

С приближением к мысу фронт нелинейной поверхностной волны начинает искривляться и стремится стать нормальным к береговой линии. По направлению оси  $x$  наряду с уменьшением длины волны наблюдается искажение профиля волны, который становится все круче.

В заключении можно отметить, что рассмотренный метод позволяет проследить рефракцию нелинейных поверхностных гравитационных волн на береговых образованиях в условиях залива.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шулейкин В.В. Физика моря. – М.: Наука, 1968. – 587 с.
2. Крылов А.Н. К теории рефракции морских волн // Труды ГОИН. – 1950. – Вып. 16. – С. 95.
3. Аббасов И.Б. Пространственное моделирование волновых явлений на поверхности залива // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественная серия. – 2001. – № 4. – С. 56-57.
4. Лемб Г. Гидродинамика. – М.: Гостехиздат, 1947. – 524 с.
5. Габов С.А. Введение в теорию нелинейных волн. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 176 с.
6. Аббасов И.Б. Исследование и моделирование рефракции нелинейных поверхностных гравитационных волн в заливе // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. Т. 40. – 2004. – № 3. – С. 423-426.
7. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1973. – 416 с.

#### **Аббасов Ифтихар Балакишиевич**

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: igkd@egf.tsure.ru.

347928, Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634371794.

#### **Abbasov Iftikhar Balakishi**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: igkd@egf.tsure.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: +78634371794.

УДК 53.004

**В.А. Жорник, Ю.А. Прокопенко**

#### **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРОВ ПРИ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

*Проводится исследование термостойкости стеклянных покрытий на внутренней поверхности стальных труб. Показано, что наличие поверхностных трещин различной глубины приводит к значительному разбросу значений прочности и термостойкости покрытия, характеризующиеся функцией распределения. Производится расчет функций распределения термостойкости с использованием теории трещин и сравнивается с экспериментальными данными.*

*Покрытие; трещина; коэффициент интенсивности напряжения; функция распределения термостойкости.*

V.A. Zhornik, Yu.A. Prokopenko

**TWO-LAYERED CYLINDER FRACTURE UNDER THERMAL INFLUENCE MODELING**

*Thermal stability of glass covering on inner surfaces of steel tubes is investigated. It is shown that the surface cracks presence of different depth leads to considerable scatter of strength and thermal stability values of the covering which is characterized by distribution function. Distribution function of thermal stability is computed using crack theory, the comparison with experimental data is fulfilled.*

*Covering; crack; stress intensity factor; heat resistance distribution function.*

Двухслойные, в частности стеклометаллические цилиндры (металлическая труба с внутренним стеклянным покрытием) в процессе эксплуатации подвергаются резким теплосменам. Эти теплосмены за счет градиентов температур могут вызвать разрушение стеклянного покрытия. Поэтому образцы остеклованных труб испытываются на термостойкость в лабораторных условиях. Образец остеклованной трубы нагревается до определенной температуры  $T_0$ , выдерживается некоторое время при ней до полного прогрева и далее охлаждается в воде при температуре  $\theta$ . За меру термостойкости принимается разность температур  $T_0 - \theta$ , при которой образец разрушается. В работе [1] показано, что термостойкость остеклованных труб, полученных баллонным способом, зависит от температуры  $T_n$  нанесения покрытия. Причем чем выше температура нанесения покрытия, тем выше термостойкость, которая зависит от степени сцепления металла со стеклом  $\chi$ .

В работе авторов [2] проводится расчет термостойкости стеклянного покрытия, который заключался в следующем. В процессе резкого охлаждения на внутренней поверхности стеклянного покрытия за счет градиентов температур возникают температурные напряжения растяжения. Эти напряжения вызывают разрушение покрытия, если они превысят техническую прочность стекла на растяжение в воде. Причем при расчете термостойкости учитывалась степень сцепления стекла с металлом на контактной поверхности  $\chi$ . Была получена формула для расчета средней термостойкости, которая имеет вид

$$T_0 - \theta = \frac{[\sigma^B + \chi \frac{\beta + 2\gamma}{\eta\beta - 2\gamma^2} \mu(\alpha_{T_2} - \alpha_{T_1})(T_g' - \theta)](1 - \nu_1)}{\alpha_{T_1} E_1 \sigma_{zz}^*(m, Fo)_{\max}}, \quad (1)$$

где  $\sigma^B$  – техническая прочность в воде;  $\chi$  – степень сцепления стекла с металлом;

$$\beta = \mu \left( 1 + \frac{r_0^2}{r_c^2} \right) \frac{1}{E_1} + \left( 1 - \frac{R^2}{r_c^2} \right) \left( \frac{\nu_2}{E_2} - \frac{\nu_1}{E_1} \right) - \left( 1 + \frac{r_0^2}{r_c^2} \right) \frac{1}{E_2}; \mu = \frac{r_c^2 - R^2}{r_c^2 - r_0^2};$$

$$\gamma = \mu \frac{\nu_1}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2}; \eta = \mu \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2}; \sigma_{zz}^*(m, Fo) - \text{безразмерное осевое напряжение}$$

на поверхности покрытия в зависимости от  $Fo$  приведено на рис. 1 для различных  $\rho = r/r_c$  для степени сцепления  $\chi = 0,49$  при температуре нанесения по-

крытия  $T_n = 973K$ ;  $Fo = \frac{a_1 t}{r_c^2}$ ;  $m = \frac{r_0}{r_c}$ ;  $T'_g$  – температура стеклования стекла;

$a_1 = \frac{\lambda_{T_1}}{\rho_1 c_1}$  – температуропроводность стекла.

