

2. *Омельченко В.П.* Компьютерный анализ биопотенциалов мозга как основа оценки и фармакологической коррекции психопатологических состояний: Дис... д-ра биол. наук. – Ростов-на-Дону, 1990. – 408 с.
3. *Рудковский М.В., Омельченко В.П., Матуа С.П.* Дискретный электроэнцефалографический мониторинг фармакотерапии психоневротических больных с использованием метода многомерного шкалирования // Изд. вузов Сев.-Кавк. регион. Естественные науки. – Ростов-на-Дону. – 2003. – № 8. – С. 59-67.

**Омельченко Виталий Петрович**

ГОУ ВПО «Ростовский государственный медицинский университет Росздрава».

E-mail: kng-as@yandex.ru.

г. Ростов-на-Дону, пер. Нахичеванский, 29.

Тел.: 88632632352.

**Omelchenko Vitaliy Petrovich**

Rostov State Medical University.

E-mail: kng-as@yandex.ru.

29, Nakhichevansky side street, Rostov-on-Don, Russia.

Phone: +78632632352.

УДК 621.396.1.001.24, 681.323:621.391

**Е.П. Попечителев, И.В. Разин****МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АДАПТИВНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ  
БИМЕДИЦИНСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

*В работе приведены математические модели адаптивной фильтрации биомедицинских изображений.*

*Контурное описание; адаптивная фильтрация; гладкая функция; дифференциальный оператор; корреляционная матрица; собственный вектор.*

**E.P. Popchitelev, I.V. Razin****MATHEMATICAL MODELS OF THE ADAPTIVE FILTRATION  
OF BIOMEDICAL IMAGES**

*In this work are presented mathematical models of an adaptive filtration of biomedical images.*

*Contour description; adaptive filtration; continuously differentiable function; differentiation operator; correlation matrix, eigenvector.*

**Постановка задачи.** Работа посвящена разработке альтернативных классических инвариантных моделей контурного описания изображения. Подобные задачи в медицинской технике возникают достаточно часто при анализе различных медицинских изображений, отличающихся малым контрастом деталей, большим уровнем помех, относительно малыми размерами исследуемых фрагментов. В качестве примеров можно назвать задачи, связанные с получением диагностически важной информации при анализе рентгенографических, ультразвуковых, магнито-резонансных и других изображений. И задача связана не только с улучшением систем получения сигналов изображений, но и с развитием методов их обработки, в частности, методов выделения значимых фрагментов.

Задача контурного описания далеко не тривиальна – ее решению посвящены сотни работ, однако до сих пор не существует общепринятого определения контура. Наиболее широкое практическое применение нашли два метода контурного описания, основанные на использовании классических дифференциальных операторов

первого и второго порядков – градиента и лапласиана соответственно. Результатом применения градиента является оценка модуля максимальной скорости изменения яркости изображения, в основу второго метода положен посыл пересечения нулевого уровня сигналом свертки изображения с лапласианом и определения местоположения элементов пересечения [1]. Явное предпочтение, отдаваемое инвариантным операторам, объясняется желанием получения адекватной реакции на перепад яркости независимо от его ориентации. Следствием этого является необходимость дифференцирования изображения в ортогональных направлениях. Обладание априорной информацией о локальной ориентации перепада яркости позволило бы решить задачу синтеза дифференциальных операторов, альтернативных градиенту и лапласиану. При этом можно отказаться от операции дифференцирования в одном из направлений, заменив ее противоположной по качеству операцией сглаживания (накопления). Такая замена позволит повысить помехозащищенность альтернативных градиенту и лапласиану дифференциально-сглаживающих операторов.

