (\varepsilon + 1 - \lambda_1 - \lambda_2)\sqrt{\frac{1}{n\tau_2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{\tau_2}\left(S_R^j(t_i + \tilde{\tau}_0 + i\Delta\tilde{\tau} + k)\right)^2} + \overline{S}_\sigma$, то результаты моделирования можно считать приемлемыми. В противном случае необходима еще одна проверка модели.

8. Если требуется еще одна проверка модели, то $j = j + 1$ и происходит переход на пункт 2. Если j достигло максимального числа шагов моделирования и

требуется дальнейшее уточнение модели, то делается вывод, что провести моделирование КГР на данный раздражитель не удалось.

Если корректировка модели завершилась успешно – возможно ее дальнейшее использование.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ефимов В.М., Галактионов Ю.К., Шушпанов Н.Ф.* Анализ и прогноз временных рядов методом главных компонент. – Новосибирск: Наука, сибирское отделение, 1988. – 71 с.
2. *Соколов Е.Н.* Восприятие и условный рефлекс. – М.: Изд-во МГУ, 1958. – 333 с.
3. *Унакафов А.М., Лушняк О.А.* Исследование динамики параметров кожно-гальванической реакции на безусловно-дискомфортные раздражители // Труды Всероссийской конференции с международным участием «Современные проблемы адаптивной физической культуры, адаптивного спорта и физической реабилитации» / Под ред. Трембача А.Б. – Краснодар: КГУФКСТ, 2009. – С. 252-256.
4. *Унакафов А. М.* Математическая модель спонтанных реакций кожной проводимости человека // Математическое моделирование. – 2010 – Т. 22, № 4. С. 57-66.
5. *Roth W. T., Ehlers A., Taylor C.B., Margraf J., Agras W.S.* Skin conductance habituation in panic disorder patients // Biological Psychiatry. – 1990. – Vol. 27. – Iss. 11. – P. 1231-1243.
6. *Tarvainen M.P., Koistinen A.S., Valkonen-Korhonen M., Partanen J., Karjalainen P.A.* Analysis of galvanic skin responses with principal components and clustering techniques // IEEE Transactions on Biomedical Engineering Letters. – 2001. – Vol. 48. – Iss. 10. – P. 1071-1079.

Унакафов Антон Михайлович
Закрытое акционерное общество «ОКБ “Ритм”».
E-mail: anton@rista.ru.
347900, г. Таганрог, ул. Петровская, 99.
Тел.: 88634383963.

Unakafov Anton Michailowich
Joint Stock Company «OKB “Ritm”».
E-mail: anton@rista.ru.
99, Petrovskaya street, Taganrog, 347900, Russia.
Phone: +78634383963.

УДК 621.382.8; 007:57

П.В. Хало, В.Г. Галалу, В.П. Омельченко

МОДЕЛИ И ПРИНЦИПЫ АКТИВАЦИИ РЕЗЕРВНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОРГАНИЗМА

Рассматриваются особенности активации резервных возможностей человека в состояниях сверхсознания. Проводится анализ существующих моделей и принципов функционирования человеческого организма в этих состояниях.

Активация резервных возможностей; сверхсознание; коллапс волновой функции; функциональные системы.

P.V. Halo, V.G. Galalu, V.P. Omel’chenko

MODELS AND PRINCIPLES FOR ACTIVATION OF RESERVE CAPACITY OF THEORGANISM

The features of activated reserve capacity rights in states superconscious. The analysis of existing models and principles of human functioning in these states.

Activation of reserve capacity; the superconscious; the collapse of the wave function; functional systems.