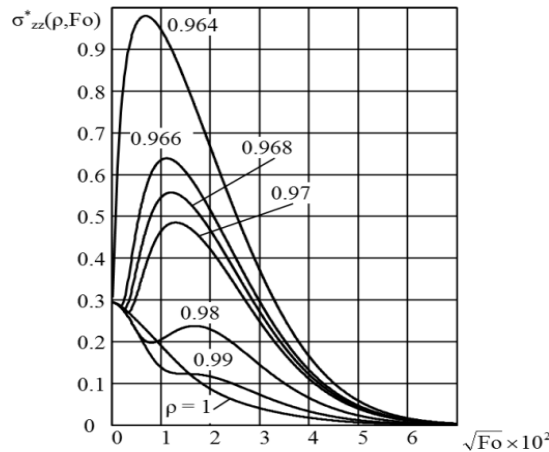


Рис. 1. Распределение осевого напряжения по сечению покрытия в зависимости от времени при двухстороннем охлаждении

Для экспериментальных и теоретических исследований термостойкости внутреннего стеклянного покрытия использовались стекло №1, наносимое на металлическую трубу (сталь 10). При этом термомеханические постоянные этих материалов следующие: стекло №1 (индекс 1), сталь 10 (индекс 2); модули упругости  $E_1 = 6,644 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ,  $E_2 = 19,6 \cdot 10^{10} \text{ Н/м}^2$ ; коэффициенты термического расширения  $\alpha_{T_1} = 89 \cdot 10^{-7} \text{ К}^{-1}$ ,  $\alpha_{T_2} = 146 \cdot 10^{-7} \text{ К}^{-1}$ ; коэффициенты Пуассона  $\nu_1 = 0,22$ ,  $\nu_2 = 0,28$ ; плотности  $\rho_1 = 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_2 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ; удельные теплоемкости  $c_1 = 960 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ ,  $c_2 = 500 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ , теплопроводности  $\lambda_{T_1} = 878 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ,  $\lambda_{T_2} = 57 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$ ; прочность стекла на растяжение в воде  $\sigma^B = 56,3 \cdot 10^7 \text{ МПа}$ ; температура стеклования  $T'_g = 773K$ ; температура охлаждающей среды  $\theta = 293K$ . Геометрические размеры: внешний радиус стальной трубы  $R = 16 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; внутренний радиус стальной трубы (внешний стеклянной)  $r_c = 14 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; внутренний радиус стеклянной трубы  $r_0 = 13,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; длина трубы  $\ell = 10^{-1} \text{ м}$ ;  $m = 0,964$ .

С использованием вышеуказанных постоянных по (1) рассчитывалась средняя термостойкость (из 50 образцов) покрытия стекла №1 при интенсивности теплообмена  $Bi_1 = \frac{\alpha_1 r_c}{\lambda_{T_1}} = 380$ ,  $Bi_2 = \frac{\alpha_2}{\lambda_{T_1} + \alpha_2 d / \lambda_{T_2}} r_c = 210$ , где при двухстороннем

охлаждении  $\alpha_1 = \alpha_2$  и равны согласно [3]  $25 \cdot 10^3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}$ .

В данной работе проводилось сравнение средних экспериментальных значений термостойкости (из 50 образцов)  $(T_0 - \theta)_{\text{экс}} = 230K$ , полученных в [1], со

средними теоретическими значениями  $(T_0 - \theta)_{теор} = 223 \text{ K}$ , полученных в [2]. При расчете термостойкости прочность стекла на растяжение в воде принималась равной  $\sigma_{ср}^B = 56,3 \text{ МПа}$ . Эта прочность выбиралась из следующих соображений. В работе [4] прочность стекла №1 измерялась методом чистого изгиба полосок толщиной  $3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , так что разрушение начиналось с поверхности стекла вдали от торцов. Поскольку поверхностные трещины имеют различную глубину, то прочность определялась в виде функции распределения из 50 образцов. При определении прочности образцы прогревались до температуры 323 K для удаления влаги. На рис. 2 (сплошная линия) приведена функция распределения прочности на растяжение стеклянных полосок, измеренная на воздухе. Подобная функция распределения прочности приведена в [5]. Как видно из рисунка, разброс значений прочности довольно велик и находится в пределах  $40 \text{ МПа} \leq \sigma \leq 110 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{ср} = 79 \text{ МПа}$ . Поскольку остеклованные трубы испытывались в воде, причем были прогреты до температуры  $\sim 500 \text{ K}$ , то необходимо уменьшить прочность, согласно [5], на 29%. На рис. 2 эта кривая распределения прочности стекла в воде изображена пунктирной линией, из которой видно, что средняя прочность стекла в воде  $\sigma_{ср}^B = 56,3 \text{ МПа}$  при разбросе  $28,4 \text{ МПа} \leq \sigma^B \leq 78 \text{ МПа}$ .