**Модель фильтрации, основанная на собственных векторах корреляционной матрицы производных изображения по координатным осям.** Решая задачу синтеза дифференциального оператора, позволяющего получить инвариантную (не зависящую от ориентации перепада яркости) оценку производной, используем тот факт, что в любой точке изображения производная функции яркости по направлению градиента принимает наибольшее по сравнению с другими направлениями значение [2]. Использование этого факта позволяет предложить альтернативный подход к формированию контурного описания, результатом которого являются оценки, эквивалентные получаемым при применении к изображению операторов градиента и лапласиана. Необходимую априорную информацию об ориентации перепада можно получить из решения уравнения для средней энергии производной функции яркости по направлению [3]:

$$\overline{E(i, j, \alpha)} = \overline{[\mathbf{u}, \nabla\varphi(i, j)]^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\mathbf{u}, \nabla\varphi(i, j)]^2 W[\varphi_{ij}^{(1+0)}, \varphi_{ij}^{(0+1)}] d\varphi_{ij}^{(1+0)} d\varphi_{ij}^{(0+1)}, \quad (1)$$

где  $[\mathbf{u}, \nabla\varphi(i, j)] = \varphi_{ij}^{(1+0)}(i, j) \cos \alpha + \varphi_{ij}^{(0+1)}(i, j) \sin \alpha$  – производная изображения по направлению единичного вектора,  $\mathbf{u} = \mathbf{i} \cos \alpha + \mathbf{j} \sin \alpha$ ;  $W[\varphi_{ij}^{(1+0)}, \varphi_{ij}^{(0+1)}]$  – совместная плотность распределения производных изображения  $\varphi_{ij}^{(1+0)}$  и  $\varphi_{ij}^{(0+1)}$  по направлениям осей  $i$  и  $j$  соответственно. Представляя квадратичную форму под знаком интеграла (1) в матричной форме, найдем корни характеристического уравнения определителя корреляционной матрицы, определяющие для каждого элемента изображения экстремальные значения средней энергии производной:

$$\overline{E_{\max}^{\min}(i, j)} = \frac{1}{2} \left( \overline{[\varphi_{ij}^{(1+0)}]^2} + \overline{[\varphi_{ij}^{(0+1)}]^2} \pm \sqrt{\left\{ \overline{[\varphi_{ij}^{(1+0)}]^2} - \overline{[\varphi_{ij}^{(0+1)}]^2} \right\}^2 + 4 \overline{[\varphi_{ij}^{(1+0)} \varphi_{ij}^{(0+1)}]^2} \right)^{1/2}. \quad (2)$$

Средняя энергия приобретает экстремальные значения  $\overline{E_{\max}^{\min}(i, j)}$ , если про-

изводная определяется по направлениям ортогональных собственных векторов матрицы, оцениваемых углами поворота их относительно оси  $i$ :

<sup>1</sup> Аргументы  $(i, j)$  производных в выражениях (2), (3) опущены.

$$\alpha_{1,2}(i, j) = \arctg \frac{\left[ \overline{\varphi_{ij}^{(0+1)}} \right]^2 - \left[ \overline{\varphi_{ij}^{(1+0)}} \right]^2 \pm \sqrt{\left\{ \left[ \overline{\varphi_{ij}^{(1+0)}} \right]^2 - \left[ \overline{\varphi_{ij}^{(0+1)}} \right]^2 \right\}^2 + 4 \left[ \overline{\varphi_{ij}^{(1+0)}} \overline{\varphi_{ij}^{(0+1)}} \right]^2}}{2 \left[ \overline{\varphi_{ij}^{(1+0)}} \overline{\varphi_{ij}^{(0+1)}} \right]}. \quad (3)$$

Таким образом, результатом решения уравнения (1) является поле, каждому элементу которого ставится в соответствие два ортогональных собственных вектора матрицы преобразования. Отметим, что величины векторов, определяемые выражением (2), инвариантны к повороту в силу инвариантности характеристического уравнения к любым преобразованиям системы координат [4]. Важно отметить, что в (2), (3) используют сглаженные оценки производных  $\overline{\varphi_{ij}^{(1+0)}}$  и  $\overline{\varphi_{ij}^{(0+1)}}$  по направлениям осей, полученные путем свертки функции изображения  $\Phi$  с дифференциально-сглаживающими операторами, приведенными соответственно на рис. 1, a, b. Корень квадратный из  $\overline{E_{\max}(i, j)}$  по определению представляет собой оценку максимального модуля производной изображения по направлению в среднеквадратическом смысле, а  $\alpha_1(i, j)$  – оценку направления максимальной скорости изменения для функции яркости изображения.

Результаты экспериментальных исследований показали высокую точность оценки направлений собственных векторов определителя матрицы: максимальное отклонение оценки среднего от заданной ориентации выбранной синусоидальной модели перепада яркости составило  $0,144^\circ$ , а максимальное СКО ( $\alpha_1$ ) не превысило  $0,485^\circ$ .

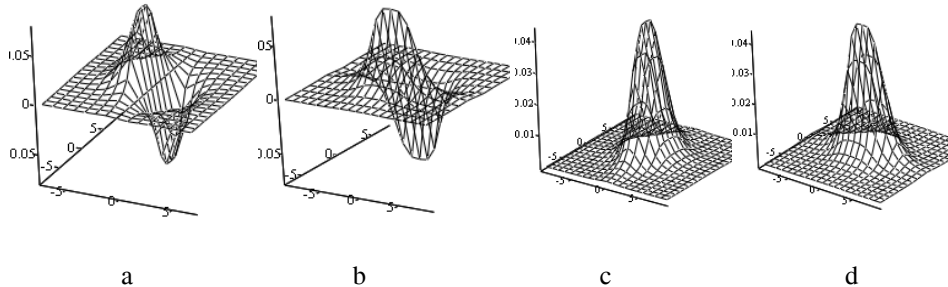


Рис. 1

Локализация и усреднение оценок энергий производных  $\left[ \overline{\varphi_{ij}^{(1+0)}} \right]^2$ ,  $\left[ \overline{\varphi_{ij}^{(0+1)}} \right]^2$  в (2), (3) обеспечивается с помощью операции свертки выражений под чертой сверху с анизотропными операторами, приведенными соответственно на рис. 1, c, d. Анизотропные свойства проявляются в заметной на рисунках преимущественной вытянутости их весовой функции в направлении одной из осей. Эти операторы синтезированы с помощью гладких функций Лоренца, Гаусса, Моффата и Баттерворта и приведены в работе [5]. Специально вводимая для этих операторов анизотропия позволяет «усилить» эффект сглаживания энергий производных в направлении, ортогональном направлению дифференцирования, и обеспечивается заданием единственного параметра выбранных для сглаживания гладких функций. Так, для сглаживания энергии производной  $\overline{\varphi_{ij}^{(1+0)}}$  используется оператор, пред-

ставленный на рис. 1,с, а для сглаживания энергии производной  $\varphi_{ij}^{(0+1)}$  – оператор на рис. 1,d. Напротив, локализация и усреднение оценки взаимной энергии производных  $\left[ \varphi_{ij}^{(1+0)} \varphi_{ij}^{(0+1)} \right]^2$  обеспечивается с помощью изотропного сглаживающего оператора. Такой оператор обладает свойством центральной симметрии. Необходимо отметить, что все весовые коэффициенты любого сглаживающего оператора положительны, а их сумма (путем нормировки) равна единице, что полностью удовлетворяет условиям определения совместной плотности распределения производных изображения в (1).

Таким образом, за счет дополнительного усреднения энергий выражения (2), (3) определяют некоторые взвешенные по окрестности каждого элемента изображения оценки, что делает их в сравнении с классическим градиентом более помехозащищенными.

**Модель адаптивной фильтрации, основанная на априорном знании ориентации перепада яркости.** Основываясь на упомянутом выше свойстве производной принимать максимальное значение в направлении градиента, можно предположить, что в ортогональном направлении скорости изменения яркости будет существенно меньше величины градиента. При таком предположении, что действительно характерно для перепада яркости, потребуем, чтобы дифференцирование сигнала осуществлялось только в направлении градиента функции яркости, а в ортогональном направлении сохранялось бы сглаживающее действие гладкой функции. Таким образом, взамен необходимых при оценке градиента и лапласиана операций дифференцирования в ортогональных направлениях предлагается обратная по своему качеству операция – накопления сигнала. Тем самым, за счет накопления сигнала в ортогональном направлении повышается помехозащищенность процедуры формирования контурного описания. Заметим, что при низком отношении сигнал/шум предпочтение следует отдать дифференциальному оператору, синтезированному на основе функции Баттерворта, имеющему вследствие меньшего по величине экстремума более плавное стремление к нулевому уровню.