Поскольку прочность на растяжение стекла имеет довольно широкий разброс значений, то и термостойкость покрытий стеклометаллических труб также имеет разброс значений. На рис. 3 приведены экспериментальные точки (x) для функций распределения термостойкости стеклометаллического цилиндра с внутренним покрытием из стекла №1 при двухстороннем охлаждении из 50 образцов при температуре нанесения покрытия  $T_{и} = 973 \text{ K}$  ( $\chi = 0,49$ ), полученная в [4]. На этом же рисунке приведена теоретическая функция распределения термостойкости (пунктирная линия), соответствующая функции распределения прочности в воде (рис. 2, пунктирная линия), рассчитанная по (1).

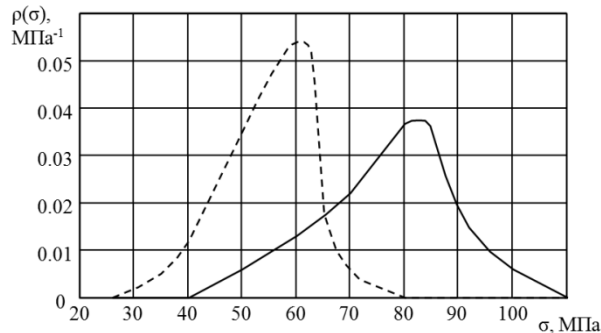


Рис. 2. Функции распределения прочности стеклянных пластин, измеренных — на воздухе, - - - - в воде ( $n=50$ ).

Из рис. 3 видно, что хорошее совпадение расчетных значений термостойкости по (1) с экспериментальными данными наблюдается для высокой термостойкости (большой прочности образцов), для малой термостойкости (малой прочности) — несовпадение значений. Экспериментальные значения оказываются выше расчетных по (1).

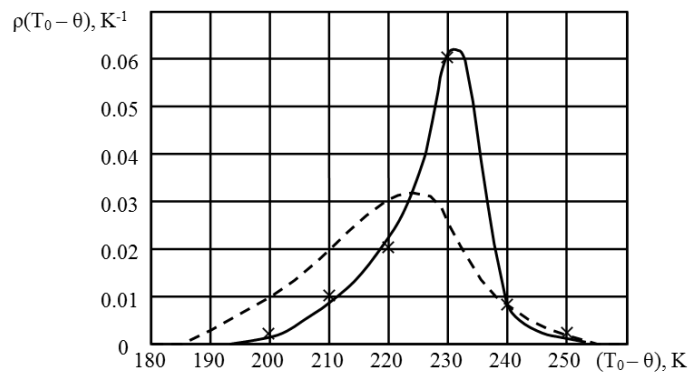


Рис. 3. Функции распределения термостойкости образцов с покрытием стекла №1 (двухстороннее охлаждение,  $T_H = 973\text{ K}$ ,  $n = 50$ )  $\times$  – экспериментальные значения, пунктирная линия расчет по (1), сплошная линия – расчёт по (37)

Такое несовпадение объясняется следующим. В [2] при теоретическом исследовании термостойкости стеклометаллического цилиндра и при получении выражения (1) предполагалось, что в случае достижения осевым напряжением на поверхности покрытия технической прочности стекла на растяжение стеклянное покрытие разрушается, а перепад температуры  $T_0 - \theta$  между начальной температурой нагретого цилиндра  $T_0$  и температурой охлаждающей среды  $\theta$  принимается за термостойкость изделия. В этом случае негласно (с точки зрения теории трещин) предполагается, что на берегах начальных поверхностных трещин возникает нагрузка, равномерно распределенная по берегам трещин и равная нагрузке на поверхности покрытия.

Однако это не совсем так. Согласно рис. 1 осевые напряжения резко снижаются при увеличении радиуса, что нужно учитывать при расчете термостойкости. В данной работе производится расчет термостойкости покрытия с точки зрения распространения поверхностных трещин под действием нестационарных температурных полей. Для этого, прежде всего необходимо оценить размер (глубину) поверхностных трещин в неорганических стеклах. В теории трещин показано, что напряжения в кончике трещины произвольной формы носит сингулярный характер, который имеет вид  $1/\sqrt{r}$ , где  $r$  – расстояние от вершины трещины. В частности, у вершины растягиваемой трещины компоненты тензора напряжений имеют вид

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta), \quad (2)$$

где  $\theta$  – полярный угол,  $K_I$  – коэффициент интенсивности напряжений (КИН), который является функцией внешней нагрузки, конфигурации тела и трещины и т.д., но не зависит от координат  $r$  и  $\theta$ . Большинство известных в литературе моделей локального разрушения хрупких и макроскопически хрупких тел (размер зоны пластичности, предразрушения перед кончиком трещины значительно меньше размера трещины), каковым удовлетворяют неорганические стекла, эквивалентны модели Гриффитса-Ирвина. В рамках этой модели локальные свойства материала оказывают сопротивление развитию в нем трещины (его трещиностой-