В основе альтернативного подхода к формированию контурного описания изображения лежит задача синтеза дифференциально-сглаживающего оператора, весовая функция которого была бы адаптирована сообразно полученной априори оценке локальной ориентации перепада яркости изображения. В качестве таковой предлагается использовать оценку, формируемую согласно выражению (3). При такой постановке задачи весовая функция дифференциально-сглаживающего оператора должна быть пространственно-зависимой функцией, адаптированной в каждой точке изображения в соответствии с оценкой направления максимальной скорости изменения функции яркости изображения в этой точке. В этом случае математическая модель фильтрации в аналоговой форме представима интегралом Фредгольма первого рода [1]:

$$g(i, j) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(k, n) h(k, n, i, j) dkdn . \quad (4)$$

Процедура адаптации означает, что для каждого элемента изображения с координатами  $(i, j)$  необходимо осуществить поворот весовой функции  $h(k, n, i, j)$  дифференциально-сглаживающего оператора относительно начала координат на угол  $\alpha_1(i, j)$ . Используя известные соотношения, связывающие координаты ис-

ходной и повернутой на этот угол системы координат, весовые функции дифференциально-сглаживающих операторов первого и соответственно второго порядка будут выражаться следующим образом:

$$h_{**}^{(1)}(k, n, i, j) = h_*^{(1)}(k \cos \alpha_1(i, j) + n \sin \alpha_1(i, j)) h_*(-k \sin \alpha_1(i, j) + n \cos \alpha_1(i, j)), \quad (5)$$

$$h_{**}^{(2)}(k, n, i, j) = h_*^{(2)}(k \cos \alpha_1(i, j) + n \sin \alpha_1(i, j)) h_*(-k \sin \alpha_1(i, j) + n \cos \alpha_1(i, j)), \quad (6)$$

$$\text{где}^2 \quad h_G(k) = \exp(-k^2/2\sigma_{0G}^2), \quad h_L(k) = \frac{1}{1+(k^2/\sigma_{0L}^2)^b}, \quad h_M(k) = \frac{1}{(1+k^2/\sigma_{0M}^2)^b},$$

$$h_B(k) = \frac{1}{1+(k/\sigma_{0B})^b} - \text{функции соответственно Гаусса, Лоренца, Моффата и Бат-$$

$$\text{терворта; } h_G^{(1)}(k) = (-k/\sigma_{1G}^2) \exp(-k^2/2\sigma_{1G}^2), \quad h_L^{(1)}(k) = \frac{-4k^3}{\sigma_{1L}^4 (1+k^4/\sigma_{1L}^4)^2},$$

$$h_M^{(1)}(k) = \frac{-4k}{\sigma_{1M}^2 (1+k^2/\sigma_{1M}^2)^3}, \quad h_B^{(1)}(k) = \frac{-2k}{\sigma_{1B}^2 (1+k^2/\sigma_{1B}^2)^2} - \text{производные первого}$$

порядка этих функций; а  $h_G^{(2)}(k) = [(k^2 - \sigma_{2G}^2)/\sigma_{2G}^4] \exp(-k^2/2\sigma_{2G}^2)$ ;

$$h_L^{(2)}(k) = \frac{32k^6 - 12k^2 \sigma_{2L}^4 (1+k^4/\sigma_{2L}^4)}{\sigma_{2L}^8 (1+k^4/\sigma_{2L}^4)^3}; \quad h_M^{(2)}(k) = \frac{24k^2 - 4\sigma_{2M}^2 (1+k^2/\sigma_{2M}^2)}{\sigma_{2M}^4 (1+k^2/\sigma_{2M}^2)^4};$$

$$h_B^{(2)}(k) = \frac{8k^2 - 2\sigma_{2B}^2 (1+k^2/\sigma_{2B}^2)}{\sigma_{2B}^4 (1+k^2/\sigma_{2B}^2)^3} - \text{производные второго порядка соответ-$$

ствующих гладких функций при  $b=2$  [5]. Очевидно, что сомножители  $\sigma_{**}^*$  в знаменателях приведенных выражений для производных можно опустить.