кость) определяются только значением коэффициента  $K_I$ . При достижении  $K_I$  критического значения  $K_{IC}$  (трещиностойкости материала, зависящей в общем случае от температуры, среды и т.д.), трещина начинает распространяться. Для определения размеров начальных трещин в покрытии воспользуемся функцией распределения прочности на растяжение (сплошная кривая рис. 2). Пользуясь предельными значениями прочности  $\sigma_{\min} = 40$  МПа и  $\sigma_{\max} = 110$  МПа, найдем глубину трещин  $\ell_{\max}$  и  $\ell_{\min}$ . Для этого воспользуемся результатами работы [6], в которой определяется КИН для полупространства с краевой поперечной трещиной на свободной от нагрузки поверхности. Причем на берегах трещины приложена нормальная нагрузка, заданная в виде

$$\sigma(x) = \sum_n \sigma_n x^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где  $x$  – координата точки берега трещины, отсчет которой ведется от свободной от нагрузки поверхности вглубь полупространства. КИН для этого случая имеет вид

$$K_I = \sqrt{\pi} \sqrt{\ell} \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \ell^n K_1^{(n)}, \quad (4)$$

где  $K_1^{(n)}$  приведены в [6]. Как указывалось выше, прочность на растяжение измерялась изгибом стеклянных полосок. Для определения глубины начальных трещин  $\ell$  необходимо учесть, что при испытании на изгиб напряжение по толщине стеклянной полоски изменяется по линейному закону, и поэтому, согласно (3) и (4):

$$K_I = \sqrt{\pi} \sqrt{\ell} \sigma \left[ K_1^{(0)} - \frac{2\ell}{d} K_1^{(1)} \right]. \quad (5)$$

Разрушение наступает тогда, когда  $K_I$  достигает критического значения  $K_{IC}$ . Для неорганического стекла согласно [7], [8]  $K_{IC} \sim 0,71 \text{ МПа м}^{1/2}$ .

Подставив это значение в (5) с учетом предельных значений  $\sigma$  –  $\sigma_{\min} = 40 \text{ МПа}$  и  $\sigma_{\max} = 110 \text{ МПа}$ , получим

$$\ell_{\max} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 0,08 \text{ мм}, \quad \ell_{\min} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 0,01 \text{ мм}.$$

Такие же предельные размеры глубины трещин для неорганических стекол приведены в [9]. Таким образом, начальные длины трещин в безразмерном виде равны  $\alpha_{\min} = \frac{r_0 + \ell_{\min}}{r_c} = 0,965$ ,  $\alpha_{\max} = \frac{r_0 + \ell_{\max}}{r_c} = 0,970$ .

Для дальнейшего необходимо КИН, выражаемый формулой (4), применить для развития трещин в цилиндрическом тонком покрытии  $\frac{d}{r_c} \sim 0,036 \ll 1$ , рассматривая покрытие как пластину (слой).

Для этого осевое напряжение в стеклянном покрытии  $r_0 < r < r_c$ , которое вызывает рост трещин, аппроксимируем по  $\Gamma$  полиномом по четным степеням:

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sum_{i=0}^k \sigma_{2i} \rho^{2i} = \sum_{i=0}^k \sigma_{2i} m^{2i} \left(1 + \frac{x}{mr_c}\right)^{2i}, \quad k = 4. \quad (6)$$

Это выражение можно представить в виде

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i} m^{2i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{2i}^n}{(mr_c)^n} x^n, \quad (7)$$

где  $\rho = \frac{r}{r_c}$ ;  $x$  – координата точки берега трещины;  $C_{2i}^n = \frac{2i(2i-1)\dots(2i-(n+i))}{n!}$  –

число сочетаний из  $2i$  элементов по  $n$ .

Из сравнения (7) и (3) видно, что

$$\sigma_n = \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i} m^{2i} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{C_{2i}^n}{(mr_c)^n}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (4), получим выражение для КИН

$$K_I = \sqrt{\pi} \sqrt{\ell} \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i} m^{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2i}^n \left(\frac{\ell}{mr_c}\right)^n K_1^{(n)}, \quad (9)$$

Учитывая, что длина трещины  $\ell$  равна  $r_d - r_0$ , где  $r_d$  – радиус кончика трещины, перепишем (9) в виде

$$K_I = \sqrt{\pi r_c} \sqrt{\alpha - m} \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i} m^{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2i}^n \left(\frac{\alpha}{m} - 1\right)^n K_1^{(n)}, \quad (10)$$

где  $\alpha = \frac{r_d}{r_c}$  – относительная глубина трещины.