Выражения (5), (6) имеют и другую форму записи:

$$h_{**}^{(1)}(k, n, i, j) = h_*^{(1)}(k \cos \alpha_1(i, j) + n \sin \alpha_1(i, j)) h_*(k \cos \alpha_2(i, j) + n \sin \alpha_2(i, j)),$$

$$h_{**}^{(2)}(k, n, i, j) = h_*^{(2)}(k \cos \alpha_1(i, j) + n \sin \alpha_1(i, j)) h_*(k \cos \alpha_2(i, j) + n \sin \alpha_2(i, j)).$$

Примеры повернутых на произвольный угол дифференциальных операторов первого (5) и второго (6) порядков приведены на рис. 2,а,б. Отметим при этом, что подобный поворот на произвольный угол для классических дифференциальных операторов Превитта, Собела, Кирша и т.п. принципиально невозможен.

Для дискретной формы записи выражения (4) выходной сигнал адаптивного дифференциально-сглаживающего фильтра первого порядка с учетом (5) выражается следующим образом:

$$|\nabla \varphi(i, j)| = \left| \sum_k \sum_n \varphi(i-k, j-n) h_*^{(1)}(k \cos \alpha_1(i, j) + n \sin \alpha_1(i, j)) h_*(k \cos \alpha_2(i, j) + n \sin \alpha_2(i, j)) \right|. \quad (7)$$

В свою очередь выходной сигнал адаптивного дифференциально-сглаживающего фильтра второго порядка с учетом (6) определяется выражением

<sup>2</sup> Нижний индекс при  $h$  заменяется заглавной буквой выбранной гладкой функции  $G, L, M$  или  $B$ .

$$\nabla^2 \varphi(i, j) = \sum_k \sum_n \varphi(i-k, j-n) h_*^{(2)}(k \cos \alpha_1(i, j) + n \sin \alpha_1(i, j)) h_*^{(1)}(k \cos \alpha_2(i, j) + n \sin \alpha_2(i, j)). \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) в общем виде определяют математическую модель адаптивной фильтрации и позволяют получить инвариантные к повороту оценки максимального модуля производной изображения первого порядка и производной второго порядка соответственно, остается лишь выбрать гладкие функции  $h_*$ ,  $h_*^{(1)}$ , и  $h_*^{(2)}$  произведя в них формальную замену переменных.

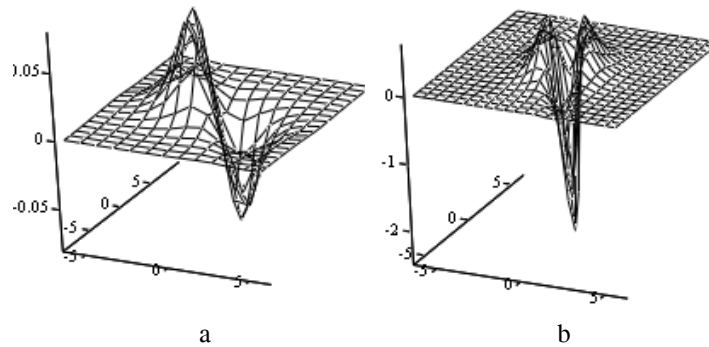


Рис. 2

**Модель адаптивной фильтрации, основанная на априорном знании статистик второго порядка.** Полученные априори оценки (2), (3) собственных векторов матрицы преобразования системы координат дают возможность адаптировать пространственные размеры весовой функции фильтра к частотным свойствам поведения функции яркости. Известно, что корень из отношения средней энергии производной сигнала к средней энергии собственно сигнала позволяет получить оценку его среднеквадратической частоты [6]. Тогда выражение  $\sqrt{E_{\max}(i, j) / E_{\min}(i, j)}$  определяет максимальное отношение локальных среднеквадратических частот и дает оценку степени анизотропии перепада яркости. Чем больше величина этой оценки, тем более протяженную форму имеет перепад яркости, и тем большую величину параметра «сглаживания»  $\sigma_{0*}$  мы можем задать, определив ее выражением