Запишем  $K_I$  в безразмерном виде

$$\overline{K_I} = \frac{K_I (1 - \nu_1)}{\sqrt{\pi r_c} \alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)} = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} \sum_{i=0}^4 \overline{\sigma_{2i}} m^{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2i}^n \left(\frac{\alpha}{m} - 1\right)^n K_1^{(n)}, \quad (11)$$

где  $\overline{\sigma_{2i}}$  – безразмерные коэффициенты в разложении (6), записанные в безразмерном виде

$$\overline{\sigma_{zz}(\rho, Fo)} = \sum_{i=0}^4 \overline{\sigma_{2i}(Fo)} \rho^{2i}, \quad (12)$$

где

$$\overline{\sigma_{zz}(\rho, Fo)} = \frac{\sigma_{zz}^{(1)}(1 - \nu_1)}{\alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)}, \quad \overline{\sigma_{2i}(Fo)} = \frac{\sigma_{2i}(1 - \nu_1)}{\alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)}. \quad (13)$$

Согласно (1), безразмерное осевое напряжение в покрытии  $\sigma_{zz}^*(\rho, Fo)$  с учетом (13) и разложения по четным степеням  $\rho$  имеет вид

$$\sigma_{zz}^*(\rho, Fo) = \overline{\sigma_{zz}(\rho, Fo)} + A \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)} = \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i}^*(Fo) \rho^{2i}, \quad (14)$$

где

$$A = \frac{\chi(\beta + 2\gamma)\mu(\alpha_{T_2} - \alpha_{T_1})(T'_s - \theta)}{\eta\beta - 2\gamma^2}. \quad (15)$$

Поэтому

$$\overline{\sigma_{zz}(\rho, Fo)} = \sigma_{zz}^*(\rho, Fo) - A \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1(T_0 - \theta)}, \quad (16)$$

а из сравнения (12) и (14) следует

$$\overline{\sigma_0} = \sigma_0^* - A \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1(T_0 - \theta)}, \quad \overline{\sigma_{2i}} = \sigma_{2i}^*, \quad (i=1,2,\dots). \quad (17)$$

На рис. 1 приведены графики зависимости  $\sigma_{zz}^*(\rho, Fo)$  (сплошные линии) и  $\sum_{i=0}^4 \sigma_{2i}^*(Fo)\rho^{2i}$  (пунктирные линии), которые совпали со сплошными, из которых видно, что аппроксимация довольно точна.

Подставив (17) в (11), получим КИН для двухслойного цилиндра в безразмерном виде

$$K_I^*(\alpha, Fo) = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i}^* m^{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2i}^n \left(\frac{\alpha}{m} - 1\right)^n K_1^{(n)}, \quad (18)$$

где

$$K_I^*(\alpha, Fo) = \left(\frac{K_I}{\sqrt{\pi c}} + \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} A K_1^{(0)}\right) \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1(T_0 - \theta)}. \quad (19)$$

Из (18) следуют два частных случая.

Первый случай связан с постоянной нагрузкой на берегах трещины, т.е. в (14) необходимо положить  $\sigma_{2i}^* = 0$  ( $i = 1, 2, \dots$ ),  $\sigma_0^* = \text{const}$ .

Поэтому в (18) необходимо взять только нулевой член ( $n = 0, i = 0$ ):

$$K_I^*(\alpha, Fo) = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} \sigma_0^*(Fo) K_1^{(0)}. \quad (20)$$

Второй случай связан с трещинами очень малой глубины, т.е.  $\alpha \sim m$ , тогда в (18) под знаком суммы по  $n$  исчезают все члены, кроме нулевого, и (18) принимает вид

$$K_I^*(\alpha, Fo) = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i}^*(Fo) m^{2i} C_{2i}^0 K_1^{(0)}, \quad (21)$$

где  $C_{2i}^0 = 1$ , т.е.:

$$K_I^*(\alpha, Fo) = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i}^*(Fo) m^{2i}, \quad (22)$$

и, согласно (14):

$$K_I^*(\alpha, Fo) = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} \sigma_{zz}^*(m, Fo). \quad (23)$$



График зависимости  $\sigma_{zz}^*(m, Fo)$  для  $\chi = 0,49$  приведен на рис. 1 ( $\rho = m = 0,964$ ).

Выражения (20) и (23) имеют одинаковый вид в связи с тем, что для мельчайших трещин напряжение на берегах трещины можно считать постоянным и равным напряжению на поверхности, что и использовалось ранее для расчета термостойкости по (1). Покажем это, подставив (19) в (23):

$$\left( \frac{K_I}{\sqrt{\pi r_c}} + \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} A \right) \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)} = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} \sigma_{zz}^*(m, Fo), \quad (24)$$

отсюда с учетом (14) и (13):

$$\begin{aligned} & \left( \frac{K_I}{\sqrt{\pi r_c}} + \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} A \right) \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)} = \\ & = \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} \left( \sigma_{zz}^{(1)}(r_0, Fo) + A \right) \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} \frac{K_I}{\sqrt{\pi r_c}} &= \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} \sigma_{zz}^{(1)}(r_0, t) \\ \text{и } \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} &= \frac{K_I(\alpha, t)}{\sqrt{\pi r_c} \sigma_{zz}^{(1)}(r_0, t)}. \end{aligned} \quad (26)$$

В (26)  $\sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)}$  для данного размера очень малой трещины – величина постоянная за счет того, что  $K_1(\alpha, t)$  и  $\sigma_{zz}^{(1)}(r_0, t)$  изменяются синхронно во времени. Когда  $\sigma_{zz}^{(1)}(r_0, t)$  во времени достигает прочности стекла на растяжение  $\sigma$ , тогда  $K_1(\alpha, t)$  достигает  $K_{IC}$  – трещиностойкости.

В этом случае (26) записывается в виде

$$\sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} K_1^{(0)} = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi r_c} \sigma}. \quad (27)$$

Подставив это выражение в (24), имеем

$$\left( K_I + \frac{K_{IC} A}{\sigma} \right) \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1 (T_0 - \theta)} = \frac{K_{IC}}{\sigma} \sigma_{zz}^*(m, Fo). \quad (28)$$

Отсюда отыскиваем  $T_0 - \theta$ :

$$T_0 - \theta = \frac{\left( K_I + \frac{K_{IC}}{\sigma} A \right) \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1}}{\frac{K_{IC}}{\sigma} \sigma_{zz}^*(m, Fo)}. \quad (29)$$

Согласно (29), когда  $\sigma_{zz}^*(m, Fo)$  достигает во времени  $Fo$  максимума, тогда  $K_I = K_{IC}$ , а  $T_0 - \theta$  – термостойкость стеклометаллического цилиндра. Из (29) термостойкость равна

$$T_0 - \theta = \frac{(\sigma + A)}{\sigma_{zz}^*(m, Fo)_{\max}} \frac{1 - \nu_1}{\alpha_{T_1} E_1}. \quad (30)$$

Эта формула по расчету термостойкости совпадает с (1) и справедлива лишь для мельчайших трещин, для которых можно считать, что в пределах берегов трещин напряжения постоянны и равны напряжению на поверхности.

Для дальнейшего необходимо учесть, что все предыдущие выражения были получены для полупространства с краевой поперечной трещиной, выходящей на свободную от нагрузки поверхность полупространства. Однако покрытие представляет собой слой конечной толщины  $d = 50 \cdot 10^{-5}$  м с поперечными трещинами размера  $\ell_{\min} \sim 1 \cdot 10^{-5}$  м  $\left( \frac{\ell_{\min}}{d} = 0,02 \right)$  и соизмеримой с толщиной  $\ell_{\max} = 8 \cdot 10^{-5}$  м  $\left( \frac{\ell_{\max}}{d} = 0,16 \right)$ . Поэтому конечность толщины покрытия оказывает влияние на

КИН, особенно для глубоких трещин  $\ell_{\max} = 8 \cdot 10^{-5}$  м. Кроме того нужно учесть, что поверхность покрытия со стороны контакта находится под давлением со стороны металлической основы, которая также влияет на величину КИН. Оценим влияние этих двух факторов на КИН.

В работах [10-12] находится КИН для слоя с краевой поперечной трещиной, выходящей на свободную от нагрузки поверхность слоя, к берегам которой приложена нормальная постоянная нагрузка. Вторая поверхность слоя или свободна от нагрузки ( $K_I^M$ ) (мягкая заделка), или жестко закреплена  $K_I^{жс}$  (соединение с натягом).

Коэффициент интенсивности слоя  $K_I^{cl}$  для нашего случая можно записать в виде

$$K_I^{cl} = K_I^M - (K_I^M - K_I^{жс}) \frac{\sigma_{rr}^{(1)}(r_c)}{\sigma_{rr}^{жс}(r_c)}, \quad (31)$$

где  $\sigma_{rr}^{(1)}(r_c)$  – радиальное напряжение на контакте между стальной основой и стеклянным покрытием;  $\sigma_{rr}^{жс}(r_c)$  – радиальное напряжение на контакте в случае; если считать, что основа жесткая ( $E_2 \rightarrow \infty, \alpha_{T_2} = 0$ );  $\sigma_{rr}^{(1)}(r_c)$  рассчитано в [2] при  $r = r_c$ ,  $\sigma_{rr}^{жс}(r_c)$  рассчитывается там же при  $E_2 \rightarrow \infty; \alpha_{T_2} = 0$ .

Полагая в (31)  $\sigma_{rr}^{(1)}(r_c) = 0$  – свободная от нагрузки поверхность контакта, получим  $K_I^{cl} = K_I^M$ , а полагая  $\sigma_{rr}^{(1)}(r_c) = \sigma_{rr}^{жс}(r_c)$ , т.е. радиальному напряжению для соблюдения жесткости соединения контактной поверхности (отсутствие радиального перемещения на контактной поверхности), получим  $K_I = K_I^{жс}$ .

Расчет  $\sigma_{rr}^{(1)}(r_c)$  и  $\sigma_{rr}^{жс}(r_c)$  при указанных выше постоянных при  $T_1(r, t) = T_2(r, t) = \theta$  показал, что

$$\frac{\sigma_{rr}^{(1)}(r_c)}{\sigma_{rr}^{жс}(r_c)} = -0,51. \quad (32)$$

Введем поправочный коэффициент  $k$  в выражение для КИН полупространства с учетом (31) и (32):

$$k = \frac{K_I^{cl}}{K_I} = \frac{K_I^M}{K_I} + \left( \frac{K_I^M}{K_I} - \frac{K_I^{жс}}{K_{II}} \right) 0,51, \quad (33)$$

или

$$k = k^M + (k^M - k^{жс}) 0,51, \quad (34)$$

где  $K_I$  – КИН для полупространства.