$\sigma_{0*}(i, j) = \sqrt{E_{\max}(i, j) / E_{\min}(i, j)} \times \sigma_{1*}$ . Тем самым, изменяя пространственные размеры апертуры фильтра, мы имеем возможность дополнительно адаптировать его весовую функцию к протяженности перепада яркости.

**Заключение.** Анализ результатов проведенных исследований показал, что адаптивный фильтр обеспечивает по сравнению, например, с известным фильтром Марра–Хилдрета меньшую вероятность пропуска контурного сигнала после порогового его ограничения при равных оценках вероятностей появления ложного сигнала [7]. Адаптивный фильтр при отношении сигнал/шум, близком к единице, лучше разрешает близко расположенные контуры, что важно в задачах сегментации малоразмерных объектов изображения.

Применение подобных фильтров для комплексов анализа медицинских изображений позволит анализировать скрытые на сегодня фрагменты малоразмерных и малоcontrastных изображений и тем самым повысит качество медицинской диагностики по данным системам медицинской визуализации.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ.; Под ред. П.А. Чочиа. – М.: Техносфера, 2005. – 1070 с.
2. Кожевников Н.И., Краснощекова Т.И., Шишкин Н.Е. Ряды и интеграл Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа. – М.: Наука, 1964. – 183 с.
3. Разин И.В., Эмдин В.С. О системе инвариантов энергетического спектра градиентных изображений произвольного порядка применительно к анализу текстуры // Автометрия. – 2003. – Т. 39, № 4. – С. 93-108.
4. Анго А. Математика для электро-и радиоинженеров. – М.: Наука, 1967. – 778 с.
5. Разин И.В. О моделях дифференциальных операторов для подчеркивания и локализации перепадов яркости изображения // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 10 (99). – С. 77-82.
6. Разин И.В. Среднеквадратические частоты в задаче описания случайных сигналов и полей посредством нулей. // Известия СПбГЭТУ: Сб. тр. «Биотехнические системы в медицине и экологии». – 2006. – Вып. 2. – С. 59-69.
7. Разин И.В., Попечителев Е.П. Математическая модель адаптивного фильтра для формирования контурного сигнала изображения // Известия вузов Радиоэлектроника. – 2007. – № 1. – С. 24-36.

**Попечителев Евгений Парфирович**

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ”.  
E-mail: eugeny\_p@mail.ru.  
195257, г. Санкт-Петербург, Северный пр., 65/1, кв. 169.  
Тел.: +79219465462.

**Разин Игорь Вениаминович**

E-mail: IVRazin@mail.eltech.ru.  
197376, г. Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, 5.  
Тел.: 88123464487.

**Popchitelev Evgenij Parfirovich**

Saint Petersburg Electrotechnical University “LETI”.  
E-mail: eugeny\_p@mail.ru.  
65/1, Severnyj pr., app.169, Saint Petersburg, 195257, Russia.  
Phone: +79219465462.

**Razin Igor Veniaminovich**

E-mail: IVRazin@mail.eltech.ru.  
5, Professor Popov street, Saint Petersburg, 197376, Russia.  
Phone: +78123464487.

УДК 615.471:612.143

**Е.П. Попечителев, А.В. Чашин**

**КОМПРЕССИОННО-ОБЪЕМОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
ГЕМОДИНАМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

*Представлены принципы, перспективы и результаты исследований объемнометрических изменений в организме, связанных с жидкостным обменом и перераспределением в тканях. Они основаны на управлении вкладом разных тканей в общие объемные изменения, путём дозируемой компрессии и частотного разделения пульсовых и медленноволновых составляющих.*

*Функциональная проба с дозированной компрессией; объемнометрические изменения; спектрограмма осциллометрического сигнала; биомеханическая фильтрация.*