На рис. 4 изображены зависимости  $k^M = \frac{K_I^M}{K_I}$ ,  $k^{жс} = \frac{K_I^{жс}}{K_I}$  и  $k$  от относительной глубины трещины  $\frac{\ell}{d}$ , где  $d$  – толщина покрытия.

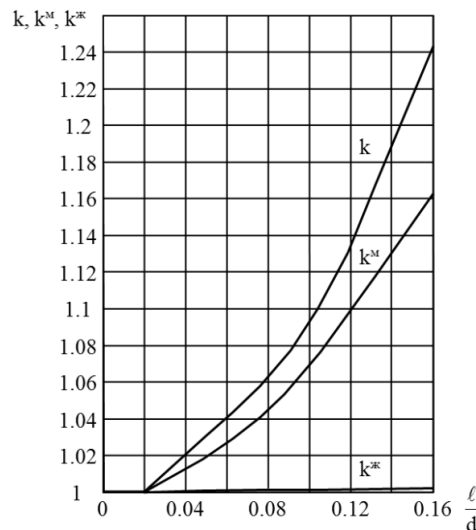


Рис. 4. Зависимости относительных величин коэффициентов интенсивности напряжений  $k, k^M, k^{жс}$  от относительной глубины трещины  $\ell/d$

Как видно из этого рисунка, для малых трещин  $\ell_{\min} = 10^{-5} \text{ м}$ ,  $\frac{\ell_{\min}}{d} = \frac{10^{-5}}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 0,02$ , к близок к 1.

Это же касается и формулы (5), так как в этой формуле  $d = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ , и поэтому для интервала размера трещин  $10^{-5} \text{ м} < \ell < 8 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ ,  $0,0033 < \ell/d < 0,027$ .

Следовательно, в этом случае  $k \sim 1$ , и поэтому слой такой толщины можно представить как полупространство. Однако для самых глубоких трещин в покрытии

( $\alpha_{\max} = 0,970$ ),  $\frac{\ell_{\max}}{d} = \frac{8 \cdot 10^{-5}}{5 \cdot 10^{-4}} = 0,16$ , и поэтому согласно рис. 4 КИН, возрастает в 1,243 раза.

В связи с этим правую часть (18) необходимо увеличить в  $k$  раз, т.е.:

$$K_I^*(\alpha, Fo) = k\sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} \sum_{i=0}^4 \sigma_{2i}^*(Fo) m^{2i} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2i}^n \left( \frac{\alpha}{m} - 1 \right)^n K_1^{(n)}. \quad (35)$$

На рис. 5 приведены графики зависимости  $K_I^*(\alpha, Fo)$  от времени  $Fo$  для различных размеров трещин в слое  $\alpha$ , рассчитанные по (35) с учетом  $\sigma_{2i}^*(Fo)$ , полученных из (14).

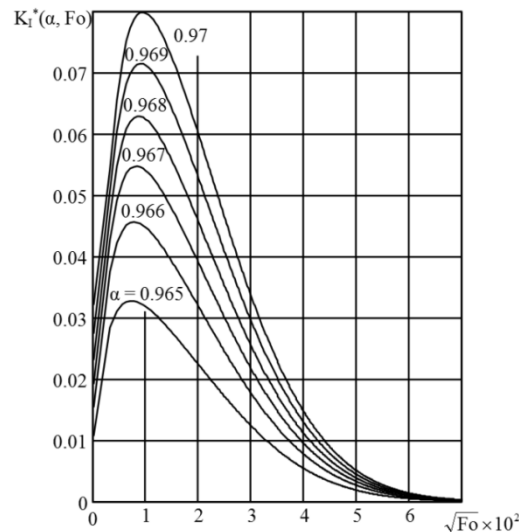


Рис. 5. Зависимости коэффициента интенсивности напряжений  $K_I^*$  (от времени  $Fo$  для различных размеров трещины  $\alpha$ )

Из рис. 5 видно, что графики  $K_I^*(\alpha, Fo)$  имеют один максимум, который если оказывается равным трещиностойкости стекла, позволяет найти термостойкость покрытия, т.е. термостойкость  $T_0 - \theta$  находим из соотношения

$$K_{IC}^* = K_I^*(\alpha, Fo)_{\max}, \quad (36)$$

где  $K_{IC}^*$  находится из (19) подстановкой в это выражение трещиностойкости стекла  $K_{IC}^B$  в воде,  $K_I^*(\alpha, Fo)_{\max}$  – максимум во времени выражения (35) для различных размеров трещины  $\alpha$ . Как указывалось выше, трещиностойкость стекла в горячей воде, согласно [5], на 29 % ниже, чем на воздухе, и поэтому равна  $K_{IC}^B = 0,71 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} \cdot 0,71 = 0,50 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ .

Подставив это значение в (19) с учетом вышеуказанных термомеханических и геометрических постоянных, получим безразмерную трещиностойкость в виде

$$\begin{aligned} K_{IC}^* &= \left( \frac{K_{IC}^B}{\sqrt{\pi c}} + \sqrt{m} \sqrt{\frac{\alpha}{m} - 1} \cdot A \cdot K_1^{(0)} \right) \frac{1 - \nu_1}{\alpha_T E_1 (T_0 - \theta)} = \\ &= \left( 2,38 + 118,3 \sqrt{\frac{\alpha}{0,964} - 1} \right) \cdot \frac{1,315}{T_0 - \theta} \frac{1}{K}, \end{aligned} \quad (37)$$

которая зависит от размера трещины  $\alpha$  и разности температур  $T_0 - \theta$ .

Для расчета функции распределения термостойкости покрытия, полученного при температуре нанесения  $T_{II} = 973 \text{ K}$  ( $\chi = 0,46$ ) при двухстороннем охлаждении, необходимо, прежде всего, найти границы изменения этих термостойкостей.

Рассмотрим самую мелкую трещину  $\alpha = 0,965$ . Согласно рис. 5, для этой трещины  $K_I^*$  достигает максимума 0,0323. Если этот максимум равен трещиностойкости  $K_{IC}^*$ , то  $T_0 - \theta$  есть термостойкость покрытия для этого размера трещины, когда

$$\left( 2,38 + 118,3 \sqrt{\frac{0,965}{0,964} - 1} \right) \frac{1,315}{T_0 - \theta} = 0,0323,$$

отсюда

$$(T_0 - \theta)_{\max} = 252 \text{ K}.$$

Для самой крупной трещины  $\alpha = 0,970$  максимум  $K_I^* = 0,0798$ , и поэтому для этой трещины:

$$K_{IC}^* = \left( 2,38 + 118,3 \sqrt{\frac{0,970}{0,964} - 1} \right) \frac{1,315}{T_0 - \theta} = 0,0798,$$

откуда

$$(T_0 - \theta)_{\min} = 193 \text{ K}.$$

Функция распределения термостойкости покрытия строится с использованием кривой распределения прочности стекла на растяжение в воде (пунктирная кривая на рис. 2).

На рис. 3 изображена теоретическая функция распределения, построенная по (37), которая показана сплошной линией.

Как видно из рис. 3, теоретическая кривая функции распределения, полученная по (37) с использованием теории трещин хорошо совпадает с экспериментальными данными. Кроме того из рисунка видно, что для малых размеров глубин трещин (больших термостойкостей) расчет термостойкости можно вести и по (1), считая, что на берегах трещин нормальная нагрузка равномерно распределена и равна нагрузке на поверхности покрытия. Однако для больших глубин трещин (малых термостойкостей) наблюдаются заметные отличия расчета термостойкости по (1) (пунктирная линия) и по теории трещин (37) (сплошная линия).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кулямина Л.Л., Жорник А.И. Термическая устойчивость внутреннего стеклянного покрытия на стальных трубах // Стекло. – 1968. – № 3. – С. 15-21.
2. Жорник В.А., Прокопенко Ю.А. Температурные напряжения в двухслойных цилиндрах // Наука и технологии т. I Труды XXVIII Российской школы. – М.: РАН, 2008. – С. 62-70.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. – Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1970. – 659 с.
4. Кулямина Л.Л. Исследование факторов, определяющих прочность стеклянных покрытий на внутренней поверхности стальных труб // Дис... канд. техн. наук – М., 1968. – 218 с.
5. Бартнев Г.М. Механические свойства и тепловая обработка стекла. – М.: Сторойиздат, 1960 – 166 с.
6. Stallybrass M.P. A crack perpendicular to an elastic half-plane // Int. J. Engng. Sci. – 1970. – Vol. 8, N 5. – P. 351-362.
7. Вязкость разрушения многокомпонентных фосфатных стекол. / Л.Г. Байкова, Ю.К. Федоров, М.Н. Толстой и др. // Физика и химия стекла. – 1991. – Т. 17, № 2. – С. 261-267.
8. Писаренко Г.С., Гогоци Г.А., Завада В.П. Трещиностойкость конструкций керамики // Проблемы прочности. – 1985. – № 4. – С. 3-8.
9. Чарльз Р.Дж. Прочность силикатных стекол и некоторых кристаллических окислов // Атомный механизм разрушения. Материалы Международной конф. по вопросам разрушения. – Свомпскотт (США), 1959. – С. 254-280.
10. Пярис П., Си Дж. Анализ напряженного состояния около трещины // Сб. Прикладные вопросы вязкости разрушения. Изд-во Мир – 1968 – 552 с.
11. Bowie O.L. Reelan gular tensile sheelwith symmetric edge cracks, J, Appl. Mech., Ser E, 1964. – Vol. 31, № 2. – P. 208.
12. Кулиев В.Д. Сингулярные краевые задачи. – М.: Физматлит, 2005. – 719 с.

**Жорник Виктория Александровна**

ГОУ ВПО «Таганрогский государственный педагогический институт».

E-mail: zhornik\_victoria@mail.ru.

347936, г. Таганрог, ул. Инициативная, 48.

Тел.: 88634601807.

**Прокопенко Юрий Александрович**

E-mail: uranum83@mail.ru.

**Zhornik Victoria Aleksandrovna**

Taganrog State pedagogical Institute.

E-mail: zhornik\_victoria@mail.ru.

48, Iniciativnaya street, Taganrog, 347936, Russia.

Phone: +78634601807.

**Prokopenko Yury Aleksandrovich**

E-mail: uranum83@mail.ru.